@MOH82FALAH

أ / محمد نوري الفلاح

2023 – 2024

الفصل الدراسي الثاني

نماذج إجابات الامتحانات السابقة

الصف الثاني عشر علمي

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2022 / 2023 م

القسم الأول :أسئلة المقال: (تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(1) $\int (x^2 + \cos 2x)dx$ (3 درجات)

الحل:

$1+1+1$	$\int (x^2 + \cos 2x)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}\sin 2x + C$

(2) $\int 3xe^{2x+1}dx$ (5 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$u = 3x \qquad dv = e^{2x+1}dx$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$du = 3\,dx \qquad v = \frac{1}{2}e^{2x+1}$
1	$\int udv = uv - \int v\,du$
1	$\int 3x\,e^{2x+1}dx = \frac{3}{2}x\,e^{2x+1} - \frac{3}{2}\int e^{2x+1}\,dx$
1	$= \frac{3}{2}x\,e^{2x+1} - \frac{3}{4}e^{2x+1} + C$

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

تابع : السؤال الأول :

(b) إذا كانت $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

(1) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

(2) البؤرتين.

(3) معادلتي دليلي القطع.

(4) طول كل من المحورين.

(7 درجات)

الحل:

(1) معادلة القطع الناقص هي : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

و منها نجد أن :

$a^2 = 36 \rightarrow a = 6$ $\frac{1}{2}$

$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$ $\frac{1}{2}$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

رأسا القطع هما : $A_1(0, -6)$, $A_2(0, 6)$ 1

طرفا المحور الأصغر هما : $B_1(-4, 0)$, $B_2(4, 0)$ 1

(2) $c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 16 = 20$ 1

و منه $c = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

البؤرتين هما : $F_1(0, -2\sqrt{5})$, $F_2(0, 2\sqrt{5})$ $\frac{1}{2}$

(3) معادلة الدليلين : $y = \frac{a^2}{c}$ ، $y = -\frac{a^2}{c}$ و منه نجد : $\frac{1}{2}$

$$y = \frac{a^2}{c} = \frac{36}{2\sqrt{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$$ $\frac{1}{2}$

$$y = -\frac{a^2}{c} = -\frac{36}{2\sqrt{5}} = -\frac{18}{\sqrt{5}} = -\frac{18\sqrt{5}}{5}$$ $\frac{1}{2}$

(4) طول المحور الأكبر هو $2a$: $2a = 2 \times 6 = 12$ $\frac{1}{2}$

(5) طول المحور الأصغر هو $2b$: $2b = 2 \times 4 = 8$ $\frac{1}{2}$

السؤال الثاني :

ⓐ أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4, 0)$, $F_2(4, 0)$
و رأساه $A_2(2, 0)$, $A_1(-2, 0)$ ثم أوجد معادلة كلا من خطيه المقاربين

(6 درجات)

الحل:

∵ البؤرتين على محور السينات $\frac{1}{2}$

∴ معادلة القطع الزائد هي : $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $\frac{1}{2}$

∵ إحدى البؤرتين $F_2(4, 0)$ $\frac{1}{2}$

∴ $c = 4$ $\frac{1}{2}$

∵ إحدى الرأسين $A_2(2, 0)$ $\frac{1}{2}$

∴ $a = 2$ $\frac{1}{2}$

$b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 4 = 12$ $\frac{1}{2}$

و منه $b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\frac{1}{2}$

معادلة القطع الزائد هي : $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{12} = 1$ 1

معادلتا الخطين المقاربين هما :

$$y = \pm\frac{b}{a}x$$

$$y = \pm\frac{2\sqrt{3}}{2}x \quad \frac{1}{2}$$

$$y = \pm\sqrt{3}\,x \quad \frac{1}{2}$$

تابع : السؤال الثاني :

b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{x+17}{2x^2+5x-3}$

فأوجد :

1) الكسور الجزئية .

2) $\int f(x)\,dx$

(9 درجات)

الحل:

1) نحلل المقام : $2x^2+5x-3 = (2x-1)(x+3)$ — 1

$$\frac{x+17}{2x^2+5x-3} = \frac{A_1}{2x-1} + \frac{A_2}{x+3}$$ 1

$$x+17 = A_1(x+3) + A_2(2x-1)$$ 1

عوض عن x بـ $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2}+17 = A_1\left(\frac{1}{2}+3\right) + A_2(2(\frac{1}{2})-1) \quad \rightarrow A_1 = 5$$ 1

عوض عن x بـ -3:

$$-3+17 = A_1(-3+3) + A_2(2(-3)-1) \rightarrow A_2 = -2$$ 1

$$\frac{x+17}{2x^2+5x-3} = \frac{5}{2x-1} - \frac{2}{x+3}$$ 1

2)

$$\int \frac{x+17}{2x^2+5x-3}\,dx = \int \left(\frac{5}{2x-1} - \frac{2}{x+3}\right) dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{5}{2x-1}\,dx - \int \frac{2}{x+3}\,dx$$

$$= 5\int \frac{1}{2x-1}\,dx - 2\int \frac{1}{x+3}\,dx$$

$$= \frac{5}{2}\ln|2x-1| - 2\ln|x+3| + C$$ $2\frac{1}{2}$

السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي:
$3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1, 2)$

(6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$ $$\because f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1)\, dx$$

2 $$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$

1 $$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $A(1, 2)$ في المعادلة السابقة

1 فنحصل على : $2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C$

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$ $$C = 2$$

معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$\frac{1}{2}$ $$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$

تابع : السؤال الثالث :

(b) استخدم التعويض المناسب لايجاد التكامل :

$$\int x^3\sqrt{x^2-2}\,dx$$

(9 درجات)

الحل:

$u = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 = u + 2$	$1+1$
$du = 2x\,dx \Rightarrow x\,dx = \frac{1}{2}\,du$	$1+1$
$\int x^3\sqrt{x^2-2}\,dx = \int \sqrt{x^2-2}\;x^2(x\,dx)$	
$= \int \sqrt{u}(u+2)\left(\frac{1}{2}du\right)$	1
$= \int \frac{1}{2}\left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}}\right)du$	1
$= \int \left(\frac{1}{2}\,u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}}\right)du$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{5}\,u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}} + C$	$1\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{5}\,(x^2-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,(x^2-2)^{\frac{3}{2}} + C$	1

السؤال الرابع :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \qquad , y_2 = -2x + 5$$

(8 درجات)

الحل:

لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع :

نضع $y_1 = y_2$

1 $$x^2 + 2 = -2x + 5$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

1 $$x = 1 \text{ أو } x = -3$$

∴ يكون التكامل من $x = -3$ إلى $x = 1$ و مساحة المنطقة هي :

$\frac{1}{2}$ $$A = \left|\int_{-3}^{1} (y_2 - y_1)\, dx\right|$$

1 $$A = \left|\int_{-3}^{1} [(-2x + 5) - (x^2 + 2)]\, dx\right|$$

$\frac{1}{2}$ $$= \left|\int_{-3}^{1} [-x^2 - 2x + 3]\, dx\right|$$

$1\frac{1}{2}$ $$= \left|\left[\frac{-x^3}{3} - x^2 + 3x\right]_{-3}^{1}\right|$$

2 $$= \left|\left[\frac{-(1)^3}{3} - (1)^2 + 3(1)\right] - \left[\frac{-(-3)^3}{3} - (-3)^2 + 3(-3)\right]\right|$$

$$= \left|\frac{32}{3}\right|$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{32}{3} \quad \text{(وحدة مربعة)}$$

تابع: السؤال الرابع :

b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن "عدد الكتابات"

فأوجد ما يلي :

1) فضاء العينة (S) و عدد عناصره n(S) .

2) مدى المتغيّر العشوائي X .

3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغيّر العشوائي X .

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X .

(7 درجات)

الحل:

1) فضاء العينة (S)

$1\frac{1}{2}$ S = { (H,H,H) , (H,H,T) , (H,T,H) , (T,H,H) , (H,T,T) , (T,H,T), (T,T,H) ,(T,T,T) }

$\frac{1}{2}$ n(S) = 8

(2

عدد الكتابات في كل عنصر	عناصر فضاء العينة
0	(H,H,H)
1	(H,H,T)
1	(H,T,H)
1	(T,H,H)
2	(H,T,T)
2	(T,H,T)
2	(T,T,H)
3	(T,T,T)

1 ∴ مدى المتغيّر العشوائي : X = { 0 , 1 , 2 , 3 }

$\frac{1}{2}$ 3) $P(X=0)=\frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}$ $P(X=1)=\frac{3}{8}$

$\frac{1}{2}$ $P(X=2)=\frac{3}{8}$

$\frac{1}{2}$ $P(X=3)=\frac{1}{8}$

4) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X :

2

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

القسم الثاني البنود الموضوعية (لكل بند درجة واحدة)

في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ,
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int_{-1}^{1}(|x|)^3 dx = -\frac{1}{2}$

(2) إذا كانت $y^2 = -\frac{1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ ،فإن خط التماثل هو محور السينات

(3) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد .

في البنود من(4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

(4) إذا كان: $\int_{3}^{-1} g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)dx$ تساوي

(a) 18 (b) −6 (c) 6 (d) 12

(5) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

(6) $\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$ يساوي

(a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

(b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

(c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

(d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

(7) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

ⓐ $y = 2\,e^{\frac{5}{2}}$

ⓑ $y = \dfrac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

ⓒ $y = 2\,e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)} + 1$

ⓓ $y = 2\,e^{\left(-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)} + 1$

---

(8) الاختلاف المركزي للمعادلة $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{25} = 1$ هو:

ⓐ $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$

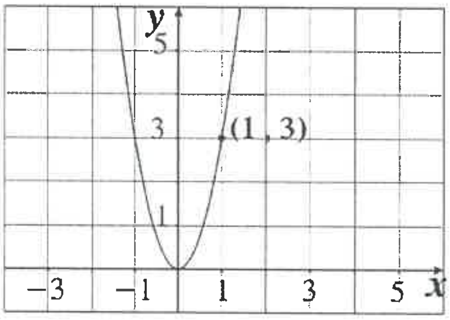
ⓑ $\dfrac{\sqrt{11}}{5}$

ⓒ $\dfrac{36}{25}$

ⓓ $\dfrac{25}{36}$

---

(9) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:



ⓐ $\left(0, \dfrac{-4}{3}\right)$

ⓑ $\left(\dfrac{9}{20}, 0\right)$

ⓒ $\left(0, \dfrac{1}{12}\right)$

ⓓ $\left(\dfrac{1}{12}, 0\right)$

---

(10) إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي f هي :

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي :

ⓐ 1.25

ⓑ 1.5

ⓒ 0.5

ⓓ 1

تمت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
1	a	**b**		
2	**a**	b		
3	**a**	b		
4	a	b	**c**	d
5	a	b	c	**d**
6	a	**b**	c	d
7	a	b	**c**	d
8	**a**	b	c	d
9	a	b	**c**	d
10	a	b	c	**d**

10

توقيع المصحح :

توقيع المراجع :

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2023/ 2022 م

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: (5 درجات)

(1) $\int x \sin x \; dx$

الحل :

$\int x \sin x \; dx$

1 $u = x \qquad dv = \sin x \, dx$

1 $du = dx \qquad v = -\cos x$

1 $\int u \; dv = uv - \int v \; du$

1 $\int x \sin x \; dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \; dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= -x \cos x + \sin x + C$

(3 درجات) (2) $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$

الحل :

1 $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx = \int \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)} \, dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int (x - 3) \; dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \frac{x^2}{2} - 3x + C$

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كانت $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$ معادلة قطع ناقص فأوجد (7 درجات)

(1) رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر

(2) البؤرتين

(3) طول كل من المحورين

(4) معادلتي دليلي القطع

الحل :

معادلة القطع الناقص هي $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ b^2=10 \Rightarrow b=\sqrt{10}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ a^2=16 \Rightarrow a=4$

1 $\therefore\ \underbrace{c^2=a^2-b^2}_{\frac{1}{2}}=16-10=6 \quad \Rightarrow c=\sqrt{6}$ $\frac{1}{2}$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

1 $\therefore$ رأسا القطع الناقص هما $(4,0),(-4,0)$

1 $\therefore$ طرفا المحور الأصغر هما $(0,\sqrt{10}),(0,-\sqrt{10})$

1 البؤرتين هما : $(\sqrt{6},0),(-\sqrt{6},0)$

$\frac{1}{2}$ طول المحور الأكبر هو : $\therefore\ 2a=2(4)=8$

$\frac{1}{2}$ طول المحور الأصغر هو : $\therefore\ 2b=2(\sqrt{10})=2\sqrt{10}$

$\frac{1}{2}$ معادلتى الدليلين هما : $x=-\frac{a^2}{c}\quad,\quad x=\frac{a^2}{c}$

$\frac{1}{2}$ $x=-\frac{16}{\sqrt{6}}=-\frac{8\sqrt{6}}{3}\quad,\quad x=\frac{16}{\sqrt{6}}=\frac{8\sqrt{6}}{3}$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه $F_1\ (-5\ ,0)$ (6 درجات)

ورأساه $A_1\ (-3\ ,0)\ ,\ A_2\ (\ 3\ ,0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

الحل :

∵ البؤرتين على محور السينات

∴ معادلة القطع الزائد هي

$\frac{1}{2}$ $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

احدى البؤرتين $F_1\ (-5\ ,0)$

1 $\therefore c = 5$

أحد الرأسين $A_2(\ 3\ ,0)$

1 $\therefore\ a = 3$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $$b^2 = c^2 - a^2$$

$\frac{1}{2}$ $$b^2 = 5^2 - 3^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $$= 25 - 9 = 16$$

∴ معادلة القطع الزائد هي

1 التعويض $$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

$\frac{1}{2}$ $$y = \pm\frac{b}{a}x$$

$\frac{1}{2}$ $$y = \pm\frac{4}{3}x$$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$ (9 درجات)

فأوجد : a) الكسور الجزئية

b) $\int f(x)dx$

الحل:

a) نحلل المقام

1 $x^2-2x-15 = (x+3)(x-5)$ ½ ½

1 $$\frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{A_1}{x+3} + \frac{A_2}{x-5}$$

1 $$5x-1 = A_1(x-5) + A_2(x+3)$$

نعوض عن x بـ (5)

½ $5(5)-1 = A_1(5-5) + A_2(5+3)$

½ $\therefore A_2 = 3$ 1

نعوض عن x بـ (-3)

½ $5(-3)-1 = A_1(-3-5) + A_2(-3+3)$

½ $\therefore A_1 = 2$ 1

1 $$\frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}$$

b)

$\frac{1}{2}$ $$\int f(x)\,dx = \int \frac{5x-1}{x^2-2x-15}\,dx$$

$$= \int \left(\frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}\right) dx$$

$$= \int \frac{2}{x+3}dx + \int \frac{3}{x-5}\,dx$$

$1+1+\frac{1}{2}$ $$= 2\ ln|x+3| + 3\ ln|x-5| + C$$

½ ½ ½ ½ ½

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذى ميله عند أي نقطة $P(x\ ,\ y)$ يساوى : (6 درجات)

$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $B(1\ ,\ 0)$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $$\because f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1 $$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1)\, dx$$

$1\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \frac{4}{4}x^4 + \frac{6}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 + x + C$$

$1 + 1 + \frac{1}{2}$ $$\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1\ ,\ 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0 = 1^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

1 $$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore C = -3$$

$\therefore$ معادلة المنحنى المطلوب هي :

$\frac{1}{2}$ $$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجـد : (9 درجات)

$$\int x^5\sqrt{4-x^2}\,dx$$

الحل :

بوضع

$u = 4 - x^2 \longrightarrow x^2 = 4 - u$ $\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$du = -2xdx \longrightarrow xdx = -\frac{1}{2}du$ $\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\int x^5\sqrt{4-x^2}\,dx$$

$$= \int \sqrt{4-x^2}\;(x^2)^2\;xdx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \int \sqrt{u}\;(4-u)^2\left(-\frac{1}{2}du\right) \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= \int -\frac{1}{2}(u)^{\frac{1}{2}}\;(16-8u+u^2)\;(du) \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}}+4u^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}\right)du \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

تبسيط المعدد

$$= -8\left(\frac{2}{3}\right)u^{\frac{3}{2}}+4\left(\frac{2}{5}\right)u^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}\right)u^{\frac{7}{2}}+C$$

$$= -\frac{16}{3}u^{\frac{3}{2}}+\frac{8}{5}u^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{7}u^{\frac{7}{2}}+C \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{16}{3}(4-x^2)^{\frac{3}{2}}+\frac{8}{5}(4-x^2)^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{7}(4-x^2)^{\frac{7}{2}}+C \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

