@MATHE1111

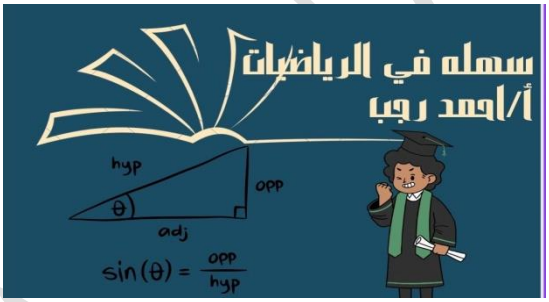
التقويمي الثاني في ماده الرياضيات

الصف العاشر(٧-٤)(٧-٥)(٨-٢)(٨-٣)

الفصل الدراسي الثاني

٢٠٢٤/٢٠٢٣

اعداد الاستاذ / احمد رجب



أضغط هنا لارسال رساله

أضغط هنا

أضغط هنا

بند (٧-٤)

١٨/١٩تاني

اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٤ & س \\ ٦ & ١٢ \end{bmatrix}$ منفرده اوجد قيمه س

الحل

أ منفرده |أ|= صفر

$\begin{vmatrix} ٤ & س \\ ٦ & ١٢ \end{vmatrix}$ = صفر

(س X ٦) –(٤ X ١٢) = ٠

٦س – ٤٨ =٠

٦س = ٤٨

س=$\frac{٤٨}{٦}$ =٨

اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفرده اوجد قيمه س

∵ أ منفردة

∴ |أ| = صفر

(٥ X ٢س) – (١٠ X -٤) = صفر

١٠س – -٤٠ = صفر

١٠س + ٤٠ = ٠

$\frac{١٠س}{١٠}$ = $\frac{-٤٠}{١٠}$

س = -٤

اثبت ان : ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفه أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

الحل

أ × ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٢ \times ٢ + ٣ \times ١- & ٢ \times ٣- + ٣ \times ٢ \\ ٢ \times ١ + ٢ \times ١- & ٢ \times ٣- + ٣ \times ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

المصفوفه : $\begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفه $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

اذا كانت :ب = $\begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$ اوجد ب$^{-١}$

$|\text{ب}| = \begin{vmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{vmatrix} = -٢ \times -٤ - ٢ \times ٥ = -٢ \neq ٠$ (لا نظر ضربي)

$\text{ب}^{-١} = \frac{١}{-٢} \times \begin{bmatrix} ٤- & ٢- \\ ٥- & ٢- \end{bmatrix}$

$\text{ب}^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ \frac{٥}{٢} & ١ \end{bmatrix}$

١٨/١٧

اوجد قيمه س بحيث : $\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix} \times$ س $= \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

الحل

$\Delta = \begin{vmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{vmatrix} = (٥ \times ٢-) - (٣- \times ٤) = ٢$

$أ^{-١} = \frac{١}{٢} \times \begin{vmatrix} ٢- & ٣ \\ ٤- & ٥ \end{vmatrix}$

$س = \frac{١}{٢} \times \begin{vmatrix} ٢- & ٣ \\ ٤- & ٥ \end{vmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$س = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٢- \times ٥ + ٣ \times ١٠ \\ ٤- \times ٥ + ٥ \times ١٠ \end{bmatrix} = \frac{١}{٢} \times \begin{bmatrix} ٢٠ \\ ٣٠ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} ١٠ \\ ١٥ \end{bmatrix}$

١٨/١٧

اوجد قيمه س بحيث : $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١- & ١- \end{bmatrix} \times$ س $= \begin{bmatrix} ٣ \\ ٢ \end{bmatrix}$

الحل

$أ \times س = ب$

$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ١- & ١- \end{vmatrix}$

$= (٣ \times ١-) - (١- \times ٤)$

$= ١$ ، $١ \neq ٠$

$أ^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ١- & ٤- \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ١- & ٤- \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

$أ^{-١} \times أ \times س = أ^{-١} \times ب$

$س = \begin{bmatrix} ١- & ٤- \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ \\ ٢ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} ١- \times ٣ - ٤ \times ٢ \\ ١ \times ٣ + ٣ \times ٢ \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} ١١- \\ ٩ \end{bmatrix}$

١٨/١٧دور تاني

بند (٧-٥)

