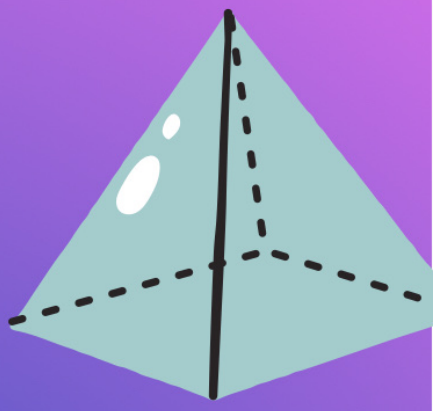
سر التفوق
في الرياضيات





الفصل الدراسي الأول

11

علمي



أ/ شكري الجميعي

1-1

تذكر:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$|x| = \begin{cases} x & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$$

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي حقيقي واحد
- $(\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} = x \quad , \quad \forall x \in \mathbb{R}$

حاول أنه تحل

1 أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

a -27

الحل

b 64

c -0.008

d $\frac{343}{216}$

تبسيط الجذور ١

مثال 2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي x:

a $\sqrt{4x^6}$

الحل

b $\sqrt[3]{8x^3} + 3x$

الحل

حاول أن تحل

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x، y عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$

الحل

b $\sqrt[3]{-27x^6 + 3x^2}$

الحل

c $\sqrt{x^8 y^6}$

الحل

كراسة التمارين

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x، y عددان حقيقيان:

$\sqrt{x^8 y^{18}}$

الحل

Mr. Shokry

جمع وطرح التعبيرات الجذرية

لجمع التعبيرات الجذرية وطرحها، يجب أن تكون متشابهة

مثال 4 أوجد الناتج في أبسط صورة

a $3\sqrt{32} - \sqrt{98}$

b $2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{375}$

الحل

c $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

الحل

حاول أنه تحل

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

الحل

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

الحل

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

كراسة التمارين

أوجد الناتج في أبسط صورة:

$\sqrt{75}-4\sqrt{18}+2\sqrt{32}$

الحل

Mr. Shokry

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
$\forall x, y \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$	$\forall x, y \in \mathbb{R}$
$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert = x$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$(\sqrt[3]{x})^3 = x$
$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	$\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$
$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, \ y \neq 0$	$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}{}}{\sqrt[3]{y}}, y \neq 0$

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{50x^4}$

b $\sqrt[3]{18x^3}$

الحل

مثال 6

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x}$, $x \geq 0$

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

الحل

حاول انه تحل

6 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

الحل

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

مثال 7

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التاليه:

a $\dfrac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}$, $x \neq 0$

الحل

b $\dfrac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

حاول انه تحل

7 أوجد ناتج كل من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\dfrac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$

b $\dfrac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$, $x > 0$

c $\dfrac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$, $x \neq 0$

الحل

Mr. Shokry

تبسيط كسر مقامه يتضمن جذرًا

إذا كان x, y تعبيرين جذريين يمثلان أعددًا غير نسبية وكان ناتج ضرب x في y عددًا نسبيًّا فإن x, y مترافقان.

مثال 8 اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

a $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

الحل

b $\dfrac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$

الحل

c $\dfrac{3}{\sqrt[3]{5}}$

الحل

حاول أنه تحل

8 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

الحل

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

الحل

c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

الحل

كراسة التمارين

(7) أوجد قيمة التعبير: x^2-6، إذا كان $x=\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

الحل

Mr. Shokry

الأسس النسبية

مثال 1 بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $125^{\frac{1}{3}}$ b $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}$ c $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}}$

الحل

حاول أن تحل

1 بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

الحل

حاول أن تحل

2 اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

حاول أن تحل

3 a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{0.4}$ 2 $y^{\frac{3}{8}}$, $\forall\, y \geq 0$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $\sqrt[3]{x^2}$ 2 $(\sqrt{y})^3$, $\forall\, y \geq 0$

قوانين الأسس النسبية

القانون
$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$
$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$, $b \neq 0$
$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$, $b \neq 0$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

قوانين الجذور النونية

إذا كان: $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ عددين حقيقيين، فإن:

1. $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
2. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$, $y \neq 0$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$, $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} \in \mathbb{R}$

مثال 5

بسّط كلًّا مما يلي مستخدمًا قوانين الأسس:

a $(-32)^{\frac{3}{5}}$

b $(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}}$, $x > 0$

الحل

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

c $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

الحل

Mr. Shokry

مثال 6 بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}$ $x, y \in \mathbb{Q}^+$

الحل

حاول أن تحل

6 بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

d $\left(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}$, $x, y \in \mathbb{Q}^+$

الحل

إمتحانات سابقة

$16^{\frac{-3}{4}} = 32^{\frac{-3}{5}}$ ⓐ ⓑ

المقدار: $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ يساوي $\sqrt[3]{5}$ ⓐ ⓑ

$(x^{-\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}}) = x^{-\frac{1}{6}}$ حيث $x > 0$ ⓐ ⓑ

$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , x > 0$ ⓐ ⓑ

لكل عدد حقيقي m , $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2$ ⓐ ⓑ

إذا كان $n > 0$ فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو :

ⓐ $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ ⓑ $2n^{\frac{1}{2}}$ ⓒ $(2n)^{\frac{1}{2}}$ ⓓ $\sqrt{2n}$

$\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0 , y \neq 0$

ⓐ $|x^{-1}|y^2$ ⓑ $|x|y^{-2}$ ⓒ xy^2 ⓓ $x^{-2}y^2$

إذا كان $x > 0$ ، فإن التعبير $\frac{(x^{\frac{5}{3}})(40^{\frac{1}{3}})}{(5x^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

ⓐ $8x$ ⓑ $\frac{8}{5}x$ ⓒ $2x$ ⓓ $\frac{1}{5}x$

إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن :

(a) $\varphi^2 + \varphi = 1$ (b) $\varphi^2 + 1 = \varphi$

(c) $\varphi + \varphi^2 + 1 = 0$ (d) $\varphi^2 = \varphi + 1$

إذا كان $x > 0$ فإن التعبير $\dfrac{(24)^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{8}{3}}}{(3x^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي :

(a) $\frac{1}{2}x^2$ (b) $2x^2$ (c) $\frac{2}{3}x$ (d) $\frac{1}{3}x$

كراسة التمارين

إذا كان $x+y=2$, $x^2-xy+y^2=4$ فإن $\sqrt[6]{x^3+y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

إن قيمة التعبير $x>0$, $\dfrac{\sqrt[3]{x^6}\cdot\sqrt[4]{x^5}}{x^3\cdot\sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x}\cdot|x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

$(3-2\sqrt{2})^{27}\times(3+2\sqrt{2})^{27}=1$

(a) — (b)

حل المعادلات

أولًا: المعادلات الجذرية

مثال ١ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $2+\sqrt{3x-2}=6$

الحل

b $6+\sqrt{x-1}=3$

الحل

حاول أنه تحل

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\sqrt{5x+4}-7=0$

الحل

كراسة التمارين

$3\sqrt{x}+3=15$

الحل

$\sqrt{3-4x}-2=0$

الحل

مثال 3 أوجد مجموعة الحل: $5+\sqrt{x-3}=x$

الحل

حاول أنه تحل

3 أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

الحل

كراسة التمارين

أوجد مجموعة الحل:

$\sqrt{11x+3}-2x=0$

الحل

مثال 4

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

a $\sqrt{8x}-2\sqrt{4x-16}=0$

الحل

b $\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$

الحل

حاول أنه تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

a $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

الحل

---

b $\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$

الحل

كراسة التمارين

أوجد مجموعة الحل

$$\sqrt{10x} - 2\sqrt{5x - 25} = 0$$

الحل

إذا كان m عددًا زوجيًا فإن : $(x^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{m}} = |x|$

إذا كان m عددًا فرديًا فإن : $(x^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{m}} = x$

ملاحظة: مقام الأس النسبي هو دليل الجذر.

