

## 3-2

## The Derivative

## الاشتقاق

## DEFINITION 2.1

The **derivative** of the function  $f$  at the point  $x = a$  is defined as

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad (2.1)$$

provided the limit exists. If the limit exists, we say that  $f$  is **differentiable** at  $x = a$ .

An alternative

$$f'(a) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

صيغة أخرى

$$f'(a) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

(2.1)

تعريف 2.1 مشتقة الدالة  $f$  عند النقطة  $x = a$  تُعرّف كما يأتي:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

بشرط وجود النهاية. وإذا كانت النهاية موجودة، فإننا نقول إن  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$ .

## THEOREM 2.1

If  $f$  is differentiable at  $x = a$ , then  $f$  is continuous at  $x = a$ .

## النظرية 2.1

إذا كانت  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$ ، فإن  $f$  تكون متصلة عند  $x = a$ .

## DEFINITION 2.2

The **derivative** of the function  $f$  is the function  $f'$  given by

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2.3)$$

The domain of  $f'$  is the set of all  $x$ 's for which this limit exists. The process of computing a derivative is called **differentiation**. Further,  $f$  is **differentiable on an open interval  $I$**  if it is differentiable at every point in  $I$ .

## تعريف 2.1

مشتقة الدالة  $f$  عند النقطة  $x = a$  تُعرّف كما يأتي:

(2.1)

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

بشرط وجود النهاية. وإذا كانت النهاية موجودة، فإننا نقول إن  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$ .

Compute the derivative of

احسب مشتقة الدالة

Q1  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$  at  $x = 1$ .

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

ESLAM EL-RASHED

compute  $f'(a)$  using the limits (2.1) and (2.2).

احسب  $f'(a)$  باستخدام النهايتين (2.1) و (2.2).

Q2  $f(x) = 3x + 1, a = 1$

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

\_ESLAM EL-RASHED\_

Q3  $f(x) = 3x^2 + 1, a = 1$

Q4  $f(x) = \sqrt{3x + 1}, a = 1$

Q5  $f(x) = \frac{3}{x + 1}, a = 2$

Calculate the derived function  $f'$  Using the definition of derivative

احسب الدالة المشتقة  $f'$  باستخدام تعريف المشتقة.

Q6  $f(x) = 3x^2 + 1$

Q7  $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Q8  $f(x) = x^3 + 2x - 1$

Q9  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

compute the right-hand derivative

$$D_+ f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} \quad \text{and the left-hand derivative}$$

$$D_- f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}. \text{ Does } f'(0) \text{ exist?}$$

احسب المشتقة في الطرف

$$D_+ f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} \quad \text{الأيمن}$$

$$D_- f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} \quad \text{الأيسر}$$

هل  $f'(0)$  موجودة؟

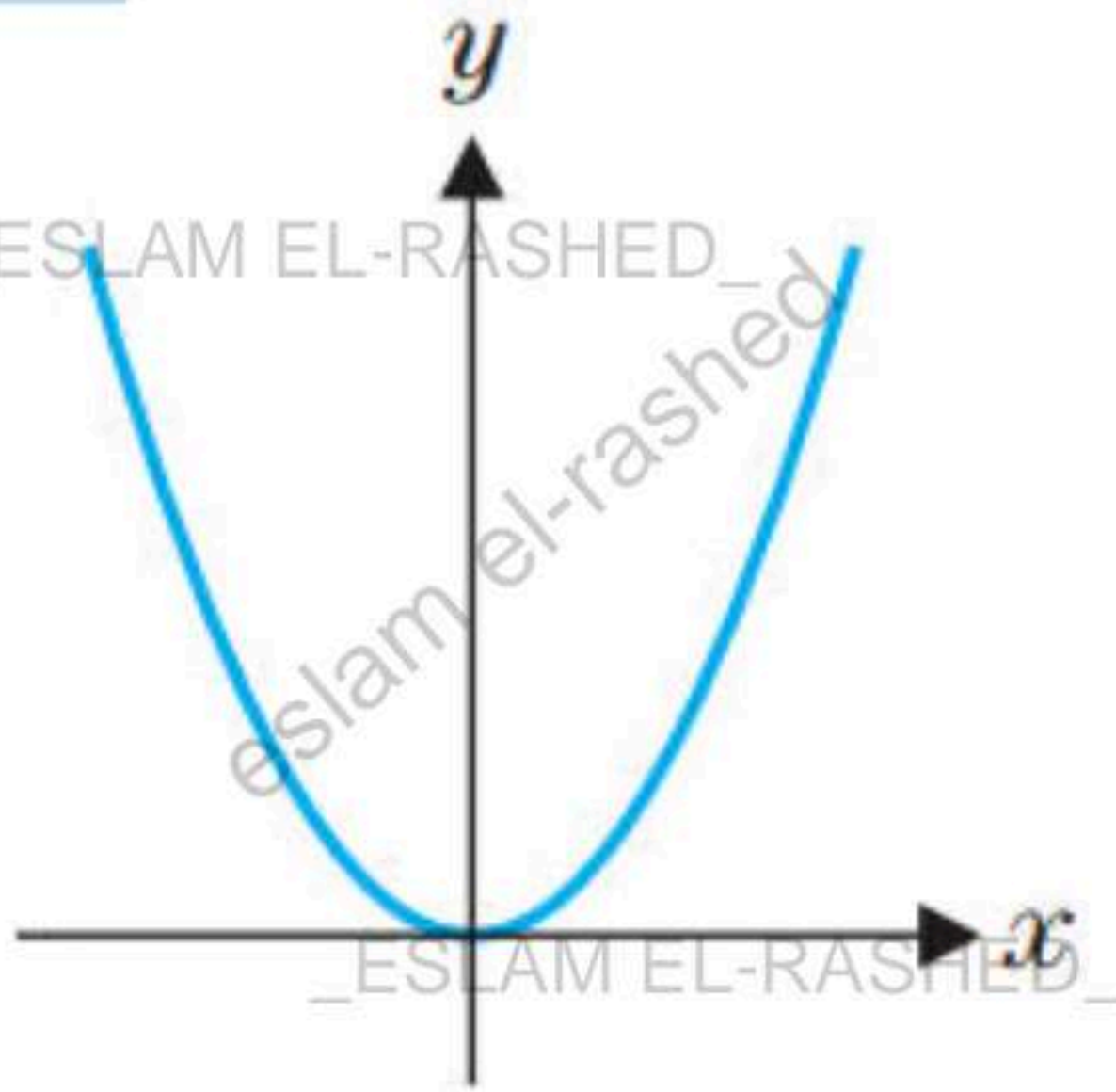
$$\text{Q10 } f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{if } x < 0 \\ 3x + 1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Q11 } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ 2x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

