



الوحدة السابعة : التحويلات الهندسية

١-٧ الانعكاس في نقطة - التناظر حول نقطة

٢-٧ الإزاحة في المستوى الإحداثي

٣-٧ الدوران في المستوى الإحداثي

٤-٧ مراجعة الوحدة السابعة

أ. حسام بيومي



HOSSAMBAYOUMI199

١-٧

الانعكاس في نقطة – التناظر حول نقطة

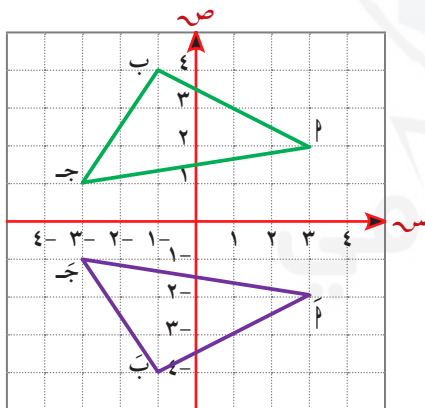
الانعكاس في نقطة في المستوى

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة P في المستوى صورة $P' \ni P \leftarrow M$ بحيث تكون $M = \frac{PP'}{2}$. والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة M التي تسمى **مركز الانعكاس**، حيث M نقطة صامدة.

عمومًا: (١) د (س، ص) $\xrightarrow{ع} \leftarrow$ د (س، ص) الانعكاس بالنسبة لمحور الصادات
(٢) د (س، ص) $\xrightarrow{ع} \leftarrow$ د (س، -ص) الانعكاس بالنسبة لمحور السينات

تدرب (١)

حدّد نوع الانعكاس في كل من الأشكال التالية، ثم اكتب إحداثي كل نقطة وصورتها:

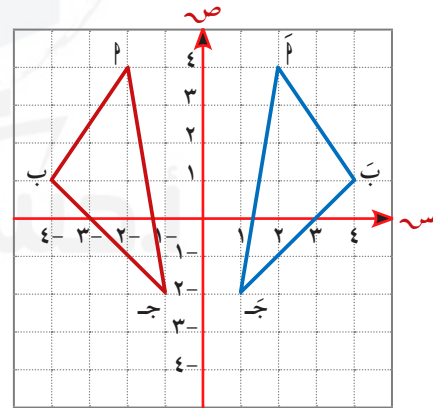


انعكاس في المحور

$P(1, 2) \leftarrow P'(2, 2)$

$B(2, 3) \leftarrow B'(1, 3)$

$J(3, 1) \leftarrow J'(1, 1)$



انعكاس في المحور

$P(1, 2) \leftarrow P'(1, -2)$

$B(2, 3) \leftarrow B'(2, -3)$

$J(3, 1) \leftarrow J'(3, -1)$



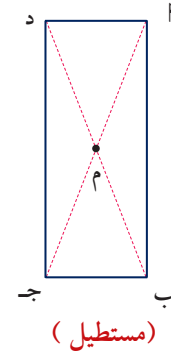
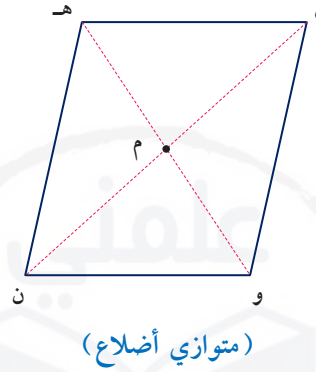
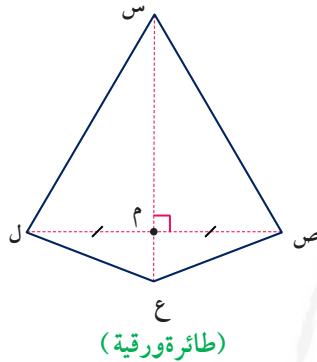
HOSSAMBAYOUMI199

التناظر حول نقطة في المستوى

يقال لشكل هندسي إنَّه متناظر حول نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

تدرّب (٢)