مثال 2 أوجد مجموعة الحل: $2(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$

الحل

حاول أنه تحل

2 أوجد مجموعة الحل:

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

الحل

Mr. Shokry

b $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

الحل

دراسة التمارين

أوجد مجموعة الحل:

$(x+1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 25$

الحل

$2(x-1)^{\frac{4}{3}} + 4 = 36$

الحل

ثانيًا: المعادلات الأسية

ليكن a عدد حقيقي حيث $a \notin \{-1, 0, 1\}$

m، n عددان صحيحان

إذا كان $a^m = a^n$، فإن $m = n$

حاول أنه تحل

6 حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $3^x = 243$

b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

c $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

الحل

مثال 7

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $3^{x^2-1} = 27$

b $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

c $6^{2x-8} = 1$

الحل

حاول أنه تحل

7 حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $5^{x^2-4} = 1$

b $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

c $2^{x^2-4} = 32$

الحل

كراسة التمارين

حل كلًّا من المعادلات التالية:

$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x}$

$(3^x - 27)(2^x - 1) = 0$

$3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^2}$

الحل

إمتحانات سابقة

مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هـي :

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}$ (c) $\mathbb{R}^+$ (d) $\mathbb{R}^-$

مجموعة حل : $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي :

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$ (a) (b)

كراسة التمارين

مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ (a) (b)

$x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$ (a) (b)

إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$ (a) (b)

مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

Mr. Shokry

مجال الدالة

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

1. مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
2. مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.
3. مجال الدالة $f(x)=|x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
4. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.
5. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.
6. مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.
   أي أن مجال f = مجال $g \cap$ مجال h.
7. مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.
   أي أن مجال f = مجال $g \cap$ مجال h.
8. مجال الدالة $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h عدا أصفار المقام $(h(x)\neq 0)$.
   أي أن مجال f = (مجال g $\cap$ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

مثال 2 أوجد مجال كل دالة مما يلي:

a $f(x)=2x^3-4x-\sqrt{2x-6}$

b $g(x)=(2x^2+x)\sqrt{8-2x}$

الحل

Mr. Shokry

c $h(x)=\dfrac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

الحل

d $u(x)=\dfrac{4}{\sqrt{-x}}$

حاول أن تحل

2 أوجد مجال كل دالة مما يلي:

a $f_1(x)=\dfrac{2x+5}{x-4}$

b $f_2(x)=x^3-4x^2-4+\sqrt{x-9}$

c $f_3(x)=\dfrac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

Mr. Shokry

d $f_4(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x^2 - 5x}{x}}$

إمتحانات سابقة

أوجد مجال الدالة :

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x-3}$

$g(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4}$

$f(x) = \dfrac{\sqrt{3+x}}{2x+6}$

مجال الدالة : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $(3, \infty)$ (a) (b)

مجال الدالة $f(x) = \dfrac{x^2-16}{\sqrt[3]{x-4}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{-4, 4\}$ (b) $(-4, 4)$ (c) $\mathbb{R}/\{-4\}$ (d) $\mathbb{R}/\{4\}$

الدوال التربيعية

سؤال موضوعي

تعريف الدالة الخطية:

الدالة $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$

$f(x)=ax+b$

أو $y=ax+b$

حيث $a\in\mathbb{R}$ ، $a\neq 0$

و $b\in\mathbb{R}$ تسمى دالة خطية

وبيانها خط مستقيم.

الصورة العامة للدالة التربيعية هي:

$f(x)=ax^2+bx+c,\quad a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq 0$

حد مطلق (ثابت) — حد من الدرجة الأولى — حد من الدرجة الثانية

حاول أن تحل

1 حدّد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

a $f(x)=2x(x-3)$

b $f(x)=(x-2)(2x+1)$

c $f(x)=(2x+3)^2-4x^2-7x$

d $f(x)=3(x^2-4x)-3x^2+4$

كراسة التمارين

(1) الدالة $f(x)=kx^2+x-3$, $k\in\mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية. (a) (b)

(2) الدالة $f(x)=x+\frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية. (a) (b)

(3) النقطة $A(1,6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x)=(3x)(2x)+6$ (a) (b)

(4) الدالة $y=x(1-x)-(1-x^2)$ هي دالة خطية. (a) (b)

(5) الدالة $f(x)=\pi^2-x$ هي دالة تربيعية. (a) (b)

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي -3 فيما يلي هي:

(a) $y=(3x+1)(-x-3)$

(b) $y=x^2-3x+3$

(c) $f(x)=(x-3)(x-3)$

(d) $y=-3x^2+3x+9$

(7) أي دالة مما يلي <u>ليست</u> دالة تربيعية:

(a) $y=(x-1)(x-2)$

(b) $y=x^2+2x-3$

(c) $y=3x-x^2$

(d) $y=-x^2+x(x-3)$

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x)=3x^2-5x+1$ ؟

(a) $(3,12)$ (b) $(-1,-1)$ (c) $(2,3)$ (d) $(-2,22)$

(9) تكون الدالة $f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ (c) $\mathbb{R}-\{2\}$ (d) $\mathbb{R}-\{-2\}$

Mr.

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

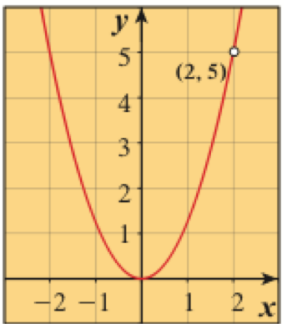
● معادلة الدالة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0, 0)$ هي: $y = ax^2$

حاول أن تحل

2 البيان المقابل يمثل دالة: $y = ax^2$

أوجد معادلة هذه الدالة.