1

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3 - 4x$

ومحور السينات في الفترة $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$ (8 درجات)

الحل :

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع

$\frac{1}{2}$ $f(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $x^3 - 4x = 0$

١

$x(x^2 - 4) = 0$

$x(x-2)(x+2) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = 0 \ , \ 0 \in \left(-1, \frac{3}{2}\right)$ ، $x = 2 \ , \ 2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ $x = -2 \ , -2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$

∴ المنحنى يقطع محور السينات عند $x = 0$ فتكون مساحة المنطقة A كما يلي :

1 $$A = \left|\int_{-1}^{0} f(x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{\frac{3}{2}} f(x)\,dx\right|$$

1 $$A = \left|\int_{-1}^{0} (x^3 - 4x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{\frac{3}{2}} (x^3 - 4x)\,dx\right|$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$A = \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{-1}^{0}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{0}^{\frac{3}{2}}\right|$$

1 $$A = \left|\left[0 - \left(\frac{-7}{4}\right)\right]\right| + \left|\left[-\frac{207}{64} - 0\right]\right|$$

$$A = \frac{7}{4} + \frac{207}{64}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{319}{64} \quad units\ square$$

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت X متغير عشوائيا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي : **(7 درجات)**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & : 1 \le x \le 5 \\ 0 & : \text{فى ما عدا ذلك} \end{cases}$$

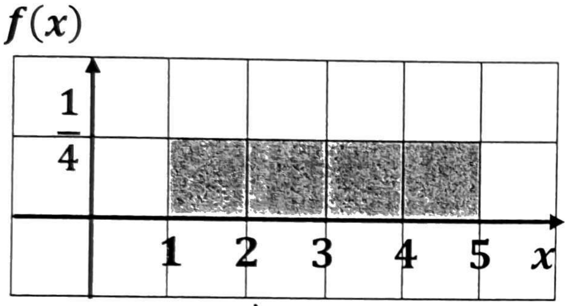
فأوجد :

(1) $P(1 \le x \le 5)$

(2) $P(x < 3)$

الحل:

نرسم بيان الدالة f



$\frac{1}{2}$

(1) مساحة المنطقة المظللة (المنطقة المستطيلة):

$P(1 \le x \le 5)$

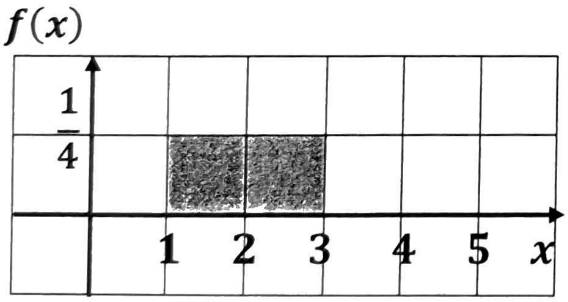
1

$= (5-1) \times \frac{1}{4}$

$= 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

(2) مساحة المنطقة المظللة (المنطقة المستطيلة):

$P(x < 3)$

1

$= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \cos^2 x\, dx = \frac{\pi}{2}$$

(2) معادلة القطع المكافئ الذى رأسه $(0\ ,\ 0)$ وبؤرته $(0\ ,2)$ هي : $x^2 = 8y$

(3) التوزيع التالى يمثل دالة التوزيع الاحتمالى f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت : $x = -1$, $y = -5$, $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$, فإن y تساوي :

ⓐ $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$ ⓑ $3x^{\frac{1}{3}} - 2$

ⓒ $3x^{\frac{1}{3}} + 2$ ⓓ $3x^{\frac{1}{3}}$

(5) إذا كانت $y = e^{-5x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

ⓐ e^{-5x} ⓑ $-e^{-5x}$

ⓒ $-5\, e^{-5x}$ ⓓ $5\, e^{-5x}$

(6) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx > 0$ لكل قيم a تنتمى إلى :

ⓐ $R - R^-$ ⓑ $R - R^+$ ⓒ R^- ⓓ R^+

(7) طول القوس من منحنى الدالة $f : f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2 , 3]$ هو :

ⓐ $7\ units$ ⓑ $6\ units$

ⓒ $5\ units$ ⓓ $1\ units$

---

(8) إذا كان X متغير عشوائيا متقطعا لدالة التوزيع الاحتمالى f وكان التوقع $= 0.5$ ،

$\sum x^2 f(x) = 4.25$ فإن الانحراف المعيارى هو

ⓐ 4 ⓑ 2 ⓒ 3.75 ⓓ 1

---

(9) لأى قطع ناقص يكون :

ⓐ $a > c$ ⓑ $a < c$ ⓒ $a = ec$ ⓓ $a = c$

---

(10) إذا كانت $a = 7$, $c = 2\sqrt{10}$ فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

ⓐ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ ⓑ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

ⓒ $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ ⓓ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(9)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\int_{-1}^{1}\left(x^2+2x-3\right)^2(x+1)\,dx$ (9 درجات)

الحل :

$u = x^2 + 2x - 3$	1
$du = (2x+2)dx \Rightarrow \frac{1}{2}du = (x+1)dx$	1
عندما $x = -1$ فإن $u = -4$	1
عندما $x = 1$ فإن $u = 0$	1
$\int_{-1}^{1}(x^2+2x-3)^2(x+1)\,dx = \frac{1}{2}\int_{-4}^{0}u^2\,du$	2
$= \frac{1}{2}\left[\frac{u^3}{3}\right]_{-4}^{0}$	1
$= \frac{1}{2}\left[0+\frac{64}{3}\right]$	2
$= \frac{32}{3}$	

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوي $3x^2-4x+1$ ويمر بالنقطة $A(1,2)$ (6 درجات)

الحل :

$$\because f'(x) = 3x^2-4x+1$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2-4x+1)\ dx$$ $\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$ 1

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$ 1

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $A(1,2)$ في المعادلة السابقة فنحصل

$$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C$$ 1

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$ $\frac{1}{2}$

$$C = 2$$ $\frac{1}{2}$

معادلة المنحنى f المطلوب هي : $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ 1

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد: $\int csc^5x\ cotx\ dx$ (1) (6 درجات)

الحل :

1 $u = \csc x$

1 $du = -\csc x\, cotx\, dx \ \rightarrow\ -du = \csc x\, cotx\ dx$

1 $\int csc^5x\ cotx\ dx = \int csc^4x \cdot \csc x\, cotx\ dx =$

1 $= -\int u^4 \cdot du$

1 $= \frac{-u^5}{5} + C$

1 $= \frac{-csc^5x}{5} + C$

$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}\ dx$ (2) (4 درجات)

الحل :

1 $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}\ dx = \int \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)}\ dx$

1 $= \int (x - 3)\ dx$

2 $= \frac{x^2}{2} - 3x + C$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : **(5 درجات)**

$f(x) = x^2 - 3x$ **و محور السينات**

الحل :

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع

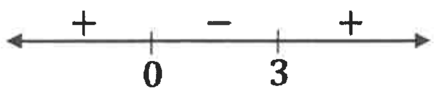
$f(x) = 0$

$x^2 - 3x = 0$

$\frac{1}{2}$ $x(x-3) = 0$

$\frac{1}{2}$ $x = 0$ أو $x = 3$

$\frac{1}{2}$ **نبحث إشارة $f(x)$ في $[0, 3]$**



$\frac{1}{2}$ $\because f(x) \le 0 \quad \forall x \in [0, 3]$

$$A = -\int_0^3 f(x)\, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\, dx$$

1 $$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2\right]_0^3$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right]$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\left(-\frac{9}{2}\right)$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{9}{2} \quad \textit{units square}$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$ (9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

$\int f(x)dx$ (2)

الحل:

1 $(1)\quad x^2-2x-15 = (x+3)(x-5)$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-5}$$

1 $$5x-1 = A(x-5)+B(x+3)$$

$\frac{1}{2}$ $5(5)-1 = A(5-5)+B(5+3)$ نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $\therefore B = 3$

$$5x-1 = A(x-5)+B(x+3)$$

$\frac{1}{2}$ $5(-3)-1 = A(-3-5)+B(-3+3)$ نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A = 2$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}$$

$$(2)\quad \int f(x)dx = \int \frac{5x-1}{x^2-2x-15}\,dx$$

1 $$= \int \left(\frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}\right) dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int \frac{2}{x+3}\,dx + \int \frac{3}{x-5}\,dx$$

1 $$= 2\int \frac{1}{x+3}\,dx + 3\int \frac{1}{x-5}\,dx$$

$1\frac{1}{2}$ $$= 2\ln|x+3| + 3ln|x-5| + C$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه : $F_1(0,-3),\ F_2(0,3)$ (6 درجات)

وطول محوره الأصغر 4

الحل :

تقع البؤرتان على محور الصادات فتكون المعادلة على الصورة

$\frac{1}{2}$ $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

∵ البؤرتان $F_1(0,-3)\ ,F_2(0,3)$

1 $\therefore c=3$

∵ طول محوره الأصغر 4

1 $\therefore 2b=4 \Rightarrow b=2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ b^2=4$

1 $c^2=a^2-b^2$

$\frac{1}{2}$ $9=a^2-4$

$\frac{1}{2}$ $a^2=13$

معادلة القطع الناقص هي :

1 $$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{13}=1$$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد : $\int x\, lnx\, dx$

(8 درجات)

الحل :

$u = \ln x \qquad dv = x\,dx$ — $1\frac{1}{2}$

$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^2}{2}$ — $1\frac{1}{2}$

$$\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$$ $\frac{1}{2}$

$$\int x\, lnx\, dx = \frac{1}{2}x^2\, lnx - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}dx$$ 2

$$= \frac{1}{2}x^2\, lnx - \frac{1}{2}\int x\,dx$$ 1

$$= \frac{1}{2}x^2\, lnx - \frac{1}{4}x^2 + C$$ $1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد ، (7 درجات)

فأوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلة كل من الخطين المقاربين

الحل :

(1)

$$9y^2 - 25x^2 = 225$$

$$\frac{9y^2}{225} - \frac{25x^2}{225} = \frac{225}{225}$$

1 $$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$$

المعادلة على الصورة : $\frac{1}{2}$ $$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

المحور القاطع على محور الصادات :

$\frac{1}{2}$ $$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$\frac{1}{2}$ $$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

رأسا القطع الزائد هما : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$A_1(0, -5) \ , A_2(0, 5)$$

(2)

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$\frac{1}{2}$ $$c^2 = 25 + 9 = 34$$

$\frac{1}{2}$ $$c = \sqrt{34}$$

البؤرتان : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$F_1\left(0, -\sqrt{34}\right) \ , F_2\left(0, \sqrt{34}\right)$$

(3) معادلة الخطين المقاربين : 1 $$y = \pm \frac{a}{b}\, x$$

$\frac{1}{2}$ $$y = \pm \frac{5}{3}\, x$$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int \frac{1}{x^2}\, dx = \frac{-1}{x} + C$

(2) $\int_{-1}^{1} (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2}$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو : $V = \pi \int_8^1 \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 dx$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت : $y = x^2e^x - xe^x$, فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $e^x(x^2 + x - 1)$ ⓑ $e^x(x^2 - x)$

ⓒ $2x\, e^x - e^x$ ⓓ $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(5) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}\, dx$ يساوي:

ⓐ $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ ⓑ $\frac{1}{2} ln|e^x - 4| + C$

ⓒ $-ln|e^x - 4| + C$ ⓓ $ln|e^x - 4| + C$

(6) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2}\, dx$ يساوي :

ⓐ 2 ⓑ $2\sqrt{2}$ ⓒ 4 ⓓ 8

(7) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓒ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

ⓓ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

---

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$, بالوحدات المكعبة هو

ⓐ 6π

ⓑ 18

ⓒ 18π

ⓓ 81π

---

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2=4py$ هي:

ⓐ $(0,0)$ ⓑ $(1,0)$ ⓒ $(0,1)$ ⓓ $(1,1)$

---

(10) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح الى أسفل هي:

ⓐ $y^2=\frac{-1}{2}x$

ⓑ $y^2=\frac{1}{2}x$

ⓒ $x^2=\frac{-1}{2}y$

ⓓ $x^2=\frac{1}{2}y$

" انتهت الأسئلة "

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(6)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول ـ أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة) .

(a) أوجد $\int x^2\, lnx^2\ dx$ (9 درجات)

الحل :

الدرجة	
1	$u = \ln x^2 \qquad dv = x^2\,dx$
2	$du = \frac{1}{x^2}\cdot 2x dx = \frac{2}{x} dx \qquad v = \frac{x^3}{3}$
1	$\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$
2	$\int x^2\ \ln x^2\ dx = \frac{x^3}{3}\ln x^2 - \int \frac{x^3}{3}\cdot\frac{2}{x} dx$
1	$= \frac{x^3}{3}\ln x^2 - \frac{2}{3}\int x^2\ dx$
$1\frac{1}{2}$	$= \frac{x^3}{3}\ln x^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right) x^3 + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{x^3}{3}\ln x^2 - \frac{2}{9}x^3 + C$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x\,,y)$ (6 درجات)
يساوي $4x^3+6x^2-2x+1$ و يمر بالنقطة $B(1,0)$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $$\because f'(x)=4x^3+6x^2-2x+1$$

$$\therefore f(x)=\int f'(x)\,dx$$

1 $$=\int (4x^3+6x^2-2x+1)dx$$

$$f(x)=4\frac{x^4}{4}+6\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+x+C$$

$2\frac{1}{2}$ $$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x+C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1,0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

1 $$0=(1)^4+2(1)^3-(1)^2+1+C$$

$$0=1+2-1+1+C$$

$$C=-3$$

$\frac{1}{2}$ معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

$\frac{1}{2}$ $$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\int \frac{x^2+5x+4}{x+1}\,dx \qquad (1)$$ (4 درجات)

الحل :

1 $$\int \frac{x^2+5x+4}{x+1}\,dx = \int \frac{(x+4)(x+1)}{(x+1)}\,dx$$

1 $$= \int (x+4)\,dx$$

2 $$= \frac{x^2}{2} + 4x + C$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} tanx\, sec^2x\ \ dx \qquad (2)$$ (6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $u = tanx \quad , du = sec^2x\ \ dx$

1 عندما $x = 0$ فإن $u = tan0 = 0$

1 عندما $x = \frac{\pi}{4}$ فإن $u = tan\frac{\pi}{4} = 1$

1 $$\int_0^{\frac{\pi}{4}} tanx\, sec^2x\ \ dx = \int_0^1 u\,du$$

1 $$= \left[\frac{u^2}{2}\right]_0^1$$

1 $$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة (5 درجات)

حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x-1}$

و محور السينات في الفترة $[1, 5]$

الحل :

حجم المجسم الناتج هو :

$$V = \pi \int_1^5 (f(x))^2\, dx$$

1 $$= \pi \int_1^5 \left(\sqrt{x-1}\right)^2 dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \pi \int_1^5 (x-1)\, dx$$

2 $$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^5$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$= \pi \left[\left(\frac{25}{2} - 5\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)\right]$$

$\frac{1}{2}$ $$= 8\pi \ \ units\ cube$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$ (9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل:

1 $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$

1 $2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$

$\frac{1}{2}$ $2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$ نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_2 = -1$

$\frac{1}{2}$ $2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$ نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_1 = 1$

1 $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$

$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)}\,dx$

1 $= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}\right) dx$

$= \int \frac{1}{x-5}dx + \int \frac{-1}{x-3}\,dx$

3 $= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$

تابع السؤال الثالث : (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان $F_1(-2,0),\ F_2(2,0)$
و نقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1(0,-3),\ B_2(0,3)$

الحل :

$\because$ البؤرتان $F_1(-2,0),\ F_2(2,0)$

$\therefore c = 2$ — 1

$\therefore$ المحور الأكبر ينطبق على المحور السيني — $\frac{1}{2}$

$\because$ نقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1(0,-3),\ B_2(0,3)$

$\therefore b = 3$ — 1

$a^2 = b^2 + c^2$ — 1

$a^2 = 9 + 4 = 13$ — 1

معادلة القطع الناقص هي $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ — $\frac{1}{2}$

$\dfrac{x^2}{13} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ — 1

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد: $\int x(x+1)^5 \, dx$ (8 درجات)

الحل :

1 $u = x+1 \Rightarrow x = u-1$

1 $du = dx$

2 $\int x(x+1)^5 \, dx = \int (u-1)u^5 \, du$

1 $= \int (u^6 - u^5) \, du$

2 $= \frac{u^7}{7} - \frac{u^6}{6} + C$

1 $= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C$

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

(b) لتكن معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ فأوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلتي دليلي القطع

الحل :