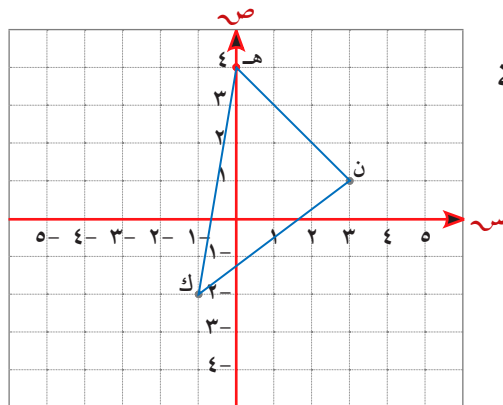
أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضح ذلك .



الانعكاس في نقطة الأصل في مستوى الإحداثيات

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثياتها السيني وإحداثياتها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .
عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : $(س، ص) \rightarrow (-س، -ص)$

تدرّب (٣)



إذا كان Δ هـ ك ن هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ (٤، ٠) ، ك (١، -٢) ، ن (١، ٣) ، فعين إحداثيات الرؤوس هـ ، ك ، ن ، ثم ارسم Δ هـ ك ن في مستوى الإحداثيات .

هـ (.....،) $\rightarrow$ هـ (.....،)

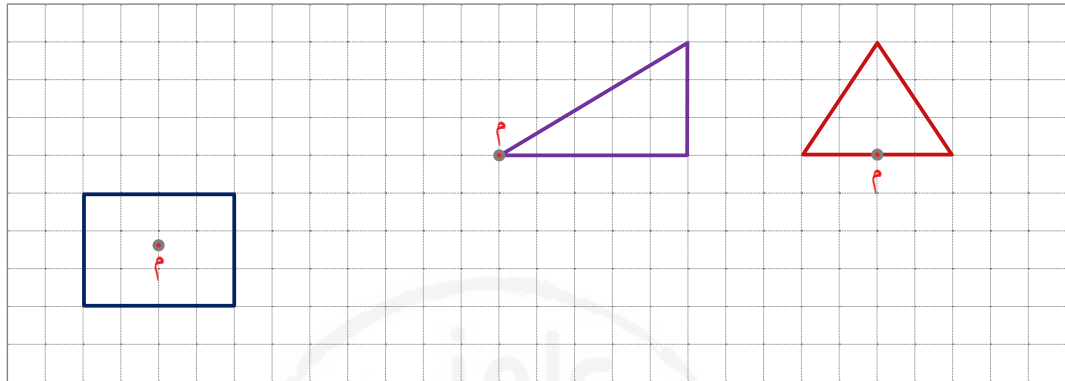
ك (.....،) $\rightarrow$ ك (.....،)

ن (.....،) $\rightarrow$ ن (.....،)



تمرّن :

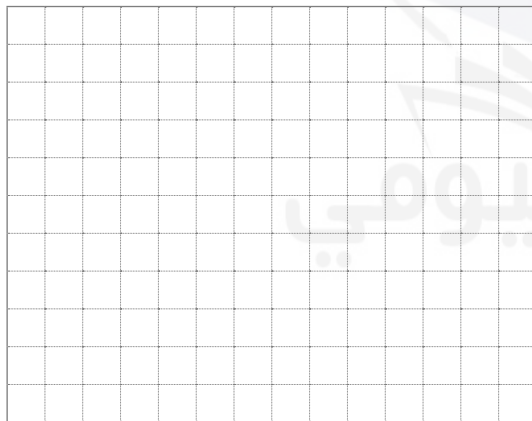
١ ارسم صورة كل شكل من الأشكال التالية بالانعكاس في النقطة م .