الحل



● معادلة القطع المكافئ بدلالة إحداثيات رأسه (h, k) المعادلة على الصورة: $y = a(x - h)^2 + k$

بعض خواص القطوع المكافئة

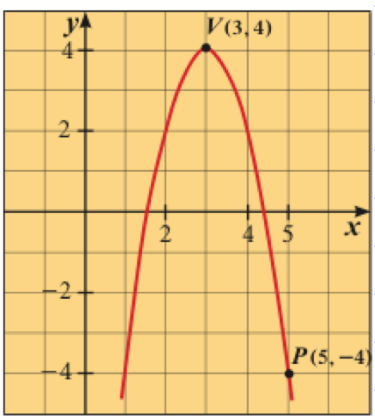
المعادلة على الصورة: $y = a(x - h)^2 + k$، هي دالة مكتوبة بدلالة إحداثيات الرأس، وهذه المعادلة تمدك بالمعلومات التالية:

- رأس المنحنى هو النقطة (h, k)، ومحور التماثل هو الخط: $x = h$
- تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة، وتكون فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل عندما تكون a سالبة.
- إذا كان $|a| < 1$، فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة: $y = x^2$
- إذا كان $|a| > 1$، فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة: $y = x^2$

مثال 3

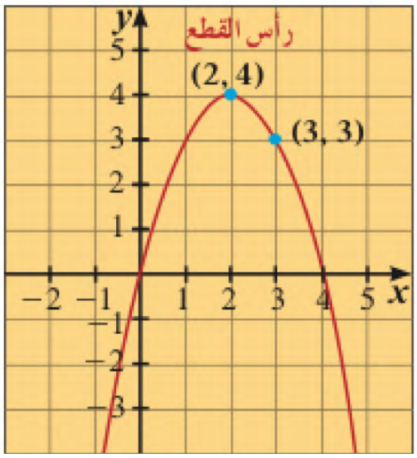
في الشكل المقابل اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3, 4)$ ويمر بالنقطة $P(5, -4)$

الحل



حاول أن تحل

3 أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل



الحل

يمكنك استخدام خصائص القطوع المكافئة لرسم بيان الدوال التربيعية.

مثال 4

ارسم منحنى الدالة: $y = 2(x+1)^2 - 2$ مستخدمًا خواص القطوع المكافئة.

الحل

حاول أن تحل

4 ارسم منحنى الدالة: $y = (x+3)^2 + 1$.

الحل

مثال 5

ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$ مستخدمًا خواص القطوع المكافئة.

الحل

حاول أن تحل

5 ارسم منحنى الدالة: $y = -2(x-3)^2 - 1$

الحل

كراسة التمارين

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى. (a) (b)

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$ (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

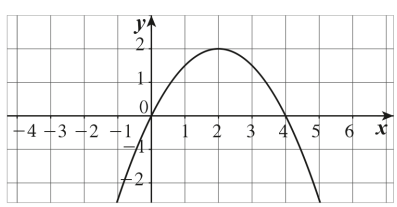
(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ (d) $|a| < 2$

(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

(c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$ (b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ (d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة (b) نقطتين

(c) 3 نقاط (d) 4 نقاط

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

(a) $(3, -2)$ (b) $(-3, 2)$

(c) $(-3, -2)$ (d) $(3, 2)$

Mr. Shokry

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

- إذا كانت النقطة (a, b) تنتمي إلى بيان دالة فإن النقطة (b, a) تنتمي إلى بيان معكوس هذه الدالة.
- معكوس الدالة الخطية هو دالة خطية أيضًا.
- مدى العلاقة r هو مجال معكوس هذه العلاقة ومجال r هو مدى معكوسها.
- المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان S وبيان معكوسها.

مثال ١ ارسم بيان الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها ثم اكتب معادلة المعكوس.

الحل

حاول أنه تحل

1 ارسم الدالة $y = -3x + 5$ ومعكوسها، ثم اكتب معادلة المعكوس



الحل

مثال 2 أوجد معكوس الدالة $y = 5x - 4$

الحل

حاول أنه تحل

2 أوجد معكوس الدالة:

a $y = \frac{2x - 1}{3}$

الحل

b $y = 2(x+1) - 3$

الحل

مثال 3 أوجد معكوس الدالة: $f(x) = x^2 + 3$

الحل

سر التفوق

أ/ شكرى

Mr. Shokry

دوال الجذر التربيعي

المعادلة $y = \sqrt{x}$ دالة جذر تربيعي. مجالها $[0, \infty)$. والمدى هو $[0, \infty)$

مثال 4 ارسم الدالة: $y = \sqrt{x - 4} - 2$ ، وعيّن المجال والمدى للدالة.

الحل

حاول أن تحل

4 a ارسم بيانيًّا: $y = \sqrt{x - 2} + 1$

عيّن المجال والمدى للدالة.

الحل

كراسة التمارين

ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى

$y = -\sqrt{x+3} - 2$

الحل

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة. (a) (b)

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى. (a) (b)

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها. (a) (b)

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل. (a) (b)

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا. (a) (b)

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2, 3)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(3, -2)$ (d) $(3, 2)$

(7) بيان الدالة $y = \sqrt{x+2} - 2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = \sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى (b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل

(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى (d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

(9) معكوس الدالة $y = 5x - 1$ هو:

(a) $y = 5x + 1$ (b) $y = \frac{x+1}{5}$

(c) $y = \frac{x}{5} + 1$ (d) $y = \frac{x}{5} - 1$

(10) مجال معكوس الدالة $y = \sqrt{x+3} - 1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(-1, \infty)$

(c) $(-\infty, 1)$ (d) $[-1, \infty)$

Mr. S

حل المتباينات

مثال 1 أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - x - 6 < 0$.

الحل

حاول أنه تحل

1 أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.

الحل

مثال 2 أوجد مجموعة حل المتباينة: $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

الحل

حاول أنه تحل 2 أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$

الحل

تطبيق على مجال الدالة

مثال 4

أوجد مجال كل دالة مما يلي

a $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

الحل

أوجد مجال كل دالة مما يلي

b $g(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$

الحل

Mr. Shokry

حاول أن تحل 4 b أوجد مجال كل دالة مما يلي:

1 $h(x)=\sqrt{x^2-x}$

الحل

2 $q(x)=\sqrt{9-x^2}$

الحل

مثال 5

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

الحل

حاول أن تحل

5 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

الحل

حاول أنه تحل

6 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$.

الحل

Mr. Shokry

مثال 7

أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$

الحل

حاول أنه تحل

7 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$.

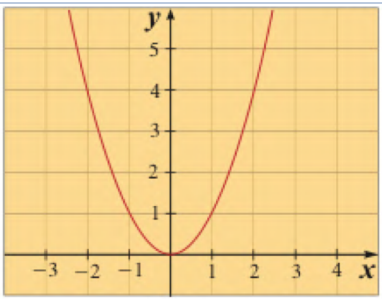
الحل

دوال القوى ومعكوساتها

تكون دوال القوى على الشكل:

$$y = ax^n \ , \ a \neq 0 \ , \ n \in \mathbb{Z}^+$$

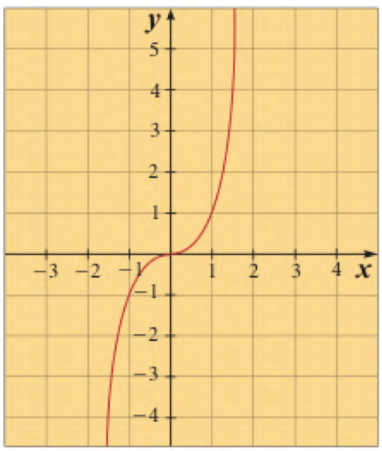
الدوال الزوجية والدوال الفردية



تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \ , \ -x \in D$
2. $f(-x) = f(x)$



تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \ , \ -x \in D$
2. $f(-x) = -f(x)$

