



مشتاقون



في



الرياضيات



الصف الحادي عشر علمي
غير محلولة

أ/ أحمد جمال

قوانين الوحدة التاسعة

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$$

$$1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

متطابقات المجموع والفرق

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos \beta \cos \alpha - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta + \alpha) = \sin \beta \cos \alpha + \cos \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{1 - \tan \beta \tan \alpha}, \quad \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

متطابقات نصف الزاوية:

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, \quad \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

مراجعة التقويمي الثاني

أثبت صحة المتطابقة: $\tan x + \cot x = \sec x \csc x$

أثبت صحة المتطابقة: $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \cdot \tan^2 x$

أثبت صحة كل متطابقة مما يلي:

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$$

$$2 \cot x \csc x = \frac{1}{\sec x - 1} + \frac{1}{\sec x + 1}$$

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \tan x \cdot \sec x$$

$$\cot^2 x - \cos^2 x = \cos^2 x \cot^2 x$$

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

$$\frac{\tan x}{\sec x - 1} = \frac{\sec x + 1}{\tan x}$$

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = (\csc x - \cot x)^2$$

$$\frac{\tan^2 x}{\sec x + 1} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$$

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$$

$$\frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

حل المعادلة $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$

حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

حل المعادلة : $4\sin^2 - 4\sin x - 3 = 0$

حل المعادلة : $2\cos \theta \sin \theta = \sin \theta$

حل المعادلة : $\sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$

حل المعادلة : $\sqrt{3} \tan \alpha = 1$

إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α, β زاويتين حادتين، أوجد كلاً مما يلي:

(1) $\cos(\alpha - \beta)$

(2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ، $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ أوجد :

(1) $\tan 2\theta$

(2) $\sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)$

إذا كان $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos \beta = \frac{-12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\sin(\alpha + \beta)$

(2) $\tan 2\beta$

إذا كان $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}, \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$

إذا كانت $\sin \theta = \frac{-24}{25}, 180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، فأوجد $\cos \frac{\theta}{2}, \tan \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2}$

إذا كان $\sin \theta = \frac{-3}{5}$; $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فأوجد

$$\tan 2\theta \quad (2) \quad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

إثبات صحة متطابقات مثلثية

تمرين 2 - 9

في التمارين (1 - 4) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)	(b)	(1) $3 \sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة
(a)	(b)	(2) $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة.
(a)	(b)	(3) $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$ تمثل متطابقة.

في التمارين (5 - 10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(5) المقدار $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:			
(a) $\sin x \tan x$	(b) $\sin x \sec^2 x$	(c) $\cos x \sec^2 x$	(d) $\sin x \csc x$
(6) المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:			
(a) $-4 \sin x \cos x$	(b) 2	(c) -2	(d) $4 \sin x \cos x$
(7) المقدار: $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار:			
(a) $\sec x \csc x$	(b) $\sec x \sin x$		
(c) $\sec x \cos x$	(d) $\sin x \cos x$		

(8) المقدار: $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

(a)

$\tan^2 x$

(b)

$\cot^2 x$

(c)

$\tan^2 x \sin^2 x$

(d)

$\cot^2 x \cos^2 x$

(9) المقدار: $1 + \frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x}$ متطابق مع المقدار:

(a)

1

(b)

-1

(c)

2

(d)

-2

(10) المقدار: $\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

(a)

$-\tan x \sin x$

(b)

$-\tan x$

(c)

$\tan x \sin x$

(d)

$\tan x$

حل معادلات مثلثية

تمرين 3 - 9

في التمارين (1 - 5) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)	(b)	(1) حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.
(a)	(b)	(2) حل المعادلة $\cos x = \sqrt{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.
(a)	(b)	(3) حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.
(a)	(b)	(4) حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$
(a)	(b)	(5) حلول المعادلة $2\sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$

