وزارة التربية والتعليم – مؤسسة الإمارات للتعليم
مكتب العين التعليمي - مدرسة البدع للتعليم الأساسي والثانوي
الصف / الثاني عشر المتقدم

إجابة التجريبي (2)
لمادة الرياضيات
للصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثاني
2023 – 2024 م

إعداد الأستاذ / محمد عبدالحميد الطحاوي

Part I :- Circle the letter corresponding to the correct answer :-

1) Find all critical numbers of $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$	أوجد النقاط الحرجة للدالة (1 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$

A) $x = -1 , 1$

B) $x = 0 , -1$

C) $x = 0 , 1$

D) $x = 0 , -1 , 1$

2) Find the absolute maximum of: $f(x) = tan^{-1}(x^3)$ **on interval** $[-1, 1]$	اوجد القيمة العظمى المطلقة (2 للدالة $f(x) = tan^{-1}(x^3)$ في الفترة $[-1, 1]$

A) $\left(-1 , \frac{-\pi}{4}\right)$

B) $\left(1 , \frac{\pi}{4}\right)$

C) $\left(-1 , \frac{\pi}{4}\right)$

D) $(0, 0)$

$f'(x) = \frac{3x^2}{1+(x^3)^2} = \frac{3x^2}{1+x^6} \neq 0$

$3x^2 = 0 \longrightarrow x = 0$

$f(-1) = tan^{-1}(-1^3) = -\frac{\pi}{4} \approx 0.79$

$f(0) = tan^{-1}(0^3) = 0$

$f(1) = tan^{-1}(1^3) = \frac{\pi}{4} \approx -0.79$

3) Determine where the function is increasing of $f(x) = ln(x^2 - 4)$	اوجد فترات التزايد للدالة (3 $f(x) = ln(x^2 - 4)$

$x^2 - 4 > 0 \Longrightarrow x < -2 , x > 2$

A) $(-2 , 2)$

B) $(-\infty , 2) \cup (2 , \infty)$

C) $(-\infty , 2)$

D) $(2 , \infty)$

$f'(x) = \frac{2x}{x^2-4} = 0 \longrightarrow x = 0 \notin$

$x^2 - 4 = 0 \longrightarrow x = \pm 2 \notin$

4) Determine all local extrema

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

4) أوجد القيم القصوي المحلية للدالة

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

A) $x = -1$ *is a locl min.*, $x = 1$ *is a locl max.*
صغرى محلية عند $x = -1$ وعظمى محلية عند $x = 1$

B) $x = 1$ *is a locl min.*, $x = -1$ *is a locl max.*
صغرى محلية عند $x = 1$ وعظمى محلية عند $x = -1$

C) $x = -1$ *is a locl min.*, *no locl max.*
صغرى محلية عند $x = -1$ ولا توجد عظمى محلية

D) $x = 1$ *is a locl max.*, *no locl min.*
عظمى محلية عند $x = -1$ ولا توجد صغرى محلية