حل النظام باستخدام النظير الضربي للمصفوفه

س + ص = ٣

س – ص = ٧

الحل

$$\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & -١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٧ \end{bmatrix}$$

$$أ = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$$

$$أ = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} = (١ \times -١) - (١ \times ١) = -٢$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{-٢} \times \begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠.٥ & ٠.٥ \\ ٠.٥ & -٠.٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠.٥ & ٠.٥ \\ ٠.٥ & -٠.٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ \\ ٧ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ \times ٠.٥ + ٧ \times ٠.٥ \\ ٣ \times ٠.٥ + ٧ \times -٠.٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$$

حل النظام باستخدام النظير الضربي للمصفوفه

س + ٣ص = ٥

س + ٤ص = ٦

نكتب النظام مع معادلة المصفوفات :

$$\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix} \longrightarrow (١)$$

حيث $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ع = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix} = ١ \times ٤ - ٣ \times ١ = ١ \neq ٠$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{١} \times \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$$

وبضرب طرفي المعادلة (١) من جهة اليمين في $أ^{-١}$:

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ \times ٥ + (-٣) \times ٦ \\ (-١) \times ٥ + ١ \times ٦ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \end{bmatrix}$$

س = ٢ ، ص = ١

الأستاذ/ احمد

١٨/١٩

اوجد حل النظام باستخدام قاعده كرامر

٣س + ٢ص = −٦

− ٤س − ٣ص = ٧

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ -٤ & -٣ \end{vmatrix} = (٣ \times -٣) - (٢ \times -٤) = -١$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} -٦ & ٢ \\ ٧ & -٣ \end{vmatrix} = (-٦ \times -٣) - (٢ \times ٧) = ٤$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٣ & -٦ \\ -٤ & ٧ \end{vmatrix} = (٣ \times ٧) - (-٦ \times -٤) = -٣$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{٤}{-١} = -٤$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٣}{-١} = ٣$$

١٨/١٩

اوجد حل النظام باستخدام قاعده كرامر

س + ص = ٧

س − ص = ١

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} = (١)(-١) - (١)(١) = -٢$$

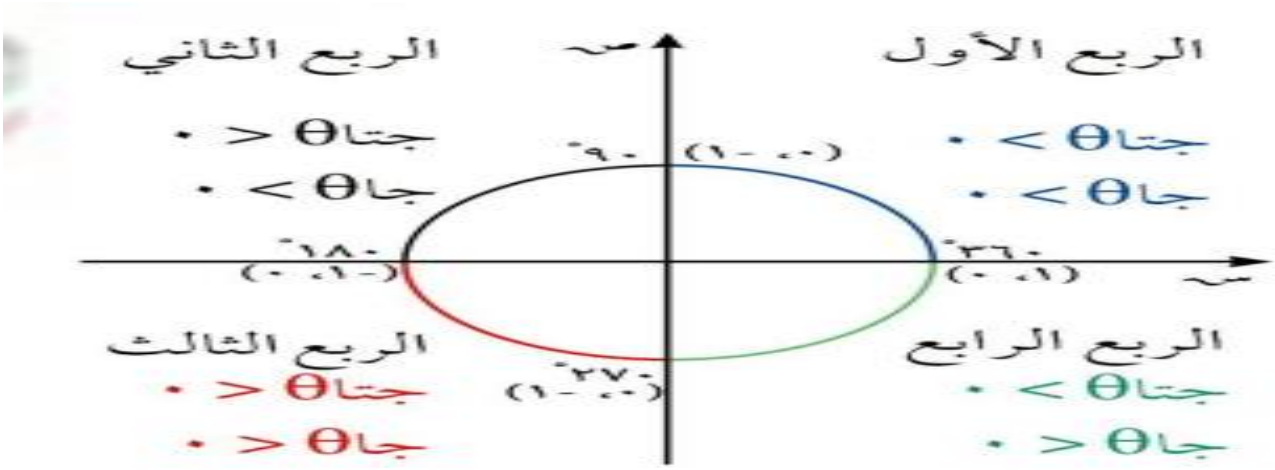
$$\Delta س = \begin{vmatrix} ٧ & ١ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} = (٧)(-١) - (١)(١) = -٨$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ ١ & ١ \end{vmatrix} = (١)(١) - (١)(٧) = -٦$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{-٨}{-٢} = ٤$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-٦}{-٢} = ٣$$

بند (٨-٢)



جتا (π- θ) = - جتا θ	جتا (π+ θ) =- جتا θ
جا (π- θ)= جا θ	جا (π+θ)= - جا θ
ظا (π- θ)= - ظا θ	ظا (π+θ)= ظا θ