٢ إذا كان Δ بَ جَ هو صورة Δ أ ب ج بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ،

وكانت أ (٤ ، ٣) ، ب (٢ ، ٣) ، ج (-٥ ، ١) ، فعيّن إحداثيات

الرؤوس أ ، ب ، ج ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

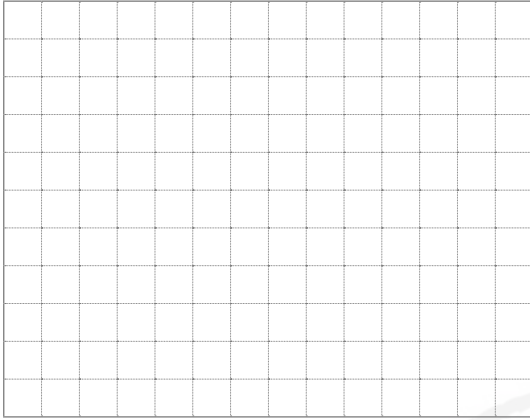




HOSSAMBAYOUMI199

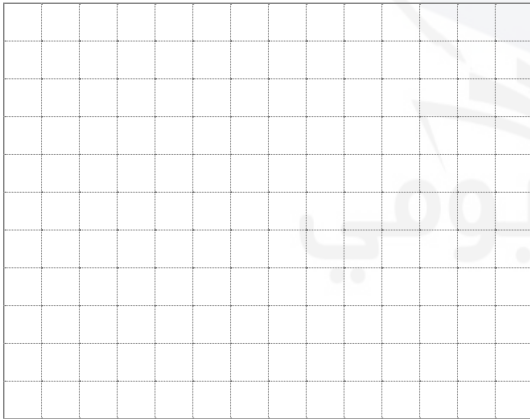
٣

إذا كان Δ و $ص$ عَ هو صورة Δ و $ص$ ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت و (٠، ٠) ، $ص$ (١-، ٢-) ، ع (١-، ٤-) ، فعين إحداثيات الرؤوس و ، ص ، ع ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



٤

إذا كان الشكل الرباعي $أ ب ج د$ هو صورة الشكل الرباعي $أ ب ج د$ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت $أ$ (١-، ١) ، $ب$ (٣، ٢) ، $ج$ (٣، ٤-) ، $د$ (١-، ٥-) . فعين إحداثيات الرؤوس $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$ ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الإحداثيات .





HOSSAMBAYOUMI199

٧-٢

الإزاحة في المستوى الإحداثي

الإزاحة هي: تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أي شكل من خلال نقل كل نقطة فيه مسافة ثابتة على خط مستقيم وفي اتجاه محدد ، ولا تغير الإزاحة من الشكل وقياساته .

وتكون الإزاحة في اتجاه محوري الإحداثيات وفق الجدول التالي :

صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	النقطة
الإزاحة جهة اليمين بمقدار (٢) وحدة (س + ٢ ، ص)	(س ، ص)
الإزاحة إلى أعلى بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)	
الإزاحة جهة اليسار بمقدار (٢) وحدة (س - ٢ ، ص)	(س ، ص)
الإزاحة إلى أسفل بمقدار (ب) وحدة (س ، ص - ب)	

عمومًا: (س ، ص) ← (س ± ٢ ، ص ± ب)

تدرب (١)

أوجد صورة النقطة $P(٣-، ٥)$ تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل .

القاعدة: (س ، ص) ← (س ، ص)

$P(٣-، ٥) \xrightarrow{٤} P'(.....،)$

$P(٣-، ٥) \xrightarrow{2} P''(.....،)$

تدرب (٢)

في المستوى الإحداثي ، ارسم المثلث P ب ج الذي رؤوسه هي $P(٠، ٠)$ ، $B(٤، ٠)$ ، $C(٣، ٢)$ ثم ارسم صورة المثلث P ب ج تحت تأثير إزاحة قاعدتها :

(س ، ص) ← (س - ٣ ، ص + ١)

$P(٠، ٠) \xrightarrow{P'}(.....،)$

$B(٤، ٠) \xrightarrow{B'}(.....،)$

$C(.....،) \xrightarrow{C'}(.....،)$



HOSSAMBAYOUMI199

تدرّب (٣)

