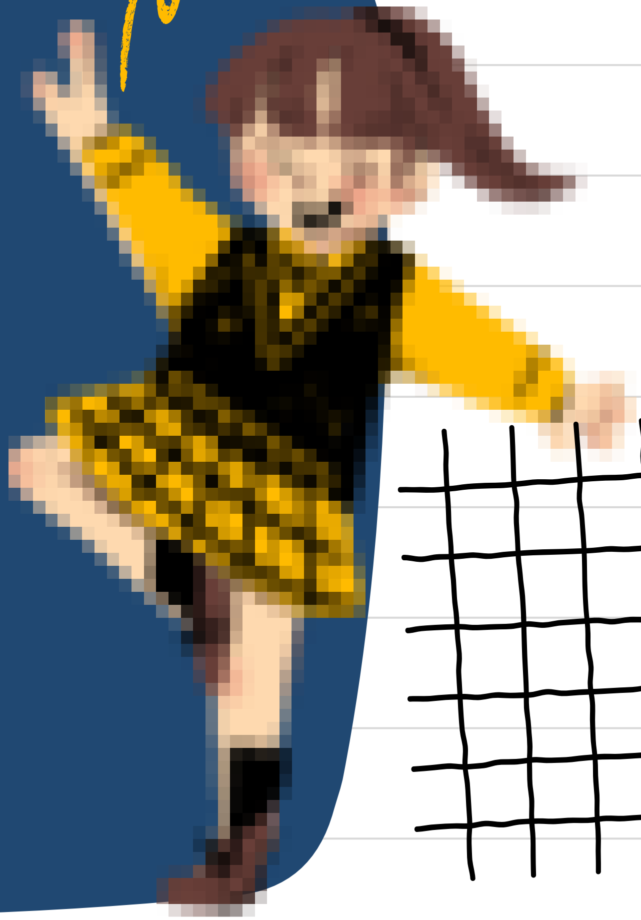
مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

Monday, January 29, 2024

رياضيات الصف 12
المستوي المتقدم



العام الدراسي 2023/2024
الفصل الدراسي الثاني

أ/ محمد طه

+971566151988/

Monday, January 29, 2024

الوحدة 4
(تطبيقات التفاضل)

درس رقم. 7
اسم الدرس: القيم المثلى

+971566151988/
أ/ محمد طه

Monday, January 29, 2024

أهداف التعلم

حل مشاكل الاختيار الأمثل في الحياة اليومية.

+971566151988/

أ/ محمد طه

Monday, January 29, 2024

مفردات الدرس

الاختيار الأمثل

مقدمة

Monday, January 29, 2024

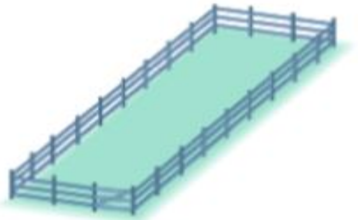
خطوات إرشادية لحل مسائل القيم المثلى

- ✓ إذا كانت هناك صورة لرسمها، فارسمها.
- ✓ حدد ماهية المتغيرات وكيفية ترابطها
- ✓ قرر الكمية التي يجب تعاظمها أو تصغيرها
- ✓ اكتب تعبير الكمية التي يجب تعاظمها أو تصغيرها بدلالة متغير واحد فقط، بالحل لأي متغيرات أخرى بدلالة هذا المتغير.
- ✓ حدد القيم الصغرى والعظمى للقيم المسموح بها .
- ✓ حل المسألة وتأكد من الإجابة على السؤال المطروح
.

إنشاء حديقة مستطيلة بأكبر مساحة ممكنة

مثال

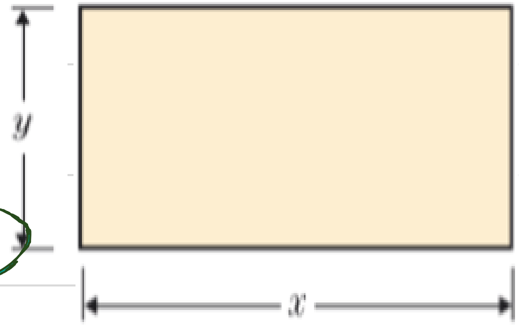
7.1صفحة 289



لديك سياج طوله $40\ ft$ لتحيط به حديقة مستطيلة الشكل. جد أكبر مساحة يمكن إحاطتها بهذا السياج وأبعاد الحديقة المناظرة لها .

