

الوحدة التعليمية الأولى المجموعات والعلاقة

المجموعة هي تجمّع من الأشياء **المتمايزة المحددة تحديداً تاماً**، ويُطلق على هذه الأشياء عناصر .

- ◀ يُرمز إلى المجموعة بأحرف مثل : س ، ص ، ش ، ...
- ◀ ويُرمز إلى العناصر بأحرف مثل : س ، ص ، ش ، ...
- ◀ يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسين { } مع وضع فاصلة بين كلّ عنصر وآخر .
- ◀ يجب عدم تكرار كتابة العنصر نفسه داخل المجموعة .
- ◀ لا يُشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة .

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر (عدد عناصرها يساوي صفراً) تُسمّى **مجموعة خالية** ، ويُرمز إليها بالرمز { } أو $\emptyset$ وتُقرأ (فاي) .

المفهوم	التعريف	الرمز	مثال
ينتمي إلى	وجود العنصر في المجموعة	$\ni$	$\{ ٥ ، ١ ، ٢ ، ٤ \} \ni ٤$
لا ينتمي إلى	عدم وجود العنصر في المجموعة	$\nexists$	$\{ ٥ ، ٦ ، ٢ ، ٣ \} \nexists ٧$

طرق التعبير عن المجموعة:

- الطريقة الأولى : ذكر العناصر
- الطريقة الثانية : **الصفة المميّزة** : ① **لفظية** ② **رمزية**

المجموعة المنتهية : هي المجموعة التي يمكن حصر عدد عناصرها .
المجموعة غير المنتهية : هي المجموعة التي لا يمكن حصر عدد عناصرها .

المفهوم	التعريف	الرمز	المخطّط
المجموعة الجزئية (الاحتواء)	إذا كان كلّ عنصر من م ينتمي إلى ن ؛ فإنّ م محتواه في ن ، وتُقرأ (م مجموعة جزئية من ن)	$m \subseteq n$	
المجموعة غير الجزئية (عدم الاحتواء)	إذا وُجد عنصر من م لا ينتمي إلى ن ؛ فإنّ م ليست محتواه في ن ، وتُقرأ (م ليست مجموعة جزئية من ن)	$m \not\subseteq n$	

$$\emptyset \subseteq S$$

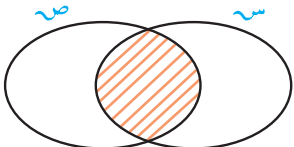
$$S \subseteq S$$

الفصل الدراسي الأول

عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n هو 2^n .

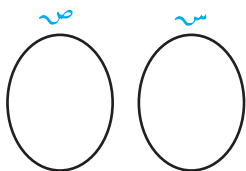
$s = t$ عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون $s \subseteq t$ و $t \subseteq s$.

التقاطع بين s ، t : هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى s و **تنتمي** إلى t : أي : تنتمي إلى (المجموعتين معاً) .

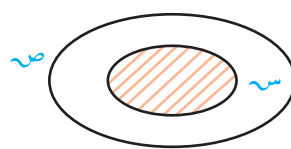
إسم المجموعة	تُكتب	تُقرأ	المخطّط
التقاطع بين s ، t	$s \cap t$	s تقاطع t	

ونعبر عن التقاطع بالصورة الرمزية $s \cap t = \{x : x \in s \text{ و } x \in t\}$.

الحالات الخاصة لتقاطع مجموعتين :

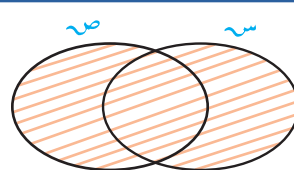


$$\emptyset = s \cap t \quad \text{②}$$



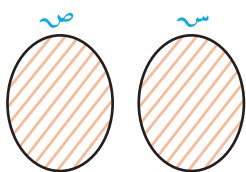
$$s \subseteq t \Leftrightarrow s \cap t = s \quad \text{①}$$

الاتحاد بين s ، t : هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى s أو **تنتمي** إلى t .