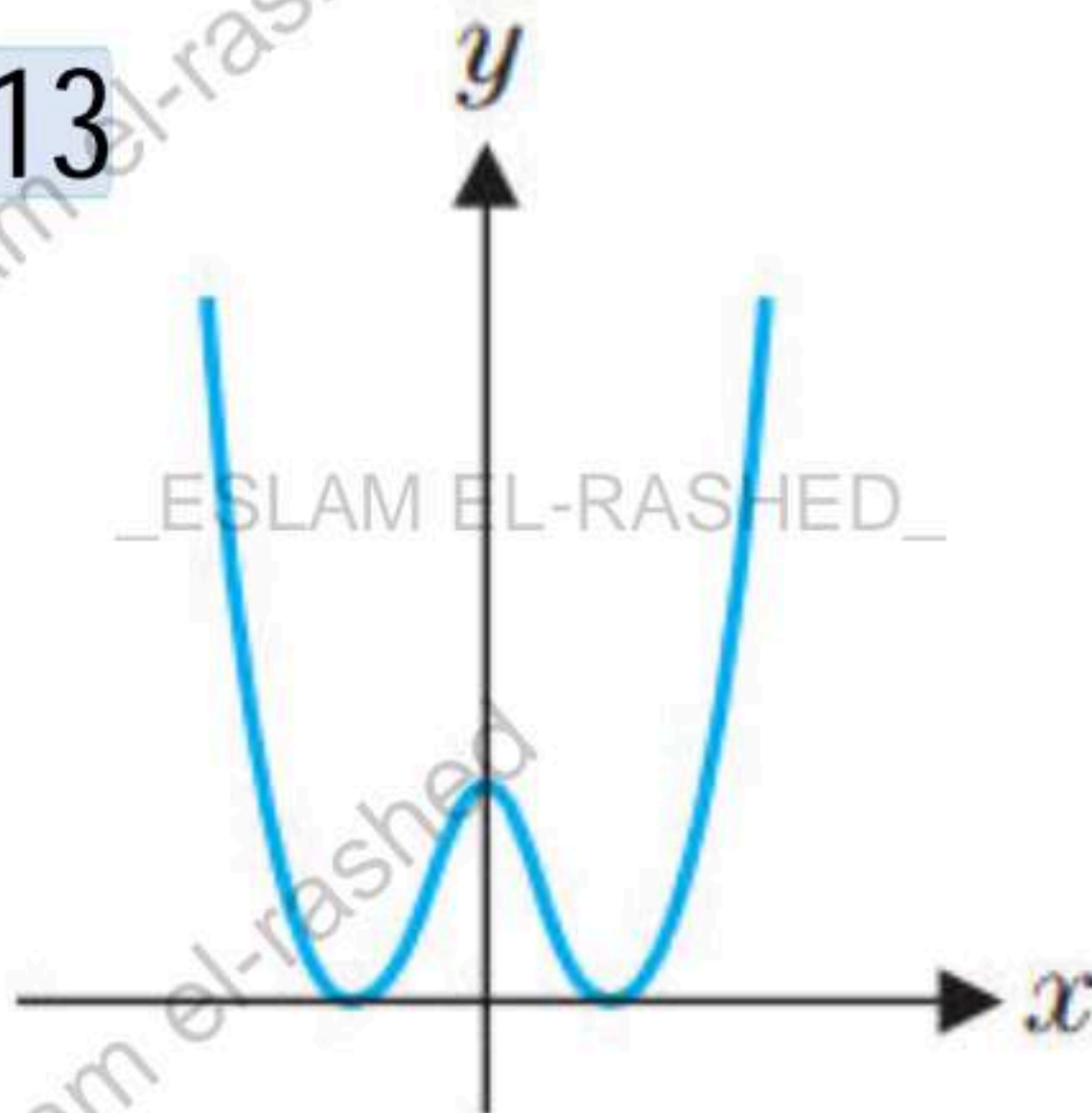
use the graph of  $f$  to sketch a graph of  $f'$ .

استخدم التمثيل البياني الموضح لـ  $f$   
لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

