

نموذج 1

أولاً : أسئلة المقال

$$\cos \beta = -\frac{12}{13}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(\alpha - \beta)$$

أوجد

الزاوية  $\beta$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = \pm \frac{5}{13}$$

$\therefore \beta$  تقع في الربع الثالث

$$\sin \beta < 0, \therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$$

الزاوية  $\alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \pm \frac{3}{5}$$

$\therefore \alpha$  تقع في الربع الأول

$$\cos \alpha > 0, \therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{-5}{13}$$

$$= \frac{-56}{65}$$

حل المعادلة:  $\sqrt{2} \cos x = 1$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نضرب أن  $\alpha$  هي زاوية الاوسناد للزاوية  $x$

$$\therefore \cos \alpha = |\cos x| = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \cos x > 0$$

$\therefore x$  تقع في الربع الأول أو في الربع الرابع

$$x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$$

$$= 2\pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$= \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \alpha + 2k\pi$$

$$= \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$\therefore$  حل المعادلة  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  أو  $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$



أ : سلامة علي الركاض

ثانياً : أسئلة البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)



$3 \sin x = \sin(3x)$  تمثل متطابقة.

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$2 \cos^2 \frac{x}{2}$  تساوي:

(a)  $\frac{1 + \cos x}{2}$

☒  $1 + \cos x$

(c)  $1 + \cos 2x$

(d)  $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

نموذج 2

أولاً : أسئلة المقال

حل المعادلة:  $5 \sin \theta - 3 = \sin \theta$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4 \sin \theta = 3 \longrightarrow \sin \theta = \frac{3}{4}$$

بفرض  $\alpha$  زاوية الحاد، سناد للزاوية  $\theta$  :

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 0.848$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$\therefore \theta$  تقع في الربع (الأول) أو في الربع (الثاني)

$$\theta = \pi - \alpha + 2k\pi$$

$$= \pi - 0.848 + 2k\pi$$

$$= 2.294 + 2k\pi$$

$$\theta = \alpha + 2k\pi$$

$$= 0.848 + 2k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$\therefore$  حل (المعادلة) هو :  $x = 0.848 + 2k\pi$

$$x = 2.294 + 2k\pi \quad \text{حيث} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \beta = \frac{-8}{17}, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$$

$$\sin \gamma = \frac{4}{5}, 0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$$

أوجد:  $\tan(\gamma + \beta)$

الزاوية  $\beta$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\sin \beta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{-8}{17}\right)^2} = \pm \frac{15}{17}$$

$\therefore \beta$  تقع في الربع (الثاني)

$$\sin \beta > 0, \sin \beta = \frac{15}{17}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{15}{17}}{\frac{-8}{17}} = -\frac{15}{8}$$

$$\tan \beta = -\frac{15}{8}$$

$$\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$$

الزاوية  $\gamma$

$$\cos \gamma = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \pm \frac{3}{5}$$

$\therefore \gamma$  لا تقع في الربع (الأول)

$$\cos \gamma > 0, \cos \gamma = \frac{3}{5}$$

$$\tan \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\tan \gamma = \frac{4}{3}$$

$$\tan(\gamma + \beta) = \frac{\tan \gamma + \tan \beta}{1 - \tan \gamma \cdot \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} + \left(\frac{-15}{8}\right)}{1 - \left(\frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{-15}{8}\right)} = -\frac{13}{84}$$

ثانياً: أسئلة البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)



$$\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x \text{ تمثل متطابقة.}$$

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

إذا كان:  $\cos \theta = \frac{-7}{25}, \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  فإن  $\cos \frac{\theta}{2}$  يساوي:

(a)  $\frac{2}{5}$

$\frac{-3}{5}$

(b)  $\frac{-2}{5}$

(d)  $\frac{3}{5}$



نموذج 3

أولاً : أسئلة المقال

$$\sqrt{3} \tan x = 1$$

حل المعادلة

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

طريقة أولى

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

نفرض  $\alpha$  زاوية إسناد  $x$

$$\tan \alpha = |\tan x| = \left| \frac{\sqrt{3}}{3} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \tan x > 0$$

$\therefore x$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثالث

$$x = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$= \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$$

$\therefore$  حل (معادلة  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  أو  $x = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$ )

بفرض  $\alpha$  زاوية الإسناد للزاوية  $x$  :

طريقة ثانية

$$\tan \alpha = |\tan x| = \left| \frac{\sqrt{3}}{3} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\pi}{6}$$

$\therefore \tan x > 0$  ، فإن  $x$  تقع في الربع الأول أو في الربع الثالث

لكن (دالة  $\tan x$  هي دالة دورية ودورتها  $\pi$ )

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

ومنه يكون حل المعادلة  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

إذا كانت  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$  ,  $\sin x = -\frac{12}{13}$  فأوجد  $\sin \frac{x}{2}$

نوجد أولاً  $\cos x$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos x = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = \pm \frac{5}{13}$$

$$\cos x = \frac{5}{13}$$

$\therefore x$  في ربع رابع

$$\therefore \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$$

نوجد  $\frac{x}{2}$

$$\therefore \frac{3\pi}{4} < \frac{x}{2} < \pi$$

ومن  $\frac{x}{2}$  في ربع ثاني

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

نختار الجذر الموجب لأن  $\frac{x}{2}$  في ربع ثاني

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{5}{13}}{2}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

ثانياً : أسئلة البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$$



(b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

المقدار:  $\tan^2 x - \sin^2 x$  متطابق مع المقدار:

(a)  $\tan^2 x$

(b)  $\cot^2 x$

☒  $\tan^2 x \sin^2 x$

(d)  $\cot^2 x \cos^2 x$



نموذج 4

أولاً : أسئلة المقال

حل المعادلة:  $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$

بالتحليل:  $(\cos x + 2)(\cos x + 1) = 0$

أو

إما

$$\cos x + 2 = 0$$

$$\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -2$$

$$\cos x = -1$$

$$y = \cos x \text{ حيث } y \in [-1, 1]$$

θ : زاوية رصية

$$-2 \notin [-1, 1]$$

$$x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \cos x = -2 \text{ ليس له حل}$$

∴ حل المعادلة :

$$x = \pi + 2k\pi \text{ حيث } k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = 2 \csc^2 x$$

أثبت صحة المتطابقة:

$$L.H.S = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$= \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{2}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x} = 2 \times \frac{1}{\sin^2 x} = 2 \csc^2 x = R.H.S$$



ثانياً : أسئلة البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$



(b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right) \text{ تساوي:}$$

(a)  $1 + \tan h$

(b)  $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$

☒  $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$

(d)  $1 - \tan h$



نموذج 5

أولاً : أسئلة المقال

حل المعادلة:  $\sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$

$$\cos \theta \cdot (\sin \theta - 1) = 0$$

أو

إما

$$\cos \theta = 0$$

$$\sin \theta - 1 = 0$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\sin \theta = 1$$

$\theta$  زاوية،  $\pi/2$ ،  $3\pi/2$

$\theta$  زاوية،  $\pi/2$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

و

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

حل المعادلة :

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

و

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

أثبت صحة المتطابقة:  $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$

$$\text{L.H.S} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + (1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + 1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{2 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta}$$

$$= \frac{2(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta} = 2 \times \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \csc \theta = \text{R.H.S}$$



ثانياً : أسئلة البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$$



(b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3} \text{ تساوي:}$$

(a)  $\cos \frac{4\pi}{21}$

☒  $\sin \frac{4\pi}{21}$

(c)  $\cos \frac{10\pi}{21}$

(d)  $\sin \frac{10\pi}{21}$