الحل

محيط المستطيل



معطيات	المحيط	40
متغيرات	الطول	x
	العرض	y

تعبيرات ترتبط بتلك القيم

العرض × 2 + الطول × 2 = المحيط

$40 = 2x + 2y$ بحل y

$2y = 40 - 2x$

$y = 20 - x$

الكمية التي يمكن تعظيمها العرض × الطول = المساحة

للتعبير بدلالة متغير واحد، بتعويض $y = 20 - x$ $A = xy$

$A = x(20 - x)$ $0 \le x \le 20$

$A = 20x - x^2$ الفترة التي يقع فيها متغير x

الاشتقاق بالنسبة لـ x $A'(x) = 20 - 2x$

الأعداد الحرجة :

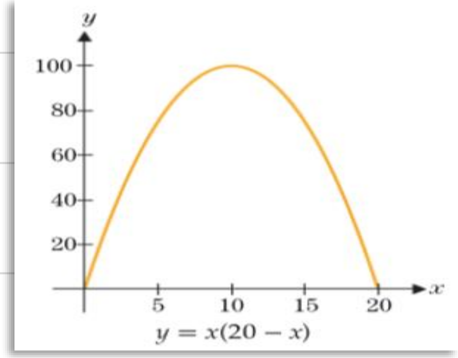
$A'(x) = 0 \Rightarrow 20 - 2x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 10} \in [0, 20]$

القيم العظمى والصغرى لدالة متصلة فى الفترة المغلقة يجب أن تحدث إما عند النقاط الطرفية أو العدد الحرج .

$A(10) = 10(20 - 10) = 100ft^2$

$A(0) = 0(20 - 0) = 0$

$A(20) = 20(20 - 20) = 0$



القيمة العظمى للمساحة $= 100\ ft^2$

الطول $x = 10ft$

العرض $y = 20 - x$

$y = 20 - 10 = 10ft$

القيمة العظمى للمساحة هي $100\ ft^2$
لمربع طول ضلعه $10\ ft$

أ/ محمد طه
+971566151988/

أصغر محيط

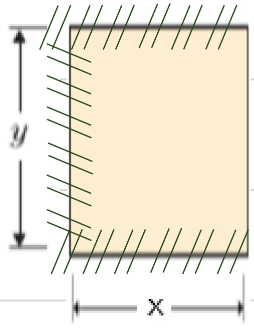
تمرين

Q1صفحة 289

يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي $1800\ ft^2$. جد أصغر قيمة ممكنة للمحيط المناظر لهذه المساحة.

الحل

منطقة مستطيلة



معطيات المساحة $= 1800 ft^2$

متغيرات الطول y

العرض x

تعبيرات ترتبط بتلك القيم

العرض × الطول = المساحة

$1800 = xy$ بحل y

$$y = \frac{1800}{x}$$

الكمية التي يجب تصغيرها: محيط السياج ذو الثلاث جوانب

العرض × 2 + الطول = المحيط

للتعبير بدلالة متغير واحد،

$P = y + 2x$ بالتعويض $y = \dfrac{1800}{x}$

$$P(x) = \frac{1800}{x} + 2x \quad , x > 0$$

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$$P'(x) = -\frac{1800}{x^2} + 2$$

الأعداد الحرجة :

$$P'(x) = 0 \quad \Rightarrow -\frac{1800}{x^2} + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1800 \Rightarrow \cancel{x = -30} \quad \boxed{x = 30}$$

الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة

أصغر محيط

تمرين

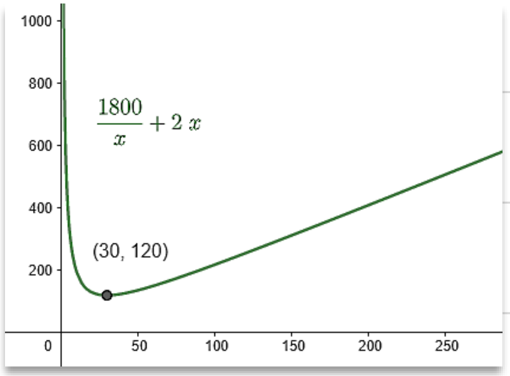
Q1صفحة 289

يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي $1800\ ft^2$. جد أصغر قيمة ممكنة للمحيط المناظر لهذه المساحة.

الحل

$$P'(x) = -\frac{1800}{x^2} + 2$$

الأعداد الحرجة $\boxed{x = 30}$



$P'(x)$: $\boxed{X}$ 0 $- - -$ 0 (30) $+ + +$

$P(x)$: $\boxed{X}$ 0 متناقصة 30 متزايدة

$P'(x) < 0$ في: $(0, 30)$

$P'(x) > 0$ في $(30, \infty)$

$p\ (30)$ تكون قيمة صغرى محلية وقيمة صغرى مطلقة .

