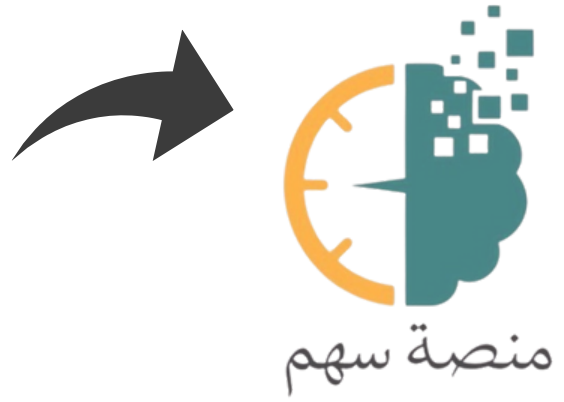




الفصل الرابع : العلاقات في المثلث

مراجعة للمفردات :-

المسلمة : عبارته تقبل على أنها صحيحة دون برهان

البرهان : دليل منطقي تكتب فيه كل عبارة مبررة بعبارة سبق إثبات صحتها.

النظرية : تستعمل لإثبات صحة عبارته أو تخمين

السلامة على مسيرنا

إذا افدتكم، اذكروني بدعوة رجاءا

اعداد

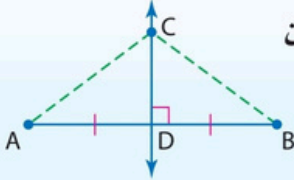
T:@zip2n

النظريات

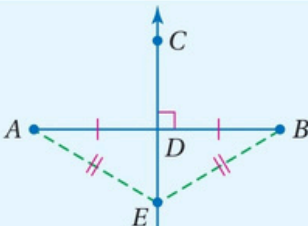
نظريتان

الأعمدة المنصّفة

أضف إلى
مطويتك



4.1 نظرية العمود المنصف
كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة.
مثال: إذا كان $\vec{CD}$ عموداً منصفاً لـ $\vec{AB}$ ، فإن $AC = BC$.

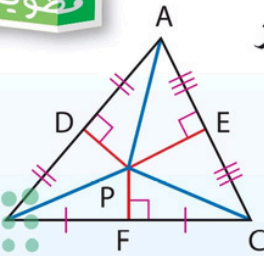


4.2 عكس نظرية العمود المنصف
كل نقطة على بُعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصف لتلك القطعة.
مثال: إذا كان $AE = BE$ ، و $\vec{CD}$ هو العمود المنصف لـ $\vec{AB}$ ، فإن E تقع على $\vec{CD}$.

نظرية 4.3

نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث.

أضف إلى
مطويتك



التعبير اللفظي: تلتقي الأعمدة المنصّفة لأضلاع مثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة الخارجية للمثلث، وهي دائرة تمر برؤوس المثلث، وهي على أبعاد متساوية من الرؤوس.

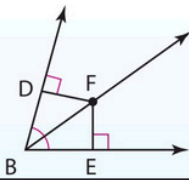
مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الخارجية للمثلث $\triangle ABC$ ، فإن $PB = PA = PC$.

نظريتان

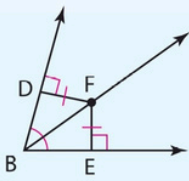
منصّفات الزوايا

أضف إلى

مطويتك



4.4 نظرية منصف الزاوية
كل نقطة تقع على منصف زاوية تكون على بُعدين متساويين من ضلعيها.
مثال: إذا كان $\vec{BF}$ منصفاً لـ $\angle DBE$ ، وكان $\vec{FD} \perp \vec{BD}$ ، $\vec{FE} \perp \vec{BE}$ ، فإن $DF = FE$.



4.5 عكس نظرية منصف الزاوية
كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بُعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصف الزاوية.
مثال: إذا كان $\vec{FD} \perp \vec{BD}$ ، $\vec{FE} \perp \vec{BE}$ ، $DF = FE$ ، فإن $\vec{BF}$ ينصف $\angle DBE$.