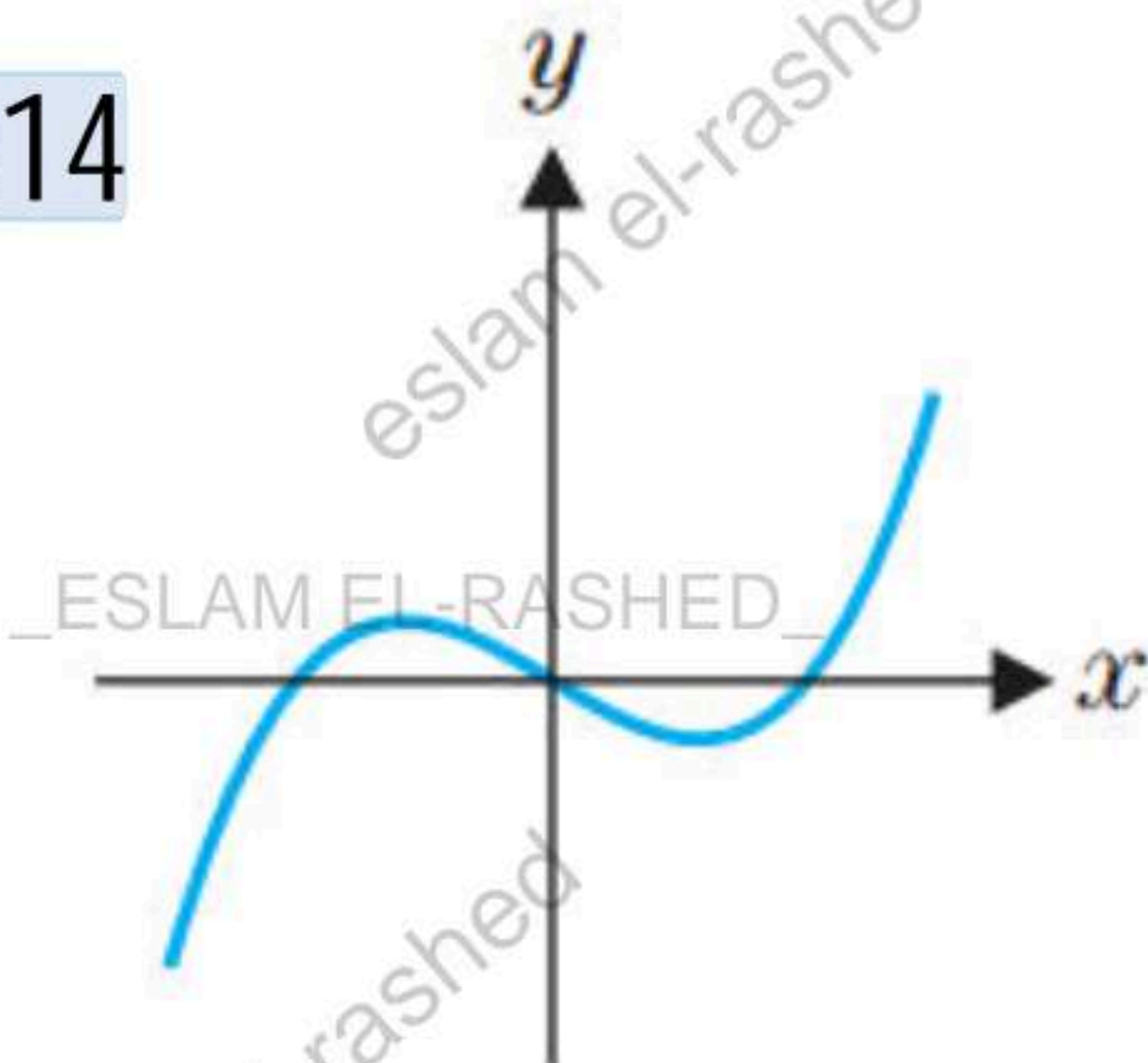
Q12



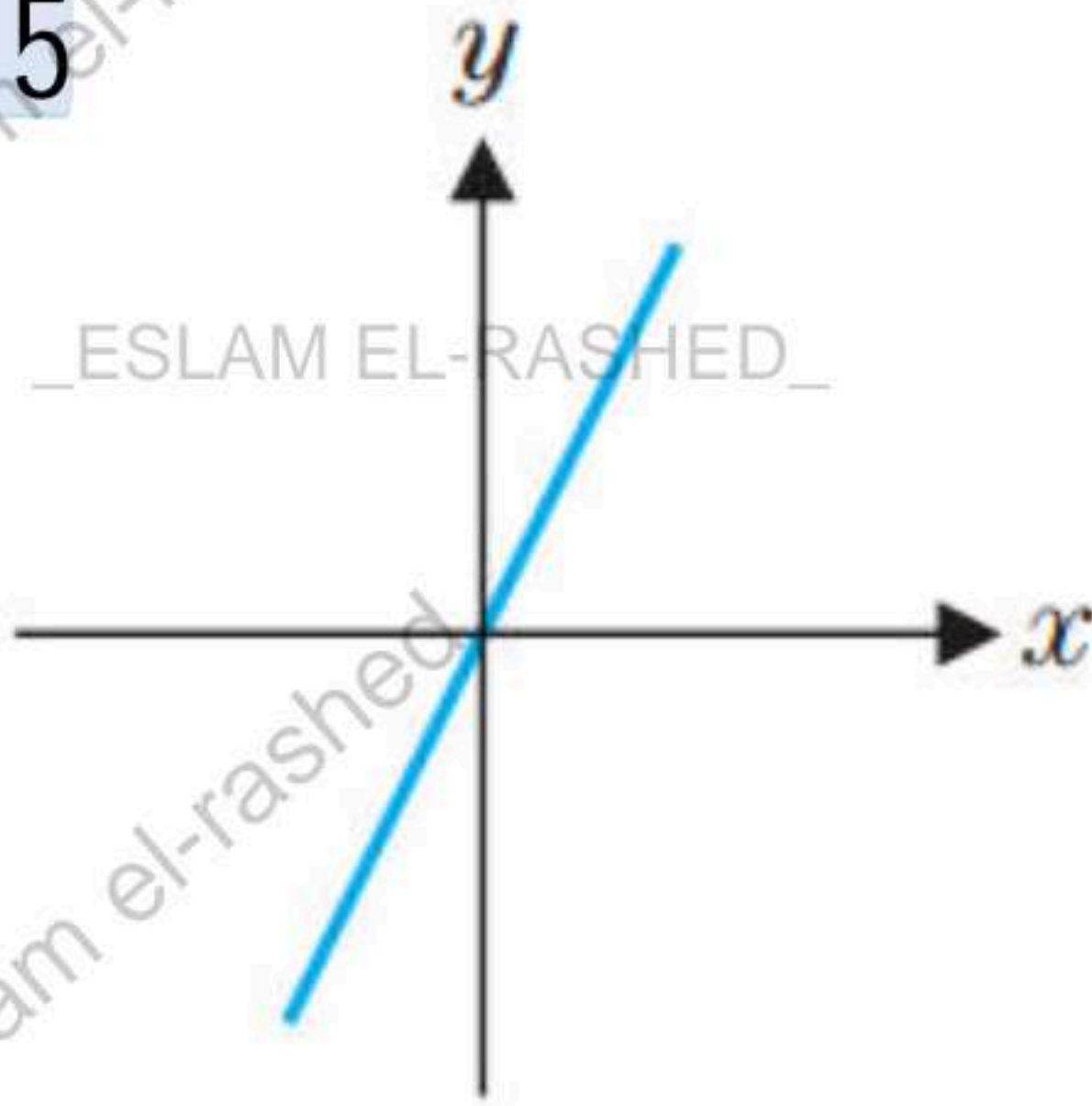
Q13