مثال ٤ بيّن ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

a. $f(x) = 2x^7$

b. $y = -x^8$

c. $y = (x+2)^2$

d. $h(x) = 4$

الحل

حاول أن تحل

3 بيّن ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

a $f_1(x) = x^5$

b $f_2(x) = x$

الحل

c $f_3(x) = 2x^4$

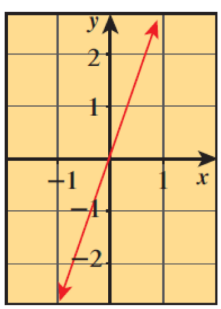
d $f_4(x) = (x+3)^3$

الحل

حاول أن تحل

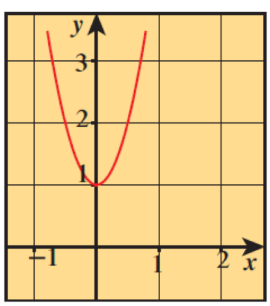
4 الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي فردية أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.

a



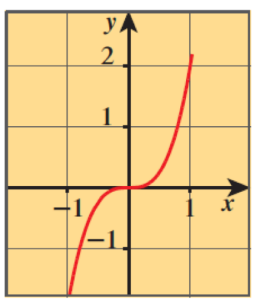
$y = 3x$

b



$y = 4x^2 + 1$

c



$y = 2x^3$

Mr. Shokry



معكوس العلاقة (r^{-1})



مثال 5

أوجد معكوس الدالة: $y = 2x^4$

الحل

حاول أنه تحل

5 أوجد معكوس الدالة: $y = 5x^3$

مثال 6

أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x+2}$

الحل

حاول أنه تحل

6 أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x-4}$

الدوال الحدودية

مثال 1

اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعًا للدرجة وعدد الحدود.

a $-7x+5x^4$ b $5x^3-(4x^2+5x^3)+2x^2$ c $(2l-5)(l^2-1)$

الحل

حاول أن تحل

1 اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعاً للدرجة وعدد الحدود.

a $4x-6x+5$ b $3x^3+x^2-(4x+2x^3)$ c $6-2x^5$

الحل

كراسة التمارين

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $\forall a\in\mathbb{R}$, $f(x)=ax^3+(a+2)x^2+5$ هي من الدرجة الثالثة. (a) (b)

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x)=2x^5-3x^3(1-x^2)$ هو 2 (a) (b)

(3) كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1)$ هي من الدرجة السابعة. (a) (b)

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا. (a) (b)

في التمارين (5–7)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) x^3+1 (b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1 (d) x^3+x^2+x+1

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$؟

(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$ (b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$ (d) $x(2x^3-3x)+6$

Mr

العوامل لخطية لكثيرة الحدود

حاول أنه تحل

1 اكتب التعبير: $(x-2)(x+1)(x+1)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.

الحل

عوامل وأصفار دالة كثيرة الحدود

نظرية العامل

المقدار $(x-a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow$ a صفر من أصفار كثيرة الحدود.

مثال 5 اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: 3 , 3 , 2– في الصورة العامة

الحل

حاول أنه تحل

5 a اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: 1 , 2– , 4–

الحل

c اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1– صفر بسيط.

الحل

قسمة كثيرات الحدود

القسمة المطولة

حاول أنه تحل

1 اقسم:

a $x+2 \overline{)x^2+5x+6}$

b $x-8 \overline{)2x^2-19x+24}$

الحل

حاول أنه تحل

2 تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم.

a $(x^3+4x^2+x-6) \div (x+2)$

b $(x^3-x+1) \div (x+1)$

الحل

Mr. Shokry

استخدام القسمة التركيبية

مثال 3 استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ على $(x + 2)$ ثم أوجد باقي العوامل.

الحل

حاول أن تحل

3 a استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$

b استخدم الإجابة في a لتحليل $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ إلى عوامل.

الحل

حاول انه تحل

4 استخدم القسمة التركيبية لقسمة x^3+4x^2+x-6 على $(x+1)$

الحل

نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x-a)$ حيث a ثابت، فإن باقي القسمة هو $f(a)$

مثال 7

باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة

$f(x)=x^4-5x^2+4x+12$ على $(x+4)$

ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.

الحل

حاول أنه تحل

7 استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x + 1)$، ثم تحقق من صحة الإجابة باستخدام القسمة التركيبية.

الحل

حل معادلات كثيرات الحدود

حل المعادلات بالتحليل

حاول أنه تحل

1 **a** أوجد مجموعة حل المعادلة: $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$ بالتحليل.

الحل

حاول أنه تحل

2 أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

a $2x^3 = 3x - 5x^2$

b $x^3 - x^2 - 3x = 0$

الحل

Mr. Shokry

يمكن حل بعض معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل بطريقة التقسيم

مثال 3 أوجد مجموعة حل المعادلة:

a $x^3 + 3x^2 = x + 3$

الحل

b $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$

الحل

حاول أنه تحل

3 أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

الحل

كراسة التمارين

أوجد مجموعة حل المعادلة:

$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

الحل

مثال 4

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $x^3 - 4x^2 + 3 = 0$

الحل

b $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$

الحل

حاول أنه تحل

4 أوجد مجموعة حل المعادلة:

1 $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

الحل

إمتحانات سابقة

اوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$$

الحل

Mr. Shokry

حل المعادلة : $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ باستخدم نظرية الاصفار النسبية الممكنة

الحل

أ/ شكرى

مستر التفوق

Mr. Shokry

استكشاف لنماذج أسية

استخدام الدوال الأسية

الدالة:

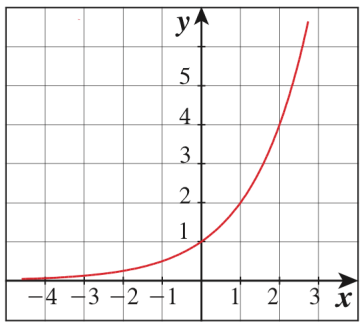
$y = ab^x$ $\quad \forall x \in \mathbb{R}$

(عدد ثابت) $\quad a \in \mathbb{R}^*$

(الأساس) $\quad b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

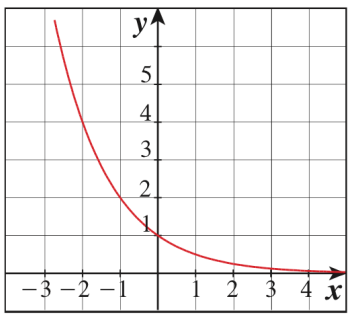
تسمى دالة أسية.

نمو أسي



عندما تكون $b > 1$، فإن الدالة تمثل نموًّا أسيًّا، وتكون b هي عامل النمو.

تضاؤل أسي



عندما تكون $0 < b < 1$، فإن الدالة تمثل تضاؤلًا أسيًّا، وتكون b هي عامل التضاؤل.

مثال 1 مثّل بيانيًّا الدالة $y = 2^x$. ثم بيّن ما إذا كانت الدالة تمثل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا وحدّد العامل.