جتا^{٢} س +جا^{٢}س=١

١+ ظا^{٢}س = قا^{٢}س

١+ ظتا^{٢}س = قتا^{٢}س

ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

قاس = $\frac{1}{\text{جتاس}}$

قتاس = $\frac{1}{\text{جاس}}$

ظتاس = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$

أ/ احمد رجب

بسط التعبير التالي :

جتا (π- θ) – جتا (θ) – جا θ + جا (π+ θ) +جتا($\frac{\pi}{٢}$ – θ)

الحل

= - جتا θ – جتا θ – جا θ + جا θ

= - ٢جتا θ

بسط التعبير التالي :

جا س + جا (٩٠ + س) + جا (١٨٠ + س) + جا (٩٠ – س)

الحل:

جا س + جا(٩٠° + س) + جا(١٨٠° + س) + جا(٩٠° – س)

= جا س + جتا س – جا س + جتا س

= ٢جتا س

حل المعادله التاليه : ٢جتا س - $\sqrt{٣}$ = ٠

الحل

٢جتا س = $\sqrt{٣}$

جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتاس = $\frac{\pi}{٦}$

جتا س > ٠

تقع في الربع الاول والرابع

س = θ + ٢ ك π | س = - θ + ٢ ك π

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ ك π | س = - $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ ك π

اوجد حل المعادله :

$\sqrt{٢}$ جتا س = ١

① $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ جتاس = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جتاس = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ > ٠

② جتاس = جتا $\frac{\pi}{٤}$

③ س تقع في الربع الاول أو الرابع

④ س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π | س = - $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π

حيث ك عدد صحيح

حل المعادله : ٢جا س - $\sqrt{٣}$ = ٠

الحل

٢جا س = $\sqrt{٣}$

جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جا س = $\frac{\pi}{٣}$

جا س ›٠

تقع في الربع الاول والثاني

س = θ + ٢ ك π

س = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ ك π

س = (π - θ) + ٢ ك π

س= (π - $\frac{\pi}{٣}$) + ٢ ك π

س= $\frac{٢\pi}{٣}$ + ٢ ك π

حل المعاله: ظا س =١

الحل

ظا س = ١

ظا س = ظا $\frac{\pi}{٤}$

ظا س ›٠

تقع في الربع الاول و الثالث

س = θ + ٢ ك π

س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ ك π

س = (π + θ) + ٢ ك π

س = (π + $\frac{\pi}{٤}$) + ٢ ك π

س = $\frac{٥\pi}{٦}$ + ٢ك π

بند (٨-٣)

بدون استخدام الاله الحاسبه : اذا كان جتا θ = ٠,٤ , ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$ اوجد جا θ , ظا θ

الحل

$جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١$

$جا^{٢}\theta + (٠,٤)^{٢} = ١$

$جا^{٢}\theta = ١ - (٠,٤)^{٢} = \frac{٢١}{٢٥}$

$جا\theta = \mp\sqrt{\frac{٢١}{٢٥}}$

θ تقع في الربع الاول ، $جا\theta = \frac{\sqrt{٢١}}{٥}$

$ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{\sqrt{٢١}}{٥} \div (٠,٤) = \frac{\sqrt{٢١}}{٢}$

بدون استخدام الحاسبة إذا كان $جتا\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $جا\theta < ٠$ ، فأوجد جا θ ، ظا θ

الحل

$جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١$

$جا^{٢}\theta + (\frac{٣}{٥})^{٢} = ١$

$جا^{٢}\theta = ١ - (\frac{٣}{٥})^{٢} \Leftarrow جا^{٢}\theta = \frac{١٦}{٢٥}$

$جا\theta = \frac{٤}{٥}$ أو $جا\theta = -\frac{٤}{٥}$ (مرفوض)

$\therefore ظتا\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta}$

$ظتا\theta = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}}$

$ظتا\theta = \frac{٣}{٤}$

بدون استخدام الاله الحاسبه : اذا كان جا θ = $\frac{٣}{٥}$, $\frac{\pi}{٢}$ < θ < π اوجد جتا θ , ظا θ

الحل

جا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١

$(\frac{٣}{٥})^{٢}$ + جتا^{٢} θ = ١

جتا^{٢} θ = ١ - $(\frac{٣}{٥})^{٢}$

جتا θ = ∓ $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$ = ∓ $\frac{٤}{٥}$