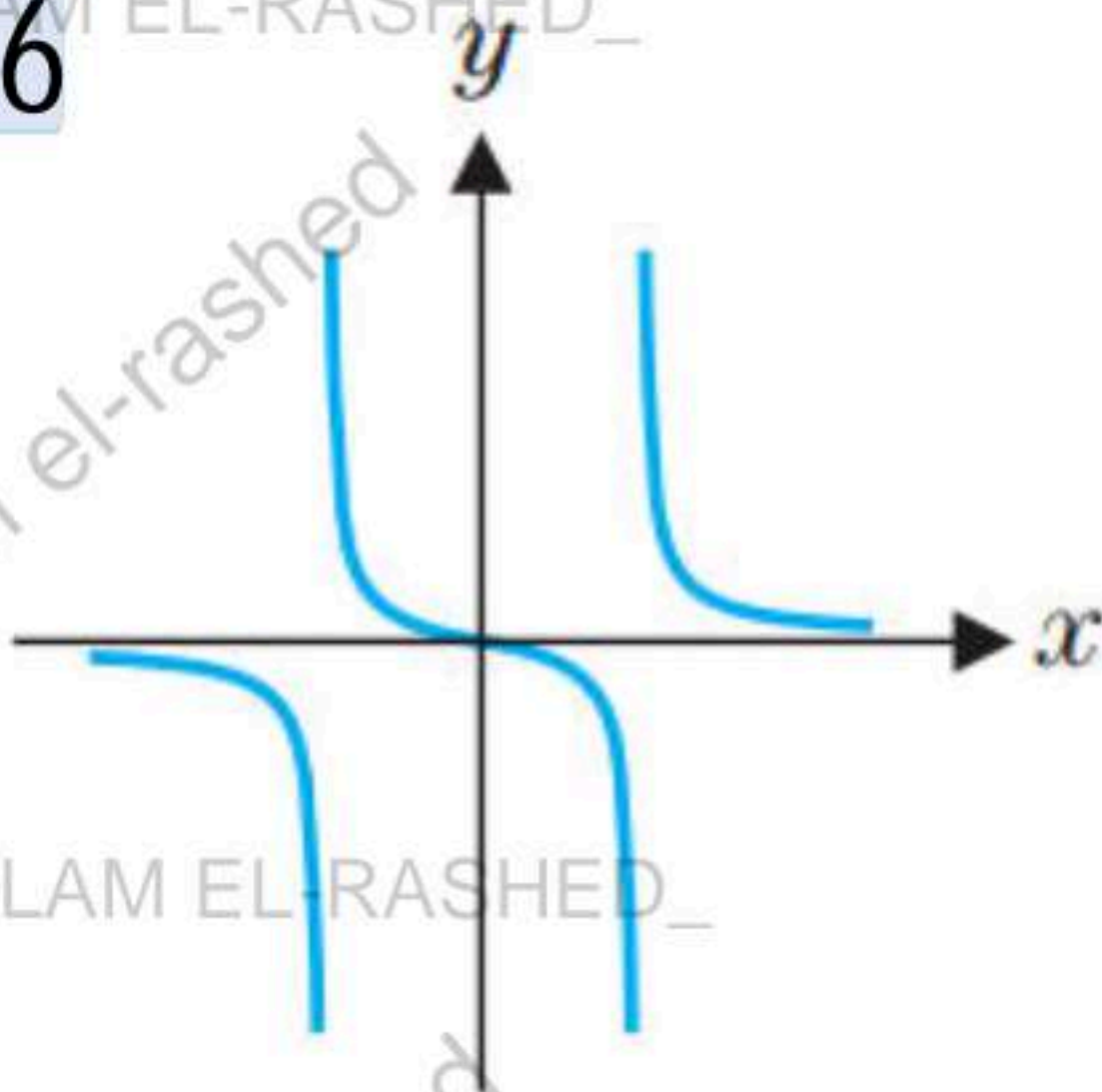
Q14



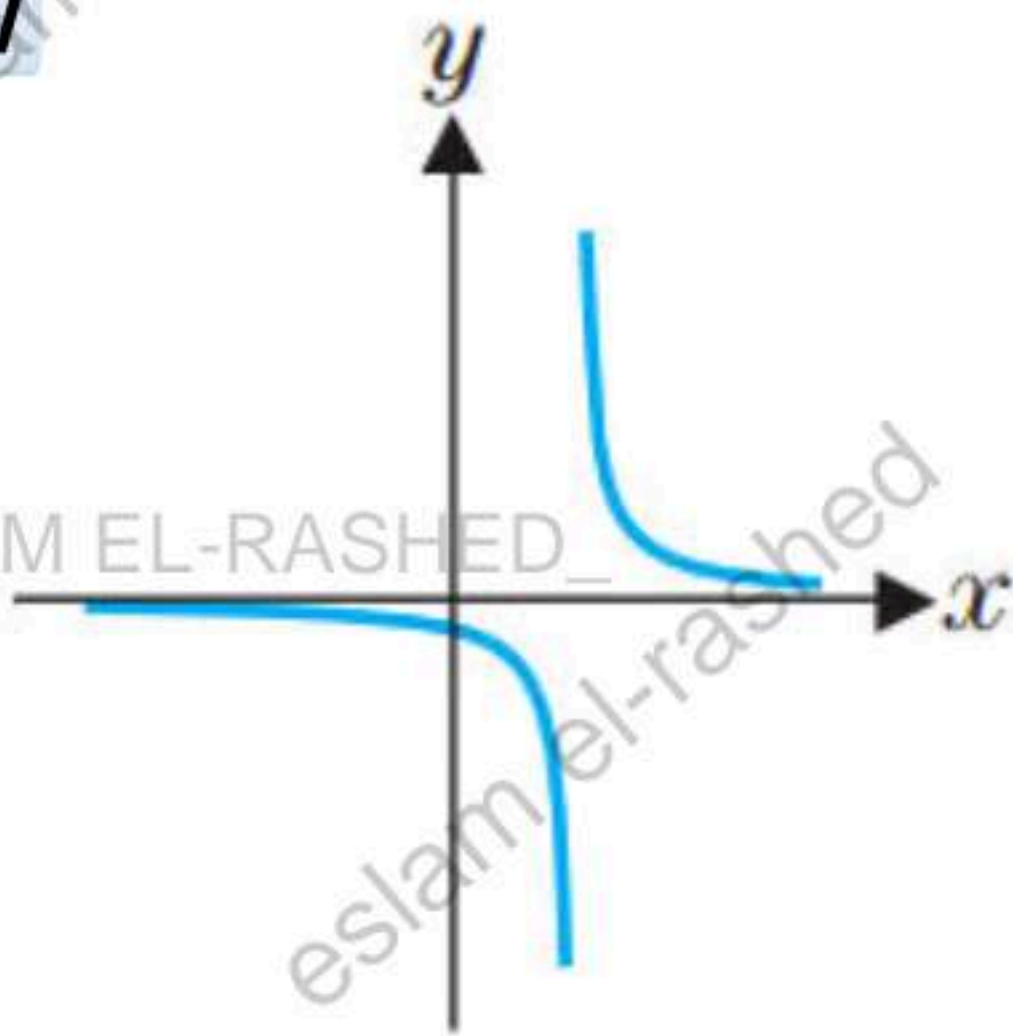
Q15



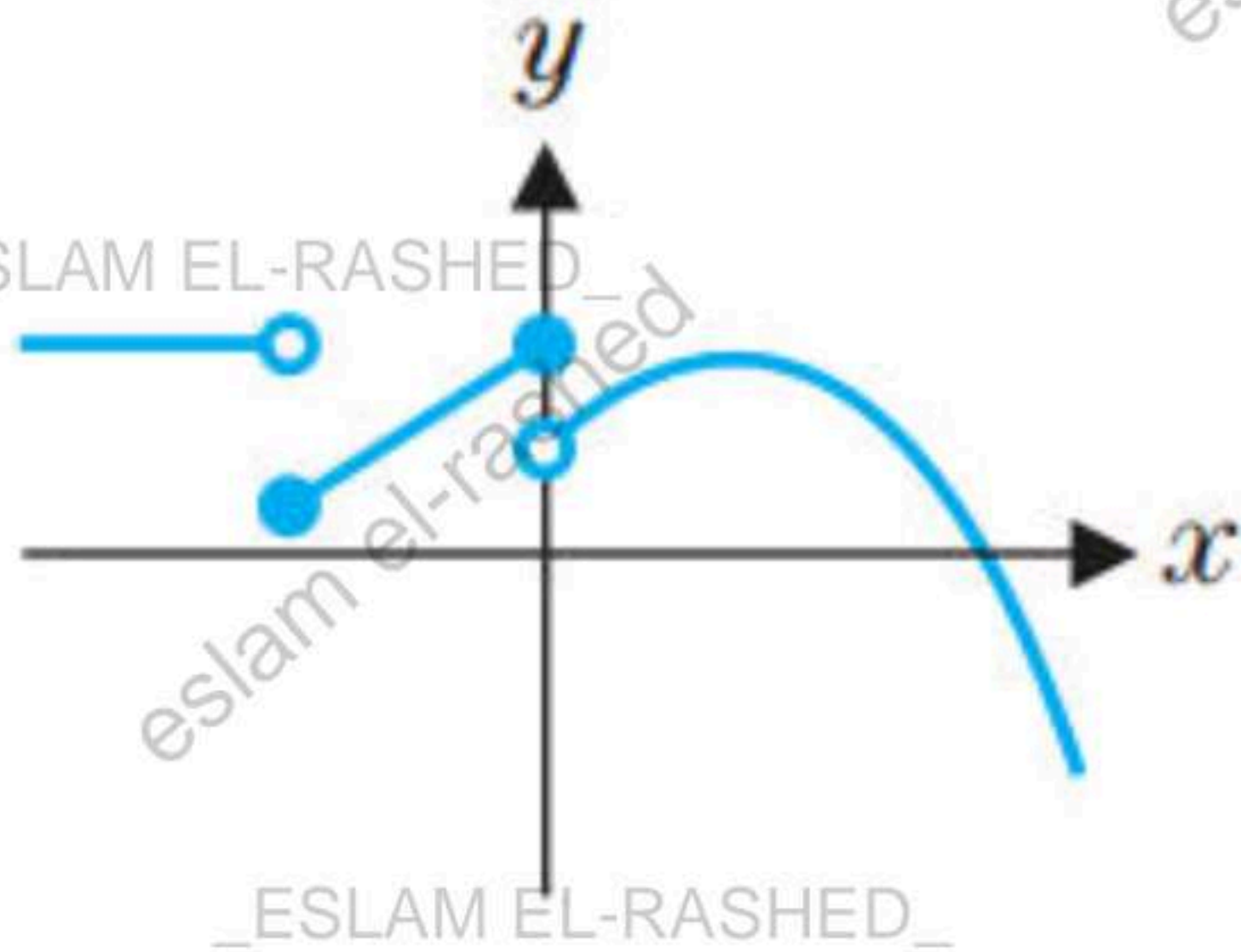