الحل

1 مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوال التالية، ثم بيّن ما إذا كانت تمثل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا وحدّد العامل.

a $y = 4(2)^x$

الحل

b $y = 3^x$

حاول أن تحل

2 مثّل بيانيًّا ثم بيّن ما إذا كانت الدالة تمثل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا وحدّد العامل.

a $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

الحل

Mr. Shokry

مثال 4

اكتب دالة أسية: $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين: $P(2,2)$, $Q(3,4)$

الحل

حاول انه تحل

4 اكتب دالة أسية بالصورة $y = ab^x$ يمر بيانها بالنقطتين: $S(3, 16)$ ، $H(2, 4)$

الحل

الدوال الأسية وتمثيلها بيانيًا

التمثيل البياني للدوال الأسية

مثال 4 مثّل بيانيًّا كل من: $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$ في نفس المستوى الإحداثي.

الحل

حاول أن تحل 2 a مثّل بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثي.

1 $y = -4(2)^x$ 2 $y = 4(2)^x$

الحل

3 مثّل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع: $y = 2(3)^x$

a $y_1 = 2(3)^{x+1}$

الحل

b $y_2 = 2(3)^x - 4$

الحل

c $y_3 = 2(3)^{x-3} + 1$

الحل

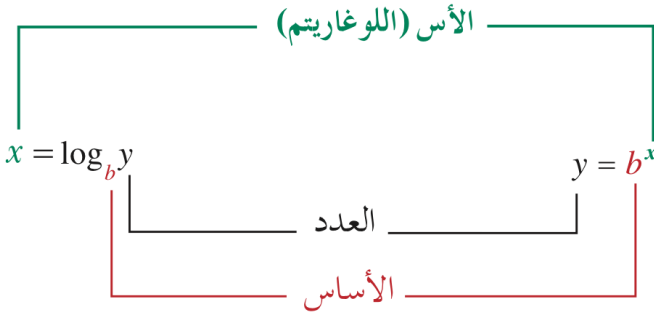


الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًا

تعريف

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون:

$$\forall y \in \mathbb{R}^+ \quad , \quad b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$
$$y = b^x \iff \log_b y = x$$



التمثيل البياني للدوال اللوغاريتمية

مثال 4 أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

a $y = \log_5 (6x)$

b $f(x) = \log(3 - x)$

c $g(x) = \log_2 (x^2)$

d $h(x) = 4\log_3 (5 - 3x)$

حاول أن تحل 4 أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

a $y = 2 + \log_5 (x - 2)$

b $f(x) = \log_4 (x^2 + 1)$

c $g(x) = \log_7 (1 - x)$

مثال 5 استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_2 x$ ومعكوسها.

الحل

حاول أنه تحل

5 استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.

الحل

مثال 6 ارسم بيان الدالة: $y = \log_6(x+2) - 3$ مستخدمًا دالة المرجع.

الحل

حاول أنه تحل **6** ارسم بيان الدالة: $y = \log_3(x-3) + 1$ مستخدمًا دالة المرجع.

الحل

خواص اللوغاريتمات

خواص اللوغاريتمات

$\forall m,n,b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$

خاصية الضرب: $\log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة: $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى: $\log_b m^k = k \log_b m \ , \ k \in \mathbb{R}$

ملاحظات:

1. $\log_b 1 = 0$
2. $\log_b b = 1$
3. $\log_b b^m = m$

حيث m , b عددان حقيقيان موجبان $b \neq 1$

حاول أن تحل

1 a أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

1. $\log_5 2 + \log_5 6$
2. $3\log_b 4 - 3\log_b 2$
3. $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

الحل

حاول أن تحل

2 أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a، b، c أعداد حقيقية موجبة.

a. $\log_2(7b)$

b. $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$

c. $\log_7(a^3b^4)$

الحل

Mr. Shokry

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

حل معادلات أسيّة

حل معادلات أسية على الصورة: $b^{kx}=a$

$$\forall a,b\in\mathbb{R}^+, m\in\mathbb{R}^+-\{1\}$$
$$a=b\iff \log_m a=\log_m b$$

مثال 1 حل المعادلة التالية، ثم تحقق: $7^{3x}=20$

الحل

حاول أن تحل

1 حل كل معادلة مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من ألف:

a $3^x=4$

b $6^x=21$

c $3^{x+4}=101$

الحل

حاول أن تحل

2 حل كل معادلة مما يلي:

a $t^{\frac{7}{2}}=128\ ,\quad t>0$

b $\sqrt[3]{u^4}-5=11\ ,\quad u>0$

الحل

Mr. Shokry

قاعدة تغيير الأساس

$$\forall m, b, c \in \mathbb{R}^+,\ b \neq 1,\ c \neq 1$$

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

مثال 3 استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حوّل $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

الحل

حاول أنه تحل 3 a أوجد قيمة $\log_3 400$ ثم حوّلها إلى لوغاريتم للأساس 8

الحل

حل معادلات لوغاريتمية

مثال ٤ حل المعادلة: $\log(3x+1)=5$

الحل

حاول أنه تحل

5 حل المعادلة: $\log(7-2x)=-1$

الحل

مثال ٥ حل المعادلة: $2\log x-\log 3=2$

الحل

حاول أنه تحل

6 حل المعادلة: $\log 6 - \log 3x = -2$

الحل

مثال 6 حل المعادلة:

b $\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \in (1, \infty)$

الحل

c $\log_{x+1} 32 = 5$, $x \in (0, \infty)$

الحل

حاول أنه تحل

7 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \ , \ x \in (1, \infty)$

الحل

b $\log_4(x+6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x-4), \quad x \in (4, \infty)$

الحل

$\log(2x) + \log(x-3) = \log 8 \quad , \quad x \in (3, \infty)$

الحل

كراسة التمارين

حل المعادلة:

$$\log(3x) - \log(x+20) = -\log 2$$

الحل

$$\log_{(2x-1)} 49 = 2$$

الحل

اللوغاريتم الطبيعى

مثال 1 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $8e^{2x} = 20$

الحل

حاول أنه تحل **1** استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{4(x+1)} = 32$.

الحل

مثال 2 حل المعادلة: $ln(3x + 5) = 4$

الحل

حاول أن تحل

3 حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

الحل

b $5 + ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

الحل

مثال 4

استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل $7e^{2x} + 2.5 = 13$

الحل

حاول أن تحل

4 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلتين التاليتين:

a $e^{x+1} = 30$

b $2^{2x-3} + 4 = 7$

الحل

كراسة التمارين

حلّ كل معادلة مما يلي:

$\frac{1}{2} \ln x + \ln 2 - \ln 3 = 3$

$\ln x - 3 \ln 3 = 3$

الحل

$\ln (x-1)^2 = 3$

الحل

المتجهات

متجه الموضع للقطعة $\overrightarrow{AB}$ يمثّله $(x_B - x_A, y_B - y_A)$

حاول أن تحل

1 ليكن: $A(1,-3),\ B(2,2),\ C(2,3),\ D(-2,-1)$

a عيّن الزوج المرتب الذي يمثّل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BD}$

b متجه الموضع $\overrightarrow{DC}$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K

الحل

إذا كانت $\overrightarrow{M} = < x_M , y_M >$ وتسمى x_M , y_M مركبتي المتجه $\overrightarrow{M}$

x_M المركبة الأفقية (السينية)، y_M المركبة الرأسية(الصادية) للمتجه $\overrightarrow{M}$