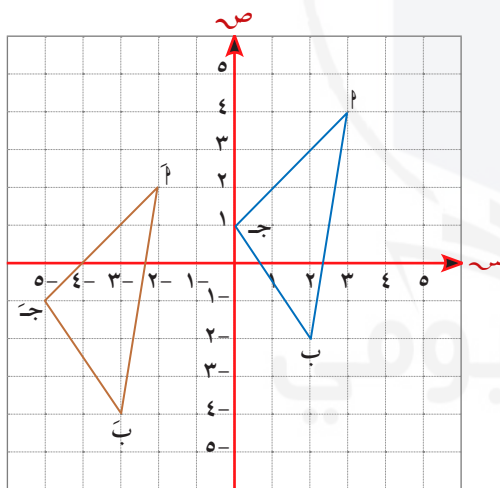
أكمل الجدول التالي :

القاعدة	$(س، ص) \leftarrow (س + ٣، ص - ٢)$			
النقطة	$(٥، ١-)$	$(٤-، ٣-)$	$(٠،)$	$(.....،)$
الصورة	$(.....، ٢)$	$(.....،)$	$(٥-،)$	$(١، ١-)$

تمرّن :

١ أوجد صورة النقطة $(٤-، ٣-)$ تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ووحدين

إلى الأعلى .



٢ أ صف الإزاحة التي تنقل المثلث

ب جـ إلى المثلث ب جـ ، ثم

اكتب القاعدة بصورة رمزية .

ب في التمرين السابق ، اكتب إحداثي رؤوس Δ ب جـ ، ثم أوجد صورة كل

منها تحت تأثير إزاحة قاعدتها : $(س، ص) \leftarrow (س + ١، ص - ٢)$



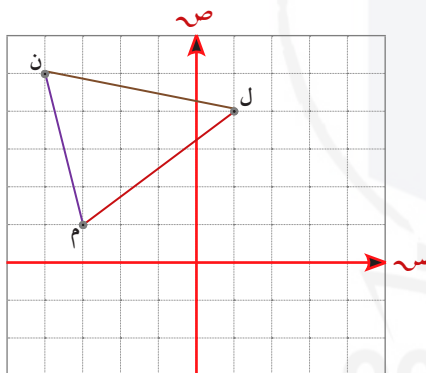
HOSSAMBAYOUMI199

٣ إذا كانت م (٢، ٣) هي صورة م (٢، ٣) تحت تأثير إزاحة في المستوى

الإحداثي ، فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها .

٤ ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة

(س ، ص) ← (س + ٢ ، ص - ١)





HOSSAMBAYOUMI199

٣ - ٧

الدوران في المستوى الإحداثي

نسمي التحويل الهندسي بالدوران ، والذي ينتج عنه تدوير شكل ما حول نقطة نسميها مركز الدوران ، ولا يغير الدوران من الشكل أو قياساته .

الدوران : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة P في المستوى

نقطة أخرى P' بحيث $P \rightarrow P'$ ، و $OP = OP'$ (و تسمى مركز الدوران) $\angle PO P'$ هي زاوية الدوران وقياسها θ° .

نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته (θ°) بالرمز $D(O, \theta^\circ)$.

• يتعين الدوران بثلاثة عناصر :

(١) مركز الدوران

(٢) قياس زاوية الدوران

(٣) اتجاه الدوران

وستقتصر دراستنا على الدوران حول نقطة الأصل في الاتجاه ضد حركة عقارب الساعة .

أ (س ، ص) $D(O, 90^\circ)$ (- ص ، س) يسمى دوران ربع دورة ($\frac{1}{4}$ دورة) .

ب (س ، ص) $D(O, 180^\circ)$ (- ص ، - ص) يسمى دوران نصف دورة ($\frac{1}{2}$ دورة) .

ج (س ، ص) $D(O, 270^\circ)$ (ص ، - س) يسمى دوران ثلاثة أرباع دورة ($\frac{3}{4}$ دورة) .

ملاحظة :

الدوران نصف دورة باتجاه ضد عقارب الساعة يكافئ دوران نصف دورة باتجاه مع عقارب الساعة .