في التمارين (6 - 11)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع							
<input checked="" type="radio"/> a	الأول	<input checked="" type="radio"/> b	الأول أو الثالث	<input checked="" type="radio"/> c	الثالث	<input checked="" type="radio"/> d	الثاني أو الرابع
(7) حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:							
<input checked="" type="radio"/> a	$-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$			<input checked="" type="radio"/> b	$\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$		
<input checked="" type="radio"/> c	$\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$			<input checked="" type="radio"/> d	$\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$		
(8) حلول المعادلة: $2\sqrt{2}\sin x \cos x - \sqrt{2}\cos x - 2\sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:							
<input checked="" type="radio"/> a	$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$			<input checked="" type="radio"/> b	$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$		
<input checked="" type="radio"/> c	$\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$			<input checked="" type="radio"/> d	$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$		

متطابقات المجموع والفرق

تمرين 4 - 9

في التمارين (1 - 4) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)	(b)	$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (1)
(a)	(b)	$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ (2)
(a)	(b)	$\cos \left(h + \frac{\pi}{2} \right) = -\cosh$ (3)
(a)	(b)	$\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$ (4)

في التمارين (5 - 11)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$\tan \frac{7\pi}{12}$ تساوي:					
(a)	$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}$	(b)	$\sqrt{2} + \sqrt{6}$	(c)	$2 + \sqrt{3}$
(d)	$-2 - \sqrt{3}$	$\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$ تساوي:			
(a)	$\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$	(b)	$\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$	$\tan \left(h + \frac{\pi}{4} \right)$ تساوي:	
(c)	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$	(d)	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$	$\frac{1 - \tanh}{1 + \tanh}$	
(a)	$1 + \tanh$	(b)	$\frac{1 - \tanh}{1 + \tanh}$	$1 - \tanh$	
(c)	$\frac{1 + \tanh}{1 - \tanh}$	(d)	$1 - \tanh$		

(8) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

(a)

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$$

(b)

$$\sqrt{2}(\cos x + \sin x)$$

(c)

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x + \sin x)$$

(d)

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$$

(9) $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$ تساوي:

(a)

$$\cos 112^\circ$$

(b)

$$\cos 76^\circ$$

(c)

$$\sin 112^\circ$$

(d)

$$\sin 76^\circ$$

(10) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ تساوي:

(a)

$$\cos \frac{4\pi}{21}$$

(b)

$$\sin \frac{4\pi}{21}$$

(c)

$$\cos \frac{10\pi}{21}$$

(d)

$$\sin \frac{10\pi}{21}$$

(11) $\frac{\tan \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{3}}{1 + \tan \frac{\pi}{5} \tan \frac{\pi}{3}}$ تساوي:

(a)

$$\tan \frac{2\pi}{15}$$

(b)

$$\tan \frac{8\pi}{15}$$

(c)

$$\tan \left(\frac{-8\pi}{15} \right)$$

(d)

$$\tan \left(\frac{-2\pi}{15} \right)$$

متطابقات ضعف الزاوية ونصفها

تمرين 5 - 9

في التمارين (5 - 1) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)	(b)	$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$ (1)
(a)	(b)	$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$ (3)
(a)	(b)	$\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$ (4)
(a)	(b)	$\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$ (5)

في التمارين (8 - 6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

$2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي:			
(a)	$\frac{1 + \cos x}{2}$	(b)	$1 + \cos x$
(c)	$1 + \cos 2x$	(d)	$\frac{1 - \cos 2x}{2}$
$\cos \frac{\pi}{8}$ تساوي:			
(a)	$\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$	(b)	$\sqrt{2} - 1$
(c)	$\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$	(d)	$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$
(8) إذا كان: $\cos \theta = \frac{-7}{25}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن $\cos \frac{\theta}{2}$ يساوي:			
(a)	$\frac{2}{5}$	(b)	$\frac{-2}{5}$
(c)	$\frac{-3}{5}$	(d)	$\frac{3}{5}$