المعادلة على الصورة : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{1}{2}$
المحور القاطع على محور السينات :	$\frac{1}{2}$
$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$	$\frac{1}{2}$
$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$	$\frac{1}{2}$
(1) رأسا القطع الزائد هما : $A_1(-4, 0)$, $A_2(4, 0)$	1
$c^2 = a^2 + b^2$	$\frac{1}{2}$
$c^2 = 16 + 9 = 25$	$\frac{1}{2}$
$c = 5$	$\frac{1}{2}$
(2) البؤرتان : $F_1(-5, 0)$, $F_2(5, 0)$	1
(3) معادلة دليلي القطع : $x = \pm\frac{a^2}{c}$	$\frac{1}{2}$
$x = \pm\frac{16}{5}$	1

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة .**

(1) $\int(-x^{-3}+x-1)dx = \frac{1}{2}x^{-2}+\frac{1}{2}x^2-x+C$

(2) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2}+C$

(3) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=4-x^2$ و محور السينات في $[-2,2]$ هي : $2\int_0^2 f(x)dx$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x)=8+\csc(x)\cot(x)$ هي

ⓐ $F(x)=8x+\csc(x)+C$

ⓑ $F(x)=8x-\cot(x)+C$

ⓒ $F(x)=8x-\csc(x)+C$

ⓓ $F(x)=8x+\cot(x)+C$

(5) إذا كانت : $y=\ln(x^2+1)$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$

ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$

ⓒ $\frac{2x}{x^2+1}$

ⓓ $-\frac{2x}{x^2+1}$

(6) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2}\, dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

ⓑ $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

ⓒ $\frac{e^{-x} - e^{+x}}{2} + C$

ⓓ $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

---

(7) $\int_{-1}^{1} (1 - |x|)\, dx$ يساوي :

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ -1 ⓓ $\frac{1}{2}$

---

(8) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g: $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ومحور السينات هي

ⓐ $4\pi\ units^2$

ⓑ $2\pi\ units^2$

ⓒ $6\pi\ units^2$

ⓓ $8\pi\ units^2$

---

(9) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $C(-5,-6)$
وخط تماثله $y-axis$ هي

ⓐ $y^2 = -\frac{25}{6}x$

ⓑ $x^2 = -\frac{6}{25}y$

ⓒ $y^2 = -\frac{6}{25}x$

ⓓ $x^2 = -\frac{25}{6}y$

---

(10) إذا كانت معادلة القطع المكافئ : $y^2 = -16x$ ، فإن بؤرته هي :

ⓐ $(0,-4)$ ⓑ $(0,4)$ ⓒ $(-4,0)$ ⓓ $(4,0)$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(10)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

CONTROL

وزارة التربية

التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات :12

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2021/2020 م

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد: (7 درجات)

$$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx$$

الحل:

1 $u = x^2 - x + 3$

2 $du = (2x-1)\,dx$

1 $\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx = \int e^u\,du$

1 $= e^u + C$

2 $= e^{x^2-x+3} + C$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الأول :

(b) **أوجد :** **(7 درجات)**

$$\int \sqrt{4x-5}\,dx$$

الحل :

1 $$\int \sqrt{4x-5}\,dx = \int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$g(x) = 4x-5$$

1 $$g'(x) = 4$$

1 $$\int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{1}{4}\int 4(4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$2\frac{1}{2}$ $$= \frac{1}{4}\frac{(4x-5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

1 $$= \frac{1}{6}(4x-5)^{\frac{3}{2}} + C$$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد : **(6 درجات)**

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل :

$u = x \qquad dv = \sin dx$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$du = dx \qquad v = -\cos x$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\int u\,dv = uv - \int v\,du$	$\frac{1}{2}$
$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x)\,dx$	2
$= -x \cos x + \sin x + C$	$1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{(x-5)(x-3)}$ (8 درجات)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد $\int f(x)\,dx$

الحل :

1 $$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$$

1 $$2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$$

نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_2 = -1$$

نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_1 = 1$$

1 $$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$$

$$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)}\,dx$$

1 $$= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}\right) dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int \frac{1}{x-5}\,dx + \int \frac{-1}{x-3}\,dx$$

$1\frac{1}{2}$ $$= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : (7 درجات)

$f(x) = x^2 - 3x$ و محور السينات

الحل :

لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات

بوضع $f(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$x = 0 \quad or \quad x = 3$$

$\frac{1}{2}$

	$+$		$-$		$+$	
		0		3		

$\frac{1}{2}$ $$\therefore \ f(x) \le 0 \qquad \forall x \in [0,3]$$

1 $$A = -\int_0^3 f(x)\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\,dx$$

1 $$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_0^3$$

1 $$= -\left[\left(\frac{(3)^3}{3} - \frac{3(3)^2}{2}\right) - \left(\frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2}\right)\right]$$

$$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right]$$

$\frac{1}{2}$ $$= -\left(-\frac{9}{2}\right)$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{9}{2} \text{ units suare}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x\,,y)$
يساوي $4x^3+6x^2-2x+1$ و يمر بالنقطة $B(1,0)$

(7 درجات)

الحل :

1 $\because f'(x)=4x^3+6x^2-2x+1$

$\therefore f(x)=\int f'(x)\,dx$

1 $=\int(4x^3+6x^2-2x+1)dx$

$2\frac{1}{2}$ $f(x)=4\frac{x^4}{4}+6\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+x+C$

$f(x)=x^4+2x^3-x^2+x+C$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1,0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

1 $0=(1)^4+2(1)^3-(1)^2+1+C$

$0=1+2-1+1+C$

$\frac{1}{2}$ $C=-3$

معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

1 $f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه $(0, 0)$ إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني و طوله $12\ cm$ والمسافة بين البؤرتين $8\ cm$

(6 درجات)

الحل :

$\because$ طول المحور الأكبر هو $12\ cm$

$\therefore 2a = 12 \Rightarrow a = 6$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because$ المسافة بين البؤرتين هي $8\ cm$

$\therefore 2c = 8 \Rightarrow c = 4$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$b^2 = a^2 - c^2$ — $\frac{1}{2}$

$b^2 = 6^2 - 4^2$ — $\frac{1}{2}$

$= 36 - 16 = 20$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because$ محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني فتكون المعادلة على الصورة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ — 1

بالتعويض نحصل على المعادلة :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$ — 1

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن $9x^2 - 16\,y^2 = 144$ معادلة قطع زائد

أوجد :

1) رأسي القطع الزائد

2) البؤرتين

3) معادلتي دليلي القطع الزائد (8 درجات)

الحل :

1) المعادلة $9x^2 - 16\,y^2 = 144$

1 $$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$\frac{1}{2}$ المحور القاطع على محور السينات:

$\frac{1}{2}$ $$a^2 = 16 \implies a = 4$$

$\frac{1}{2}$ $$b^2 = 9 \implies b = 3$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ رأسا القطع الزائد هما: $A_1(-4,0)\,,\ A_2(4,0)$

2)

$\frac{1}{2}$ $$c^2 = a^2 + b^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$\frac{1}{2}$ $$c = 5$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ البؤرتان هما : $F_1(-5,0)\,, F_2(5,0)$

3) معادلتا دليلي القطع الزائد :

$\frac{1}{2}$ $$y = \pm\frac{a^2}{c}$$

1 $$y = \pm\frac{16}{5}$$

ثانيا: البنود الموضوعية.

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int sec^2x\,dx = tanx + C$

(2) $\int \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{1}{x} + C$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ و منحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

هو : $V = \pi\int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)\,dx$

(4) $y^2 = -\frac{1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{-1}{24}, 0\right)$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓒ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓓ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(6) $\int \sqrt[3]{cotx}\,csc^2x\,dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

ⓑ $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

ⓒ $-\frac{3}{4}\sqrt[4]{(cotx)^3} + C$

ⓓ $3\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

(7) إذا كانت $y = ln(x^2+1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$

ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$

ⓒ $\frac{-2x}{x^2+1}$

ⓓ $\frac{2x}{x^2+1}$

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}\, dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ ⓑ $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

ⓒ $-ln|e^x - 4| + C$ ⓓ $ln|e^x - 4| + C$

---

(9) إذا كان : $\int_3^1 g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^3 f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx$

تساوي :

ⓐ 18 ⓑ -6 ⓒ 12 ⓓ 6

---

(10) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (sinx + cosx)\, dx$ يساوي :

ⓐ 4 ⓑ 2 ⓒ 0 ⓓ π

---

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $y = -2, x = 0$ و منحنى الدالة f : $f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 4π ⓑ 16π ⓒ 8π ⓓ 2π

---

(12) المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من :

ⓐ الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

ⓑ الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

ⓒ الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

ⓓ الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

---

(13) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ و يمر بالنقطة $C(-5,-6)$

و خط تماثله $y-axis$ هي:

ⓐ $x^2 = \frac{-25}{6}y$ ⓑ $y^2 = \frac{-25}{6}x$ ⓒ $y^2 = \frac{-6}{25}x$ ⓓ $x^2 = \frac{-6}{25}y$

---

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⓑ $\frac{\sqrt{11}}{5}$ ⓒ $\frac{36}{25}$ ⓓ $\frac{25}{36}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	**ⓐ**	ⓑ		
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(10)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(11)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(12)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(13)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(14)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

14

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

دولة الكويت
وزارة التربية

التوجيه الفني العام للرياضيات — الزمن : ساعتان و45 دقيقة
المجال الدراسي الرياضيات — (عدد صفحات الامتحان : 12 صفحة)

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي (الدور الثاني)

العام الدراسي 2020/ 2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد : (6 درجات)

$$\int \frac{x^2-4x+3}{x-1}\,dx$$

2 $$\int \frac{x^2-4x+3}{x-1}\,dx = \int \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)}\,dx$$

1 $$= \int (x-3)\,dx$$

1+1+1 $$= \frac{1}{2}x^2 - 3x + C$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد $\int 3x\, e^{2x+1} dx$ **(8 درجات)**

الحـل :

$1+1$	$u = 3x \qquad dv = e^{2x+1} dx$
$1+1$	$du = 3dx \qquad v = \frac{1}{2} e^{2x+1}$
1	$\int u\, dv = uv - \int v\, du$
$1\frac{1}{2}$	$\int 3x\, e^{2x+1} dx = \frac{3}{2} x\, e^{2x+1} - \frac{3}{2} \int e^{2x+1} dx$
$1\frac{1}{2}$	$= \frac{3}{2} x\, e^{2x+1} - \frac{3}{4} e^{2x+1} + C$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجـد $\int_{2}^{-1} (\sqrt{x+1} - 3)\ dx$ (6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$

$$\int_{2}^{-1} (\sqrt{x+1} - 3) dx = -\int_{-1}^{2} (\sqrt{x+1} - 3)\ dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= -\int_{-1}^{2} \left((x+1)^{\frac{1}{2}} - 3 \right) dx$$

1+ 1

$$= -\left[\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - 3x \right]_{-1}^{2}$$

2

$$= -\left[\frac{2}{3}(2+1)^{\frac{3}{2}} - 3(2) - \frac{2}{3}(-1+1)^{\frac{3}{2}} + 3(-1) \right]$$

1

$$= -\left(\frac{2}{3}\left(3\sqrt{3}\right) - 6 - 3 \right)$$

$$= 9 - 2\sqrt{3} \approx 5.5$$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$

أوجد الكسور الجزئية للدالة f ثم أوجد $\int f(x)dx$ (8 درجات)

الحل :

1 نحلل المقام $x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$

1 $$f(x) = \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-5}$$

1 $$5x - 1 = A(x-5) + B(x+3)$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$x = -3 \quad \rightarrow 5(-3) - 1 = A(-3-5) + 0 \quad \rightarrow A = 2$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$x = 5 \quad \rightarrow 5(5) - 1 = 0 + B(5+3) \quad \rightarrow B = 3$$

$$\therefore f(x) = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}$$

$\frac{1}{2}$ $$\int f(x)dx = \int \left(\frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-5}\right) dx$$

$$= 2\int \frac{1}{x+3}dx + 3\int \frac{1}{x-5}dx$$

$1+1+\frac{1}{2}$ $$= 2\ln|x+3| + 3\ln|x-5| + C$$

التواجيه الفنية للمواد الدراسية

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين : **(8 درجات)**

$$y_1 = x + 3 \quad , \quad y_2 = x^2 + 1$$

الحــل :

المنطقة المستوية محددة بمنحنيي الدالتين $y_1 \ , \ y_2$

نوجد الإحداثي السيني لنقاط تقاطع المنحنيين بوضع $y_1 = y_2$ $\frac{1}{2}$

$x + 3 = x^2 + 1$ $\frac{1}{2}$

$\therefore x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$ $\frac{1}{2}$

ومنها $x = 2 \ , \ x = -1$ $\frac{1}{2}$

بأخذ قيمة اختيارية في $(-1, 2)$ ولتكن $x = 0$ نجد أن

$y_1 = 3 \ , \ y_2 = 1$

$\therefore y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج من الدوران هو

$$V = \pi \int_{-1}^{2} [(y_1)^2 - (y_2)^2] dx$$ $\frac{1}{2}$

$$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x+3)^2 - (x^2+1)^2] dx$$ 1

$$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x + 1)] dx$$ 1

$$V = \pi \int_{-1}^{2} [-x^4 - x^2 + 6x + 8] dx$$ $\frac{1}{2}$

$$V = \pi \left[-\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x \right]$$ 1

$$V = \pi \left[\left(\frac{284}{15}\right) - \left(\frac{-67}{15}\right) \right]$$ 1

$$V = \frac{117\pi}{5} \ \text{units cube}$$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذى ميله عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوى $3x^2 + x$ ويمر بالنقطة $(2,2)$ (6 درجات)

الحل :

ميل منحنى الدالة هو $f'(x) = 3x^2 + x$

معادلة منحنى الدالة هي

$f(x) = \int (3x^2 + x)dx$	1
$f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$	$1 + 1 + \frac{1}{2}$
لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $(2,2)$ أى $f(2) = 2$	
$2 = 2^3 + \frac{1}{2}(2)^2 + C$	1
$\therefore C = -8$	1
معادلة منحنى الدالة المطلوب هو $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 8$	$\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) **حـدد نوع القطع المخروطي ثم أوجد معادلته إذا علمت أن** (6 درجات)

اختلافه المركزي $(e = 1)$ وبؤرته : $F(\frac{1}{2}, 0)$

الحل :

$\because e = 1$

$\therefore$ **القطع المخروطي هو قطع مكافئ** 1

$\because$ **البؤرة هي $F(\frac{1}{2}, 0)$ تنتمى إلى الجزء الموجب من محور السينات**

$\therefore \; p = \frac{1}{2}$ 1

محور التماثل هو محور السينات 1

فإن معادلة القطع هي $y^2 = 4\,px$ 1

$y^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)x$ 1

$y^2 = 2\,x$ 1

تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذى بؤرتاه $F_1(-4,0)\ ,\quad F_2\,(4\,,0)$

ورأساه هما $A_1(-2,0)\ ,\ A_2\,(2\quad ,0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

(8 درجات)

الحـل :

∵ البؤرتين على محور السينات	
∴ معادلة القطع الزائد هي $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	
∵ إحدى البؤرتين هي $F_1(-4,0)$ فإن $c=4$	1
∵ إحدى الرأسين هي $A_1(-2,0)$ فإن $a=2$	1
من العلاقة الأساسية : $c^2=a^2+b^2$	1
ومنها $b^2=c^2-a^2$	1
$b^2=4^2-2^2=12$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
ومنها $b=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
∴ معادلة القطع الزائد هي :	
$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$	1
معادلة الخطين المقاربين هما :	
$y=\pm\frac{b}{a}x$	$\frac{1}{2}$
$y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{2}x$	1
$y=\pm\sqrt{3}\,x$	

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $$\int (2x^2 - 1)(2x^3 - 3x + 4)^5\,dx = \frac{1}{18}(2x^3 - 3x + 4)^6 + C$$

(2) إذا كانت $y = 4^{x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = 4x$

(3) إذا كانت $f(x) \le 0 \quad \forall\, x \in [a, b]$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة ومحور السينات في $[a, b]$ هي $-\int_a^b f(x)dx$

(4) إذا كانت $e < 1$ فإن القطع هو قطع ناقص

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي

$(a)\ F(x) = 8x + \csc x + C$ $\qquad$ $(b)\ F(x) = 8x - \cot x + C$

$(c)\ F(x) = 8x - \csc x + C$ $\qquad$ $(d)\ F(x) = 8x + \cot x + C$

(6) $\int sec^2 x\ dx$ يساوى

$(a)\ \sec x + C$ $\qquad$ $(b)\ \tan x + C$

$(c)\ -\sec x + C$ $\qquad$ $(d)\ -\tan x + C$

التواجيه الفنية للمواد الدراسية

(7) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوى

$(a)\ -\frac{10}{x}$ $(b)\ \frac{10}{x}$ $(c)\ \frac{1}{x}$ $(d)\ -\frac{1}{x}$

---

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}dx$ يساوى

$(a)\ -\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$ $(b)\ \ln|e^x - 4| + C$

