حل تمارين الدرس (8-4) المعدلات المرتبطة ص 303

تمرين ① ص 303 لاحظ كلمة معدل الترب 120 برميل في الدقيقة

نحول إلى ft^3 : $1ft^3 \longleftrightarrow 7.5$

$x \quad$ 120 برميل

$x = \frac{120 \times 1}{7.5} = 16\ ft^3 \Leftarrow$

$1ft \longrightarrow 12in$

$1ft^3 \longrightarrow 7.5$ برميل نفط

هذا التسرب سيضاف للبقعة الدائرية في الدقيقة

يعني يزداد حجم البقعة عبدار: $\frac{dv}{dt} = 16\ ft^3/min$

حيث ينتشر النفط في دائرة

وهذه الدائرة لها سمك $\frac{1}{4}$" أي $\frac{1}{4}in$

نحول إلى ft : $1ft \longleftrightarrow 12in$

$x \longleftarrow \frac{1}{4}in$

$x = \frac{\frac{1}{4} \times 1}{12} = \frac{1}{48} \Leftarrow$

سطح البقعة دائرة (لها ارتفاع) هو: $\frac{1}{48}ft$

البقعة اسطوانة وارتفاع هذه الاسطوانة يساوي $h = \frac{1}{48}ft$ (سمك البقعة)

ونصف قطرها r متغير بازدياد النفط والمطلوب $\frac{dr}{dt}$

معدل تزايد نصف قطر التسرب؟

حجم الاسطوانة $= \pi r^2 h$ (= حجم التسرب)

$v = \pi r^2 \left(\frac{1}{48}\right) = \frac{\pi}{48} r^2$

نشتق بالنسبة للزمن t:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{48}\left(2r \cdot \frac{dr}{dt}\right) = \frac{\pi}{24} r \cdot \frac{dr}{dt} \rightarrow ?$$

$$\left(\frac{24}{\pi r} \times\right) \quad 16 = \frac{\pi}{24} \cdot r \frac{dr}{dt} \quad \left(\times \frac{24}{\pi r}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 16 \times \frac{24}{\pi r} = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{384}{\pi r}$$

a) عندما $r = 100$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{384}{\pi \times 100} = 1.2223\ ft/min$$

عندما $r = 200$

$$\frac{dr}{dr} = \frac{384}{\pi \times 200} = 0.6115\ ft/min$$

b) لاحظ: $\frac{dr}{dt} = \frac{384}{\pi r}$: r في المقام وكلما زاد المقام صغر الكسر

وبالتالي بزيادة r (وبالتالي بزيادة المقام)

سيتناقص $\frac{dr}{dt}$ (المعدل)

تمرين ② ص303   معدل التسرب في النفط معدل تغير الحجم $\frac{dv}{dt} = 90$ برميل/دقيقة

$1ft^3 \longleftrightarrow 7.5$ برميل

نحول إلى ft^3 :

$$\left(\begin{array}{l} 1ft^3 \longleftrightarrow 7.5 \text{ برميل} \\ x \longleftarrow 90 \text{ برميل} \end{array}\right. \qquad x = \frac{90 \times 1}{7.5} = 12\, ft^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 12\, ft^3/min$$

هذا المعدل هو معدل زيادة حجم البقعة وهي دائرة نصف قطرها r يتغير ولها سمك (أي هي اسطوانة)

سمك البقعة هو ارتفاع الاسطوانة لا يتغير (السمك: $\frac{1}{8}$ in $= \frac{1}{8}$)

نحول إلى ft :

$1ft \longleftrightarrow 12in$

$$\left(\begin{array}{l} 1ft \longleftrightarrow 12in \\ x \longleftrightarrow \frac{1}{8} in \end{array}\right. \qquad x = \frac{\frac{1}{8} \times 1}{12} = \frac{1}{96} ft$$

مطلوب معدل تغير (تزايد) نصف قطر التسرب (مطلوب $\frac{dr}{dt}$)