HOSAMBAYOUMI199

تدرّب (١)

ارسم $\overline{AB}$ التي فيها $A(2, 3)$ ، $B(3, 0)$

ثم عيّن وارسم صورتها تحت تأثير كل من :

أ) د (و، 180°)

$A(2, 3) \xrightarrow{D(180^\circ, w)} A'(3, 0)$

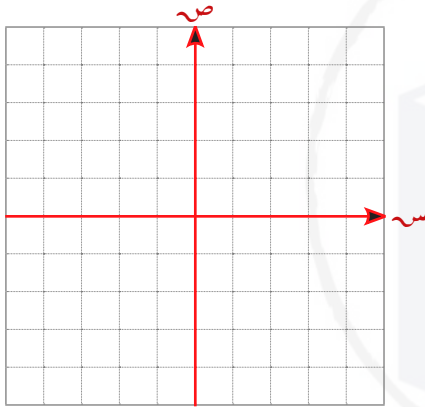
$B(3, 0) \xrightarrow{D(180^\circ, w)} B'(0, 3)$



ب) د (و، 270°)

$A(2, 3) \xrightarrow{D(270^\circ, w)} A'(3, 0)$

$B(3, 0) \xrightarrow{D(270^\circ, w)} B'(0, 3)$



تدرّب (٢)

في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن

بحيث $L(1, 1)$ ، $M(3, 0)$ ، $N(3, 4)$

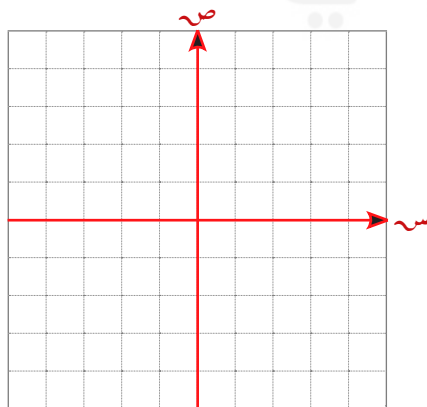
ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل

وزاويته 90° .

$L(1, 1) \xrightarrow{D(90^\circ, w)} L'(1, 0)$

$M(3, 0) \xrightarrow{D(90^\circ, w)} M'(0, 3)$

$N(3, 4) \xrightarrow{D(90^\circ, w)} N'(4, 3)$

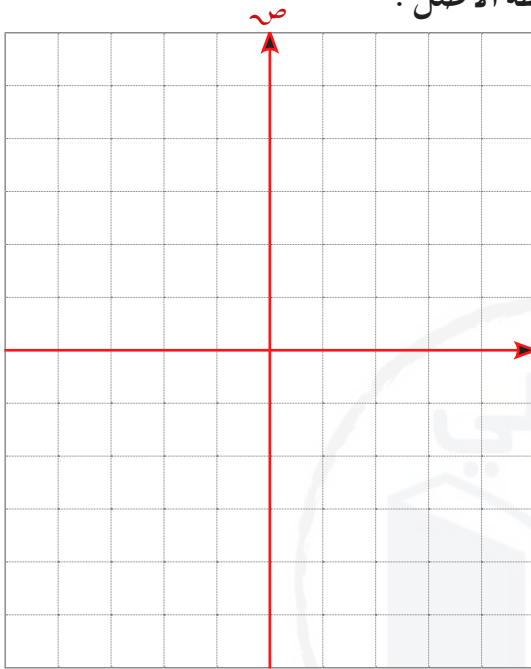




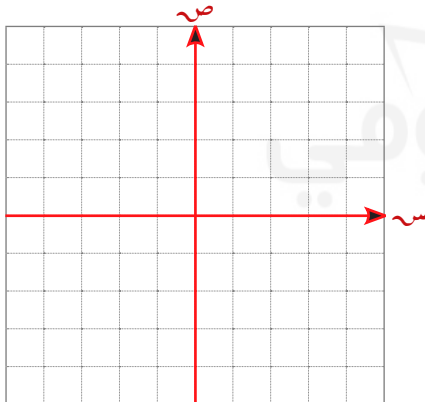
HOSAM BAYOUMI199

تمرّن:

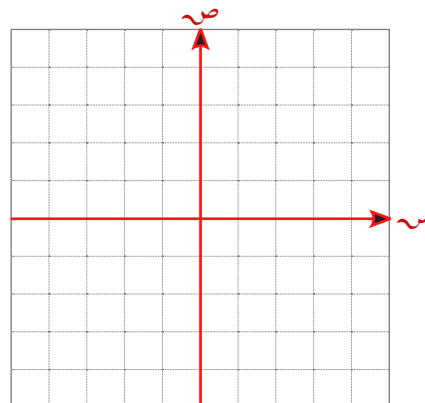
- ١ ارسم صورة المثلث Δ ب ج الذي رؤوسه Δ (٠، ٤) ، ب (٥، ٠) ، ج (٢-، ٢-) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل .



- ٢ ارسم المستطيل Δ ب ج د الذي رؤوسه Δ (٠، ١) ، ب (٠، ٤) ، ج (٢، ٤) ، د (٢، ١) ، ثم ارسم صورته في الحالات التالية :



أ د (و، ٩٠°)



ب د (و، ٢٧٠°)

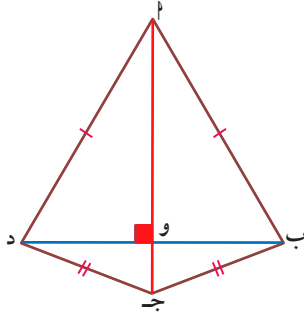


HOSSAMBAYOUMI199

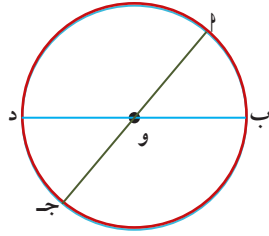
مراجعة الوحدة السابعة

٤ - ٧

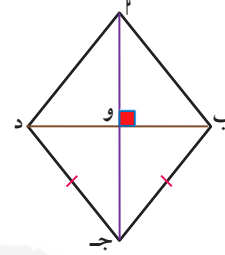
١ أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة مُلتقى قطريه (أقطاره)؟ ولماذا؟



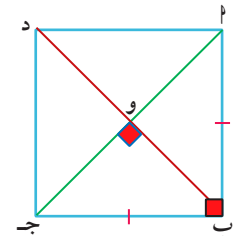
(طائرة ورقية)



(دائرة)



(معين)



(مربع)

٢ أكمل الجدول التالي :

النقطة	صورتها بالانعكاس في المحور السيني	صورتها بالانعكاس في المحور الصادي	صورتها بالانعكاس في نقطة الأصل
أ (٥، ٤)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
ب (٧، ٢ -)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
ج (٦ -، ٥ -)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
د (٩، ٠)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
هـ (٠، ٥ -)	(.....،)	(.....،)	(.....،)

٤ أكمل الجدول التالي :

القاعدة	(س، ص) ← (س - ٢، ص + ٥)			
النقطة	(٢، ٤)	(.....،)	(٠، ٣)	(.....،)
الصورة	(.....،)	(١٢، ٨ -)	(.....،)	(٣ -، ١١ -)

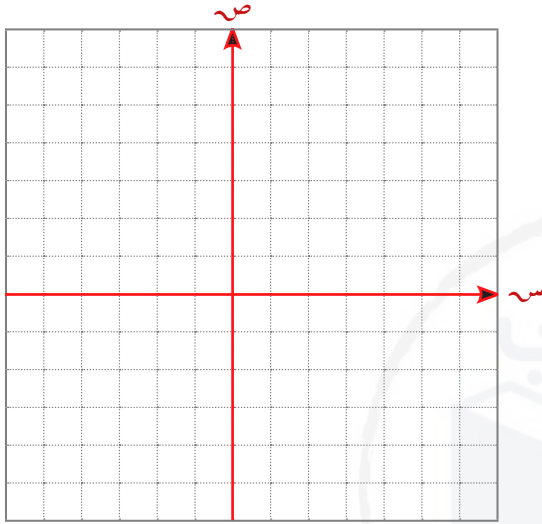


HOSAMBAYOUMI199

٣ إذا كان المثلث ل م نَ هو صورة المثلث ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت

ل (٣ ، ٠) ، م (٣ ، ٥) ، ن (٣ - ، ٥ -) فعَيِّن إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ،

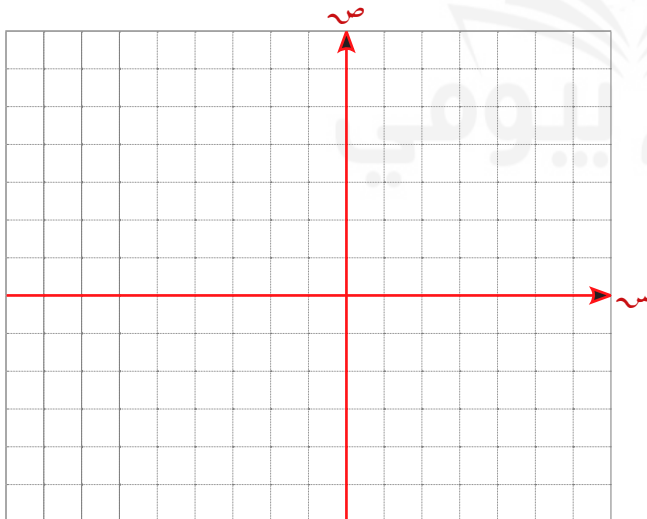
ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



٥ مثلث أ ب ج رؤوسه هي : (٢ ، ١) ، (٣ ، ٠) ، (٢ - ، ٢ -) ،

أوجد صور رؤوسه بعد الإزاحة تبعًا للقاعدة : (س ، ص) ← (س - ٥ ، ص + ١) ،

ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .





٨ أكمل الجدول التالي :

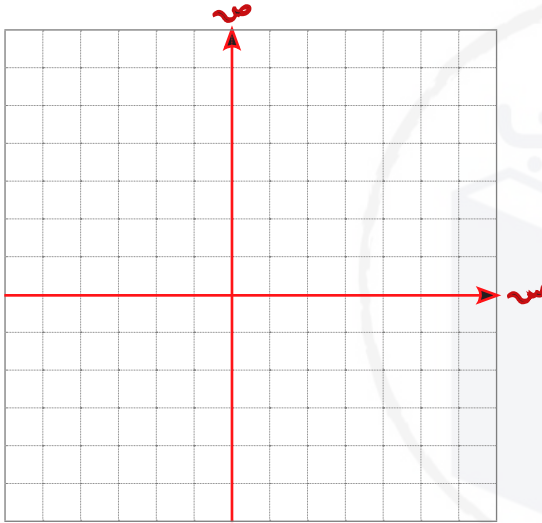
النقطة	د (و، °٩٠)	د (و، °١٨٠)	د (و، °٢٧٠)
٢ (٥، ٢)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
ب (٤، ٣-)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
ج (٧-، ١-)	(.....،)	(.....،)	(.....،)
د (٠، ٦-)	(.....،)	(.....،)	(.....،)

٩ ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل ،

حيث س (٠، ١) ، ص (٣-، ٢-)

ع (٠، ٤-) ، ل (٥، ٣) بالدوران حول

نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° .