$(c)\ -\ln|e^x - 4| + C$ $(d)\ \frac{1}{2}\ln|e^x - 4| + C$

---

(9) $\int_{-1}^{1}(1 - |x|)dx$ يساوى

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 0$ $(d)\ 2$

---

(10) إذا كان $\int_{3}^{-1} g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن

$\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)dx$ تساوى

$(a)\ 18$ $(b)\ -6$ $(c)\ 6$ $(d)\ 12$

---

(11) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هى

$(a)\ 9\pi\ units^2$ $(b)\ 6\pi\ units^2$

$(c)\ 3\pi\ units^2$ $(d)\ \frac{9}{2}\pi\ units^2$

---

(12) حل المعادلة التفاضلية $y' = 4y$ الذى يحقق $y = 2$ عند $x = 0$ هو

$(a)\ y = -2e^{4x}$ $(b)\ y = 2e^{4x} + 1$

$(c)\ y = 2e^{4x}$ $(d)\ y = 2e^{4x} - 1$

وزارة التربية كنترول الثانوية العامة

التوجيه الفنية للمواد الدراسية

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

(13) معادلة القطع الناقص الذى بؤرتاه $(\pm 7, 0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0, \pm 6)$ هى :

(a) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$

(b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{85}=1$

(c) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$

(d) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{49}=1$

---

(14) معادلة قطع ناقص إحدى بؤرتيه $(0, 4)$ وأحد رأسيه $(0, -5)$ هي :

(a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

(b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$

(d) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$

انتهت الأسئلة

التواجيه الفنية للمواد الدراسية

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**a**	b		
(2)	a	**b**		
(3)	**a**	b		
(4)	**a**	b		
(5)	a	b	**c**	d
(6)	a	**b**	c	d
(7)	a	b	c	**d**
(8)	a	**b**	c	d
(9)	**a**	b	c	d
(10)	a	b	**c**	d
(11)	a	b	c	**d**
(12)	a	b	**c**	d
(13)	**a**	b	c	d
(14)	a	**b**	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

14

وزارة التربية
التوجيه الفنية للمواد الدراسية

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية

إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي | 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات | الزمن : ساعتان و 45 دقيقة | الامتحان في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

<u>تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال:</u>

14

السؤال الأول :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$

والمستقيم : $y_2 = -2x$ (8 درجات)

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع :

نضع $y_1 = y_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 3 - x^2 = -2x$

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 $x = 3$ أو $x = -1$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-1, 3)$ ولتكن $x = 0$

$\frac{1}{2}$ $y_1 = 3 - (0)^2 = 3$

$\frac{1}{2}$ $y_2 = -2(0) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\because y_1 \geq y_2 \ \forall \ x \in [-1, 3]$

$\therefore$ مساحة المنطقة هي :

1 $A = \int_{-1}^{3} (y_1 - y_2)\, dx$

1 $= \int_{-1}^{3} (3 - x^2 + 2x)\, dx$

$1 + \frac{1}{2}$ $= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2\right]_{-1}^{3}$

$\frac{1}{2}$ $= \left[3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2\right] - \left[3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2\right]$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{32}{3}$ (وحدة مربعة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx$ (6 درجات)

الحل :

1 $u = \frac{1}{x} + 3$

قاعدة التفاضل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $du = -\frac{1}{x^2}dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2}dx$

1 $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx = \int -u^4 du$

1 + 1 $= -\frac{u^5}{5} + c$

1 $= -\frac{1}{5}\left(\frac{1}{x}+3\right)^5 + c$

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد التكامل :

$$\int (4x-1)\ln x \; dx$$ (6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $u = \ln x \qquad dv = (4x-1)dx$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $du = \frac{1}{x}dx \qquad v = 2x^2 - x = x(2x-1)$

1 $$\int u\,dv = u\,.v - \int v\,du$$

$$\int (4x-1)\ln x \; dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$= x(2x-1)\ln x - \int \frac{1}{x}\,.x(2x-1)dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= x(2x-1)\ln x - \int (2x-1)dx$$

1 $$= x(2x-1)\ln x - (x^2 - x) + c$$

$\frac{1}{2}$ $$= x(2x-1)\ln x - x^2 + x + c$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0\ ,\ 2]$

الحل :

1 $$f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{1}{2}} \times 2$$

$\frac{1}{2}$ $$= (3+2x)^{\frac{1}{2}}$$

1 $$L = \int_0^2 \sqrt{1+(f'(x))^2}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \int_0^2 \sqrt{1+(\ (3+2x)^{\frac{1}{2}})^2}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \int_0^2 \sqrt{1+(3+2x)}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int_0^2 \sqrt{4+2x}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int_0^2 (4+2x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$g(x) = 4+2x \quad \Rightarrow g'(x) = 2$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \frac{1}{2}\int_0^2 2\,(4+2x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

1 $$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\left[(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$$

1 $$= \frac{1}{3}\left[(4+2\,(2))^{\frac{3}{2}} - (4+2\,(0))^{\frac{3}{2}}\right]$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \frac{1}{3}\left[16\sqrt{2}-8\right]\ units$$

$$L \approx 4.87 \quad units$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد التكامل: $\int cos^3(2x-3)\cdot\sin(2x-3)dx$

(6 درجات)

الحل :

1 $u=\cos(2x-3)$

قاعدة التفاضل :

$1+\frac{1}{2}$ $du=-2\sin(2x-3)dx \Rightarrow -\frac{1}{2}du=\sin(2x-3)dx$

$\therefore \int cos^3(2x-3)\cdot\sin(2x-3)dx$

1 $=-\frac{1}{2}\int u^3du$

$1+\frac{1}{2}$ $=-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}u^4+C$

1 $=-\frac{1}{8}cos^4(2x-3)+C$

تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F_1(0, -\sqrt{5})$ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : $y = 2x$

الحل :

$\because$ إحدى البؤرتين $F_1(0, -\sqrt{5})$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي :

1 $$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$\frac{1}{2}$ $c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$

1 $c^2 = a^2 + b^2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 5 = a^2 + b^2 \qquad (1)$

$\frac{1}{2}$ معادلة المقارب : $y = \frac{a}{b}x$ حيث من المعطى $y = 2x$

1 $$\therefore \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

بالتعويض في (1)

$\frac{1}{2}$ $\therefore 5 = 4b^2 + b^2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 5 = 5b^2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$

$\frac{1}{2}$ $a = 2(1) = 2 \Rightarrow a^2 = 4$

معادلة القطع الزائد هي :

1 $$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$

وزارة التربية
الكنترول / علمي
لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

14

السؤال الرابع:

(a) أوجد التكامل : $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{A_1}{(x-3)}+\frac{A_2}{(x-5)}$$ $\frac{1}{2}$

$$3x-13=A_1(x-5)+A_2(x-3)$$ 1

عوض عن x بـ 3

$$3(3)-13=A_1(3-5)+A_2(3-3)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_1=2$$ $\frac{1}{2}$

عوض عن x بـ 5

$$3(5)-13=A_1(5-5)+A_2(5-3)$$ $\frac{1}{2}$

$$\therefore A_2=1$$ $\frac{1}{2}$

عوض عن A_2 و A_1 بقيمتيهما

$$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{2}{(x-3)}+\frac{1}{(x-5)}$$ $\frac{1}{2}$

$$\int\frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx=\int\left(\frac{2}{x-3}+\frac{1}{x-5}\right)dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=\int\frac{2}{x-3}\,dx+\int\frac{1}{x-5}\,dx$$ $\frac{1}{2}$

$$=2\ln|x-3|+\ln|x-5|+C$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
((مربع العدد الظاهر مطروحًا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و2- لغير ذلك))
فأوجد :

1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
2) مدى المتغير العشوائي X
3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

1) فضاء العينة : S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 ,6 } — $\frac{1}{2}$

، عدد عناصر فضاء العينة (S) : $n(s) = 6$ — $\frac{1}{2}$

2)

عناصر مدى المتغير العشوائي	عناصر فضاء العينة
0	1
3	2
8	3
-2	4
-2	5
-2	6

1

مدى المتغير العشوائي: X= {-2 , 0 , 3 , 8 } — 1

3)

$$P(X=-2)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad , \quad P(X=0)=\frac{1}{6}$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$P(X=3)=\frac{1}{6} \quad , \quad P(X=8)=\frac{1}{6}$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X :

x	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، $f(2) = 1$ فإن $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

(2) إذا كان $y = 1$ عند $x = 0$ و $y' + y = 0$ فإن : $y = 2e^{-x}$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$ فإن $P(X \ge 2) = 1$

ثانيا : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x}\ csc^2 x\ dx =$

$a)\ \frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$ $\qquad$ $b)\ -\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

$c)\ -\frac{3}{4}\sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$ $\qquad$ $d)\ 3\sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0, x = 2$ بالوحدات المكعبة هو :

$a)\ 4\pi$ $\qquad$ $b)\ 16\pi$ $\qquad$ $c)\ 8\pi$ $\qquad$ $d)\ 2\pi$

(7) $\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx =$

a) $2\ln(x^2+1)+c$ b) $\ln(x^2+1)+c$

c) $\frac{x^2}{x^2+1}+c$ d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3}+x}+c$

---

8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2+2xy=0$ من :

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

---

(9) $\int (2x+1)sinx\,dx =$

a) $(2x+1)cosx+2sinx+c$ b) $-(2x+1)cosx-2sinx+c$

c) $-(x+1)cosx-2sinx+c$ d) $-(2x+1)cosx+2sinx+c$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي :

a) $\frac{-x^2}{2}+3x-4$ b) $3-ln|3-x|$

c) $ln|3-x|+3$ d) $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

---

(11) إذا كانت $y = x^2e^x - xe^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

a) $e^x(x^2+x+1)$ b) $e^x(x^2-x)$

c) $e^x(x^2+x-1)$ d) $2x\,e^x - e^x$

وزارة التربية
الكنترول المركزي
لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

(12) النقطة $A(-10\,,0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$
فإن $AF_1 + AF_2$ حيث $F_1\,,F_2$ هما البؤرتان يساوي :

$a)$ 10 $units$ $b)$ 12 $units$ $c)$ 14 $units$ $d)$ 20 $units$

---

(13) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)\, dx =$

$a)$ 2 $b)$ 0 $c)$ 4 $d)$ π

---

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $P(0 \le Z \le 2.35)$ يساوي :

(a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(3)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(5)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(6)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(9)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(10)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(11)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(13)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

الدرجة: ....

14

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

وزارة التربية
لجنة تقدير الدرجات

دولة الكويت
وزارة التربية

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي — 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة — الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$ بفرض $u = x^2+4x-1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $du = (2x+4)dx \quad , \quad \frac{1}{2}du = (x+2)dx$

1 $$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx = \int u^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}\,du\right)$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{3}}\,du$$

1 + 1 $$= \frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}\,u^{\frac{4}{3}}\right] + C$$

1 $$\therefore \int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx = \frac{3}{8}(x^2+4x-1)^{\frac{4}{3}} + C$$

وزارة التربية — التوجيه الفني العام للرياضيات — لجنة تقدير الدرجات

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

[redacted]

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$$ في الفترة $[0,6]$

الحل :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$$

1 $$f'(x) = \frac{1}{3}.\frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{1}{2}}.2$$

$\frac{1}{2}$ $$= (3+2x)^{\frac{1}{2}}$$

1 $$L = \int_0^6 \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \int_0^6 \sqrt{1+\left((3+2x)^{\frac{1}{2}}\right)^2}\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \int_0^6 \sqrt{1+3+2x}\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$L = \int_0^6 \sqrt{4+2x}\,dx$$

1 بفرض $g(x) = 4+2x \quad , \quad g'(x) = 2$

$\frac{1}{2}$ $$L = \frac{1}{2}\int_0^6 2\,(4+2x)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

1 $$L = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}\left[(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$$

1 $$L = \frac{1}{3}\left[(4+2(6))^{\frac{3}{2}} - (4+2(0))^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$L = \frac{1}{3}[64-8]$$

$\frac{1}{2}$ $L \approx 18.7$ (وحدة طول)

[redacted]

14

السؤال الثاني :

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

(6 درجات)

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3)\, dx \le 0$$

الحل :

$\frac{1}{2}$ بفرض : $f(x) = x^2 - 2x - 3$

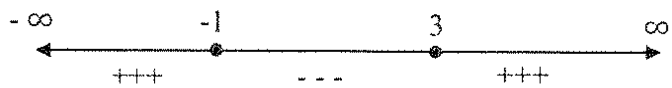
وهي دالة متصلة على $[0, 2]$

$\frac{1}{2}$ نضع $x^2 - 2x - 3 = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(x+1)(x-3) = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $x = -1$ أو $x = 3$

1



$\frac{1}{2}$ $[0, 2] \subseteq [-1, 3]$

$\frac{1}{2}$ $f(x) \le 0 \ , \forall\ x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \int_0^2 f(x)dx \le 0 \quad , \quad \forall\ x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \int_0^2 (x^2 - 2x - 3)dx \le 0$

[redacted]

تابع السؤال الثاني: (8 درجات)

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y = 2$ في الفترة $[-2,2]$

الحل :

بفرض $g(x) = y = 2$

نأخذ قيمة اختيارية في $[-2,2]$ ولتكن $x = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad g(0) = 2 \quad , \quad f(0) = 0$

1 $\quad \therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad \forall\, x \in [-2,2]$

$\therefore$ حجم المجسم الناتج عن الدوران :

1 $\quad \boldsymbol{V} = \pi \int_{-2}^{2} [(g(x))^2 - (f(x))^2]\, dx$

1 $\quad = \pi \int_{-2}^{2} \left[(2)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 \right] dx$

1 $\quad = \pi \int_{-2}^{2} \left[4 - \frac{1}{4}x^4 \right] dx$

1 $\quad = \pi \left[4x - \frac{1}{20}x^5 \right]_{-2}^{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad = \pi \left[\left(4(2) - \frac{1}{20}(2)^5\right) - \left(4(-2) - \frac{1}{20}(-2)^5\right) \right]$

1 $\quad \boldsymbol{V} = \frac{64}{5}\pi$ (وحدة مكعبة)

[redacted]

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int x^2\, cosx\, dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $u = x^2 \qquad\qquad dv = cosx\, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = 2x\ dx \qquad\qquad v = sinx$

$\frac{1}{2}$ $$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

1 $$\int x^2\, cosx\, dx = x^2 sinx - \int 2x\, sinx\, dx \quad \ldots(1)$$

$\frac{1}{2}$ $u = 2x \qquad\qquad dv = sinx\, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = 2\, dx \qquad\qquad v = -cosx$

$\frac{1}{2}$ $$\int 2x\, sinx\, dx = 2x(-\cos x) - \int 2\, (-cosx)\, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -2x\, cos\, x + 2\int \cos x\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= -2x \cos x + 2\, sinx + C_1 \qquad \ldots(2)$$

من (1) ، (2) نحصل على :

1 $$\int x^2\, cosx\, dx = x^2\, sinx + 2x\, cosx - 2\, sinx + C$$

[redacted]

تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

(b) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

$\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{\frac{1}{25}} = 1$	1
بالمقارنة قطع زائد معادلته: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$a^2 = 1 \quad \rightarrow a = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$b^2 = \dfrac{1}{25} \quad \rightarrow b = \dfrac{1}{5}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$c^2 = a^2 + b^2$	1
$c^2 = 1 + \dfrac{1}{25}$	$\frac{1}{2}$
$c^2 = \dfrac{26}{25}$	$\frac{1}{2}$
$c = \dfrac{\sqrt{26}}{5}$	$\frac{1}{2}$
الاختلاف المركزي : $e = \dfrac{c}{a}$	$\frac{1}{2}$
$e = \dfrac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$	$\frac{1}{2}$
$e = \dfrac{\sqrt{26}}{5}$	$\frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x}\, dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$ $$\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x} + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$\frac{1}{2}$ $$= 1 + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$\frac{1}{2}$ $$x^2 - 2x = x\,(x - 2)$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{4}{x\,(x-2)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x-2}$$

بضرب طرفي المعادلة في $x\,(x - 2)$

$\frac{1}{2}$ $$4 = A_1(x-2) + A_2 x$$

بالتعويض عن x بـ 0 :

$\frac{1}{2}$ $$4 = -2A_1 \quad \to \quad A_1 = -2$$

بالتعويض عن x بـ 2 :

$\frac{1}{2}$ $$4 = 2A_2 \quad \to \quad A_2 = 2$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{4}{x\,(x-2)} = \frac{-2}{x} + \frac{2}{x-2}$$

$\frac{1}{2}$ $$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x}\, dx = \int \left(1 + \frac{-2}{x} + \frac{2}{x-2}\right) dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int 1\, dx + \int \frac{-2}{x}\, dx + \int \frac{2}{x-2}\, dx$$

2 $$= x - 2\ln|x| + 2\ln|x-2| + C$$

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

لجنة تقدير الدرجات

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .

إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة .

الحل :

الدرجة	
$\frac{1}{2}$	$n = 8$
$\frac{1}{2}$	$P = 0.5$
$\frac{1}{2}$	$1 - P = 0.5$
	التوقع:
$1+1$	$\mu = nP = (8)(0.5) = 4$
	التباين:
$1+1$	$\sigma^2 = nP(1-P) = (8)(0.5)(0.5) = 2$
	الانحراف المعياري:
$\frac{1}{2}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
$\frac{1}{2}$	$= \sqrt{2}$
$\frac{1}{2}$	≈ 1.414

[redacted]

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) إذا كان $F(x) = \int(3x^2 - 5)dx$ وكان $F(2) = 3$ فإن $F(x) = x^3 - 5x + 3$

---

(2) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي : $A = \int_{-1}^{3} f(x)dx$

---

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4, 0)$ ودليله $x = 4$ هي : $y^2 = -16x$

---

(4) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X < a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) المعادلة التفاضلية التالية $\dfrac{(2y''+x)^3}{xy}$ من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

---

(6) $\int \dfrac{1}{(x+3)^2} dx$ يساوي:

(a) $\dfrac{-1}{x+3} + c$ (b) $\dfrac{1}{x+3} + c$ (c) $\dfrac{3}{(x+3)^3} + c$ (d) $\dfrac{1}{(x+3)^3} + c$

[redacted]

(7) $\int \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\,dx$ يساوي:

(a) $\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}+C$

(b) $\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}+C$

(c) $\frac{e^{-x}-e^{x}}{2}+C$

(d) $\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}+C$

---

(8) $\int_2^3 f(x)dx + \int_3^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx$ يساوي:

(a) 0

(b) $2\int_2^3 f(x)dx$

(c) $-\int_2^5 f(x)dx$

(d) $\int_2^5 f(x)dx$

---

(9) $\int sec^5x\; tan\,x\; dx$ يساوي:

(a) $\frac{5}{3}sec^5x+C$

(b) $\frac{1}{5}sec^6x+C$

(c) $\frac{1}{5}sec^5x+C$

(d) $\frac{-5}{3}sec^5x+C$

---

(10) حل المعادلة التفاضلية $2y'+y=1$ الذي يحقق $y=3$ ، $x=5$ هو :

(a) $y=2e^{\frac{5}{2}}$

(b) $\frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y=2e^{\left(-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)}+1$

(d) $y=2e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)}+1$

---

(11) إذا كانت $y = (ln\ x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

$(a)\ \frac{ln\ x}{x}$ $(b)\ \frac{x\ ln\ x}{2}$ $(c)\ \frac{2\ ln^2 x}{x}$ $(d)\ \frac{2\ ln\ x}{x}$

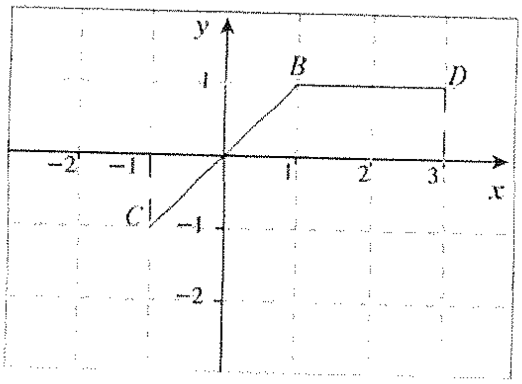
---

(12) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ بوحدة الطول هي :

$(a)\ 2\sqrt{2}$ $(b)\ \sqrt{2}$ $(c)\ 2\sqrt{3}$ $(d)\ 10$

---

(13) إذا كان بيان الدالة يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$ ، $x = -1$ هي :



$(a)\ 2\ units^2$ $(b)\ 3\ units^2$ $(c)\ 4\ units^2$ $(d)\ 5\ units^2$

---

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي :

x	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة k هي :

$(a)\ 0.6$ $(b)\ 0.4$ $(c)\ 0.3$ $(d)\ 0.2$

انتهت الأسئلة

وزارة التربية
لجنة تقدير الدرجات

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	**(b)**		
(2)	(a)	**(b)**		
(3)	**(a)**	(b)		
(4)	(a)	**(b)**		
(5)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(6)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(9)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(11)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(12)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي — 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة — الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}\,dx$$

الحل :

1 بفرض $u = \sqrt{x} + 2$

1 + 1 $\therefore\ du = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx \qquad 2du = \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

1 $\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}\,dx = \int \frac{5}{u^3}\,(2du)$

$\frac{1}{2}$ $= \int \frac{10du}{u^3}$

$\frac{1}{2}$ $= 10\int u^{-3}du$

1 + 1 $= -5\,u^{-2} + C$

1 $= \frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 9$

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع:

$$f(x) = 0$$

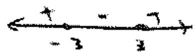
$\frac{1}{2}$ — $\therefore \; x^2 - 9 = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ — $(x-3)(x+3) = 0$

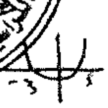
$x = 3$ أو $x = -3$

∴ مساحة المنطقة هي

حل بديل بالإشارة



أو الرسم



$\frac{1}{2}$ — $$A = \left| \int_{-3}^{3} f(x)\,dx \right|$$

$\frac{1}{2}$ — $$= \left| \int_{-3}^{3} (x^2 - 9)\,dx \right| \rightarrow A = -\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$$

$1 + 1$ — $$= \left| \left[\left(\frac{x^3}{3} - 9x \right) \right]_{-3}^{3} \right|$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ — $$= \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$$

$\frac{1}{2}$ — $= 36$ (وحدة مربعة)

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

$$\int x^3\sqrt{x^2-2}\;\; dx$$

(6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$	بفرض $u = x^2 - 2 \;\rightarrow x^2 = u + 2$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\therefore\; du = 2x\,dx \rightarrow x dx = \frac{1}{2}du$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \int x^3\sqrt{x^2-2}\;\; dx = \int \sqrt{x^2-2}\;\;(x^2)(x dx)$
$\frac{1}{2}$	$= \int \sqrt{u}\,(u+2)\,(\frac{1}{2}du)$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}\;(u+2)du$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\int \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}}\right)du$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\,u^{\frac{5}{2}} + 2\times\frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}}\right) + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{5}\,u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}} + C$ تعويض ½
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{5}\,(x^2-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,(x^2-2)^{\frac{3}{2}} + C$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \quad \text{في} \quad [3,8]$$

الحل :

1 $$f'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 0$$

$\frac{1}{2}$ $$f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

1 $$L = \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\ dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + (x^{\frac{1}{2}})^2}\ dx$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $$= \int_3^8 \sqrt{1 + x}\ dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

1 $$= \left[\frac{2}{3}(1 + x)^{\frac{3}{2}}\right]_3^8$$

1 + 1 $$= \left[\frac{2}{3}(9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}}\right]$$

1 $$\therefore L = \frac{38}{3}\ \left(\text{وحدة طول}\right)$$

14

(8 درجات)

السؤال الثالث:

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx$

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ حلل المقام : $x^2+5x+4=(x+4)(x+1)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4}=\frac{A_1}{x+4}+\frac{A_2}{x+1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x+4)(x+1)$ وبسّط

1

$$4x+1=A_1(x+1)+A_2(x+4)$$

عوض عن x بـ -4 :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$4(-4)+1=A_1(-4+1)+A_2(-4+4)\ \rightarrow A_1=5$$

عوض عن x بـ -1 :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$4(-1)+1=A_1(-1+1)+A_2(-1+4)\ \rightarrow A_2=-1$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4}=\frac{5}{x+4}+\frac{-1}{x+1}$$

$\frac{1}{2}$

$$\int\frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx=\int\left(\frac{5}{x+4}+\frac{-1}{x+1}\right)dx$$

$\frac{1}{2}$

$$=\int\left(\frac{5}{x+4}\right)dx-\int\left(\frac{1}{x+1}\right)dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\therefore\int\frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx=5[\ln|x+4|]-[\ln|x+1|]+C$$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-1,4)$, $B(1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

$\because$ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $A(-1,4)$, $B(1,4)$
ورأسه نقطة الأصل

1 $\therefore$ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن (x, y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

1 $(1)^2 = 4P(4)$

$1 = 16P$

1 $P = \dfrac{1}{16}$

1 $\therefore$ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \dfrac{1}{4}\, y$

1 البؤرة : $F(0\,,P) = F(0\,,\dfrac{1}{16})$

$\frac{1}{2}$ معادلة الدليل : $y = -P$

$\frac{1}{2}$ $y = -\dfrac{1}{16}$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & : 0\le x\le 3\\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

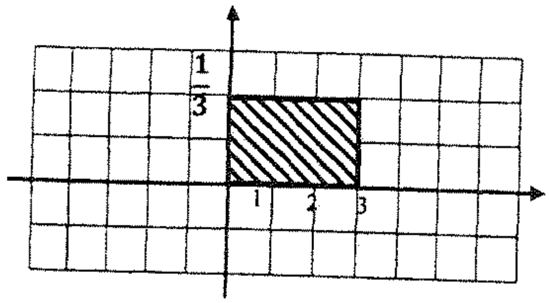
a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

نرسم بيان الدلة f :

1 

1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

1 مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

1 $= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

$\therefore$ الدالة f هي دالة كثافة احتمال

2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

1 $$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & : a\le x\le b\\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

$\because\ a=0\ ,\ b=3 \to b-a=3$

1 $$\therefore \frac{1}{b-a}=\frac{1}{3} \to f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & : 0\le x\le 3\\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

1 $\therefore$ الدالة f هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

1

3) التوقع : $\mu=\frac{a+b}{2}=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}$

1

التباين : $\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(3-0)^2}{12}=\frac{3}{4}$

تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\,,y)$ هو : $2x+5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2\,,3)$

الحل :

ميل العمودي $= \dfrac{-1}{f'(x)}$ حيث $f'(x) \neq 0$

1 $\therefore f'(x) = \dfrac{-1}{2x+5}$

$\frac{1}{2}$ $f(x) = \int f'(x)\ dx$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) = \int \dfrac{-1}{2x+5}\ dx$

1+ 1 $f(x) = \frac{-1}{2} ln|2x+5| + C$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(-2\,,3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$\frac{1}{2}$ $3 = \dfrac{-1}{2} ln|1| + C$

$\frac{1}{2}$ $C = 3$

$\therefore$ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

1 $f(x) = \dfrac{-1}{2} ln|2x+5| + 3$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	[redacted]	(c)	(d)
(2)	[redacted]	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	[redacted]	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	[redacted]
(5)	(a)	(b)	(c)	[redacted]
(6)	[redacted]	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	[redacted]	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	[redacted]	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	[redacted]
(10)	[redacted]	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الثانية نسخة التوجيه

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) – الصف الثاني عشر العلمي 2017 / 2018 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

<u>أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:</u>

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (8 درجات)

$$\int x \cos 3x \, dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $u = x \qquad dv = \cos 3x \, dx$

$1+1$ $du = dx \qquad v = \frac{1}{3}\sin 3x$

1 $\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$

$1+1$ $\int x \cos 3x \, dx = \frac{x}{3}\sin 3x - \int \frac{1}{3}\sin 3x \, dx$

$1+1$ $\int x \cos 3x \, dx = \frac{x}{3}\sin 3x + \frac{1}{9}\cos 3x + C$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : (6 درجات)

b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحنيي الدالتين : $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$

الحل :

<u>المنطقة المستوية محددة بمنحنيي الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع:</u>

$\frac{1}{2}$ $$f(x) = g(x)$$

$\frac{1}{2}$ $$x^2 = \sqrt{x} \qquad : (x > 0)$$

<u>بتربيع الطرفين</u> $$x^4 = x$$

$$x^4 - x = 0$$

$\frac{1}{2}$ $$x(x^3 - 1) = 0$$

$\frac{1}{2}$ <u>نحصل على</u> $$x = 0 \quad , \quad x = 1$$

نأخذ قيمة اختيارية في $(0,1)$ ولتكن $x = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} \qquad , \qquad g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad , \ \forall x \in [0,1]$$

$\therefore$ <u>حجم المجسم الناتج</u> :

$\frac{1}{2}$ $$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2]\, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \pi \int_0^1 [x - x^4]\, dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right]_0^1$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$\therefore V = \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - 0\right] = \frac{3}{10}\pi$$ (وحدة مكعبة)

14

السؤال الثاني :

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل :

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2}\ dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x}\ dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\ dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{9}\int_0^{\frac{1}{3}} 9\ (1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\ dx \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}(1 + 9x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{1}{3}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3}\left[(4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad 1$$

$$\therefore L = \frac{14}{27} \text{ (وحدة طول)} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

تابع السؤال الثاني:

(8 درجات)

(b) أوجد :

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل :

1 + 1 $\quad u = x \qquad dv = \sin x \, dx$

1 + 1 $\quad du = dx \qquad v = -\cos x$

1 $$\int u \, dv = u\,v - \int v \, du$$

1 + 1 $$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx$$

1 $$= -x \cos x + \sin x + c$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

(8 درجات)

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4}\,dx$$

الحل :

حلل المقام : $x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1)$ 1

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{A_1}{x-4} + \frac{A_2}{x-1}$$ $\frac{1}{2}$

اضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x-1)$ وبسّط

$$5x - 2 = A_1(x-1) + A_2(x-4)$$ 1

عوض عن x بـ 4 :

$$5(4) - 2 = A_1(4-1) + A_2(4-4) \rightarrow A_1 = 6$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

عوض عن x بـ 1 :

$$5(1) - 2 = A_1(1-1) + A_2(1-4) \rightarrow A_2 = -1$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\frac{5x-2}{x^2-5x+4} = \frac{6}{x-4} + \frac{-1}{x-1}$$ $\frac{1}{2}$

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4}\,dx = \int \left(\frac{6}{x-4} - \frac{1}{x-1}\right)dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= 6\int \frac{1}{x-4}\,dx - \int \frac{1}{x-1}\,dx$$ 1

$$= 6\ln|x-4| - \ln|x-1| + C$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة (1 , 1) ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

أحد رأسي القطع الزائد : $A(\frac{2}{3}, 0)$

$\frac{1}{2}$ ∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات

$\frac{1}{2}$ ومعادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{1}{2}$ من المعطيات $a = \frac{2}{3}$ فيكون : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

يمر القطع بالنقطة (1 , 1) بالتعويض :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{b^2} = \frac{5}{4} \rightarrow b^2 = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$

$$\frac{9x^2}{4} + \frac{5y^2}{4} = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ معادلتا الخطين المقاربين هما : $y = \pm\frac{b}{a}x \rightarrow y = \pm\frac{3}{\sqrt{5}}x$

14

السؤال الرابع:

(a) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

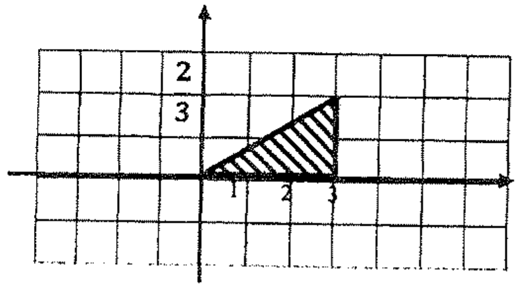
(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد : $3)\ P(X = 1)$ $2)\ p(X \ge 2)$ $1)\ p(0 < X \le 3)$

الحل :

نرسم بيان الدلة f :



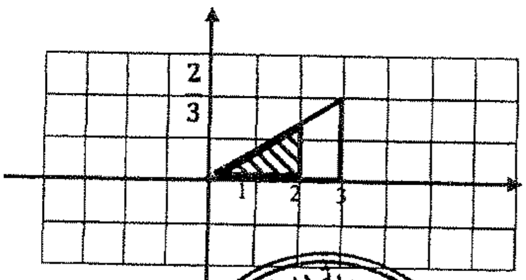
1

1) مساحة المنطقة المظللة :

1 $$p(0 < X \le 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}$$

1 $$= 1$$

2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث :



1

1 $$p(X \ge 2) = 1 - p(X < 2)$$

$\frac{1}{2}$ $$= 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{5}{9}$$

2 (3 $$p(X = 2) = 0$$

تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x , y) هو $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $P(0 , 1)$.