إسم المجموعة	تُكتب	تُقرأ	المخطّط
الاتحاد بين s ، t	$s \cup t$	s اتحاد t	

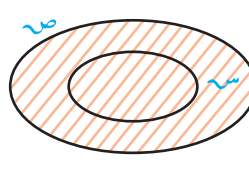
ونعبر عن الاتحاد بالصورة الرمزية $s \cup t = \{x : x \in s \text{ أو } x \in t\}$

الحالات الخاصة لاتحاد مجموعتين :



$$s \cup t$$

حيث $s \cap t = \emptyset$



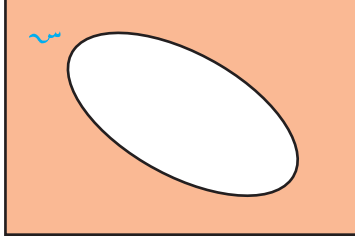
$$s \subseteq t \Leftrightarrow s \cup t = t$$

الفصل الدراسي الأول

س - ص = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص

ص - س = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ص ولا تنتمي إلى س

مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ش ولا تنتمي إلى س هي ش - س



وتُسمى مجموعة متممة س

ويُرمز إليها بالرمز: $\overline{S}$ أو S^c

وتُظَلَّل كما في شكل قن المقابل .

أي أن $\overline{S} = S^c = S - S$

$\overline{S \cap T} = \overline{S} \cap \overline{T}$	$\overline{S \cup T} = \overline{S} \cap \overline{T}$
$\overline{\overline{S}} = S$	$\overline{S - T} = \overline{S} \cup T$
$\overline{S \cap T} = \overline{S} \cup \overline{T}$	$\overline{S \cup T} = \overline{S} \cap \overline{T}$
$\overline{S \cap T} = \overline{S} \cup \overline{T}$	$\overline{S \cup T} = \overline{S} \cap \overline{T}$
$\overline{\emptyset} = U$	$\overline{U} = \emptyset$

قوانين دي مورغان : de Morgan Laws

$$\overline{S \cap T} = \overline{S} \cup \overline{T}$$

$$\overline{S \cup T} = \overline{S} \cap \overline{T}$$

الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) $S \times T$:

هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (a, b) حيث $a \in S$ و $b \in T$

والمسقط الثاني $b \in T$.

أي أن : $S \times T = \{(a, b) : a \in S, b \in T\}$

وعدد عناصر $S \times T =$ عدد عناصر $S \times$ عدد عناصر T

لتكن S ، T مجموعتين غير خاليتين تكون « ع » علاقة من S إلى T عندما تكون « ع »

مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي $S \times T$ ونعبر عن ذلك

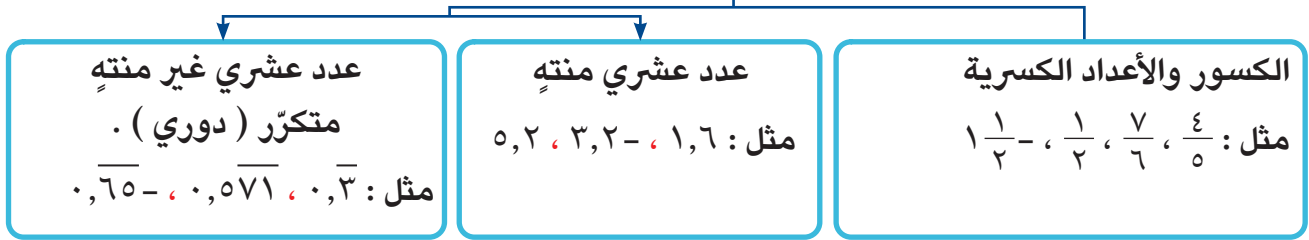
$$E \subseteq S \times T$$

◀ تكون « ع » علاقة على S إذا كانت $E \subseteq S \times S$.

الوحدة التعليمية الثانية الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{Q}$: هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{p}{b}$ حيث p, b عدنان صحيحان ، $b \neq 0$
 نعبّر عنها هكذا : $\mathbb{Q} = \{ \frac{p}{b} : p, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \}$
 $\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$
 حيث $\mathbb{Q}^+$ هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ، $\mathbb{Q}^-$ هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة .

الأعداد النسبية



يكون العدد النسبي $\frac{p}{b}$ في أبسط صورة إذا كان :

- $b \in \mathbb{Z}^+$
- العامل المشترك الأكبر للعددين p, b هو الواحد الصحيح .

إذا كان $p, b \in \mathbb{Z}^+$ ، $b \neq 0$

$$\frac{p}{b} = \frac{p-}{b-} \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{p}{b} - = \frac{p-}{b-} = \frac{p}{b} \quad \blacktriangleleft$$

$$0 = \frac{0}{b} \quad \blacktriangleleft$$

• $\frac{p}{b}$ عدد صحيح عندما p يقبل القسمة على b

• $\frac{p}{b}$ كمية غير معرّفة

لمقارنة عددين نسبيين أو لترتيبهما ، أكتب العددين النسبيين على شكل عددين عشريين أو على شكل كسرين لهما المقام نفسه .

