

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

رياضيات

الصف الثاني عشر العلمي
الفصل الدراسي الثاني

إجابات

نماذج

الاختبار التقويمي الأول

إعداد :
هالة لبيب
٢٠٢٤ - ٢٠٢٥

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نموذج (١)

أولاً: الأسئلة المقالية :

$$\int \frac{x^3 - x}{x^4 - 2x^2} dx$$

① أوجد ما يلي :

$$= \frac{1}{4} \int \frac{4(x^3 - x)}{x^4 - 2x^2} dx$$

$$u = x^4 - 2x^2$$
$$du = 4x^3 - 4x$$

$$= \frac{1}{4} \int \frac{4x^3 - 4x}{x^4 - 2x^2} dx$$

$$= \frac{1}{4} \int \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{4} \ln |u| + C$$

$$= \frac{1}{4} \ln |x^4 - 2x^2| + C$$

$$\int \sqrt[5]{3x+7} dx$$

② أوجد ما يلي :

$$g(x) = 3x+7$$

$$g'(x) = 3$$

$$\int \sqrt[5]{3x+7} dx = \int (3x+7)^{\frac{1}{5}} dx$$
$$\frac{3}{3} \leftarrow \text{بالمضرب في} = \frac{1}{3} \int 3(3x+7)^{\frac{1}{5}} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int (g(x))^{\frac{1}{5}} g'(x) dx$$

$$= \frac{1}{3} \frac{(3x+7)^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}} + C$$

$$= \frac{5}{18} (3x+7)^{\frac{6}{5}} + C$$

$$= \frac{5}{18} \sqrt[5]{(3x+7)^6} + C$$

ثانياً : الأسئلة الموضوعية :

① $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + c$

Ⓐ Ⓑ

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{x^2} dx &= \int x^{-2} dx \\ &= \frac{x^{-1}}{-1} + C \\ &= -\frac{1}{x} + C\end{aligned}$$

② $\int \sec^5 x \tan x dx =$

Ⓐ $\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

Ⓑ $-\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

Ⓒ $\frac{1}{5} \sec^6 x + C$

Ⓓ $\frac{1}{5} \sec^5 x + C$

$u = \sec x$

$du = \sec x \tan x dx$

$$\int \sec^5 x \tan x dx = \int \sec^4 x \cdot \sec x \tan x dx$$

$$= \int u^4 du$$

$$= \frac{u^5}{5} + C$$

$$= \frac{1}{5} u^5 + C = \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

نموذج (٢)

أولاً: الأسئلة المقالية :

$$\int \sqrt{1 + \sin x} \cos x dx$$

① أوجد ما يلي :

$$u = 1 + \sin x$$

$$du = \cos x dx$$

$$\int \sqrt{1 + \sin x} \cos x dx$$

$$= \int \sqrt{u} du$$

$$= \int u^{\frac{1}{2}} du$$

$$= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{3} (1 + \sin x)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \sin x)^3} + C$$

٢ أثبت أن $F(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$ هي مشتقة عكسية

$$f(x) = 1 - \frac{2}{x^3} \text{ للدالة}$$

$$F(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$$

$$F'(x) = \frac{x^2(3x^2) - (x^3 + 1)(2x)}{(x^2)^2}$$

$$= \frac{3x^4 - 2x^4 - 2x}{x^4}$$

$$= \frac{x^4 - 2x}{x^4}$$

$$= \frac{x^4}{x^4} - \frac{2x}{x^4}$$

$$= 1 - \frac{2}{x^3} = f(x)$$

$\therefore F$ هي مشتقة عكسية
للدالة f

ثانياً : الأسئلة الموضوعية :

① إذا كانت $f(x) = e^{x^2}$

فإن $f'(x) = 2xe^{2x}$

$$f'(x) = e^{x^2} (x^2)' \\ = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$$

٢ $\int \frac{(x+1)}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}} dx =$

Ⓐ $\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^2+2x+3} + C$ Ⓑ $3 \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$

Ⓒ $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$ Ⓓ $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$

$$(x^2+2x+3)' = \underline{2x+2}$$

$$\int (x^2+2x+3)^{-\frac{1}{3}} (x+1) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int (x^2+2x+3)^{-\frac{1}{3}} (2x+2) dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2+2x+3)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{4} (x^2+2x+3)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$$

نموذج (٣)

أولاً: الأسئلة المقالية :

$$\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$$

① أوجد ما يلي :

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x dx$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx = -\int \frac{1}{u^3} du$$

$$= -\int u^{-3} du$$

$$= -\frac{u^{-2}}{-2} + C$$

$$= \frac{1}{2} u^{-2} + C$$

$$= \frac{1}{2u^2} + C$$

$$= \frac{1}{2 \cos^2 x} + C$$

$$= \frac{1}{2} \sec^2 x + C$$

$$\int (x^2 - 2)e^{x^3 - 6x} dx$$

② أوجد ما يلي :

$$u = x^3 - 6x$$
$$du = (3x^2 - 6) dx$$

$$= \frac{1}{3} \int 3(x^2 - 2) e^{x^3 - 6x} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int (3x^2 - 6) e^{x^3 - 6x} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int e^{x^3 - 6x} (3x^2 - 6) dx$$

$$= \frac{1}{3} \int e^u du = \frac{1}{3} e^u + C$$

$$= \frac{1}{3} e^{x^3 - 6x} + C$$

ثانياً : الأسئلة الموضوعية :

- Ⓐ Ⓑ $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية
للدالة $f(x) = -3x^{-4}$ ①

$$\begin{aligned} F(x) &= x^{-3} \\ F'(x) &= -3x^{-4} = f(x) \end{aligned}$$

② $\int x(x^2 + 2)^7 dx =$

Ⓐ $\frac{1}{12}(x^2 + 2)^6 + C$

Ⓑ $\frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + C$

Ⓒ $\frac{1}{4}(x^2 + 2)^8 + C$

Ⓓ $\frac{1}{3}(x^2 + 2)^6 + C$

$$\begin{aligned} x(x^2 + 2)^7 dx &= \frac{1}{2} \int (x^2 + 2)^7 (2) x dx \\ &= \frac{1}{2} \frac{(x^2 + 2)^8}{8} + C \\ &= \frac{1}{16} (x^2 + 2)^8 + C \end{aligned}$$