الحل :

1 $$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1 $$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1)dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$f(x) = 4\frac{x^4}{4} + 6\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(0 , 1)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$\frac{1}{2}$ $$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$

$\frac{1}{2}$ $$C = 1$$

$\therefore$ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

1 $$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئــة

(1) $\int csc^2x\, d\,x = -cotx + c$

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}\,dx =$

$a)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

$b)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

$c)\ x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

$d)\ 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

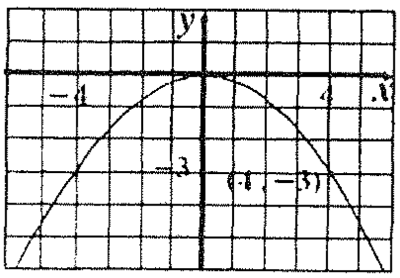
$a)\ 9\,\pi\, units^2$

$b)\ 6\,\pi\, units^2$

$c)\ 3\,\pi\, units^2$

$d)\ \frac{9}{2}\,\pi\, units^2$

(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :



$a)\ y = \frac{4}{3}$

$b)\ y = \frac{9}{20}$

$c)\ y = \frac{-1}{12}$

$d)\ y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

$a)\ -\cos\theta$ $\quad b)\ 2-\cos\theta$ $\quad c)\ -2-\cos\theta$ $\quad d)\ 4-\cos\theta$

---

(7) $\int \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\,dx =$

$a)\ \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}+c$ $\qquad b)\ \frac{e^{-x}-e^{x}}{2}+c$

$c)\ \frac{e^{x}-e^{-x}}{2}+c$ $\qquad d)\ \frac{e^{-2x}-e^{2x}}{2}$

---

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ يساوي :

$a)\ 12\ units$ $\quad b)\ 2\sqrt{41}\ unit$ $\quad c)\ 16\ units$ $\quad d)\ 20\ units$

---

(9) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

$a)\ y = 2\,e^{\frac{5}{2}}$ $\qquad b)\ y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

$c)\ y = 2\,e^{\left(\frac{-1}{2}x+\frac{5}{2}\right)}+1$ $\qquad d)\ y = 2\,e^{\left(\frac{-1}{2}x-\frac{5}{2}\right)}+1$

---

(10) لتكن $f(x) = x^2+1$: فإن $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

$a)\ R-R^{-}$ $\quad b)\ R-R^{+}$ $\quad c)\ R^{-}$ $\quad d)\ R^{+}$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الدور الثاني نسخة التصحيح

الدرجة: ....

14

دولــة الـكـويـت
وزارة الــتـربـيــة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   النموذج في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات و المحددة بمنحنى الدالة $f \quad : \quad f(x) = x^2 + 2$ و محور السينات في الفترة $[-1, 1]$ (8 درجات)

الحل

$\therefore$ حجم المجسم الناتج عن الدوران هو :

$$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{1} \left(f(x)\right)^2 \, dx \qquad 1$$

$$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{1} (x^2 + 2)^2 \, dx \qquad 1$$

$$= \pi \int_{-1}^{1} (x^4 + 4x^2 + 4) \, dx \qquad 1\tfrac{1}{2}$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^{1} \qquad 1\tfrac{1}{2}$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left(\frac{-1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right] \qquad 2$$

$$= \frac{166}{15}\pi \quad \text{units cube} \qquad 1$$

(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (6 درجات)

$$\int (2x+1)\ln x\, dx$$

الحل

$u = \ln(x)$ $\quad$ $dv = (2x+1)\, dx$ $\quad$ ½ + ½

$du = \frac{1}{x}\, dx$ $\quad$ $v = x^2 + x$ $\quad$ ½ + ½

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$ 1

$$\int (2x+1)\ln(x)\, dx = (x^2+x)\ln(x) - \int \frac{x^2+x}{x} dx$$ ½ + ½

$$= (x^2+x)\ln(x) - \int \frac{x(x+1)}{x} dx$$

$$= (x^2+x)\ln(x) - \int (x+1)\, dx$$ 1

$$= (x^2+x)\ln x - \left(\frac{1}{2}x^2 + x\right) + C$$

$$= (x^2+x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 - x + C$$ 1

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \quad dx$$

(6 درجات)

الحل

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \ dx$$ [redacted] 2

عندما $x = 0 \Leftarrow u = \tan(0) = 0$ [redacted] $\frac{1}{2}$

عندما $x = \frac{\pi}{4} \Leftarrow u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ [redacted] $\frac{1}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \quad dx = \int_0^1 u \ du$$ [redacted] 1

$$= \left[\frac{u^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$ [redacted] $1\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2}$$ [redacted]

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\,,y)$ هو $3x^2$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1,5)$ (8 درجات)

الحل

ميل العمودي $= \dfrac{-1}{f'(x)}$ حيث $f'(x) \neq 0$ ½

$$\therefore \quad 3x^2 = \frac{-1}{f'(x)}$$ 1

$$\therefore \quad f'(x) = \frac{-1}{3x^2}$$ 1

معادلة المنحنى هي : $f(x) = \int f'(x)\,dx$ 1

$$f(x) = \int \frac{-1}{3x^2}\,dx = \int \frac{-1}{3}x^{-2}\,dx$$ 1

$$= \frac{1}{3}x^{-1} + C$$ 1

$$f(x) = \frac{1}{3x} + C$$

$$f(1) = 5$$ 1

$$5 = \frac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \frac{1}{3}$$ ½

$$\Rightarrow C = \frac{14}{3}$$ ½

$$\therefore \quad f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{14}{3}$$ ½

14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

(2) $\int f(x)dx$

الحل

(1) $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$ 1

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$$ ½

$$2 = A(x-3) + B(x-1)$$

بالتعويض عن $x = 1$: $2 = A(1-3) + B(1-1)$

$2 = -2A + 0 \Rightarrow A = -1$ 1

بالتعويض عن $x = 3$: $2 = A(3-3) + B(3-1)$

$2 = 0 + 2B \Rightarrow B = 1$ 1

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{x-3}$$ 1

(2) $\int f(x)\,dx = \int \left(\frac{2}{x^2 - 4x + 3}\right) dx$

$= \int \left(\frac{-1}{x-1} + \frac{1}{x-3}\right) dx = -\int \frac{1}{x-1} dx + \int \frac{1}{x-3} dx$ 1

$= -\ln|x-1| + \ln|x-3| + C$ 2½

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2(\frac{1}{x}+2)^5}\,dx$$

الحل

$$u=\frac{1}{x}+2 \quad , \quad du=-\frac{1}{x^2}\,dx \Rightarrow -du=\frac{1}{x^2}\,dx$$ 1 + ½

$$\int \frac{1}{x^2(\frac{1}{x}+2)^5}\,dx = -\int \frac{(\frac{1}{x}+2)^{-5}}{-x^2}\,dx$$ ½

$$= -\int u^{-5}\,du$$ 1

$$= -\left[\frac{u^{-4}}{-4}+C_1\right]$$ 1

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{u^4}+C_1\right]$$ ½

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{x}+2\right)^4}+C_1\right]$$ 1

$$= \frac{1}{4\left(\frac{1}{x}+2\right)^4}+C \qquad : C=\frac{1}{4}C_1$$ ½

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(4, 0)$ ويمر بالنقطة $A(6, 0)$ ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

½ $\because$ البؤرة $F(4, 0)$ تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

½
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

½
$$c = 4$$

½
$$a^2 = b^2 + c^2$$

1
$$a^2 = b^2 + 16$$

$\because$ القطع الناقص يمر بالنقطة $A(6, 0)$

½
$$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore\ a^2 = 36$$

1
$$\because\ b^2 = 36 - 16 = 20$$

$\therefore$ المعادلة هي :

1
$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

الإختلاف المركزي :

½
$$e = \frac{c}{a}$$

1
$$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f دالة كثافة إحتمال :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \le 3)$

3) أوجد : التوقع و التباين للدالة f

الحل

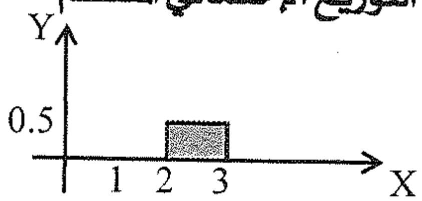
1) الدالة f تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \le x \le b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$ 1

$\because a = 1, b = 3 \quad \Rightarrow \quad b - a = 3 - 1 = 2$ 1

$, \quad \frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$ ½

$\therefore$ الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم 1½



2) $P(2 < X \le 3) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

3) التوقع : 1½

$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

التباين : 1½

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (2 − 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\left(F'(x) = sec^2 x \ , F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \right) \Rightarrow \ F(x) = tan\, x + 2$

(2) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}}\, dx = \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانيا :في البنود (10 − 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x\,|x|\ dx =$

$(a)\ -27$ $\qquad$ $(b)\ -9$

$(c)\ 9$ $\qquad$ $(d)\ 27$

(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2}\, dx =$

$(a)\ \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$ $\qquad$ $(b)\ \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

$(c)\ \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$ $\qquad$ $(d)\ \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

$(a)\ \sqrt{2}\quad units$ $\qquad$ $(b)\ 2\sqrt{2}\quad units$

$(c)\ 3\sqrt{2}\quad units$ $\qquad$ $(d)\ \frac{\sqrt{2}}{2}\quad units$

(6) مساحة المنطقه المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

$(a)\ 9\pi\ \ units^2$ $\qquad$ $(b)\ 6\pi\ \ units^2$

$(c)\ \frac{3}{2}\pi\ \ units^2$ $\qquad$ $(d)\ \frac{9}{2}\pi\ \ units^2$

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

$(a)\ y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$ $\quad$ $(b)\ y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

$(c)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$ $\quad$ $(d)\ y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافيء فإن معادلة الدليل هي :

$(a)\ y = \frac{-1}{24}$ $\quad$ $(b)\ y = \frac{1}{24}$

$(c)\ x = \frac{-1}{24}$ $\quad$ $(d)\ x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد :

$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$ هما

$(a)\ y = \pm 2x$ $\quad$ $(b)\ y = \pm \frac{1}{2}x$

$(c)\ y = \pm 4x$ $\quad$ $(d)\ y = \pm \frac{1}{4}x$

(10) إذا كانت دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي :

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي المتقطع X يساوي

$(a)\ 1$ $\quad$ $(b)\ \frac{2}{3}$

$(c)\ \frac{7}{9}$ $\quad$ $(d)\ 0$

إنتهت الأسئلة،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

الدرجة : ....

14

دولـــة الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م

المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و 45 دقيقة　　الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int xe^{x}\,dx$$

الحل

$u = x$	$dv = e^{x}\,dx$
$du = dx$	$v = e^{x}$

1

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$ 1

$$\int xe^{x}dx = xe^{x} - \int (e^{x})\,dx$$ 2

$$= xe^{x} - e^{x} + C$$ 2

$$= e^{x}(x - 1) + C$$

(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}} \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right) 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}} \qquad 1$$

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x \qquad 1$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\; dx \qquad 1$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x}\; dx \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}}\; dx \qquad 1$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3}(1 + 9x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{1}{3}} \qquad 1$$

$$= \frac{2}{27} \left[\left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + 9(0)\right)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad 1$$

$$= \frac{2}{27} \left[\sqrt{4^3} - \sqrt{1^3}\right] = \frac{2}{27}[8 - 1] = \frac{14}{27} \text{ units} \qquad 1$$

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_1^4 |x-2|\ dx$$

(6 درجات)

الحل

$$\int_1^4 |x-2|\ dx = \int_1^2 |x-2|\ dx + \int_2^4 |x-2|\ dx$$ 1

$$= \int_1^2 (2-x)\ dx + \int_2^4 (x-2)\ dx$$ 1

$$= \left[2x - \frac{1}{2}x^2\right]_1^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_2^4$$ 2

$$= \left[(4-2) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right] + [(8-8) - (2-4)]$$ 1

$$= \left[2 - 1\frac{1}{2}\right] + [0 - (-2)]$$

$$= \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$$ 1

تابع السؤال الثاني :

أوجد (b)

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2+2x-3}\,dx$$

الحل

$$\frac{12}{x^2+2x-3} = \frac{12}{(x-1)(x+3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$$ 1½

وبضرب طرفي المعادله ب $(x-1)(x+3)$

$$12 = A\,(x+3) + B(x-1)$$ ½

$12 = -4B \Rightarrow B = -3$: $x = -3$ بالتعويض عن

$12 = 4A \Rightarrow A = 3$: $x = 1$ بالتعويض عن

2

$$\frac{12}{x^2+2x-3} = \frac{12}{(x-1)(x+3)} = \frac{3}{x-1} - \frac{3}{x+3}$$ ½

$$\int f(x)\,dx = \int \left(\frac{3}{x-1} - \frac{3}{x+3}\right) dx$$ ½

$$= 3\int \frac{1}{x-1}\,dx - 3\int \frac{1}{x+3}\,dx$$ ½

$$= 3\ln|x-1| - 3\ln|x+3| + C$$ 2½

14

(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(sin^2x)\sqrt{1+cot\,x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt{1+cot\,x}} = \int \frac{\csc^2 x\,dx}{\sqrt{1+cot\,x}}$$ 1

$u = 1 + cot\,x \quad , \quad du = -\csc^2 x\,dx$ 1 + 1

$$\int \frac{\csc^2 x\,dx}{\sqrt{1+cot\,x}} = -\int \frac{1}{\sqrt{u}}\,du$$ 1

$$= -\int u^{-\frac{1}{2}}\,du$$ ½

$$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$$ 1

$$= -2(1+cot\,x)^{\frac{1}{2}} + C$$ ½

$$= -2\sqrt{1+cot\,x} + C$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 \quad , y_2 = x^2 + 1$$

الحل

$y_1 = y_2$ ½

$x + 3 = x^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$ ½

$\Rightarrow \quad (x - 2)(x + 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \quad , \quad x = -1$ ½

بأخذ قيمة إختيارية $\ni (-1 , 2)$ ولتكن $x = 0$ ، نجد أن

$y_1 = 3 \quad , \quad y_2 = 1$ ½

$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall\, x \in [-1, 2]$ ½

$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{2} ({y_1}^2 - {y_2}^2)\, dx$ 1

$\therefore \quad V = \pi \int_{-1}^{2} [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2]\, dx$ ½

$= \pi \int_{-1}^{2} [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1]\, dx$ 1

$= \pi \int_{-1}^{2} (-x^4 - x^2 + 6x + 8)\, dx$ ½

$= \pi \left[\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x\right]_{-1}^{2}$ 2

$= 23\frac{2}{5}\pi \quad cube\ units$ ½

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0,0)$ وطول محوره الأكبر $16\ cm$ و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين $10\ cm$

(7 درجات)

الحل

$\because$ طول المحور الأكبر $= 16\ cm$

$\therefore\quad 2a = 16$ ½

$a = 8$ ½

$\because$ المسافة بين البؤرتين $= 10\ cm$ ½

$\therefore\quad 2c = 10$ 1

$c = 5$ ½

$\because\quad a^2 = b^2 + c^2$ ½

$\therefore\quad b^2 = a^2 - c^2$

$b^2 = (8)^2 - (5)^2$ ½

$= 64 - 25 = 39$ ½

$\because$ المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي ½

$\therefore$ معادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$ 1

$$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$$ 1

تابع السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

1) التوقع μ

2) التباين σ^2

3) الإنحراف المعياري σ

الحل

1) التوقع (μ) :

$$\mu = \sum x_i\, f(x_i)$$ 1

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3)$$ 1½

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2$$ ½

2) التباين (σ^2) :

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2$$ 1

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$-(3.2)^2$$ 1½

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16$$ ½

3) الإنحراف المعياري (σ) :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$ ½

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47$$ ½

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1 - 2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة	
مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي : $2\int_0^2 f(x)\,dx$	(1)
الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان	(2)

ثانيا :في البنود $(3 - 10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2\right)^2 dx$

(a) $x^2 + C$ (b) $2x + C$

(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$ (d) $\frac{1}{3}x^3 + C$

(4) إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي

(a) $-\cos x$ (b) $2 - \cos x$

(c) $-2 - \cos x$ (d) $4 - \cos x$

(5) إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{2}{x^2}$ (b) $\frac{2}{x}$

(c) $\frac{x\ln x}{2}$ (d) $\frac{2\ln x^2}{x}$

(6) إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، $y' + y = 2$ فإن

(a) $y = e^{-x} - 2$ (b) $y = \frac{1}{2}e^{-x}$

(c) $y = e^{-x} + 2$ (d) $y = 2e^{-x}$

(7) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $B(-5,2)$، و خط تماثله هو محور السينات هي :

$(a)\ y^2 = \frac{-4}{5}x$ $\quad$ $(b)\ x^2 = \frac{-4}{5}y$

$(c)\ y^2 = \frac{4}{5}x$ $\quad$ $(d)\ x^2 = \frac{4}{5}y$

(8) إذا كان $\int_{3}^{-1} g(x)\,dx = 2$ ، $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = 4$ فإن

$\int_{-1}^{3} (3f(x) + 2g(x) + 1)\,dx$ تساوي

$(a)\ 9$ $\quad$ $(b)\ 10$

$(c)\ 12$ $\quad$ $(d)\ 17$

(9) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

فإن $f(x)$ تساوي

$(a)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ $\quad$ $(b)\ x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

$(c)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ $\quad$ $(d)\ x^3 - 6x^2 + 9x + 3$

(10) إذا كان X متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الإحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $P(X \le -2.5)$ تساوي

$(a)\ 0$ $\quad$ $(b)\ 1$

$(c)\ \frac{1}{5}$ $\quad$ $(d)\ \frac{1}{10}$

إنتهت الأسئلة،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

وزارة التربية 2016-2017 الدور الثاني نسخة التصحيح

الدرجة : ....