Q16



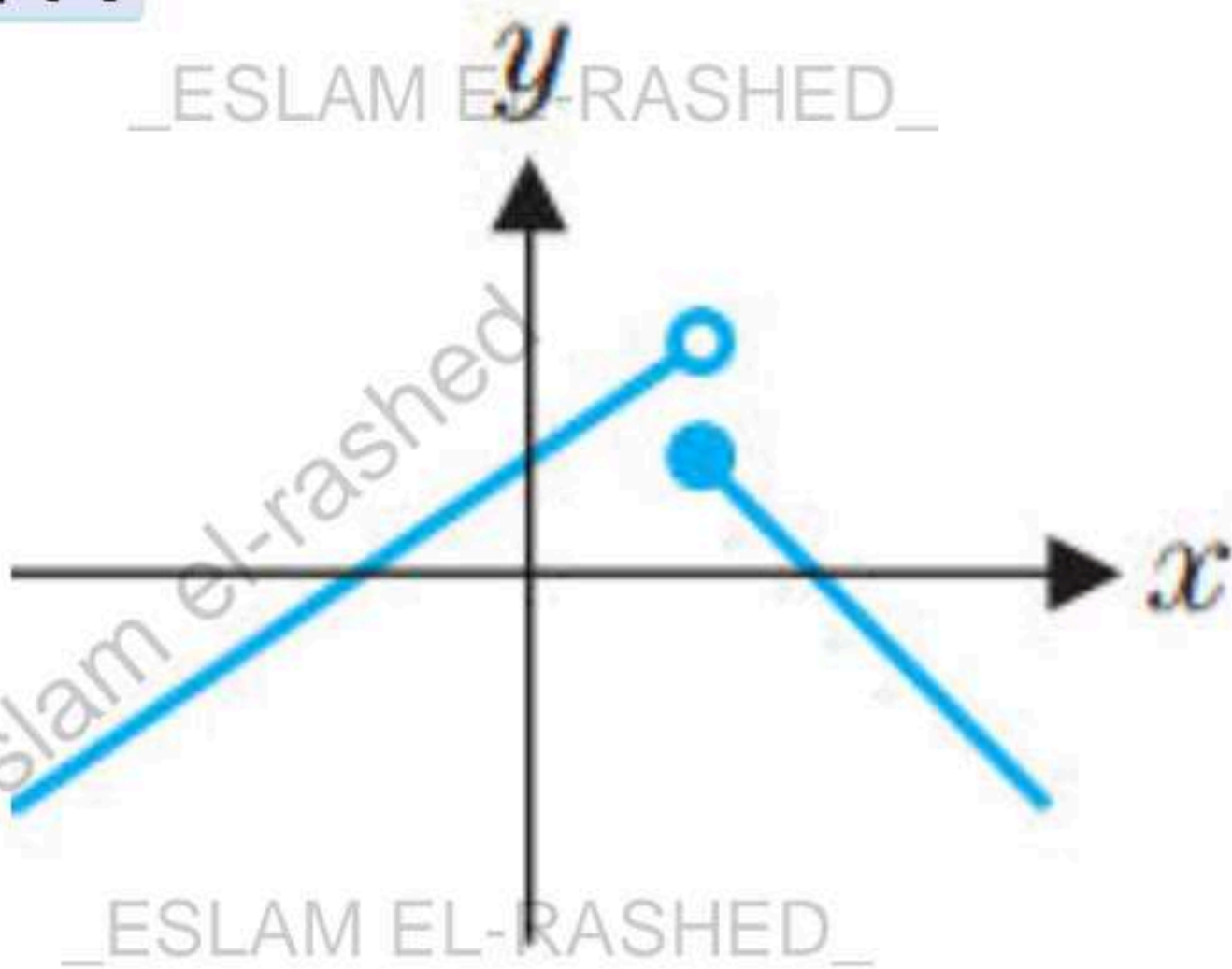
Q17



Q18



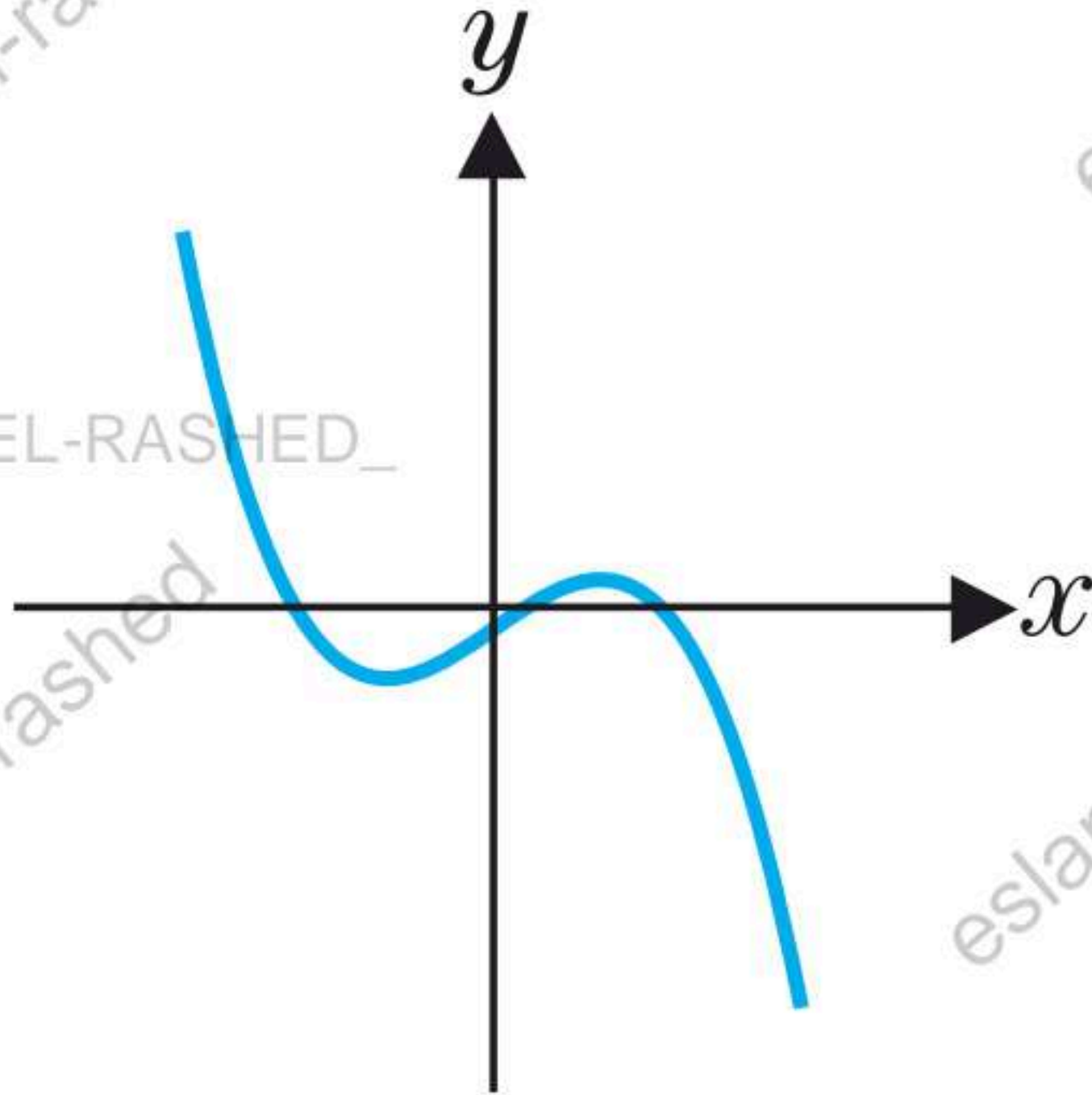