حجم البقعة (اسطوانة): $V = \pi r^2 h$

$$v = \pi r^2 \left(\frac{1}{48}\right) = \frac{\pi}{96} r^2$$

نشتق بالنسبة لـ t :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{96}(2r)\frac{dr}{dt} \text{ ؟}$$

$$\left(\frac{48}{\pi r} \times\right) \quad 12 = \frac{\pi}{96}(2r)\frac{dr}{dt} = \frac{\pi}{48} r \frac{dr}{dt} \quad \left(\times \frac{48}{\pi r}\right)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{48 \times 12}{\pi r} = \frac{576}{\pi r}$$

$r = 100m$ $\boxed{a}$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{576}{\pi(100)} \approx 1.83346$$

تمرين ③ g برميل في الدقيقة تعادل: (مجهول)

(معدل تغير الحجم) $\frac{g}{7.5} ft^3/mi = \frac{dv}{dt}$ (مجهول؟)

(سمك الدائرة $\frac{1}{4}$ in $= \frac{1}{4}$) ثابت: $\frac{\frac{1}{4}}{12} = \frac{1}{48} ft$

البقعة اسطوانة سمكها $h = \frac{1}{48} ft$ (الارتفاع)

وطول نصف قطرها r يتغير بمعدل $\frac{dr}{dt} = 0.6\, ~~m~~\, ft/min$ معطى دليل

حجم الاسطوانة يتغير:

$$v = \pi r^2 h \Rightarrow v = \pi r^2 \left(\frac{1}{48}\right) = \frac{\pi}{48} r^2$$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{48}(2r)\left(\frac{dr}{dt}\right) = \frac{\pi}{24} r \frac{dr}{dt}$$

نعوض : $\frac{g}{7.5} = \frac{\pi}{24}(100) \cdot (0.6) \Rightarrow g = 7.5\left(\frac{\pi}{24}\right)(100)0.6 = 58.905$

إذا تضاعف السمك (h) فإن معدل تغير نصف القطر ينخفض للنصف

(كان $\frac{1}{48}$) (ضعفها: $2 \times \frac{1}{48} = \frac{1}{24}$) انخفاض في r للنصف

تمرين (4) ص 303 المنطقة المصابة بالسرب دائرة (ليس لها سماك)

وحيث: $\frac{dr}{dt} = 1\ mm/hr$ عندما $r = 3mm$

المطلوب معدل تزايد المنطقة المصابة (أي معدل تغير مساحة الدائرة)

$$A = \pi r^2$$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$\frac{dA}{dt} = \pi(2r)\frac{dr}{dt}$$

$\boxed{a}$ $r=3$:

$$= \pi(2\times 3)\times 1 = 6\pi\ \ mm^2/hr$$

$\boxed{b}$ $r=6$:

$$\frac{dA}{dt} = \pi(2\times 6)\times 1 = 12\pi\ \ mm^2/hr$$

نصف القطر يزداد ⟸ الدائرة تكبر ومحيطها سيزداد بالكامل
ومساحة المنطقة ستزيد حتماً
وبالتالي الجواب في فقرة b سيكون أكبر منه في الفقرة a

تمرين (5)

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ نشتق بالنسبة للزمن

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{\cancel{3}}\pi(\cancel{3}r^2)\frac{dr}{dt}$$

ونعلم مساحة السطح $A = 4\pi r^2$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = A\frac{dr}{dt}$$

يقول في التمرين: معدل التغير $\frac{dV}{dt}$
يتناسب مع مساحة السطح A
يعني أن نسبتهما لبعض ثابتة مثلاً $K =$

$$\frac{\frac{dV}{dt}}{A} = K$$

$$\frac{dV}{dt} = K\cdot A$$

$$\frac{K\cdot \cancel{A}}{\cancel{A}} = \frac{\cancel{A}\frac{dr}{dt}}{\cancel{A}}$$

$$K = \frac{dr}{dt}$$

ثابت

نصف القطر يتغير بمعدل ثابت هو K

تمرين (6) المنطقة المحترقة دائرة نصف قطرها r: $\frac{dr}{dt} = 5m/hr$

المطلوب معدل تزايد المساحة $A = \pi r^2$ (عندما $r = 200m$)