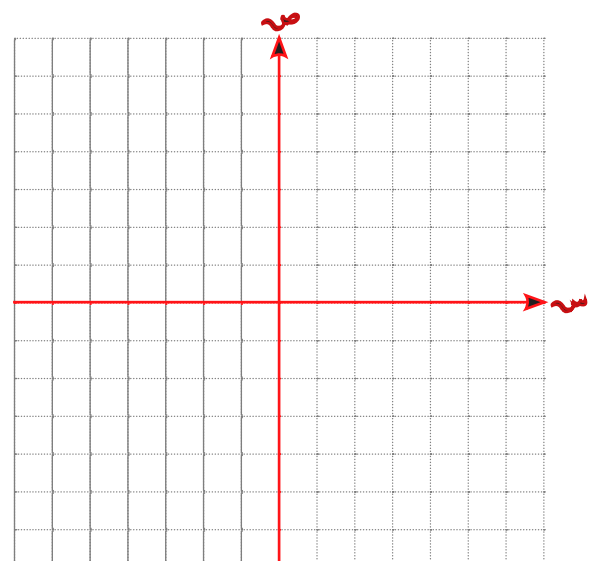
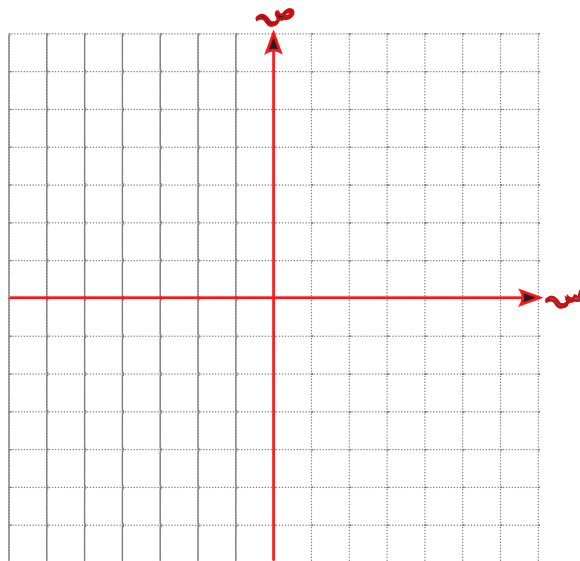


١٠ ارسم Δ ن ل ع حيث ن (٣-، ٣-) ، ل (١، ٠) ، ع (٥-، ٤-) ، ثم عيّن صورته تحت

تأثير كلٍّ من :

أ د (و، °١٨٠)

ب د (و، °٢٧٠)



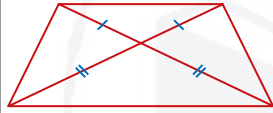


HOSSAMBAYOUMI199

اختبار الوحدة السابعة

أولاً: في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	المربع متناظر حول نقطة مُلتقى قطريه .	أ	ب
٢	صورة النقطة م (٣ ، ٥) بالدوران 90° حول نقطة الأصل في اتجاه ضد عقارب الساعة هي م' (٥ ، ٣) .	أ	ب
٣	صورة النقطة م (٢ ، ٣) بانعكاس في نقطة الأصل يكافئ إزاحة حسب القاعدة (س - ٤ ، ص - ٦) .	أ	ب
٤	في الشكل المقابل الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطريه .	أ	ب



ثانياً: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

- ٥ ن (١-٧) صورة ن (٢-١) تحت تأثير :
 أ) انعكاس في المحور السيني
 ب) د (و ، 270°)
 ج) انعكاس في نقطة الأصل
 د) إزاحة إلى اليمين ٥ وحدات

- ٦ قياس الدرجة التي تمثل $\frac{1}{4}$ دورة كاملة ضد عقارب الساعة تساوي :
 أ) 90°
 ب) 180°
 ج) 270°
 د) 360°

- ٧ صورة النقطة ع (٢-٤) بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي :
 أ) (٢-٤)
 ب) (٢-٤)
 ج) (٢، ٤)
 د) (٤، ٢)

- ٨ صورة النقطة هـ (٤-١) باستخدام قاعدة الإزاحة (س ، ص) ← (س + ٥ ، ص - ٤) هي :
 أ) هـ (١، ٣)
 ب) هـ (١، -٥)
 ج) هـ (٩، -٥)
 د) هـ (٩، ٥)



HOSSAMBAYOUMI199

٩ الانعكاس في نقطة الأصل يكافئ :

- أ) د (و، ٩٠°) ب) د (و، ١٨٠°) ج) د (و، ٢٧٠°) د) د (و، ٣٦٠°)

١٠ إذا كانت مَ (-٥، ٩) هي صورة النقطة م (٢، ٥) تحت تأثير إزاحة في المستوى

الإحداثي ، فإنَّ قاعدة هذه الإزاحة هي :

- أ) (س، ص) ← (س + ٧، ص - ٤) ب) (س، ص) ← (س - ٧، ص + ٤)
ج) (س، ص) ← (س + ٤، ص + ٧) د) (س، ص) ← (س - ٤، ص - ٧)