5) Identify inflection points for the function

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

5) حدد نقاط الانعطاف للدالة

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

A) $(2, 4)$

B) $(-2, -4)$

C) $(0, 5)$

D) No inflection points لا توجد نقاط انعطاف

6) Determine the intervals of the function is concave up

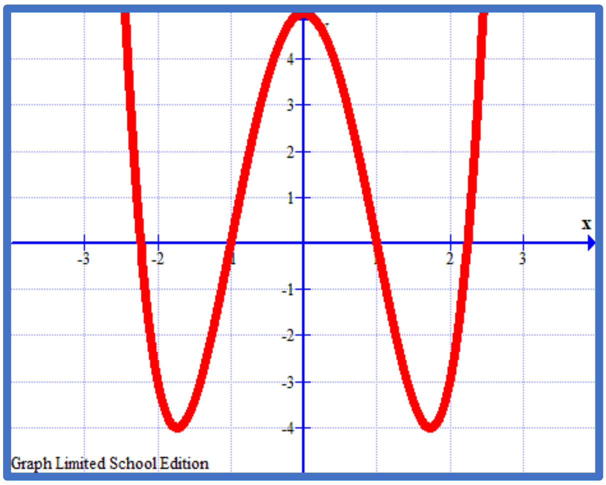
6) حدد فترات التقعر لأعلى للدالة

A) $(0, \infty)$

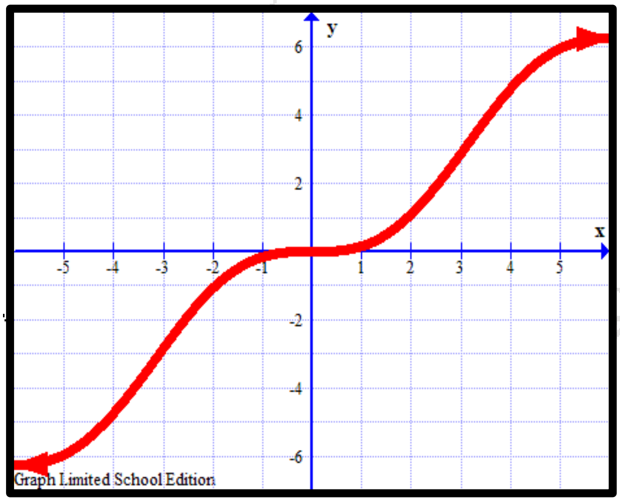
B) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

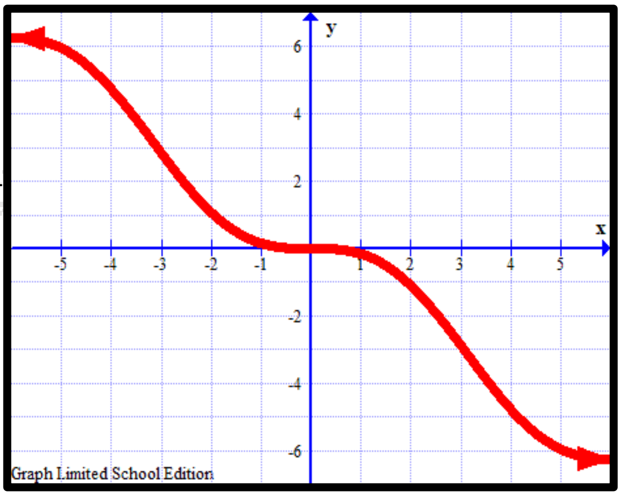
C) $(-\infty, 0)$

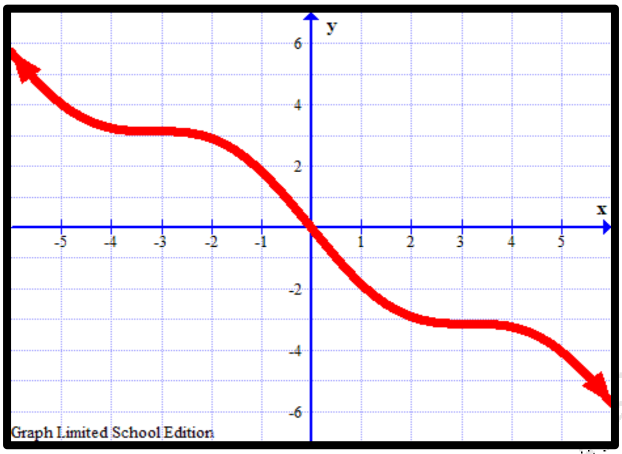
D) $(-\infty, \infty)$

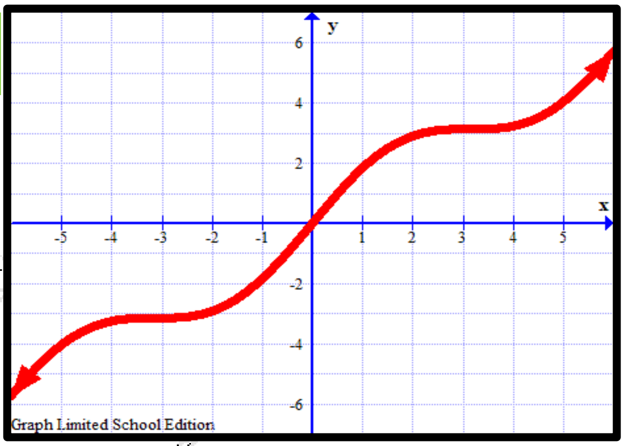


5) Graph the function $f(x) = x + sinx$	ارسم الدالة ؟ (5 $f(x) = x + sinx$

A)


B)


C)


D)


8) Suppose that the charge in electrical circuit is $Q(t) = 10e^{-5t} + 2te^{-2t} + 3\sin 2t - 7\cos 2t$ **Coulombs. Find the current.**	على فرض أن الشحنة في الدائرة الكهربائية (8 $Q(t) = 10e^{-5t} + 2te^{-2t} + 3\sin 2t - 7\cos 2t$ كولوم . جد التيار .