نشتق بالنسبة للزمن:

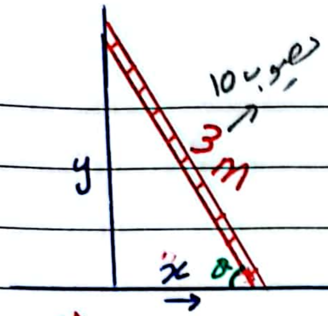
$$\frac{dA}{dt} = \pi(2r)\frac{dr}{dt}$$

نعوض

$$= \pi(2\times 200)(5) = 2000\pi\ \ m^2/hr$$

أو: ≈ 6283.185

تمرين 7 ص303 الانزلاق يغير x ويغير y



$\frac{dx}{dt}=0.9$

مطلوب $\frac{dy}{dt}$ عندما $x=1.8$

ومطلوب كذلك: $\frac{d\theta}{dt}$ عندما $x=4$

تصويب طول السلم 10 سيعطي $\frac{dy}{dt}=-2.25$

a فيثاغورث: $\overset{10}{(3)^2}=x^2+y^2$

نشتق بالنسبة للزمن: $0=2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}$

(عندما $x=1.8$ تكون $y=2.4$ ~~~~ 9.84)

$y=\sqrt{3^2-1.8^2}$ (10)

$0=2(1.8)(0.9)+2(2.4)\frac{dy}{dt}$ (9.84)

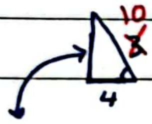
$3.24+4.8\frac{dy}{dt}=0 \Rightarrow \frac{dy}{dt}=\frac{-3.24}{4.8}=-0.675$ (19.68 ، -2.25)

b يوجد خطأ في المعطيات في الكتاب فلا يمكن أن يبعد أسفل السلم 4 متر $x=4$ وطول السلم 3

$\cos\theta=\frac{x}{3}$ نشتق الطرفين بالنسبة للزمن t

$-\sin\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{3}\frac{dx}{d\theta}$

المطلوب $\frac{d\theta}{dt}$ ولكن عوضنا عن $x=4$ ولم نعلم θ فيلزمنا للتعويض $\sin\theta$:



$\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$

$\sin\theta=\frac{2\sqrt{21}}{10}$

$\frac{-2\sqrt{21}}{10}\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{3}\times0.9$

$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\frac{-2\sqrt{21}}{3}\approx-3.055$

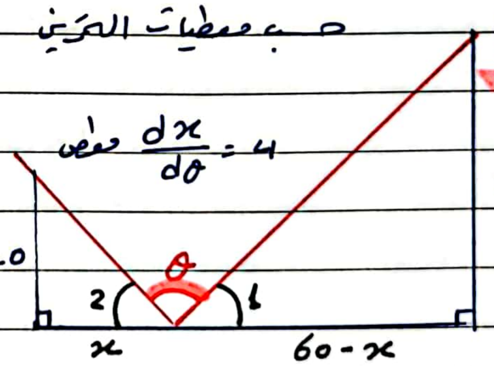
تمرين 8 حسب معطيات التمرين نجد $\angle1+\theta+\angle2=180°(\pi)$

$\theta=\pi-\angle1-\angle2$

$m\angle1=\tan^{-1}\left(\frac{40}{60-x}\right)$

$m\angle2=\tan^{-1}\left(\frac{20}{x}\right)$

معطى $\frac{dx}{d\theta}=4$



$\theta=\pi-\tan^{-1}\left(\frac{40}{60-x}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{20}{x}\right)$