درس / المصنّفات في المثلث

النظريات

نظرية 4.6

نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

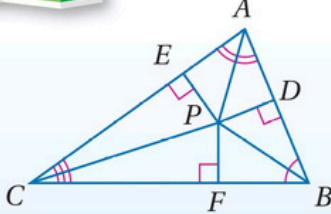
التعبير اللفظي: تتقاطع منصّات زوايا أي مثلث عند نقطة تُسمّى مركز الدائرة الداخلية للمثلث، وهي على أبعاد متساوية من أضلاعه.

مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC ،

$$PD = PE = PF$$

أضف إلى

مطويتك



درس / المصنّفات في المثلثات

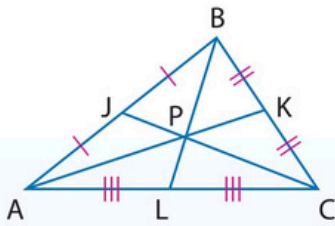
نظرية 4.7

نظرية مركز المثلث

يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثُلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

مثال: إذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإنّ

$$AP = \frac{2}{3} AK, BP = \frac{2}{3} BL, CP = \frac{2}{3} CJ$$



درس / القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

نظرية 4.8

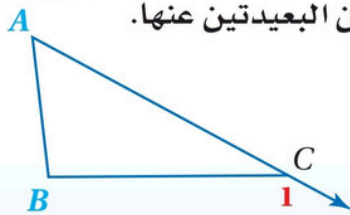
متباينة الزاوية الخارجية

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها.

$$m\angle 1 > m\angle A$$

مثال:

$$m\angle 1 > m\angle B$$



درس / المتباينات في المثلث

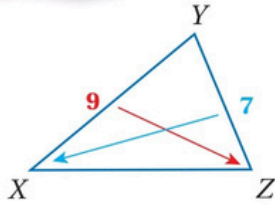
النظريات

أضف إلى

مطوبتك

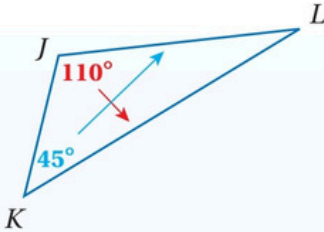
نظريتان

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه



4.9 متباينة ضلع-زاوية: إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.

مثال بما أن $XY > YZ$ ، فإن $m\angle Z > m\angle X$.



4.10 متباينة زاوية-ضلع: إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.

مثال بما أن $m\angle J > m\angle K$ ، فإن $KL > JL$.

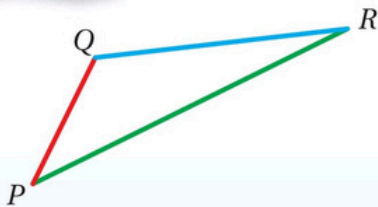
درس / المتباينات في المثلث

أضف إلى

مطوبتك

نظرية 4.11

نظرية متباينة المثلث



مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

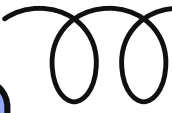
$$PQ + QR > PR$$

$$QR + PR > PQ$$

$$PR + PQ > QR$$

درس / متباينة في مثلث

النظريات



درس / متباينة المثلث

أضف الى
مطويتك

نظريتان

المتباينات في مثلثين

4.12 متباينة SAS

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$, فإن $\overline{BC} > \overline{GH}$.

4.13 عكس متباينة SAS (SSS)

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

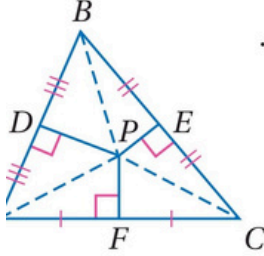
مثال: إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $\overline{PQ} > \overline{JK}$, فإن $m\angle R > m\angle L$.