ناتج جمع عددين نسبيين موجبين يكون عددًا نسبيًا موجبًا .
 عند جمع عددين نسبيين سالبين معًا ، نجمع القيمة المطلقة لكل منهما ، ويكون الناتج عددًا سالبًا .

الفصل الدراسي الأول

مجموع عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب هو الفرق بين أكبر قيمة مطلقة وأصغر قيمة مطلقة للعددين، ويكون الناتج :

- موجبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلقة أكبر موجبًا .
- سالبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلقة أكبر سالبًا .

لكل $a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$a + b = b + a \quad (\text{الخاصية الإبدالية لعملية الجمع على } \mathbb{Z})$$

لكل $a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$a + 0 = 0 + a = a \quad (\text{خاصية العنصر المحايد لعملية الجمع على } \mathbb{Z})$$

لكل $a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$a + (-b) = -b + a \quad (\text{خاصية المعكوس الجمعي في } \mathbb{Z})$$

لكل $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad (\text{الخاصية التجميعية لعملية الجمع على } \mathbb{Z})$$

▶ طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .

▶ لطرح عدد نسبي من آخر ، إجمع معكوسه الجمعي ،

$$\text{لكل } a, b \in \mathbb{Z} \text{ فإنه } a - b = a + (-b)$$

ضرب الأعداد النسبية يشبه ضرب الكسور وضرب الأعداد العشرية وضرب الأعداد الصحيحة .

ناتج ضرب عددين نسبيين موجبين معًا أو سالبين معًا يكون عددًا نسبيًا موجبًا .

ناتج ضرب عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب يكون عددًا نسبيًا سالبًا .

$$\text{إذا كان } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}, \text{ فإن } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

لكل $a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$a \times b = b \times a \quad (\text{الخاصية الإبدالية في عملية الضرب على } \mathbb{Z})$$

لكل $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، فإن :

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \quad (\text{خاصية التجميع لعملية الضرب على } \mathbb{Z})$$

لكل $a \neq 0$ ، فإن:

(خاصية العنصر المحايد لعملية الضرب على a) $a = a \times 1 = 1 \times a$

(خاصية الضرب في صفر لعملية الضرب على a) $0 = a \times 0 = 0 \times a$

لكل $\frac{a}{b}$ ، $a \neq 0$ ، فإن:

① المعكوس الضربي للعدد $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ ، $a \neq 0$

② (خاصية المعكوس الضربي لعملية الضرب على a) $1 = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$

لكل a, b ، $a \neq 0$ ، فإن:

(الخاصية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع في a) $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

لقسمة عدد نسبي على آخر غير الصفر، إضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخر واتبع قاعدة ضرب الأعداد النسبية.

تعميم: لأي عدد نسبي $\frac{a}{b}$ يكون:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a \times a}{b \times b} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{a}{b} \text{ مربع العدد}$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب a : هو العدد الذي مربعه يساوي a .
• لكل عدد نسبي موجب a جذران، أحدهما موجب $(\sqrt{a})$ والآخر سالب $(-\sqrt{a})$
(وستقتصر دراستنا على الجذر الموجب للعدد النسبي).

تعميم: لأي عدد نسبي $\frac{a}{b}$ يكون:

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b} \right)^3 = \frac{a}{b} \text{ مكعب العدد}$$

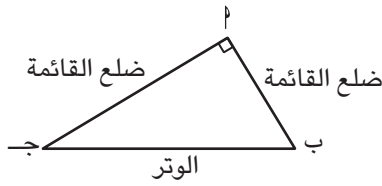
الجذر التكعيبي للعدد النسبي a : هو العدد الذي مكعبه a ويُرمز إليه بالرمز $\sqrt[3]{a}$.

◀ لإيجاد $\sqrt[3]{a}$ نحلل العدد a إلى عوامله الأولية، ونضعه على الصورة $a = b^3$

◀ الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب هو عدد موجب، فمثلاً $2 = \sqrt[3]{8}$

◀ الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد سالب، فمثلاً $-2 = \sqrt[3]{-8}$

الوحدة التعليمية الثالثة الهندسة والقياس

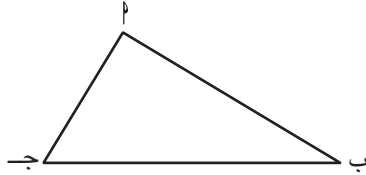


نظرية فيثاغورث في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساوياً لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .

$$\Delta \text{ ب ج قائم الزاوية في } \text{أ} \Leftrightarrow (\text{ب ج})^2 = (\text{ب أ})^2 + (\text{أ ج})^2$$

عكس نظرية فيثاغورث إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث مساوياً لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ، فإن هذا المثلث قائم الزاوية وتكون الزاوية القائمة هي المقابلة للضلع الأطول

بالرموز :



إذا كان $\Delta \text{ ب ج قائم الزاوية في } \text{أ} \Leftrightarrow (\text{ب ج})^2 = (\text{ب أ})^2 + (\text{أ ج})^2$ ، فإن :

لأي مثلث $\Delta \text{ ب ج حيث } \text{أ ج الضلع الأكبر طولاً يكون :$

- $(\text{ب ج})^2 = (\text{ب أ})^2 + (\text{أ ج})^2 \Leftrightarrow \Delta \text{ ب ج قائم الزاوية في } \text{أ} .$
- $(\text{ب ج})^2 > (\text{ب أ})^2 + (\text{أ ج})^2 \Leftrightarrow \Delta \text{ ب ج حادّ الزوايا .}$
- $(\text{ب ج})^2 < (\text{ب أ})^2 + (\text{أ ج})^2 \Leftrightarrow \Delta \text{ ب ج منفرج الزاوية في } \text{أ} .$

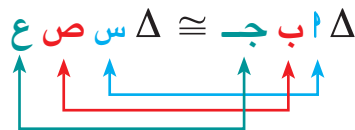
إذا تطابق **مثلثان** ، فإن :

- أضلاعهما المتناظرة متطابقة .
- زواياهما المتناظرة متطابقة .

يتطابق **مضلعان** إذا و فقط إذا كان :

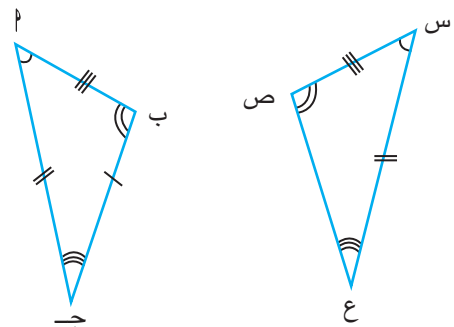
- أضلاعهما المتناظرة متطابقة .
- زواياهما المتناظرة متطابقة .

تكتب عبارة التطابق بحيث تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه ، ففي الرسم أدناه نكتب :



الرأس أ يناظر الرأس د
الرأس ب يناظر الرأس ع
الرأس ج يناظر الرأس ف

$$\Delta \text{ ب ج ح } \cong \Delta \text{ د ع ف}$$



يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحدهما مع نظيره في المثلث الآخر .

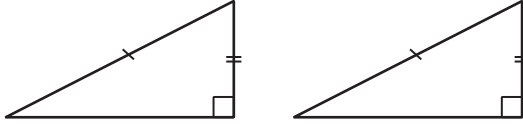
يُعبّر عن ذلك (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويُرمز إليها (ض . ض . ض)

الفصل الدراسي الأول

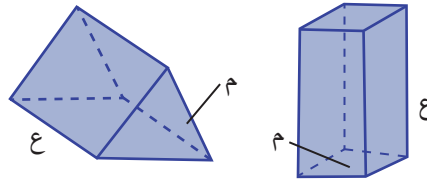
يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحددة بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر . يُعبّر عن ذلك (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويُرمز إليها (ض . ز . ض) .

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر ، ويُعبّر عن ذلك (زاوية ، ضلع ، زاوية) ، ويُرمز إليها (ز . ض . ز)

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر ، ويُعبّر عن ذلك (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع) ويُرمز إليها (و . ض)

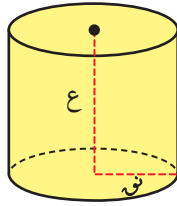


حجم المنشور القائم (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) .

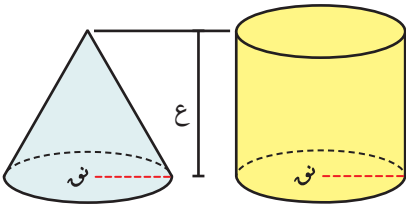


$$ح = م \times ع$$

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (ح) $ح = م \times ع$
 $ح = \pi \times ر^2 \times ع$



حجم المخروط الدائري القائم هو $\frac{1}{3}$ حجم الأسطوانة الدائرية القائمة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .



$$ح \text{ مخروط} = \frac{1}{3} \times (م \times ع) = \frac{1}{3} \times (\pi \times ر^2 \times ع)$$

حيث م مساحة القاعدة ، ع الارتفاع .