نشتق الطرفين (للسهولة) بالنسبة لـ x أولاً

تذكر: $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}f(x)\right]=\frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$

$$\frac{d\theta}{dx}=0-\frac{\left(\frac{40}{60-x}\right)'}{1+\left(\frac{40}{60-x}\right)^2}-\frac{\left(\frac{20}{x}\right)'}{1+\left(\frac{20}{x}\right)^2}$$

$$=-\frac{\left(\frac{0-40(-1)}{(60-x)^2}\right)}{1+\left(\frac{40}{60-x}\right)^2}-\frac{\left(\frac{0-20(1)}{x^2}\right)}{1+\left(\frac{20}{x}\right)^2}$$

نعوض x منتصف المسافة بين المبنيين بالضبط 30

$$\frac{d\theta}{dx}=-\frac{\frac{40}{(60-30)^2}}{1+\left(\frac{40}{60-30}\right)^2}-\frac{\frac{-20}{30^2}}{1+\left(\frac{20}{30}\right)^2}=\frac{-1}{1625}\quad(\approx-0.000615)$$

$$\frac{d\theta}{dt}=\frac{d\theta}{dx}\times\frac{dx}{dt}=\left(\frac{-1}{1625}\right)\times4=\frac{-4}{1625}\quad(\approx-0.00246)$$

يتبع في الصفحة التالية

خطوات حل المعادلة متروكة على الطالب

تابع حل (8) ص 303 مطلوب [b] الموقع (x) لتكون θ أكبر ما يمكن

مطلوب (قيمة عظمى لـ θ) أي $\theta'(x)=0$ ، $\left(\frac{d\theta}{dx}=0\right)$

وجدنا $$\frac{d\theta}{dx} = \frac{-\frac{40}{(60-x)^2}}{1+\left(\frac{40}{60-x}\right)^2} + \frac{\frac{20}{x^2}}{1+\left(\frac{20}{x}\right)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{40}{(60-x)^2}}{1+\left(\frac{40}{60-x}\right)^2} = -\frac{\frac{20}{x^2}}{1+\left(\frac{20}{x}\right)^2}$$

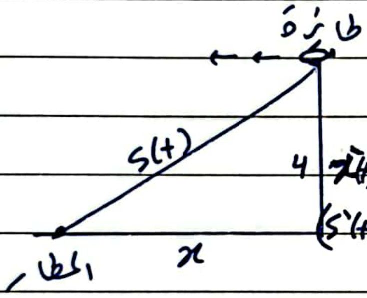
ممكن حل هذه المعادلة بالآلة الحاسبة ، أو بأخذ الضرب التقاطعي للطرفين ، واستكمال المراحل للحل :

حلين : ($x=-140$ مرفوض) ($x=20$ مقبول)

للتأكد أنها تحقق قيمة عظمى سنأخذ اختبار إشارة المشتقة الأولى لـ θ

$x=10 \rightarrow \frac{d\theta}{dx}(10)>0 \rightarrow$ θ متزايدة

$x=30 \rightarrow \frac{d\theta}{dx}(30)<0 \rightarrow$ θ متناقصة $\rightarrow$ عند $x=20$ قيمة عظمى محلية (قياس الزاوية θ أكبر ما يمكن)



تمرين (9) ص 303 ارتفاع الطائرة ثابتاً 4

المسافة الأفقية بين الطائرة والمطار x تتغير (مطلوب $x'(t)$)

المسافة بين الرادار (المطار) والطائرة $s(t)$ يتغير ($s'(t)=-240$)

[a] فيثاغورث : $(s(t))^2 = (x(t))^2 + 4^2$

نشتق بالنسبة للزمن : $2\,s(t)\,s'(t) = 2\,x(t)\,x'(t) + 0$

$$\Rightarrow x'(t) = \frac{\cancel{2}\, s(t)\, s'(t)}{\cancel{2}\, x(t)}$$

للتعويض : معطى $x=40$

$s=\sqrt{40^2+4^2} = 4\sqrt{101}$

معطى $s'(t)=-240$

$$x'(t) = \frac{(4\sqrt{101})(-240)}{40} = -24\sqrt{101} \approx -241.197$$

[b] بدل $h=4$ أصبحت $h=6$: فيثاغورث : $(s(t))^2 = (x(t))^2 + 6^2$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن سنستنتج :