14

دولـــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2}\,dx$$ (5 درجات)

الحل

$$u = 4-x^2 \Rightarrow x^2 = 4-u \qquad [0.5]$$

$$du = -2x\,dx \Rightarrow \frac{-1}{2}du = x\,dx \qquad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5\sqrt{4-x^2}\,dx = \int \sqrt{4-x^2}.(x^2)^2(xdx)$$

$$= \int \sqrt{u}(4-u)^2\left(\frac{-1}{2}\ du\right) \qquad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2}\sqrt{u}(16-8u+u^2)\ \ du \qquad [0.5]$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}}+4u^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}\right)\ du \qquad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}}u^{\frac{3}{2}} + \frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}\frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C \qquad [2]$$

$$= \frac{-16}{3}u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5}u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7}u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3}(4-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5}(4-x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7}(4-x^2)^{\frac{7}{2}} + C \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقاليه)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{2}{9}(9+3x)^{\frac{3}{2}}$
في الفترة $[2,5]$ (5 درجات)

الحل

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{3}{2}\right)(9+3x)^{\frac{1}{2}}(3) \qquad [1]$$

$$= (9+3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1+(f'(x))^2}\ dx \qquad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1+9+3x}\ dx = \int_2^5 \sqrt{10+3x}\ dx \qquad [1]$$

$$= \int_2^5 (10+3x)^{\frac{1}{2}}\ dx \qquad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3}\int_2^5 3(10+3x)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left[(10+3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \qquad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right)\left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9}\ units \qquad [0.5]$$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2015-2016
الفترة الدراسية الرابعة نسخة التوجيه

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int x^2 \cos x \; dx$$

(6 درجات)

الحل

$u = x^2$, $dv = \cos x \, dx$

$du = 2x \, dx$, $v = \sin x$ [1]

$$\int u \, dv = u\,v - \int v \, du$$ $\boxed{0.5}$

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x \; -2\int x \sin x \; dx \; \ldots\ldots(1)$$ [0.5 + 0.5]

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد : $\int x \; \sin x \; dx$

$u = x$, $dv = \sin x \, dx$

$du = dx$, $v = -\cos x$ [1]

$$\therefore \int x \; \sin x \, dx = -x \cos x \; - \int -\cos x \, dx$$ [0.5 + 0.5]

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \; \ldots\ldots(2)$$ [0.5 + 0.5]

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \; \cos x \, dx = x^2 \sin x \; -2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$ $\boxed{0.5}$

$$= x^2 \sin x \; +2x \cos x -2 \sin x + C$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$\int_{-2}^{0} \frac{5x-1}{x^2+2x-3}\,dx$$ (**4** درجات)

الحل

$$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$$

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3}=\frac{5x-1}{(x+3)(x-1)}=\frac{A_1}{x+3}+\frac{A_2}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow\ 5x-1=A_1(x-1)+A_2(x+3)$$

$4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1$: $x = 1$ بالتعويض عن [0.5]

$-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4$: $x = -3$ بالتعويض عن [0.5]

$$\frac{5x-1}{x^2+2x-3}=\frac{4}{x+3}+\frac{1}{x-1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^{0}\left(\frac{5x-1}{x^2+2x-3}\right)dx=\int_{-2}^{0}\left(\frac{4}{x+3}+\frac{1}{x-1}\right)dx \quad [0.5]$$

$$=4[\ln|x+3|]_{-2}^{0}+[\ln|x-1|]_{-2}^{0} \quad [1]$$

$$=4[\ln 3-\ln 1]+[\ln 1-\ln 3]$$

$$=3\ln 3 \quad [0.5]$$

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int (x+1)\, e^{x^2+2x+3}\, dx$$ (4 درجات)

الحل

$u = x^2 + 2x + 3$ [0.5]

$du = (2x+2)\,dx \Rightarrow du = 2(x+1)\,dx$ [0.5]

$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x+1)\,dx$ [0.5]

$\therefore \int (x+1)\, e^{x^2+2x+3}\, dx = \frac{1}{2}\int e^u\, du$ [0.5]

$= \frac{1}{2} e^u + C$ [1] +[0.5]

$= \frac{1}{2} e^{x^2+2x+3} + C$ [0.5]

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة g : $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 2$

علما بأن منحنيي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

$\because$ **المنحنيين غير متقاطعين**

$\therefore$ **نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة $(0,2)$ و لتكن $x = 1$**

$f(1) = 3 \quad , \quad g(1) = 6$ [0.5 + 0.5]

$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2]$ [0.5]

$$A = \int_0^2 \left(g(x) - f(x)\right) dx$$ [0.5] + [0.5]

$$= \int_0^2 \left((5 + x^2) - (4x - x^2)\right) dx$$ [0.5]

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5) \, dx$$ [0.5]

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x\right]_0^2$$ [1.5]

$$= \left[\frac{16}{3} - 8 + 10\right] - 0$$ [0.5]

$$= \frac{22}{3}$$ (وحدة مربعة) [0.5]

10

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

الحل

(1) $a^2 = 7 \implies a = \sqrt{7}$ [0.5]

$b^2 = 16 \implies b = 4$ [0.5]

$A_1(-\sqrt{7}, 0)$, $A_2(\sqrt{7}, 0)$ رأسا القطع الزائد هما [1]

(2) $c^2 = a^2 + b^2$ [0.5]

$c^2 = 7 + 16$ [0.5]

$c = \sqrt{23}$ [0.5]

$F_1(-\sqrt{23}, 0)$, $F_2(\sqrt{23}, 0)$ البؤرتان هما [1]

(3) $e = \frac{c}{a}$ [0.5]

$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$ [1]

تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الداله f : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \le x \le 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك ,} \end{cases}$ **دالة كثافة إحتمال**

1) أثبت أن الداله f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

2) أوجد التوقع و التباين للداله f (4 درجات)

الحل

1) $\because \quad a = 1 \quad , \quad b = 3$ [0.5]

$\therefore \quad \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$ [1]

[0.5] $\therefore$ **f دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم**

2) $\mu = \frac{a+b}{2}$ التوقع : [0.5]

$= \frac{1+3}{2} = 2$ [0.5]

$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ التباين : [0.5]

$= \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ [0.5]

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(3 - 1)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)	إذا كانت $y = x\ln x - x$ فإن $y' = \ln x$
(2)	حل المعادلة التفاضليه : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$ هو: $y = e^{-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}} + 1$.
(3)	$y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافيء بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانيا : في البنود $(10 - 4)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f : $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن f : $f(x) = x^2 + 1$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$ (b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}^+$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

(a) 4π (b) $\frac{16}{3}\pi$

(c) 6π (d) $\frac{32}{3}\pi$

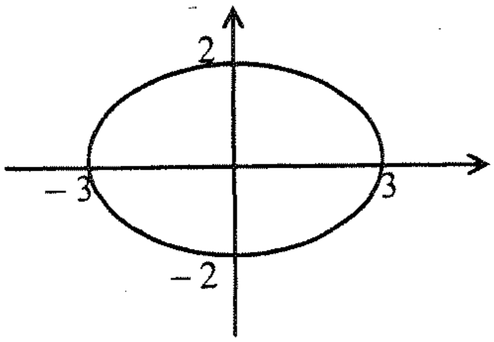
(7) إذا كان : $\int_{3}^{-1} g(x)dx = -4$, $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 2$

فإن : $\int_{-1}^{3} (2f(x) - g(x) + 5)dx$ تساوي

(a) 2   (b) 4

(c) 20   (d) 5

(8) معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :



(a) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ (b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

(c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (d) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

(9) معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما

(a) $y = \pm 2x$ (b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$ (d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

(10) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X (ظهور صورة) يساوي

(a) 2   (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 4

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)		(b)	(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)	(a)	(b)		(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)	(c)	
(7)	(a)	(b)		(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)		(b)	(c)	(d)
(10)	(a)		(c)	(d)

10

الدرجة : ....

دولـــة الكويت
وزارة الـتربيـة
امتحان الدور الثاني الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد :

$$\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1+\tan x}}\,dx$$

(4 درجات)

الحل

$$\int \frac{\sec^2 x\,dx}{\sqrt{1+\tan x}} = \int \frac{\sec^2 x\,dx}{(1+\tan x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \int (1+\tan x)^{\frac{-1}{2}}.\sec^2 x\,dx$$ [0.5]

$$u = 1+\tan x \quad , \quad du = \sec^2 x\,dx$$ [0.5 + 0.5]

$$\int (1+\tan x)^{\frac{-1}{2}}.\sec^2 x\,dx = \int u^{\frac{-1}{2}}\,du$$ [0.5]

$$= 2u^{\frac{1}{2}} + C$$ [1 + 0.5]

$$= 2(1+\tan x)^{\frac{1}{2}} + C$$ [0.5]

$$= 2\sqrt{1+\tan x} + C$$

(تراعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقاليه)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

$$\int \frac{x+2}{x^2-6x+8}\,dx$$

(6 درجات)

الحل

$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$

$\frac{x+2}{x^2-6x+8}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x-4} \quad \Rightarrow$ [0.5]

$x+2 = A\,(x-4)+B(x-2)$ [0.5]

$B = 3$: بالتعويض عن $x=4$ [1]

$A = -2$: بالتعويض عن $x=2$ [1]

$\frac{x+2}{x^2-6x+8}=\frac{-2}{x-2}+\frac{3}{x-4}$

$\int \frac{x+2}{x^2-6x+8}dx = \int \left(\frac{-2}{x-2}+\frac{3}{x-4}\right)dx$ [0.5]

$= -2\int \frac{1}{x-2}dx + 3\int \frac{1}{x-4}dx$

$= -2\ln|x-2| + 3\ln|x-4| + c$ [1 + 1 + 0.5]

10

السؤال الثاني

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7)\,dx \geq \int_0^1 (4x - 5)\,dx$$ (4 درجات)

الحل

نفرض أن : $f(x) = x^2 - 3x + 7 \quad , g(x) = 4x - 5$ [0.5]

و هما دالتان متصلتان على $\mathbb{R}$ [0.5]

$f(x) - g(x) = x^2 - 3x + 7 - (4x - 5) = x^2 - 7x + 12$ [0.5]

نضع $x^2 - 7x + 12 = 0$

$(x - 3)(x - 4) = 0$


[0.5]

نلاحظ أن :

$x^2 - 7x + 12 \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$ [0.5]

$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$

$\because \ [0,1] \subseteq (-\infty, 3]$ [0.5]

$\therefore \ f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0,1]$ فتكون

$f(x) \geq g(x) \ ، \quad \forall x \in [0,1]$ وتكون

$\therefore \ x^2 - 3x + 7 \geq 4x - 5 \quad \forall x \in [0,1]$ [0.5]

$\therefore \int_0^1 (x^2 - 3x + 7)\,dx \geq \int_0^1 (4x - 5)\,dx$ [0.5]

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالتين : $f(x) = x \quad , \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$

(6 درجات)

الحل

نوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيين بوضع

$$f(x) = g(x)$$

$$x = \sqrt[3]{x} \qquad [0.5]$$

بتكعيب الطرفين :

$$x^3 = x \implies x^3 - x = 0 \implies x(x^2 - 1) = 0 \qquad [0.5]$$

$$\implies x(x-1)(x+1) = 0 \qquad [0.5]$$

نحصل على :

$x = 0$ أو $x = 1$ أو $x = -1$ $\qquad [0.5]$

$$\therefore A = \left|\int_{-1}^{0}(f(x) - g(x))dx\right| + \left|\int_{0}^{1}(f(x) - g(x))dx\right| \qquad [1]$$

$$= \left|\int_{-1}^{0}(x - \sqrt[3]{x})dx\right| + \left|\int_{0}^{1}(x - \sqrt[3]{x})dx\right| \qquad [0.5]$$

$$= \left|\left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}\right]_{-1}^{0}\right| + \left|\left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}\right]_{0}^{1}\right| \qquad [1+1]$$

$$= \left|0 - (\frac{1}{2} - \frac{3}{4})\right| + \left|(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}) - 0\right|$$

$= \left|\frac{1}{4}\right| + \left|-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{2}$ وحدة مربعة $\qquad [0.5]$

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int (x+1)\, e^{x+1} dx$$ (4 درجات)

الحل

$u = x+1$	$dv = e^{x+1}\, dx$
$du = dx$	$v = e^{x+1}$

[2]

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$ [0.5]

$$\int (x+1)\, e^{x+1} dx = (x+1) e^{x+1} - \int e^{x+1}\, dx$$ [1]

$$= (x+1)\, e^{x+1} - e^{x+1} + C$$ [0.5]

تابع السؤال الثالث :

(b) حل المعادلة التفاضلية :

(6 درجات)

$$y' - 2xy = 0$$

الحل

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx} = 2xy \qquad [0.5]$$

$$\frac{dy}{y} = 2xdx \qquad [1]$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x\,dx \qquad [0.5]$$

$$ln\,|y| = x^2 + C \qquad [0.5 + 0.5 + 0.5]$$

$$|y| = e^{x^2 + C} \qquad [0.5 + 0.5]$$

$$y = \pm e^{x^2} . e^{C} \qquad [1]$$

$$= \pm e^{C} . e^{x^2}$$

$$(k = \pm e^{C})$$

$$y = k . e^{x^2} \qquad [0.5]$$

10

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه :

$F(0\,,-\sqrt{5})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربين : $y = 2x$

ثم أوجد إختلافه المركزي (6 درجات)

الحل

$\because$ إحدى البؤرتين هي $F(0,-\sqrt{5})$ وهي تقع على محور الصادات

$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات و تكون معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$ [0.5]

$\because$ إحدى البؤرتين هي $F(0,-\sqrt{5})$ فتكون $c=\sqrt{5}$ [0.5]

$\because c^2=a^2+b^2 \implies a^2+b^2=5$ ....(1) [0.5]

و معادلة الخطين المقاربين هي : $y=\pm\frac{a}{b}x$

$\because$ معادلة أحد الخطين المقاربين هي : $y = 2x$

$\frac{a}{b}=2 \implies a=2b$ ....(2) [0.5]

من (1) ، (2)

$(2b)^2+b^2=5$ [0.5]

$5b^2=5$

$b^2=1$ [0.5]

$b=1$ [0.5]

$\therefore\quad a=2(1)=2$ [0.5]

$\therefore$ معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{1}=1$$ [1]

الإختلاف المركزي هو :

$e=\frac{c}{a}$ [0.5]

$=\frac{\sqrt{5}}{2}$ [0.5]

تابع السؤال الرابع :

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن " عدد الصور " أوجد

1) فضاء العينة - مدى المتغير العشوائي

2) دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي (4 درجات)

الحل

$$S = \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(T,H,H)(H,T,T)\ (T,H,T),(T,T,H),(T,T,T)\}$$ [1]

$n(S) = 8$

عناصر فضاء العينة	عدد الصور في كل عنصر
(H,H,H)	3
(H,H,T)	2
(H,T,H)	2
(T,H,H)	2
(H,T,T)	1
(T,H,T)	1
(T,T,H)	1
(T,T,T)	0

مدى المتغير العشوائي : $X = \{0,1,2,3\}$ [1]

$$P(X=3) = \frac{1}{8}$$

$$P(X=2) = \frac{3}{8}$$

$$P(X=1) = \frac{3}{8}$$

$$P(X=0) = \frac{1}{8}$$

دالة التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي X : [2]

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (3 – 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)	$\int \frac{1}{x^2}dx = \frac{1}{x} + C$	
(2)	حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو $V = \pi\int_0^2 (x - \frac{1}{2}x^2)\,dx$	
(3)	الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته : $x^2 - y^2 = 12$ متعامدان	

ثانيا :في البنود (10 – 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}dx =$

(a) $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ (b) $\ln|e^x - 4| + C$

(c) $-\ln|e^x - 4| + C$ (d) $\frac{1}{2}\ln|e^x - 4| + C$

(5) $\int_{-1}^{1}(1 - |x|)\,dx =$

(a) -1 (b) 0

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(6) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0,3]$ هو

(a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units

(c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(7)	المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ تساوي (a) $2\sqrt{2}$ units (b) $\sqrt{2}$ units (c) 10 units (d) $2\sqrt{5}$ units	
(8)	إذا كانت $y = e^x - e^{-x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي (a) $e^x + e^{-x}$ (b) $e^x - e^{-x}$ (c) e^{2x} (d) $2e^x$	
(9)	المعادله التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $(-5,-6)$ و خط تماثله y-axis هي (a) $y^2 = \frac{-25}{6}x$ (b) $x^2 = \frac{-25}{6}y$ (c) $y^2 = \frac{-6}{25}x$ (d) $x^2 = \frac{-6}{25}y$	
(10)	إذا كان X متغيرا عشوائيا متقطعا يأخذ القيم : -1 , 1 , 1.5 و كان : $P(X = 1) = 0.3$, $P(X = -1) = 0.6$ فإن $P(X > 0)$ يساوي (a) 0.7 (b) 0.4 (c) 0.9 (d) 0.6	

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10

الدرجة : ....