Q19



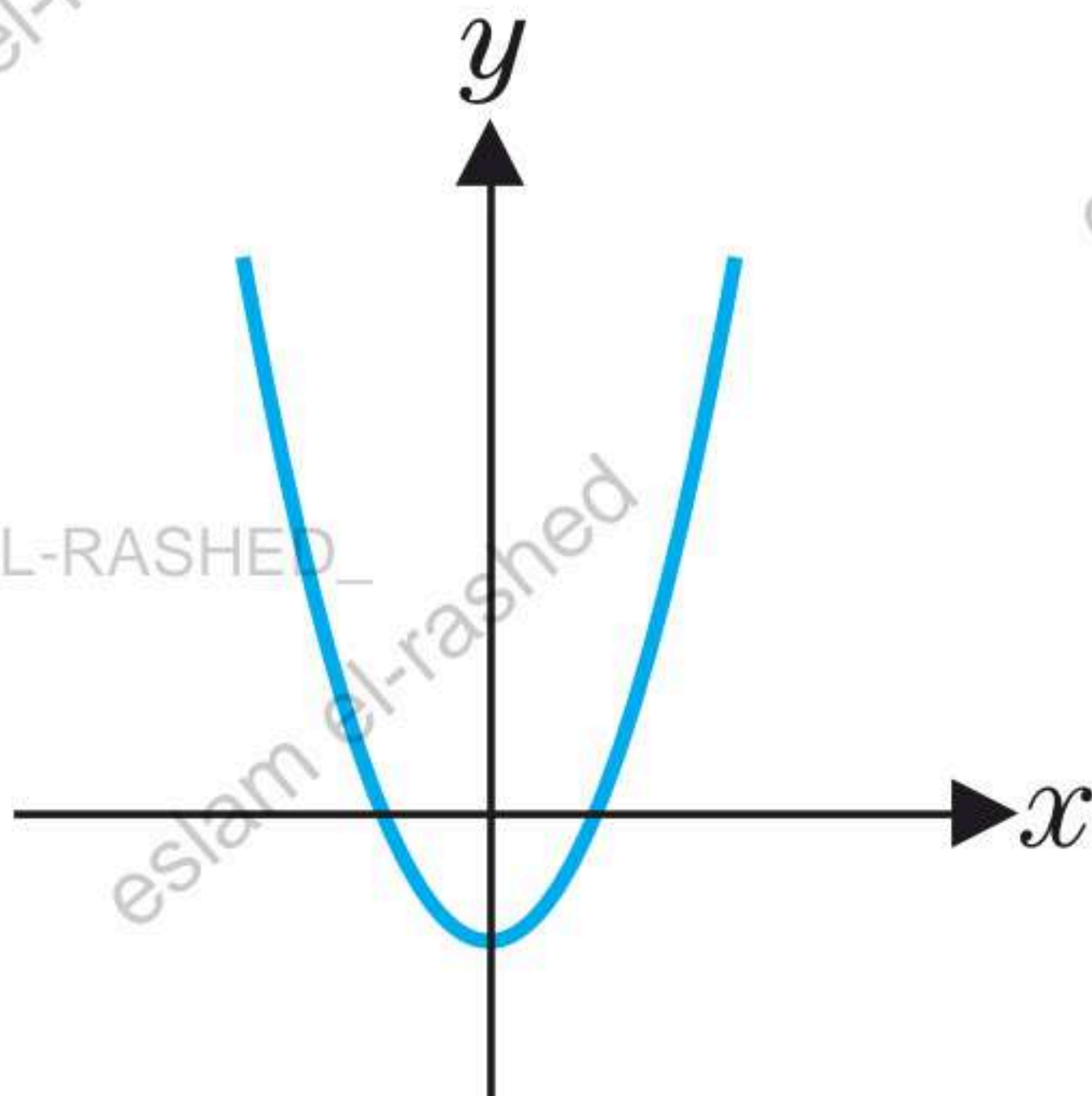
use the given graph of  $f'$  to sketch a plausible graph of a continuous function  $f$ .

استخدم التمثيل البياني الموضح  
لـ  $f'$  لرسم تمثيل بياني معقول لدالة متصلة  $f$ .