البراهين

برهان

نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث



المعطيات: $\overline{PD}, \overline{PF}, \overline{PE}$ أعمدة منصّفة للأضلاع $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$ على الترتيب.

المطلوب: $AP = CP = BP$

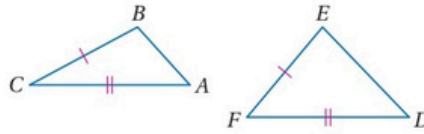
برهان حرّ:

بما أن P تقع على العمود المنصف لـ $\overline{AC}$ ، فإنها متساوية البُعد عن A, C .
أي أن $AP = CP$. والعمود المنصف لـ $\overline{BC}$ يمر أيضًا بالنقطة P . لذلك يكون $CP = BP$ ، وتبعًا لخاصية
التعدي لعلاقة المساواة يكون $AP = BP$ ؛ إذن $AP = CP = BP$.

درس / المصنفات في المثلثات

برهان

متباينة SAS



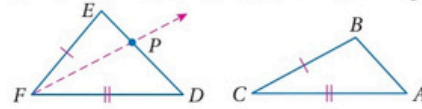
المعطيات: في المثلثين ABC, DEF ،
 $\overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, m\angle F > m\angle C$

المطلوب: $DE > AB$

البرهان:

تعلم أن: $\overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، وتعلم أيضًا أن: $m\angle F > m\angle C$.

ارسم نصف المستقيم FP ، على أن يكون $\overline{PF} \cong \overline{BC}$ ، وهذا سيقودنا إلى حالتين هما:
الحالة 1 تقع على $\overline{DE}$ ، وعندها يكون $\triangle FPD \cong \triangle CBA$ بحسب SAS، لذا يكون $PD = BA$ ؛ لأن
العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، وبحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة،

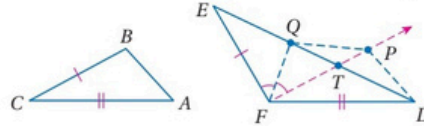


ومسلمة جمع قياسات القطع المستقيمة يكون $DE = EP + PD$ ؛ لذا يكون $DE > PD$ بناءً على

تعريف المتباينة، وبالتعويض يكون $DE > AB$

الحالة 2 لا تقع على $\overline{DE}$

وعندئذ سُمّ نقطة تقاطع $\overline{ED}$ ، $\overline{FP}$ بالحرف T ، وارسم القطعة المستقيمة المساعدة $\overline{FQ}$
على أن تكون Q على $\overline{DE}$ ، وتكون $\angle EFQ \cong \angle QFP$ ، ثم ارسم القطعتين المستقيمتين
المساعدتين $\overline{PD}, \overline{PQ}$.



معطى $\overline{FP} \cong \overline{BC}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{AC} \cong \overline{DF}$

خاصية التعدي للتطابق

خاصية الانعكاس للتطابق

شرط تحديد النقطة Q

مسلمة SAS

تطابق العناصر المتناظرة

تعريف التطابق

شرط تحديد النقطة

مسلمة SAS

تطابق العناصر المتناظرة

تعريف التطابق

متباينة المثلث

بالتعويض

مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

بالتعويض

بالتعويض

$\overline{FP} \cong \overline{EF}$

$\overline{QF} \cong \overline{QF}$

$\angle EFQ \cong \angle QFP$

$\triangle EFQ \cong \triangle PFQ$

$\overline{EQ} \cong \overline{PQ}$

$EQ = PQ$

$m\angle DFP = m\angle C$

$\triangle FPD \cong \triangle CBA$

$\overline{PD} \cong \overline{BA}$

$PD = BA$

$QD + PQ > PD$

$QD + EQ > PD$

$ED = QD + EQ$

$ED > PD$

$ED > BA$

درس / المتباينات في مثلثين

@zip2n



وزارة التّـ

of Education