A) $Q'(t) = -50e^{-5t} - 4te^{-2t} + 6\cos 2t + 14\sin 2t$

B) $Q'(t) = 50e^{-5t} + 4te^{-2t} + 6\cos 2t + 14\sin 2t$

C) $Q'(t) = -50e^{-5t} + 2e^{-2t} - 4te^{-2t} + 6\cos 2t - 14\sin 2t$

D) $Q'(t) = -50e^{-5t} + 2e^{-2t} - 4te^{-2t} + 6\cos 2t + 14\sin 2t$

9) Evaluate $\int \frac{e^{2x}+1}{e^x} dx$

A) $e^{2x} + x + c$

B) $e^x - e^{-x} + c$

C) $e^x + e^{-x} + c$

D) $\frac{1}{3}e^{3x} - e^x + c$

10) Determine the position function if the velocity function is $v(t) = 1 + 2sint\ ft/s^2\ , s(0) = 0$	10) حدد دالة الموضع إذا كانت دالة السرعة تعطى $v(t) = 1 + 2sint\ ft/s^2\ , s(0) = 0$

A) $S(t) = t - 2\cos t + 2$

B) $S(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2\sin t + 2t$

C) $S(t) = t + 2\cos t - 2$

D) $S(t) = 2\cos t$

11) Use summation rules to compute the sums $\sum_{i=4}^{50}(i^2 - 5i)$	11) استخدم قوانين المجموع لإيجاد المجموع $\sum_{i=4}^{50}(i^2 - 5i)$

A) 36550

B) 36566

C) 49256

D) 36560

12) Use the given function values to estimate the area under the curve using left endpoint evaluation	12) استخدم قيم الدالة المحددة لتقدير مساحة المنطقة تحت المنحنى باستخدام نقطة النهاية اليسرى

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	~~1.8~~
$f(x)$	1.8	1.4	1.1	0.7	1.2	1.4	1.8	2.4	~~2.6~~

المجموع $\times 0.1 = 1.18$

A) $A = 1.81$

B) $A = 1.18$

C) $A = 1.62$

D) $A = 1.44$

13) Assume that $\int_{-1}^{4} f(x)dx = 5$, $\int_{4}^{-1} g(x)dx = -3$ and find $\int_{-1}^{4} 4f(x) + 3g(x)dx$

$\int_{-1}^{4} g(x)dx = 3$

$= 4(5) + 3(3) = \boxed{29}$

A) 11

B) 17

C) 23

D) 29

14) Compute the average value to compute the integral $$\int_{-1}^{1} \frac{2}{1+x^2} dx$$	14) أوجد القيمة المتوسطة باستخدام التكامل للدالة $$\int_{-1}^{1} \frac{2}{1+x^2} dx$$

A) $Average = \pi$

B) $Average = \dfrac{\pi}{4}$

C) $Average = \dfrac{\pi}{2}$

D) $Average = 2\pi$

15) Evaluate $\int_1^2 (4e^{-2x} + \frac{2}{x^3})dx$

A) $\dfrac{3e^4 + 8e^2 - 8}{4e^4}$

B) $\dfrac{3e^4 + 2e^2 - 2}{e^4}$

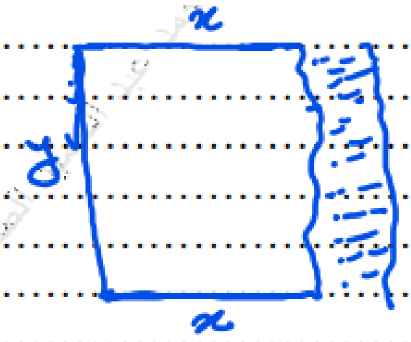
C) $\dfrac{3e^4 - 8e^2 + 8}{4e^4}$

D) $\dfrac{3e^4 - 2e^2 + 2}{e^4}$

Part II :-

16) A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms the fourth side of a rectangular region. The enclosed area is to equal $800ft^2$. Find the minimum perimeter

16) يجب بناء سياج من 3 جوانب بجوار المستقيم من النهر الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة ، المساحة المحاطة تساوي $800ft^2$ أوجد القيمة الصغرى للمحيط