(الصفحة الأولى)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2014 / 2015 م

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد صفحات الإمتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول : (10 درجات)

نموذج الإجابة

a) أوجد $\int x \ln x \, dx$ (4 درجات)

الإجابة

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$u = \ln x \qquad dv = x\,dx$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$du = \frac{1}{x}dx \qquad V = \frac{1}{2}x^2$
$\frac{1}{2}$	$\because \int u\,dv = u.V - \int v.du$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\therefore \int x \ln x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}\int x\,dx$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$

تراعى الحلول الاخرى فى جميع الاسئلة

تابع السؤال الثاني :- (4 درجات)

b) أوجد معادلة منحني الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $p(x , y)$ يساوي :
$3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1 , 2)$

نموذج الإجابة

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $\because f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1)\,dx$

2 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$

$\because f(1) = 2$

$\therefore (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C = 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore C = 2$

$\therefore$ معادلة المنحنى f هي :

$\frac{1}{2}$ $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الأول -

b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$: (6 درجات)

نموذج الإجابة

أوجد 1) الكسور الجزئية .

2) $\int f(x)dx$

المقام : $x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15} = \dfrac{A_1}{(x+3)} + \dfrac{A_2}{(x-5)}$

$\frac{1}{2}$ $5x-1 = A_1(x-5) + A_2(x+3)$

نعوض عن x بـ 5 :

$\frac{1}{2}$ $\therefore 24 = 8A_2 \longrightarrow A_2 = 3$

$\frac{1}{2}$ $\therefore -16 = -8A_1 \longrightarrow A_1 = 2$ نعوض عن x بـ -3 :

1 $\therefore \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15} = \dfrac{2}{(x+3)} + \dfrac{3}{(x-5)}$

$\therefore \int f(x)\,dx = \int \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}\,dx = \int \left(\dfrac{2}{(x+3)} + \dfrac{3}{(x-5)}\right)dx$

$\frac{1}{2}$ $= 2\int \dfrac{1}{x+3}\,dx + 3\int \dfrac{1}{x-5}\,dx$

$1 + 1 + \frac{1}{2}$ $= 2\ln|x+3| + 3\ln|x-5| + C$

تراعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة .

السؤال الثاني :- (10 درجات)

a) أوجد : (6 درجات)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

نموذج الإجابة

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $u = \tan x$

$\frac{1}{2}$ $du = \sec^2 x \, dx$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ عندما $x = 0$ فإن $u = \tan 0 = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ عندما $x = \frac{\pi}{4}$ فإن $u = \tan \frac{\pi}{4} = 1$

1 $\therefore \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$

1 $= \left[\frac{1}{2} u^2\right]_0^1$

1 $= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

السؤال الثالث :- **(10 درجات)**

نموذج الإجابة

a) حل المعادلة التفاضلية : $3y' - 2y = 4$ **(4 درجات)**

ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عندما $x = 0$

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $3y' = 2y + 4$

$\frac{1}{2}$ $y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}$ $y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$a = \frac{2}{3} \quad , b = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore y = Ke^{\frac{2}{3}x} - 2$

عندما $x = 0 \ , \ y = 3$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 3 = K - 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore K = 5$

$\frac{1}{2}$ $\therefore y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الثالث :- (6 درجات)

b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ نموذج الإجابة

ورأساه $A_1(-2,0)$, $A_2(2,0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين

.

الإجابة

$\frac{1}{2}$ ∵ البؤرتين على محور السينات

$\frac{1}{2}$ ∴ معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

∵ إحدى البؤرتين $F_2(4,0)$:

$\frac{1}{2}$ $\therefore c = 4$

الرأسين $A_2(2,0)$:

$\frac{1}{2}$ $\therefore a = 2$

$\frac{1}{2}$ $\because c^2 = a^2 + b^2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 16 = 4 + b^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\therefore b^2 = 12 \quad \therefore b = 2\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}$ ∴ معادلة القطع الزائد : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

معادلتا الخطين المقاربين هما :

1 $y = \pm \frac{b}{a} x$

$\frac{1}{2}$ $\therefore y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x = \pm \sqrt{3}\, x$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

(الصفحة السابعة)

السؤال الرابع :- **(10 درجات)**

نموذج الإجابة

a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي : **(5 درجات)**

$$f(x) = x^2 + 1 \ , \ g(x) = -x^2 + 9$$

الإجابة

نضع $f(x) = g(x)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore x^2 + 1 = -x^2 + 9$

$2x^2 = 8$

$\frac{1}{2}$ $x^2 = 4 \quad \therefore \quad x = \pm 2$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-2, 2)$ ولتكن $x = 0$

$f(0) = 1 \quad , \quad g(0) = 9$

$\frac{1}{2}$ $\therefore g(x) \geq f(x) \quad \forall x \in [-2, 2]$

1 $\therefore A = \int_{-2}^{2} [g(x) - f(x)]\, dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_{-2}^{2} [-x^2 + 9 - x^2 - 1]\, dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_{-2}^{2} [-2x^2 + 8]\, dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \left[\frac{-2x^3}{3} + 8x\right]_{-2}^{2}$

$\frac{1}{2}$ $= \left[\frac{-2(2)^3}{3} + 8(2)\right] - \left[\frac{-2(-2)^3}{3} + 8(-2)\right] = \frac{64}{3}$ (وحدة مربعة)

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

تابع السؤال الرابع :-

(5 درجات)

b) إذا كان X متغير عشوائيًا ذو حدين ومعلمتيه هما : $n = 7 \ , P = 0.1$

فأوجد :

$a)\ P(X = 0)$ $\qquad$ $b)\ P(1 < X \leq 3\ )$

الإجابة

1 $a)\ \because P(X=x) = P(x) = {}_nC_x\, P^x (1-P)^{n-x}$

$, \ n = 7 \ , \ P = 0.1$

1 $\therefore P(X=0) = P(0) = {}_7C_0\, (0.1)^0 \cdot (0.9)^7$

$\frac{1}{2}$ ≈ 0.4783

$\frac{1}{2}$ $b)\ P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3)$

$\frac{1}{2}$ $= P(2) + P(3)$

$\frac{1}{2}$ $P(2) = {}_7C_2\, (0.1)^2 \cdot (0.9)^5 \approx 0.1240 \ ,$

$\frac{1}{2}$ $P(3) = {}_7C_3\, (0.1)^3 \cdot (0.9)^4 \approx 0.0230$

$\frac{1}{2}$ $\therefore P(1 < X \leq 3) \approx 0.1240 + 0.0230 = 0.1470$

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة : $f(x) = -3x^{-4}$ (a) (b)

2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل (a) (b)

3) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ هما $(\pm 3,0)$ (a) (b)

ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :

4) إذا كانت $y = \ln(\frac{10}{x})$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

(a) $\frac{-10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $\frac{-1}{x}$

5) $\int x(x^2+2)^7 dx =$

(a) $\frac{1}{16}(x^2+2)^8 + c$

(b) $\frac{1}{4}(x^2+2)^8 + c$

(c) $\frac{1}{12}(x^2+2)^6 + c$

(d) $\frac{1}{3}(x^2+2)^6 + c$

6) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن : $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $R - R^-$ (b) $R - R^+$ (c) R^- (d) R^+

7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة يساوي :

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

8) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو :

(a) $7\ units$ (b) $6\ units$ (c) $5\ units$ (d) $1\ unit$

9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي :

(a) $(1,1)$ (b) $(1,0)$ (c) $(0,0)$ (d) $(0,1)$

10) الإختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\sqrt{11}$ (c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

إنتهت الأسئلة

إجـــابة البنـود الموضوعيـة

1	~~a~~	b	c	d
2	a	~~b~~	c	d
3	a	~~b~~	c	d
4	a	b	c	~~d~~
5	~~a~~	b	c	d
6	a	b	c	~~d~~
7	a	b	c	~~d~~
8	a	b	~~c~~	d
9	a	b	~~c~~	d
10	~~a~~	b	c	d

المصحح :

المراجع :

10

تمنياتنا لكم بالتوفيق،،،

(الصفحة الأولى)

امتحان (الدور الثاني)الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2014 / 2015 م

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد صفحات الامتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :- (10 درجات)

نموذج الإجابة

a) أوجد $\displaystyle\int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx$ (5 درجات)

الإجابة

درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

1 $$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline x^2-4x+4 & x^2-3x+7 \\ & \underline{\ominus x^2 \oplus 4x \ominus 4} \\ & x+3 \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4} = 1 + \frac{x+3}{(x-2)^2}$$

1 $$\frac{x+3}{(x-2)^2} = \frac{A_1}{(x-2)} + \frac{A_2}{(x-2)^2}$$

$$\therefore x+3 = A_1(x-2) + A_2$$

$\frac{1}{2}$ بوضع $x=2 \Rightarrow A_2=5$

$\frac{1}{2}$ $x=1\ ،\ A_2=5 \Rightarrow A_1=1$

$$\therefore \int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx = \int \left(1+\frac{1}{x-2}+\frac{5}{(x-2)^2}\right)dx$$

2 $$= x + \ln|x-2| - \frac{5}{x-2} + c$$

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الأول -

نموذج الإجابة

b) أوجد $\int x^2 \cos x \, dx$ (5 درجات)

الإجابة

$\frac{1}{2}$ $u = x^2$ $dv = \cos x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = 2x \, dx$ $v = \sin x$

$\frac{1}{2}$ $\because \int u \, dv = u.v - \int v.du$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2\int x \sin x \, dx \rightarrow (1)$

نستخدم القاعدة مرة اخرى لايجاد $\int x \sin x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $u = x$ $dv = \sin x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $du = dx$ $v = -\cos x$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx$

$\frac{1}{2}$ $= -x \cos x + \sin x + c_1 \rightarrow (2)$

من (1) ، (2) نحصل على

$\frac{1}{2}$ $\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin + c_1)$

$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2\sin x + c$

$\because c = -2c_1$

تراعى الحلول الاخرى

السؤال الثاني :- **(10 درجات)**

a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وأحد رأسيه $(-4, 0)$ ويمر بالنقطة $(5, -2)$ **(7 درجات)**

نموذج الإجابة

الإجابة

أحد رأسي القطع الزائد $(-4, 0)$

1 ∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات

ومعادلة القطع هي:

1 $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

1 $a = 4$

يمر القطع بالنقطة $(5, -2)$

1 $$\therefore \frac{25}{16} - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{4}{b^2} = \frac{9}{16}$$

$$b^2 = \frac{64}{9}$$

∴ معادلة القطع الزائد :

1 $$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{\frac{64}{9}} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{9y^2}{64} = 1$$

تراعى الحلول الاخرى

تابع السؤال الثاني :- **(3 درجات)**

b) أوجد $\int sin^5(x+1).\cos(x+1)dx$

نموذج الإجابة

الإجابة

$\frac{1}{2}$	$u = \sin(x+1)$
$\frac{1}{2}$	$du = \cos(x+1)\,dx$
	$\therefore \int \sin^5(x+1).\cos(x+1)\,dx$
$\frac{1}{2}$	$= \int u^5 . du$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \frac{u^6}{6} + c$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{6}(\sin^6(x+1)) + c$

تراعى الحلول الأخرى

نموذج الإجابة

السؤال الثالث :- (10 درجات)

a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = e^x$

ومنحني الدالة g : $g(x) = -1 - x^2$ (5 درجات)

والمستقيمين $x = 3$, $x = 0$ علماً بأن المنحنيين للدالتين f ، g غير متقاطعين

الإجابة

∵ المنحنيين غير متقاطعين نختار $1 \in (0,3)$

$\frac{1}{2}$ $f(1) = e$

$\frac{1}{2}$ $g(1) = -1 - 1 = -2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f(x) > g(x) \quad \forall x \in [0,3]$

$\frac{1}{2}$ $\therefore A = \int_0^3 (f(x) - g(x))\,dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_0^3 [e^x + 1 + x^2]\,dx$

$1\frac{1}{2}$ $= \left[e^x + x + \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= (e^3 + 3 + 9) - (1) = e^3 - 11$ وحدة مربعة

تراعى الحلول الاخرى

تابع السؤال الثالث :-

(5 درجات)

نموذج الإجابة

b) دون حساب قيمة التكامل اثبت أن :

$$\int_{-1}^{1}(x^2-1)dx \le 0$$

الإجابة

نفرض

$f(x) = x^2 - 1$

f متصلة على R ومنه متصلة على $[-1,1]$

نضع

1 $x^2 - 1 = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

1 $x = 1$ أو $x = -1$

1

		-1		1	
	$+$	0	$-$	0	$+$

1 $f(x) \le 0 \quad \forall x \in [-1,1]$

1 $\therefore \int_{-1}^{1}(x^2-1)\,dx \le 0$

تراعى الحلول الاخرى

السؤال الرابع :- (10 درجات)

a) حل المعادلة : $2y' + y = 1$ (6 درجات)

ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$

نموذج الإجابة

الإجابة

1 $y' = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$

1 $y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$

1 $\therefore y = Ke^{-\frac{1}{2}x} + 1$

بالتعويض عن $x = -1 , y = 2$

1 $\therefore 2 = Ke^{+\frac{1}{2}} + 1$

1 $\therefore K = e^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore y = e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x} + 1$

$\frac{1}{2}$ $= e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الرابع :-

(4 درجات)

b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

أوجد (a)التوقع (μ) (b) التباين (σ^2) (c)الإنحراف المعياري (σ)

الإجابة

$\frac{1}{2}$ (a) $\mu = \sum x_i f(x_i)$

1 $= 1\times 0.43 + 2\times 0.29 + 3\times 0.17 + 4\times 0.09 + 5\times 0.02$

$= 1.98$

$\frac{1}{2}$ (b) $\sigma^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2$

$= 1\times 0.43 + 4\times 0.29 + 9\times 0.17 + 16\times 0.09 + 25\times (0.2)$

1 $- (1.98)^2$

$= 5.06 - 3.92 = 1.1396$

(c) $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1 $= \sqrt{1.1396} \approx 1.0675$

تراعى الحلول الأخرى

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

1) إذا كانت $f(x) = \ln(2x+2)$ فإن : $f'(x) = \frac{1}{x+1}$ (a) (b)

2) طول القوس من منحني الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,1]$ هو $L = \frac{2}{3}$ وحدة طول (a) (b)

3) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ ودليله $x = -2$ هي : $x^2 = 8y$ (a) (b)

ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :

4) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو $-x + 3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي :

(a) $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

(b) $\ln|3-x| + 3$

(c) $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

(d) $3 - \ln|3-x|$

5) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}}\,dx =$

(a) $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + c$

(b) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + c$

(c) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + c$

(d) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}} + c$

6) إذا كان X متغير عشوائيًا متصّلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$ فإن $P(X = 1)$ يساوي

(a) $\frac{1}{3}$ (b) -1 (c) 1 (d) 0

7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f: $f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ بالوحدات المكعبة هو :

(a) π (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

8) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + c$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + c$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + c$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + c$

9) طول المحور الأكبر للقطع الناقص : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

(a) $12\ units$ (b) $2\sqrt{41}\ units$ (c) $16\ units$ (d) $20\ units$

10) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $p(0 \le z \le 2.35)$ يساوي :

(a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.218 (d) 0.4906

إنتهت الأسئلة