θ تقع في الربع الثاني , جتا θ = - $\frac{٤}{٥}$

ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{٣}{٥}$ ÷ - $\frac{٤}{٥}$ = - $\frac{٣}{٤}$

جتا^{٢} س + جا^{٢} س = ١

إذا كان جا θ = $\frac{٣}{٧}$ ، جتا θ < ٠ فأوجد جتا θ ، ظا θ ، ظتا θ

الحل : من متطابقة فيثاغورث جا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١

∴ جتا θ = ∓ $\sqrt{١ - \text{جا}^{٢}\theta}$

= ∓ $\sqrt{١ - (\frac{٣}{٧})^{٢}}$ = ∓ $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$

∴ جتا θ = $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$ مرفوضة لأن جتا θ < ٠

أو جتا θ = - $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$ مقبولة

∴ ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{\frac{٣}{٧}}{-\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}}$ = - $\frac{٣\sqrt{١٠}}{٢٠}$

∴ ظتا θ = $\frac{١}{\text{ظا}\theta}$ = $\frac{١}{-\frac{٣\sqrt{١٠}}{٢٠}}$

= - $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٣}$

بدون استخدام الاله الحاسبه : اذا كان ظتا θ = $\frac{٥}{٨}$, جتا θ ، π اوجد جا θ

الحل

١ + ظتا^{٢} θ = قتا^{٢} θ

١ + $(\frac{٥}{٨})^{٢}$ = قتا^{٢} θ

قتا^{٢} θ = $\frac{٨٩}{٦٤}$ ← قتا θ = ∓ $\sqrt{\frac{٨٩}{٦٤}}$

قتا θ = $\frac{\mp\sqrt{٨٩}}{٨}$ تقع في الربع الاول ← $\frac{١}{\text{جا } \theta}$ = $\frac{\sqrt{٨٩}}{٨}$

جا θ = $\frac{٨}{\sqrt{٨٩}}$

١ + ظتا^{٢} θ = قتا^{٢} θ

١ + ظا^{٢} θ = قا^{٢} θ

إذا كانت ظا θ = $\sqrt{٨}$ ، جتا θ < ٠

أوجد جا θ ، جتا θ .

ظا θ = $\sqrt{٨}$

$\frac{\text{جا } \theta}{\text{جتا } \theta}$ = $\sqrt{٨}$

جا θ = $\sqrt{٨}$ جتا θ

∴ جا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١ (متطابقة فيثاغورث)

∴ $(\sqrt{٨}\text{ جتا } \theta)^{٢}$ + جتا^{٢} θ = ١

٨ جتا^{٢} θ + جتا^{٢} θ = ١

٩ جتا^{٢} θ = ١

جتا^{٢} θ = $\frac{١}{٩}$

جتا θ = ± $\sqrt{\frac{١}{٩}}$

= ± $\frac{١}{٣}$

∵ جتا θ < ٠

∴ جتا θ = $-\frac{١}{٣}$

جا θ = $\sqrt{٨}$ جتا θ

= $\sqrt{٨} \times -\frac{١}{٣}$

= $-\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

اثبت صحة المتطابقة التاليه : جتا^{٤} س + جا^{٢} س χ جتا^{٢}س = جتا^{٢} س

الحل

الطرف الايمن = جتا^{٢} س (حتا^{٢} س +جا^{٢}س)

= جتا^{٢} س χ ١

= جتا^{٢} س

= الطرف الايسر

جتا^{٢} س +جا^{٢}س=١

أثبت صحة المتطابقة التالية: $\frac{(\text{قا}\,\theta+١)(\text{قا}\,\theta-١)}{\text{جا}^{٢}\theta}$ = قا$^{٢}\theta$ المقام ≠ ٠

الحل

الطرف الأيمن :

$\frac{(\text{قا}\,\theta+١)(\text{قا}\,\theta-١)}{\text{جا}^{٢}\theta} = \frac{\text{قا}^{٢}\theta - ١}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{\text{ظا}^{٢}\theta}{\text{جا}^{٢}\theta}$

$= \frac{\cancel{\text{جا}^{٢}\theta}}{\text{جتا}^{٢}\theta} \cdot \frac{١}{\cancel{\text{جا}^{٢}\theta}}$

$= \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\theta}$

$= \text{قا}^{٢}\theta$

∴ الطرفان متساويان

قا^{٢} θ – ١ = ظا^{٢} θ

قا θ = $\frac{1}{\text{جتا}\,\theta}$