$A = xy = 800$

$y = \frac{800}{x}$

$P = 2x + y$

$P = 2x + \frac{800}{x}$

$P' = 2 - \frac{800}{x^2} = 0 \longrightarrow 2 = \frac{800}{x^2}$

$2x^2 = 800 \longrightarrow x^2 = 400 \longrightarrow x = \pm 20$

$\boxed{x = 20}$

$P'' = \frac{800(2x)}{x^4} = \frac{1600}{x^3} \longrightarrow P''(20) = \frac{1600}{20^3} = \frac{1}{5}$;

$P = 2(20) + \frac{800}{20}$ القيمة الصغرى للمحيط =

$= 40 + 40 = \boxed{80}$ الأبعاد هي $20 , 40$

17) Oil spills out of a tanker at the rate of g gallons per minute. The oil spreads in a circle with a thickness of $\frac{1}{4}''$. Given that the radius of the spill is increasing at a rate of $0.6\ ft/min$, when the radius equals $100\ ft$, determine the value of g.

(17 يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل g جالون في الدقيقة. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}''$. إذا كان نصف قطر التسرب يزداد بمعدل 0.6 قدم / دقيقة ، عندما يساوي نصف القطر 100 قدم ، فأوجد قيمة g .

$1\ ft = 12\ in \longrightarrow \frac{1}{4}'' = \frac{1}{4(12)} = \boxed{\frac{1}{48}}$

$1\ ft^3 = 7.5$ gallons $\longrightarrow g\left(\frac{1}{7.5}\right) = \frac{2g}{15}$

السمك $= \frac{1}{4}''$

$\frac{dr}{dt} = 0.6$

$r = 100$

$\frac{dv}{dt} = g$

$v = \pi r^2 \cdot \frac{1}{48}$

$v = \frac{\pi}{48} r^2$

$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{48} \cdot 2r \frac{dr}{dt}$

$\frac{2g}{15} = \frac{\pi}{24}(100)(0.6)$

$\frac{2g}{15} = \frac{5\pi}{2}$

$g = \frac{5\pi}{2} \cdot \frac{15}{2}$

$g = \frac{75\pi}{4} \approx 58.9\ ft^3/min$

18) Suppose that a population grows according to the logistic equation $p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$ .Find the population for which the growth rate is a maximum

(18 على فرض أن النمو السكاني يعطى بالمعادلة $p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$ المعادلة اللوجستية باستخدام أوجد التعداد السكاني الذي يكون فيه معدل النمو هو القيمة العظمى.

$f(P) = P'(t) = 4P(5 - P)$

$f(P) = 20P - 4P^2$

$f'(P) = 20 - 8P = 0$

$20 = 8P$

$P = \frac{20}{8} = 2.5$

$f''(P) = -8 < 0$

التعداد السكاني قيمة عظمى

عندما

$P = \boxed{2.5}$ مليون

19) Use Riemann sum and a limit to compute the exact area under the curve $f(x) = x^2 + 2$ on the interval $[0, 1]$.

19) باستخدام مجموع ريمان والنهاية أوجد المساحة الدقيقة تحت المنحنى $f(x) = x^2 + 2$ في الفترة $[0, 1]$.

$\Delta x = \frac{1-0}{n} = \frac{1}{n}$

$x_i = 0 + i\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} i$

$f(x_i) = \left(\frac{1}{n} i\right)^2 + 2 = \frac{1}{n^2} i^2 + 2$

$f(x_i) \cdot \Delta x = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n^2} i^2 + 2\right) = \frac{1}{n^3} i^2 + \frac{2}{n}$

$\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n^3} i^2 + \frac{2}{n}$

$= \frac{1}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{2}{n} \cdot (n)$

$= \frac{2n^2 + 3n + 1}{6n^2} + 2$

$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x = \lim_{n \to \infty} \frac{2n^2}{6n^2} + 2 = \frac{2}{6} + 2 = \boxed{\frac{7}{3}}$ Unit^2

20) If $F(x) = \int_{\ln x}^{\ln x^2} e^{2t}\, dt$, compute $F'(x)$

$F(x) = \int_{a}^{\ln x^2} e^{2t}\, dt - \int_{a}^{\ln x} e^{2t}\, dt$

$F'(x) = e^{2\ln x^2} \cdot \frac{2x}{x^2} - e^{2\ln x} \cdot \frac{1}{x}$

$= e^{\ln (x^2)^2} \cdot \frac{2}{x} - e^{\ln x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$= x^4 \cdot \frac{2}{x} - x^2 \cdot \frac{1}{x}$

$= \boxed{2x^3 - x}$