الوحدة التعليمية الرابعة النسبة والتناسب - التحويلات الهندسية

التناسب : هو تساوي نسبتين أو أكثر.

التناسب الطردي : الكمية ص تتغير طردياً بتغير الكمية س إذا كانت $\frac{ص}{س} = \text{عددًا ثابتًا}$.

ويكون : ١) $ص = \text{عددًا ثابتًا} \times س$

$$\frac{ص_1}{س_1} = \frac{ص_2}{س_2}$$

٢) كل زيادة في س يقابلها زيادة في ص ، كذلك كل نقص في س يقابله نقص في ص

بنسبة ثابتة .

التناسب العكسي : الكمية ص تتغير عكسيًا بتغير الكمية

س إذا كانت $ص \times س = \text{عددًا ثابتًا}$.

ويكون : ١) $ص = \frac{\text{عددًا ثابتًا}}{س}$

$$\frac{ص_1}{س_1} = \frac{ص_2}{س_2}$$

٢) كل زيادة في س يقابلها نقص في ص وكل

نقص في س يقابله زيادة في ص بنسبة ثابتة .

النسبة المئوية للتغير = $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}} \times 100\%$
التغير يكون إما بالزيادة أو بالنقصان .

وبصورة عامة :

بالانعكاس في
محور السينات $(س، ص) \rightarrow (س، -ص)$
وتكتب : $(س، ص) \xrightarrow{ع} (س، -ص)$

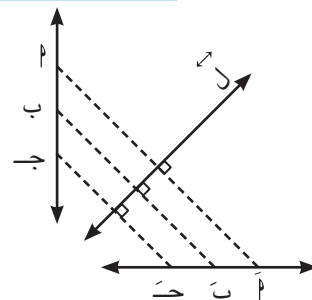
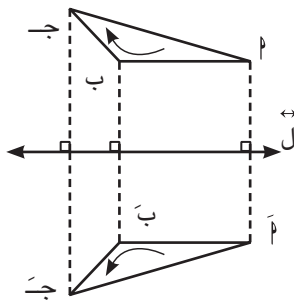
وبصورة عامة :

بالانعكاس في
محور الصادات $(س، ص) \rightarrow (-س، ص)$
وتكتب : $(س، ص) \xrightarrow{ع} (-س، ص)$

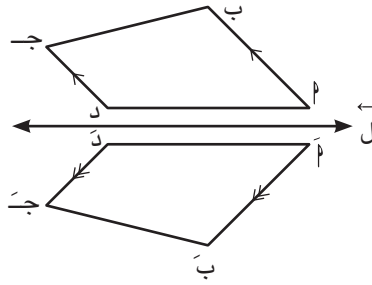
خواص الانعكاس في محور

الانعكاس في محور يحافظ على الاستقامة .

الانعكاس في محور يحافظ على البينية .



الانعكاس في محور يحافظ على التوازي . الفصل الدراسي الأول



الانعكاس في محور يحافظ على قياس الزوايا .

الانعكاس في محور يحافظ على الأطوال .

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة P في المستوى صورة $P' \in M$ بحيث تكون $P' = M$. والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة M التي تُسمّى **مركز الانعكاس** ، حيث M نقطة صامدة .

التناظر حول نقطة في المستوى

يُقال لشكل هندسي إنّه **متناظر حول نقطة** إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

الانعكاس في نقطة الأصل في مستوئ الإحداثيات

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثياتها السيني وإحداثياتها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .
عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : $P (س ، ص) \xrightarrow{ع} P' (-س ، -ص)$

الإزاحة هي : تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أي شكل من خلال نقل كل نقطة فيه مسافة ثابتة على خطّ مستقيم وفي اتجاه محدّد ، ولا تغيّر الإزاحة من الشكل وقياساته .

صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	النقطة
الإزاحة إلى أعلى بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)	الإزاحة جهة اليمين بمقدار (ب) وحدة (س + ب ، ص)
الإزاحة إلى أسفل بمقدار (ب) وحدة (س ، ص - ب)	الإزاحة جهة اليسار بمقدار (ب) وحدة (س - ب ، ص)

خواصّ الإزاحة في المستوئ الإحداثي

فالإزاحة تحافظ على البينية

فالإزاحة تحافظ على الاستقامة

فالإزاحة تحافظ على قياسات الأطوال

فالإزاحة تحافظ على قياس الزوايا

فالإزاحة تحافظ على التوازي