$$x'(t) = \frac{s(t)\,.\,s'(t)}{x(t)} \quad \text{(نفسه)}$$

للتعويض : معطى $x=40$

$s=\sqrt{40^2+6^2} = 2\sqrt{409}$

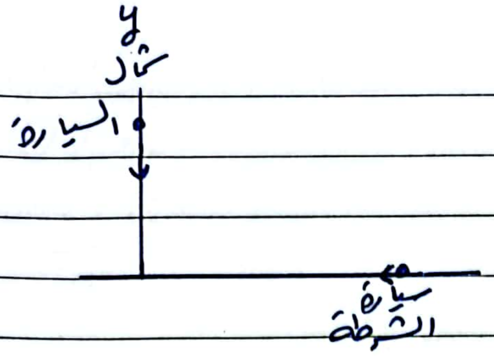
معطى $s'(t)=-240$

$$x'(t) = \frac{(2\sqrt{409})(-240)}{40} = -12\sqrt{409} \approx -242.68$$

نلاحظ عند الارتفاع $h=4$ وجدنا السرعة 241.197

وعند الارتفاع $h=6$ وجدنا السرعة 242.68

اختلاف الارتفاع لا يحدث اختلافاً كبيراً في سرعة الطائرة



تمرين (10) ص 303

a معطيات المثال 3-8 ص 301 (الرسم)

هنا شرط سيارة الشرطة لا تتحرك (x ثابتة)

أي: $\frac{dx}{dt} = x'(t) = 0$

ووجدنا $d(t) = \sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$

ووجدنا: $d'(t) = \frac{\cancel{2}x\cdot\frac{dx}{dt} + \cancel{2}y\frac{dy}{dt}}{\cancel{2}\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}}$ (÷2)

نعوض: $\frac{dy}{dt} = -50$ / $y=\frac{1}{2}$ ، $\frac{dx}{dt}=0$ ، $x=\frac{1}{4}$

$$d'(t) = \frac{\frac{1}{4}(0)+\frac{1}{2}(-50)}{\sqrt{(\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{2})^2}} = -20\sqrt{5} \approx -44.721$$

b سيارة الشرطة في نقطة الأصل ⟵ $x=0$

نعوض: $d'(t) = \frac{0\cdot(-40)+\frac{1}{2}(-50)}{\sqrt{(0)^2+(\frac{1}{2})^2}} = -50$

هذه هي السرعة الحقيقية للسيارة

تمرين (11) ص 303 وجدنا أن السرعة الحقيقية للسيارة 50- (في تمرين 10)

و سنبين في التمرين 11 أن هذه السرعة تنتج إذا كانت

سيارة الشرطة تتحرك بسرعة $\frac{dx}{dt} = (\sqrt{2}-1)\times 50$ و $x=\frac{1}{2}$ نعوض

نعوض: $d'(t) = \frac{x\frac{dx}{dt}+y\frac{dy}{dt}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(-(\sqrt{2}-1)\times 50\right)+\frac{1}{2}(-50)}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2}} = -50$$ فعلاً:

تمرين (12)

عندما يقرأ الرادار قراءة أبطأ من السرعة الفعلية

أي أقل من السرعة الفعلية للسيارة

لما تكون سيارة الشرطة عند التقاطع (تمرين 10 b)

و إذا كانت تتحرك بعيداً عن التقاطع (وليس مقتربة منه كما في المثال)

تمرين (13) ص 303

$S(t)=60-40e^{-0.05x}$ المبيعات (x: مبيعات الإعلانات)

لاحظ في الجدول أن الإعلان يزيد 2000 دولار سنوياً (2 من الآلاف)