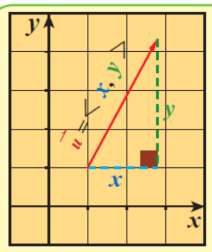
حاول أن تحل

2 إذا كانت $F(5,13), E(3,11), D(-2,-7)$

فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $< \overrightarrow{DE} >$, $< \overrightarrow{ED} >$, $< \overrightarrow{EF} >$

الحل

طول (معيار) متجه واتجاهه



$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

تعريف

لكل متجه $\vec{U} = < x, y >$ معيار (طول) يرمز له بالرمز $\|\vec{U}\|$

ويعطى بالعلاقة: $\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

يحدد اتجاه المتجه $\vec{U}$ بالزاوية الموجهة θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

حيث $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$

إذا كانت α زاوية الإسناد للزاوية θ فإن:

$$\theta = \begin{cases} \alpha & \text{عندما } x > 0 \ , \ y > 0 \\ 180^\circ - \alpha & \text{عندما } x < 0 \ , \ y > 0 \\ 180^\circ + \alpha & \text{عندما } x < 0 \ , \ y < 0 \\ 360^\circ - \alpha & \text{عندما } x > 0 \ , \ y < 0 \end{cases}$$

وتحدد زاوية الإسناد α بالعلاقة: $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$

حاول أنه تحل

(i) طول المتجه

(ii) قياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

a $\vec{m} = < 2, 2 >$

b $\vec{n} = < -1, -2 >$

الحل

c $\vec{p} = < -2, 3 >$

d $\vec{q} = < 1, -4 >$

الحل

Mr. Shokry

متجه الوحدة

معلومة:

المتجه $\vec{i} = < 1,0 >$ هو متجه الوحدة الأساسي في اتجاه محور السينات.

المتجه $\vec{j} = < 0,1 >$ هو متجه الوحدة الأساسي في اتجاه محور الصادات.

تعريف

المتجه $\vec{U} = < x,y >$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن:

$$\| \vec{U} \| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

مثال 4 إذا كان $\vec{u} = < \frac{2}{\sqrt{5}}, y >$ فأوجد قيمة y بحيث يصبح $\vec{u}$ متجه وحدة.

الحل

حاول أن تحل

4 إذا كان $\vec{v} = < x \ , \ \frac{12}{13} >$. فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

الحل

كراسة التمارين

ليكن $\vec{u} = \langle x, 4 \rangle , \vec{v} = \langle 2, -3 \rangle$

اوجد قيمة x بحيث يكون $\|\vec{u}\| = 5$ units

الحل

Mr. Shokry

تساوي متجهين

ليكن: $\overrightarrow{A} = < x_A , y_A >, B = < x_B , y_B >$

$$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} \iff x_A = x_B \ , \ y_A = y_B$$

حاول انه تحل

5 إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوى الإحداثي فأثبت أن: $< \overrightarrow{AB} > = < \overrightarrow{CD} >$

الحل

حاول انه تحل

6 ليكن المتجهان $\overrightarrow{B} = < -1, 3 >, \overrightarrow{A} = < -2x + 3, 4y - 1 >$، حيث x , y عددان حقيقيان.

أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B}$.

الحل

تكون النقاط A, B, C على استقامة واحدة إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي غير صفري k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{AC} >$

حاول انه تحل

9 باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقاط $M(-2,-5)$, $L(2,3)$, $K(0,-1)$ على استقامة واحدة.

الحل

جمع وطرح المتجهات

جمع المتجهات هندسيًّا

لأي ثلاث نقاط في المستوى تسمى العلاقة: $\overrightarrow{LM}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{LN}$ **علاقة شال.**

مثال 3 ABC مثلث. أوجد:

a) $\vec{L}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$

b) $\vec{K}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$

الحل

حاول أن تحل 3 $ABCD$ مضلع. أوجد:

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DB}$

الحل

مجموع متجهين جبريًّا

تعريف

إذا كان $\vec{A}=\langle x_A, y_A\rangle$, $\vec{B}=\langle x_B, y_B\rangle$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن مجموع هذين المتجهين هو المتجه $\langle x_A+x_B, y_A+y_B\rangle$ ويرمز له بالرمز $\vec{A}+\vec{B}$

أي أن: $\vec{A}+\vec{B}=\langle x_A+x_B, y_A+y_B\rangle$

Mr. Shokry

حاول أنه تحل

4 إذا كان $\vec{A} = \langle 4, -2 \rangle, \vec{B} = \langle -7, 5 \rangle$ فأوجد.

a $\vec{A} + \vec{B}$

b $3\vec{A} + 5\vec{B}$

الحل

حاول أنه تحل

5 $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

5 $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

a $\langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CD} \rangle - \langle \overrightarrow{AD} \rangle - \langle \overrightarrow{CB} \rangle$

b $\langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{AD} \rangle$

الحل

حاول أنه تحل

6 إذا كان $\vec{A} = \langle -3, 0 \rangle, \vec{B} = \langle 5, -9 \rangle$. فأوجد:

a $\vec{A} - \vec{B}$

b $-3\vec{A} + 4\vec{B}$

الحل

Mr. Shokry

الضرب الداخلي

قانون

إذا كان $\vec{A} = < x_A , y_A >, \vec{B} = < x_B , y_B >$ متجهين في المستوي الإحداثي

فإن $\vec{A} \,.\, \vec{B} = x_A \,.\, x_B + y_A \,.\, y_B$

فإذا كان: $\vec{A} = < x_A , y_A >$ فإن $\vec{A} \cdot \vec{A} = x_A^2 + y_A^2 = \| \vec{A} \|^2$

نتيجة (1)

$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ حيث $\vec{A} \neq \vec{0}$, $\vec{B} \neq \vec{0}$

مثال 3

إذا كانت $A(-2,-3), B(1,1), C(-3,-1)$ هي رؤوس المثلث ABC.

a) اكتب كلًّا من المتجهين $< \overrightarrow{CB} >$, $< \overrightarrow{CA} >$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{j}$, $\vec{i}$.

b) أوجد قيمة $< \overrightarrow{CB} > \cdot < \overrightarrow{CA} >$

c) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{C}$

الحل

حاول أنه تحل

3 إذا كانت النقاط $A(6,-1), B(3,2), C(2,1)$

a اكتب كلًّا من المتجهين $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}$, $\vec{j}$

b أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

c أثبت أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$

الحل

حاول أنه تحل

4 إذا كان $\vec{A} = < 3, -1 >$, $\vec{B} = < x, -2 >$ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ فأوجد قيمة x

الحل

Mr. Shokry

نتيجة (2)

$\vec{A} \neq \vec{0}$, $\vec{B} \neq \vec{0}$ حيث $\vec{A} \,//\, \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k\vec{B}$

مثال 5

a أثبت أن: $\vec{A} \,//\, \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle -7,5 \rangle$, $\vec{B} = \langle 14, -10 \rangle$

b إذا كان $\vec{A} \,//\, \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 6, -8 \rangle$, $\vec{B} = \langle 2, y \rangle$ فأوجد قيمة y

