

الوحدة الثانية : الدوال الحقيقية

2-1 : مجال الدالة

العلاقة و الدالة :

العلاقة هي أي مجموعة من الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي وتسمى مجموعة المساقط الأولى لهذه الأزواج (الإحداثيات الأفقية أي السينية) **مجال الدالة** .

وتسمى مجموعة المساقط الثانية (الإحداثيات الرأسية أي الصادية) **مدى العلاقة** وهي مجموعة جزئية من **المجال المقابل** .

عندما يكون كل عنصر (عدد) في المجال مرتبطاً بعنصر (عدد) واحد فقط من المجال المقابل ، فإن العلاقة تسمى **دالة** .

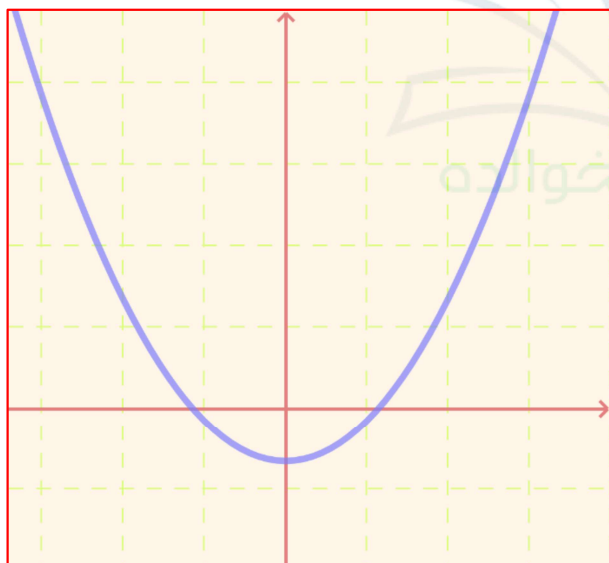
و الدالة التي مجالها و مجالها المقابل مجموعتان جزئيتان من الأعداد الحقيقية تسمى **دالة حقيقية** .

اختبار المستقيم الرأسي :

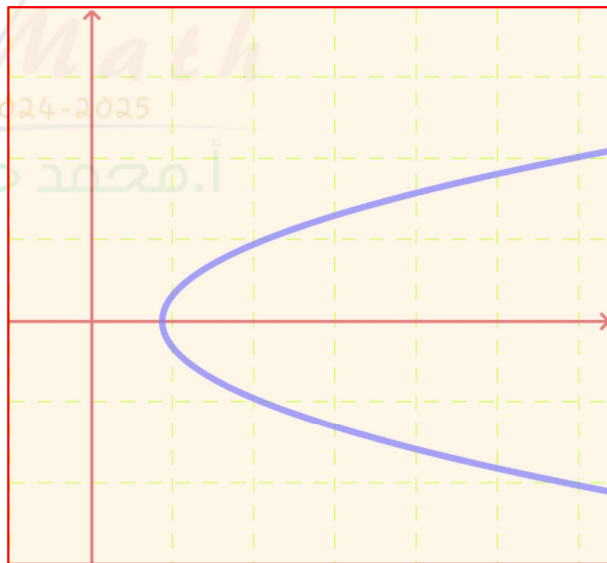
إذا تقاطع كل مستقيم رأسي مع بيان علاقة ما بنقطة واحدة على الأكثر ، فإن هذه العلاقة تكون دالة .

مثال (1) استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل دالة أم لا :

(a)



(b)



مجال الدالة : مجال الدالة $y = f(x)$ هو مجموعة كل الأعداد الحقيقية التي يأخذها المتغير x ولتكن هذه المجموعة D وينتج عنها قيم حقيقية للمتغير y ونقول أن الدالة معرفة على المجال D

قواعد تحديد مجال الدالة

① مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

مثال (2) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

(a) $f(x) = 2x + 1$

(b) $g(x) = x^2 + 3x + 1$

② مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام

مثال (3) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

(a) $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 4}$

(b) $g(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$

(c) $h(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 4}$

تطبيق أوجد مجال كل دالة مما يلي :

① $f_1(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$

② $f_2(x) = -\frac{3x - 1}{5 - 2x}$

3 مجال الدالة $f(x) = |x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

4 مجال الدالة $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي (دالة الجذر التربيعي)

هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق $g(x) \geq 0$

مثال (4) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

a $f(x) = \sqrt{3x - 4}$

b $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$



5 مجال الدالة $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي (دالة الجذر التكعيبي) هو مجال الدالة g

مثال (5) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

a $f(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$

b $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 5x}{x}}$

٦ مجال الدالة $f(x) = g(x) \pm h(x)$ هو مجال $g \cap$ مجال h

مثال (6) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

a $f(x) = x^3 - 4x^2 - 4 + \sqrt{x - 9}$

b $g(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x - 6}$



7 مجال الدالة $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ هو مجال $g \cap$ مجال h

مثال (7) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

a $f(x) = (2x^2 + x)\sqrt{8 - 2x}$

b $g(x) = (\sqrt[3]{x^2 - 2})(\sqrt{2x - 3})$



أ.محمد جبر الخوالده

8 مجال الدالة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ هو (مجال $g \cap$ مجال h) / مجموعة أصفار المقام.