أي أن $\frac{dx}{dt}=2$ ألف

16000 ، 18000 ، $20000 \rightarrow x=20$ ألف

$\underbrace{16000 \rightarrow 18000}_{+2000}$ ، $\underbrace{18000 \rightarrow 20000}_{+2000}$

نشتق بالنسبة للزمن: $S'(t)=0-40(-0.05)e^{-0.05x}\cdot\frac{dx}{dt}$

$=+2e^{-0.05x}\left(\frac{dx}{dt}\right)$

نعوض $x=20$ (آلاف) وحيث $\frac{dx}{dt}=2$ ألف (في العام الحالي معطى سنتين)

$S'(t)=+2e^{-0.05(20)}\cdot(2)$

≈ 1.472 : وهو تقريباً تزايد للمبيعات بما يقارب 1.472 من الآلاف سنوياً

أي: (1472 دولار سنوياً)

تمرين (14)

$\overline{C}(x)=12+\frac{94}{x}$ التكلفة لإنتاج x عنصراً

لاحظ في الجدول أن الإنتاج يزيد 0.6 سنوياً

أي أن: $\frac{dx}{dt}=0.6$

8.2 ، 8.8 ، $9.4 \Rightarrow$

$\underbrace{8.2 \rightarrow 8.8}_{+0.6}$ ، $\underbrace{8.8 \rightarrow 9.4}_{+0.6}$

نشتق بالنسبة للزمن: $\overline{C}'(t)=0+\frac{0-(94)(1)}{x^2}\times=\frac{-94}{x^2}\times\frac{dx}{dt}$

نعوض $x=9.4$ حيث $\frac{dx}{dt}=0.6$ (في العام الحالي معطى سنتين)

$\overline{C}'(t)=\frac{-94}{(9.4)^2}\times 0.6\approx -0.638$

تمرين (15)

$\overline{C}(x)=10+\frac{100}{x}$ التكلفة لإنتاج x عنصراً

المطلوب (عندما $x=10$ و $\frac{dx}{dt}=2$) $\overline{C}'(t)=$؟

نشتق بالنسبة للزمن: $\overline{C}'(t)=0+\frac{0-(100)(1)}{x^2}\times\frac{dx}{dt}$

$\overline{C}'(t)=\frac{-100}{x^2}\cdot\frac{dx}{dt}=\frac{-100}{(10)^2}\times 2=-2$

متوسط التكلفة يتناقص 2 دولار سنوياً

تمرين (16)

$S=80-20e^{-0.04x}$ المبيعات بالآلاف / $\frac{dx}{dt}=1500$ وبالآلاف 1.5 ألف

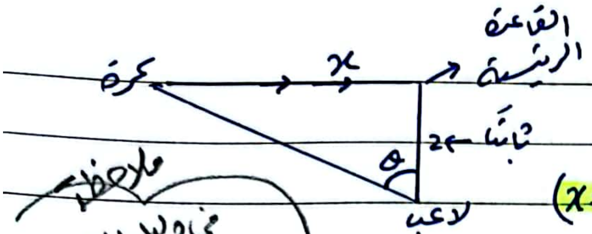
مطلوب $S'(t)$ حيث $x=40$

نشتق بالنسبة للزمن: $S'(t)=0-20(-0.04)e^{-0.04x}\times=0.8e^{-0.04x}\cdot\frac{dx}{dt}$

$S'(t)=0.8e^{-0.04(40)}\times 1.5=0.242$

تتغير المبيعات بمعدل 0.242 ألف دولار في السنة تقريباً أي 242 دولار سنوياً

تمرين (17) ص 304 معطيات (حسب الكتاب وحسب دليل المعلم E)



ملاحظة: في دليل المعلم E المعدل: $x'(t) = -130$, $x = 2$

[a] مطلوب $\theta'(t) = \frac{d\theta}{dt}$

حيث رمية الكرة تعبر القاعدة الرئيسية $(x = 0)$

بمعدل: $x'(t) = \frac{dx}{dt} = -130$ (- لأنها تقترب)

$$\tan\theta = \frac{x}{2} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\tfrac{1}{2}x\right)$$