الحل

حاول انه تحل

6 $\vec{A}$, $\vec{B}$ متجهان في المستوي، حيث $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 4, \vec{A} \cdot \vec{B} = 5$

أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

الحل

قياس الزاوية بين متجهين

قانون

إذا كان $\vec{A}, \vec{B}$، متجهين وكان $\vec{B} \neq \vec{0}$, $\vec{A} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \quad , 0^\circ \leq m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ$$

حاول أنه تحل

7 إذا كان $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 2, \vec{A} \cdot \vec{B} = -3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

الحل

مثال 8 أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = < 2, 2\sqrt{3} >, \vec{B} = < -4, 4\sqrt{3} >$

الحل

حاول أنه تحل

8 أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = < 6, 3 >, \vec{B} = < 3, -1 >$

الحل

إمتحانات سابقة

إذا كان : $\overrightarrow{A} = \langle -3 , 4 \rangle$ ، $\overrightarrow{B} = \langle 0 , 3 \rangle$

(1) أوجد $2\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$

(2) أوجد الزاوية بين المتجهين $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}$

الحل

(b) ليكن $\vec{u} = \langle x, 4 \rangle , \vec{v} = \langle 2, -3 \rangle$.

① اوجد قيمة x بحيث يكون $\vec{u}$ متعامد مع $\vec{v}$.

② اوجد قيمة x بحيث يكون $\|\vec{u}\| = 5$ units .

الحل

إذا كانت النقاط A(6 ، -1) ، B (3 , 2) ، C (2 , 1)

1 أوجد كلا من المتجهين $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$

2 أثبت أن المثلث A B C قائم في $\hat{B}$

الحل

إذا كان : $\vec{u} = \langle 0 , 2 \rangle , \vec{v} = \langle 2 , 2 \rangle$

فأوجد : (1) $\|\vec{u}\|$

(2) $\|\vec{v}\|$

(3) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

(4) قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{u} , \vec{v}$

الحل

Mr. Shokry

المجتمع الإحصائي والمعاينة

علم الإحصاء

علم يهتم بجمع البيانات وفرزها وتنظيمها وتصنيفها وعرضها جدولياً أو بيانيًّا وتحليلها واستقراء النتائج بهدف اتخاذ قرارات مناسبة مبنية على استنتاجات.

مراحل البحث الإحصائي هي:

١) جمع البيانات ٢) عرض البيانات "جدولي وبياني" ٣) وصف البيانات وتحليلها ٤) تفسير النتائج واتخاذ قرارات

المجتمع الإحصائي

هو مجموعة كل المفردات (الوحدات) قيد الدراسة ولها خصائص مشتركة يمكن أن يكون منتهيًّا أو غير منته

مثال ١ في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

a) طلاب الصف الحادي عشر في مدارس دولة الكويت.

b) الطيور على سطح الأرض.

حاول أن تحل 1 في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

a) لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت.

b) مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي.

أساليب جمع البيانات

١) الحصر الشامل: هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي محل الدراسة

٢) المعاينة: هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدر اسة.

مثال ٢ هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ اذكر السبب.

a) دراسة كمية الدهون الموجودة في الدم.

b) دراسة نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم أزرق إلى عدد طلاب صفك.

أنواع البيانات

أنواع البيانات	الصفات	أمثلة
بيانات كيفية	اسمية	لون العيون – لون الشعر
	مرتبة	المستوى العلمي – الدرجات التقديرية
بيانات كمية	متقطعة	عدد طلاب الفصل – نقاط مباراة كرة السلة
	مستمرة	أطوال القامات – الأوزان – درجات الحرارة

مثال 3

حدّد نوع البيانات لكل مما يلي:

a عدد أهداف الدوري العام لكرة القدم في أحد المواسم.

b ترتيب الدول بحسب الميداليات التي حصلت عليها في دورة من دورات الألعاب الأولمبية.

c درجات الحرارة في شهر سبتمبر في مطار الكويت.

d لون سيارات معلمي مدرسة ما.

حاول أن تحل

3 حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:

a عدد أعضاء فريق كرة القدم.

b الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر، مدرس، ...)

c أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.

d تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت.

طرق جمع البيانات

- المشاهدة والملاحظة
- الاستبانة
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني
- الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال
- المقابلة الشخصية
- الوثائق والسجلات
- الأبحاث التاريخية والأرشيف
- قواعد البيانات
- مواقع التواصل الإجتماعي

العينات

1 – العينة العشوائية البسيطة

في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد 80 طالبًا مرقمين من 1 إلى 80.

المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها 7 طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.

الحل

مثال ١

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفًا مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.

الحل

2 – العينة العشوائية الطبقية

$$\frac{m}{n} = \text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

مثال 2 لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 80 فردًا من أصل 1 600 موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	عمال ومستخدمون	تقنيون وفنيون	إداريون
1 600	1 200	300	100

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل

حاول أن تحل

2 لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل

Mr. Shokry

حاول أن تحل

3 في إحدى المستشفيات يوجد 80 إداريًا مرقمين من 1 إلى 80 ، 140 طبيبًا مرقمين من 81 إلى 220 ، 240 ممرضًا مرقمين من 221 إلى 460، 40 عاملًا مرقمين من 461 إلى 500.

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فردًا لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

الحل

Mr. Shokry

3 – العينة العشوائية المنتظمة

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

مثال 4

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت 700 طالب مرقمين من 1 إلى 700. أراد مدير المدرسة إرسال 10 طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالانقراض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 10 باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل

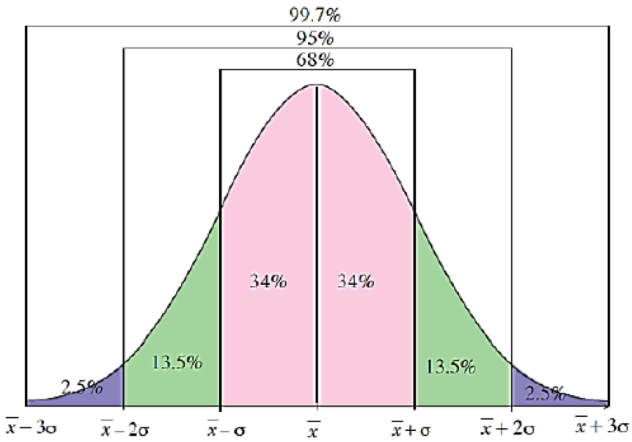
حاول أنه تحل

5) يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبًا مرقمين من 1 إلى 140. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

الحل

Mr. Shokry

القاعدة التجريبية



القاعدة التجريبية

حوالي **68%** من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma]$

حوالي **95%** من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma]$

حوالي **99.7%** من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-3\sigma, \bar{x}+3\sigma]$

مثال

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة 350 دينارًا والانحراف المعياري 110 والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

a) طبق القاعدة التجريبية.

b) هل وصلت أرباح الشركة إلى 690 دينارًا؟ فسّر ذلك.

الحل

حاول أن تحل

1 لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 دينارًا بانحراف معياري 115 دينارًا.

a طبق القاعدة التجريبية.

b هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 دينارًا؟ فسّر ذلك.