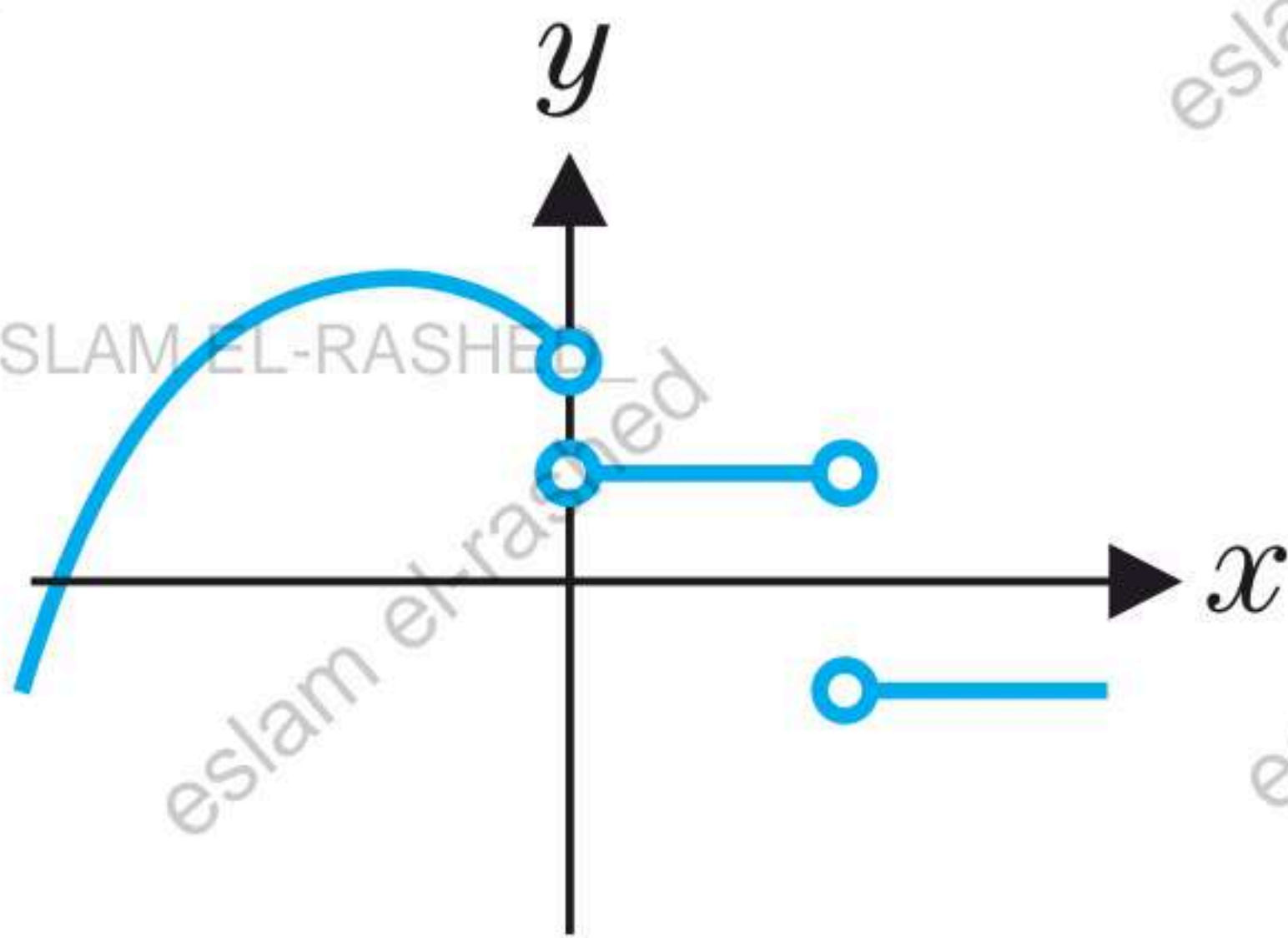
Q20



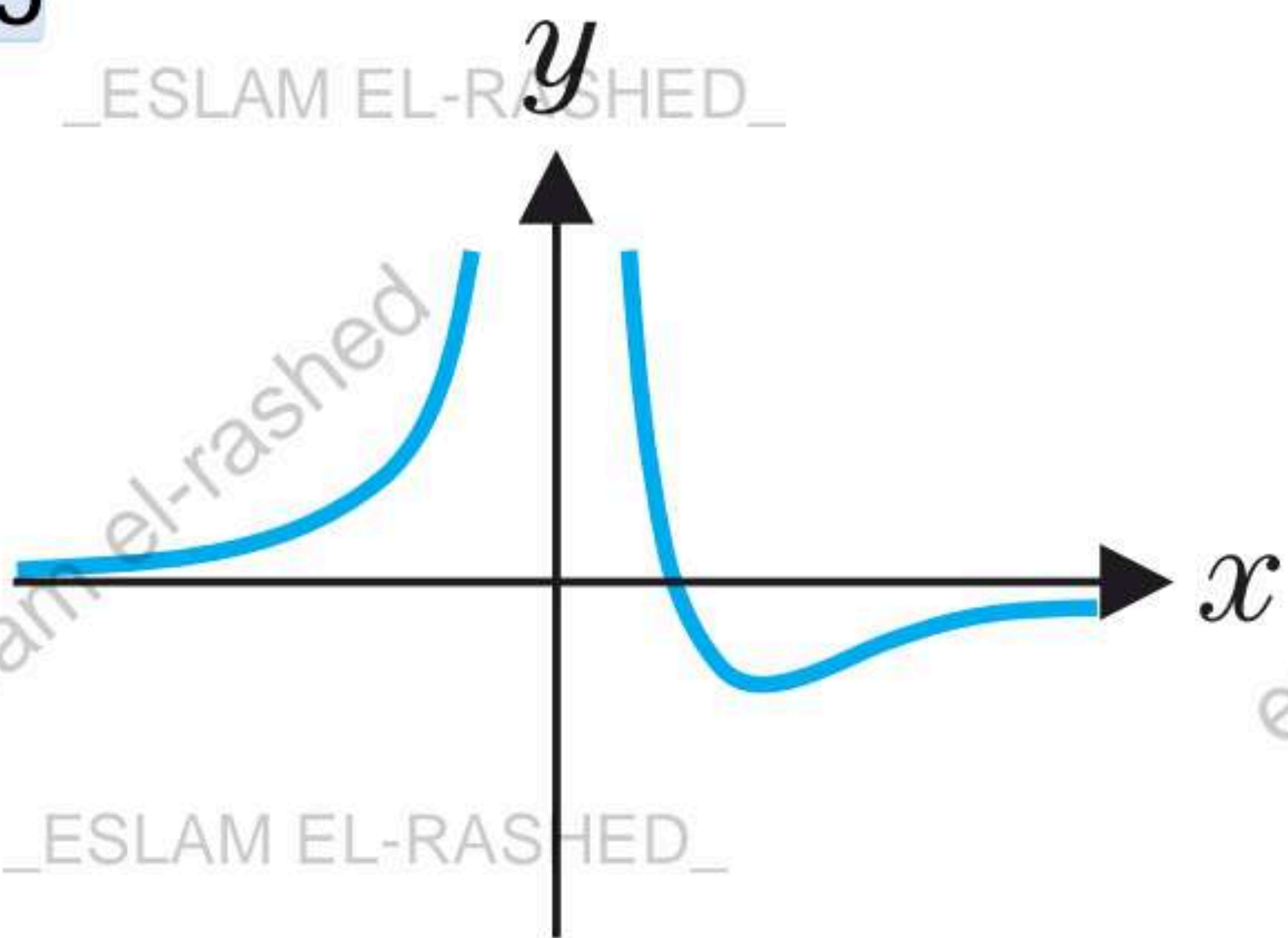
Q21



Q22



Q23



Find the derivative of  $f(x)$  at an unspecified value of  $x$ . Then, evaluate the derivative at  $x = 1$ ,  $x = 2$  and  $x = 3$ .

أوجد مشتقة الدالة عند القيمة غير المحددة لـ  $x$ . ثم أوجد قيمة المشتقة عند  $x = 1$ ،  $x = 2$  و  $x = 3$ .

Q24  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$

Q25 If  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ), find  $f'(x)$ .

إذا كانت  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )، فأوجد  $f'(x)$ .

Q26 If  $f(x) = \sqrt{x}$  (for  $x \geq 0$ ), find  $f'(x)$ .

إذا كانت  $f(x) = \sqrt{x}$  (حيث  $x \geq 0$ )، فأوجد  $f'(x)$  حيث  $x \geq 0$

Q27

أثبت أنّ  $f(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$  غير قابلة للاشتقاق  $x = 2$ .

MR  
ESLAM EL-Rashed

**TERM 1**



**054 362 6195**



**rashedmath**



**mreslamelrashed@gmail.com**



الرياضيات

الثاني عشر المتقدم

**mathematics**

**12 advanced**

**2024 - 2025**

الملزمة لا تغنى عن الكتاب المدرسى  
ولا يسمح ببيعها