تذكر: $\frac{d}{dx}[\tan f(x)] = \sec^2(f(x)) \cdot f'(x)$

نشتق بالنسبة للزمن: $\sec^2\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dx}{dt}$

نقسم الطرفين على $\sec^2\theta$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2 \cdot \sec^2\theta} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \cos^2\theta \cdot \frac{dx}{dt}$$

تذكر: $\frac{1}{\sec\theta} = \cos\theta$

نعوض $\Rightarrow$ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}(\cos^2 0) \times (-130) = -65$ راديان

أما في الكتاب: $x = 0.6$ / $\frac{dx}{d\theta} = -39.6$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{0.6} \cdot (\cos^2 0)(-39.6) = -23.76$$

[b] متى تكون $\frac{dx}{dt}$ أكبر ما يمكن (الرمية السريعة تجعل x تتغير بأسرع ما يمكن)

حيث $\theta'(t) \leq 3$ وأكبر قيمة ستكون $\left(\frac{d\theta}{dt} \leq 3\right)$ $\left(\frac{d\theta}{dt} = 3\right)$

وجدنا $\sec^2\theta \, \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2\sec^2\theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

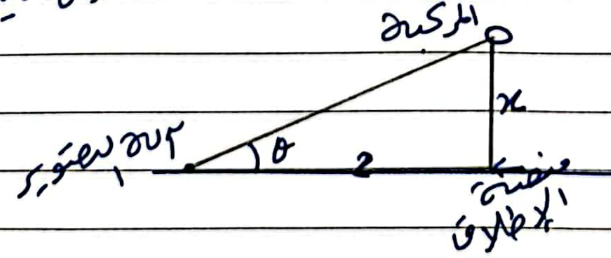
أكبر قيمة لـ $\sec\theta$: $\frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$ عند $\cos\theta = 1$ ، $\sec\theta = 1$

وهي (أكبر) عندما: $\theta = 0$ ، $(\sec^2\theta = 1)$

$$\frac{dx}{dt} = 2(1)(3) = 6$$

أي ستكون أقرض 6 أقدام في الثانية للرمية التي يمكن مشاهدتها فعلياً

تمرين (18) $\frac{dx}{dt} = 0.2$ km/s



[a] سطح الأرض $\tan\theta = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$\sec^2\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dx}{dt}$$

نقسم الطرفين على $\sec^2\theta$ $\Rightarrow$ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2 \cdot \sec^2\theta} \cdot \frac{dx}{dt}$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\cos^2\theta \, \frac{dx}{dt}$$

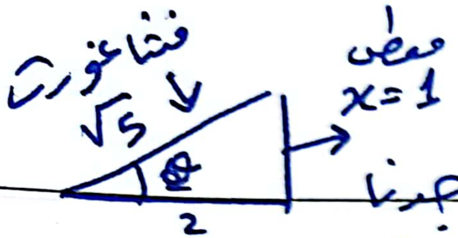
لاحظ عندما $x = 3$ سيكون:

$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$ (أو $\frac{2\sqrt{13}}{13}$)

وتر

يتبع في الصفحة التالية

تابع حل (18) ص 304



وجدنا ⇒ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\cos^2\theta \cdot \frac{dx}{dt}$

ووجدنا $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

وعلمنا: $\frac{dx}{dx} = 0.2$

نعوض ⇒ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 \cdot (0.2)$

≈ 0.03077 rad/s

b) ستغير عند التعويض حيث: $\frac{dx}{dt} = 0.2$

نعوض: $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 (1) = 0.08$ R/s

هذا الناتج أكبر من ناتج الطلب a (وكان ≈ 0.03)

الشرح: الارتفاع في b هو $x=1$ بينما الارتفاع في a هو $x=2$

فزيادة الارتفاع تؤدي لتغير طفيف في الزاوية (يكبر مقدار التغير في θ)

حيث تقترب الزاوية بزيادة الارتفاع من $\frac{\pi}{2}$