الحل

مثال 2

يعلن مصنع لإنتاج البطاريات المستخدمة في السيارات أن متوسط عمر البطارية من النوع (A) هو 60 شهرًا بانحراف معياري 10 أشهر. على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

c أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) والتي يقل عمرها عن 40 شهرًا بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحًا.

الحل

حاول أنه تحل

2 يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو 700h بانحراف معياري 100h على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 500h

الحل

القيمة المعيارية

القيمة المعيارية $= \dfrac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$ $\qquad z = \dfrac{x - \bar{x}}{\sigma}$

مثال ١

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 16 من 20 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 5 ونال أيضًا 16 من 20 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 4.

ما القيمة المعيارية للدرجة 16مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الحل

حاول أن تحل

1 جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الحل

مثال 2

في نتيجة نهاية العام الدراسي حصلت الطالبة موضي على 64 درجة في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي 69 والانحراف المعياري 8. وحصلت على 48 درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي 56 والانحراف المعياري 10

في أي المادتين كانت موضي أفضل؟

الحل

شكرا

سر التفوق

Mr. Shokry

جـــدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210
36	41484	58832	43633	92072	54522	60783	05639	78371	20340	90174	90549	60250	80858	97632
37	65736	34031	37846	47294	50168	96397	50329	17390	04554	96190	02594	44229	24198	03064
38	16118	88260	28975	20036	77353	96179	08143	29222	57871	01292	52420	07130	11896	94088
39	62064	36947	31193	72328	10262	75428	50450	31620	17855	27018	75910	60965	39988	73389
40	23472	61332	48829	99113	90538	74066	38628	09270	72856	71411	78860	50745	42966	27424
41	05654	41781	99888	60787	56313	83221	82631	91989	32577	68175	24897	23456	16419	41727
42	83428	17512	78322	01942	42061	60659	32746	95367	20551	99885	79334	03732	97058	80356
43	65126	87369	56266	48697	33094	07522	92724	05676	91022	64262	24239	60242	01049	42945
44	28042	84729	34846	05880	34188	27048	30623	23204	05034	93136	19192	91674	47022	48523
45	53148	70847	48117	16103	83773	13224	76143	39148	06742	08298	52014	61711	79466	78334

Mr. Shokry

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
46	13560	38973	76536	54464	57626	10247	67051	83850	93002	30930	83842	09990	39203	85693
47	74560	04842	75720	98173	35124	18019	70681	73624	86300	76894	55504	20022	27144	03239
48	27449	10887	55047	76702	62587	20131	63452	96127	15802	65271	74663	37237	95812	19427
49	44413	47571	63342	67062	19900	42511	71024	44364	02775	41081	33177	09580	71047	33820
50	64512	50481	41107	21553	86471	16380	45959	16065	75195	31120	33822	43200	82566	43078
51	00095	29635	33618	55201	12075	97285	80296	92250	92579	69296	68423	91353	35553	77036
52	09638	68500	84152	55279	29481	48723	87785	06304	53198	79425	41344	87395	54720	72911
53	08589	28972	20500	26761	61852	87387	17967	50345	20479	37841	16337	88163	38585	02798
54	54883	36854	75468	31821	08464	13393	24322	56872	39507	16845	92039	13209	47035	57686
55	15444	18858	69256	81949	85766	20284	15914	76382	25665	84484	36409	87271	14949	12069
56	71565	25235	48604	04697	60513	89675	34337	06619	67509	03365	67431	43725	60359	33823
57	92871	06972	97272	98081	58945	98039	47815	55173	93203	03385	58309	47970	27985	73782
58	68849	33525	22034	44200	90628	39212	75363	00247	96303	51838	99956	34321	85809	87275
59	98827	81751	86350	27162	56861	00566	32360	52560	05152	97370	29229	98503	44100	59854
60	66803	20412	23097	36884	14158	51578	82839	04323	01877	91180	22403	31175	67942	14508
61	41516	62122	37492	78385	08100	01107	49028	80607	92813	75169	25796	12643	75026	04170
62	12162	72695	70213	28844	94220	04677	63128	96254	60006	42148	63974	24739	46064	93416
63	13274	51517	40925	25926	47062	06867	80018	43394	68316	19197	74832	95805	26126	29623
64	52918	26336	17452	70092	22425	68294	14624	12683	60030	18091	76824	45533	29768	59678
65	30361	58894	77995	22650	20266	21791	25773	37748	38058	73835	57440	33610	24749	56691
66	46377	07121	20251	41301	07635	66029	80470	25523	16429	40640	40041	79302	98712	95368
67	27423	28968	39623	90457	26780	14540	15082	90327	56459	77107	60727	26328	59556	93557
68	73886	44934	65197	86001	51613	92940	24998	35378	35732	05469	05791	07309	23107	37543
69	70336	30279	09961	58625	11044	73699	32481	85490	58333	12277	98355	86413	87883	23945
70	97903	34498	31282	11249	13179	41489	87962	89071	61922	02704	83626	67269	26568	09110
71	86205	97851	61543	40666	78098	05621	86072	21202	84985	65253	09306	56791	86227	73343
72	70718	31353	96295	21718	03495	83149	48733	21496	68430	91459	18409	86552	53261	30280
73	79073	05288	57087	27201	29661	08888	42984	96272	93656	50805	32057	36231	03532	64408
74	37479	85240	68508	36333	90080	46063	78129	96854	65844	71369	15432	66145	29223	87139
75	56009	81470	06181	98341	92406	61704	57770	28984	92858	88178	80042	83674	23736	64497
76	97012	75201	16764	31720	59414	81005	63959	15445	12347	71939	23651	29846	20962	77463
77	89839	94534	78223	94989	54376	61163	21914	19430	86856	38116	83201	10117	77879	04504
78	81048	37891	24924	18757	54550	54788	72430	24611	18643	55647	11806	78567	76679	58222
79	96743	96838	50696	57648	15325	72557	77193	50894	33206	44420	37986	84257	02031	65384
80	87649	00751	47483	48564	13103	20941	49793	68972	27994	75845	84616	37040	97110	95953
81	18173	87553	45854	18750	16506	57202	60428	61710	35887	19879	49893	04512	62556	63742
82	27613	72032	94334	38239	00395	05486	96365	01758	99314	41866	25760	74573	72169	25744
83	67517	04195	89100	21434	52923	90818	09206	19493	00233	62413	39127	76457	39419	35023
84	23574	88907	08133	85126	84643	94128	89259	18791	71035	84179	82500	92193	31383	34150
85	98721	90145	05695	14882	11827	56881	14143	68069	88481	08328	58607	81737	11660	96892
86	85556	83652	92934	55451	94792	45056	50732	83305	46303	37510	15539	52534	47250	75231
87	63282	48334	46961	05993	16605	63422	23375	44298	16226	10617	96722	42776	53376	94366
88	34033	36344	41107	77495	73985	79352	14844	44334	30781	16339	38031	28104	60054	05725
89	75567	31423	72507	48162	30150	44912	76250	12017	12136	47687	90279	67127	83889	87957
90	45101	69475	96924	76548	57756	14741	26052	42807	52824	61981	87866	35512	23771	43130