مثال (8) أوجد مجال كل دالة مما يلي :

a $f(x) = \frac{\sqrt{3x-4}}{x-2}$

b $g(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-9}$



تطبيق أوجد مجال كل دالة مما يلي :

① $f_1(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

② $f_2(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$



$$\textcircled{3} \quad f_3(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{3 + x}}$$

$$\textcircled{4} \quad f_4(x) = \frac{\sqrt{-2x} + 3}{x - 1}$$



البنود الموضوعية 2-1

في التمارين (1 - 5) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

(a) (b)

(2) مجال الدالة $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3, \infty)$

(a) (b)

(3) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{-x}$ هو $(-\infty, 0]$

(a) (b)

(4) مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2} \sqrt{x+3}$ هو $[-3, \infty)$

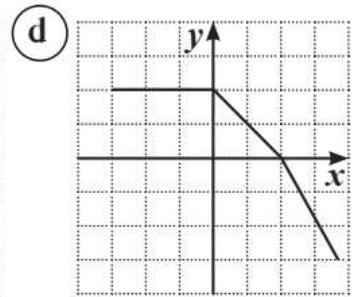
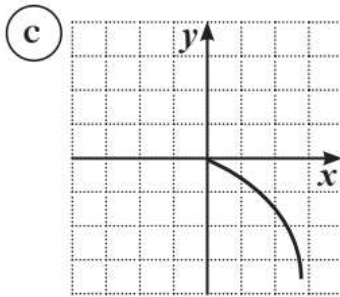
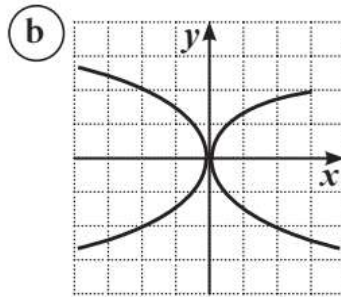
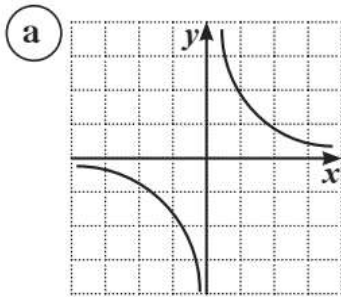
(a) (b)

(5) مجال الدالة $f(x) = |x| - 2$ هو $\mathbb{R}$

(a) (b)

في التمارين (6 - 11) ظلل الرمز الدال على الإجابة صحيحة.

(6) أي مما يلي لا يمثل بيان دالة :



(7) مجال الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ هو :

(a) $\mathbb{R}$

(b) $\mathbb{R}/\{1\}$

(c) $\mathbb{R}/\{-1, 1\}$

(d) $\mathbb{R}/\{-1\}$

(8) مجال الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو :

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$

(b) $[0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(0, \infty)$

(9) مجال الدالة $f(x) = \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو :

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$

(b) $\mathbb{R}/\{0, 1\}$

(c) $\mathbb{R}/\{0\}$

(d) $(0, \infty)/\{1\}$

(10) مجال الدالة $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو :

- (a) $(0, \infty)$ (b) $[1, \infty)$ (c) $(-1, \infty)$ (d) $[-1, \infty)/\{0\}$

(11) لتكن $f(x) = x\sqrt{x}$, $g(x): [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$ فإن مجال الدالة $f \cdot g$ هو :

- (a) $[-2, 2]$ (b) $[0, 2]$ (c) $(0, 2)$ (d) ليس أي مما سبق صحيحاً

2-2 : الدوال التربيعية و نمذجتها

الصورة العامة للدالة التربيعية هي :

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

حد من الدرجة
الثانية

حد من الدرجة
الأولى

حد مطلق (ثابت)

تمثل الدالة التربيعية بيانياً بمنحنى متمائل حول المستقيم الرأسى الذي يمر برأس المنحنى

و يسمى شكل المنحنى قطعاً مكافئاً .

و الإحداثى السينى لرأس هذا المنحنى $x = -\frac{b}{2a}$ و هو معادلة المستقيم الرأسى الذي يسمى محور التماثل .

مثال (1) حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية:

(a) $f(x) = 2x(x - 3)$

(b) $f(x) = (x - 2)(2x + 1)$

(c) $f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$