أصغر محيط عند طول: $x = 30ft$

أصغر محيط $= 60 + 2(30) = 120ft$

الطول : $x = 30ft$

العرض: $y = \frac{1800}{x} = \frac{1800}{30} = 60ft$

أو يمكنك استخدام اختبار المشتقة الثانية :

$$P''(x) = \frac{3600}{x^3} \Rightarrow P''(30) = \frac{3600}{(30)^3} = \frac{2}{15} > 0$$

(أصغر محيط عند $x = 30$)

أ/ محمد طه
+971566151988/

Monday, January 29, 2024

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية VIRTUAL CHARTER SCHOOL

القيمة العظمى للمساحة

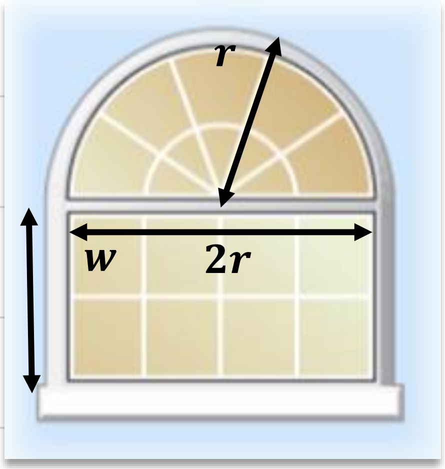
تمرين

صفحة 289 Q31

نافذة نورمندية على شكل نصف دائرة فوق مستطيل ، على فرض أنه يتوفر $8+\pi ft$. من الزخارف الخشبية. جد أبعاد المستطيل ونصف الدائرة التي ستحقق القيمة العظمى لمساحة النافذة.

الحل

انظر للشكل المعطى لاحظ : يوجد خشب في المنتصف



المعطيات المحيط لإطار النافذة $= (8+\pi)\ ft$

المتغيرات نصف القطر لنصف الدائرة r طول المستطيل $l=2r$ عرض المستطيل w

محيط إطار النافذة $=$ محيط المستطيل + طول قوس النصف دائرة

$$8+\pi = \pi r + 2l + 2w$$

$$8+\pi = \pi r + 2(2r) + 2w$$

$$8+\pi = \pi r + 4r + 2w$$ بالتعويض في w

$$w = \frac{8+\pi-4r-\pi r}{2}$$

$$w = \frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}$$

مساحة النافذة الكمية التي يجب تعظيمها

مساحة النافذة $=$ مساحة المستطيل+مساحة النصف دائرة

$$A = \frac{\pi r^2}{2} + 2r \times w$$

بالتعويض $w = \frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}$

$$A(r) = \frac{\pi r^2}{2} + 2r \times \frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}$$ $, r > 0$

$$A(r) = \frac{\pi r^2}{2} + r \times (8+\pi-r(4+\pi))$$

أ/ محمد طه

+971566151988/

القيمة العظمى للمساحة

289صفحةQ31

تمرين

نافذة نورمندية علي شكل نصف دائرة فوق مستطيل ، علي فرض أنه يتوفر $8+\pi ft$. من الزخارف الخشبية. جد أبعاد المستطيل ونصف الدائرة التي ستحقق القيمة العظمى لمساحة النافذة.

الحل

$$A(r)=\frac{\pi r^2}{2}+r\,(8+\pi)-r^2(4+\pi)$$

$$A(r)=r\,(8+\pi)-r^2\left(4+\pi-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$A(r)=r\,(8+\pi)-r^2\left(4+\frac{\pi}{2}\right)$$

الاشتقاق بالنسبة لـ r

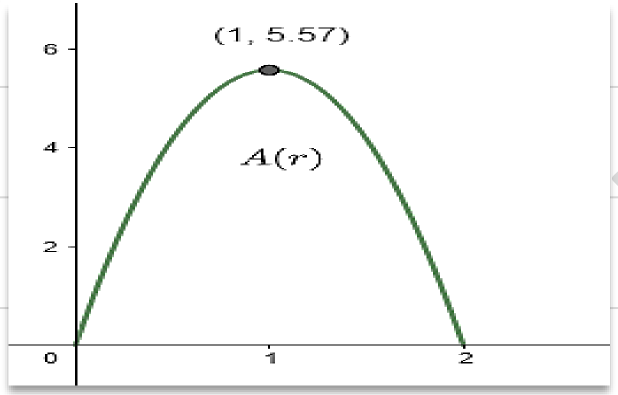
$$A'(r)=\ (8+\pi)-2r\left(4+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$A'(r)=\ (8+\pi)-r(8+\pi)$$

$A'(x)=0$ الأعداد الحرجة

$$\Rightarrow\quad (8+\pi)-r(8+\pi)=0$$

$$\Rightarrow\quad r=\frac{8+\pi}{8+\pi}=1$$



$A'(x)$: 0 … $+++$ … $\underset{1}{0}$ … $---$

$A(x)$: 0 تتزايد … 1 تتناقص

$A'(x)>0$ في $(0,1)$

$A'(x)<0$ في $(1,\infty)$

$A(1)$ تكون قيمة قصوى محلية وقيمة قصوى مطلقة

أو يمكنك استخدام اختبار المشتقة الثانية

$A''(r)=-(8+\pi)$

$A''(1)=-(8+\pi)<0$ (أكبر مساحة عند $r=1$)

أكبر مساحة عند: $r=1ft$

أكبر مساحة $=A(1)=1\,(8+\pi)-(1)^2\left(4+\frac{\pi}{2}\right)$

أكبر مساحة $=A(1)=\left(4+\frac{\pi}{2}\right)ft^2$

أبعاد المستطيل: $l=2r=2(1)=2ft$

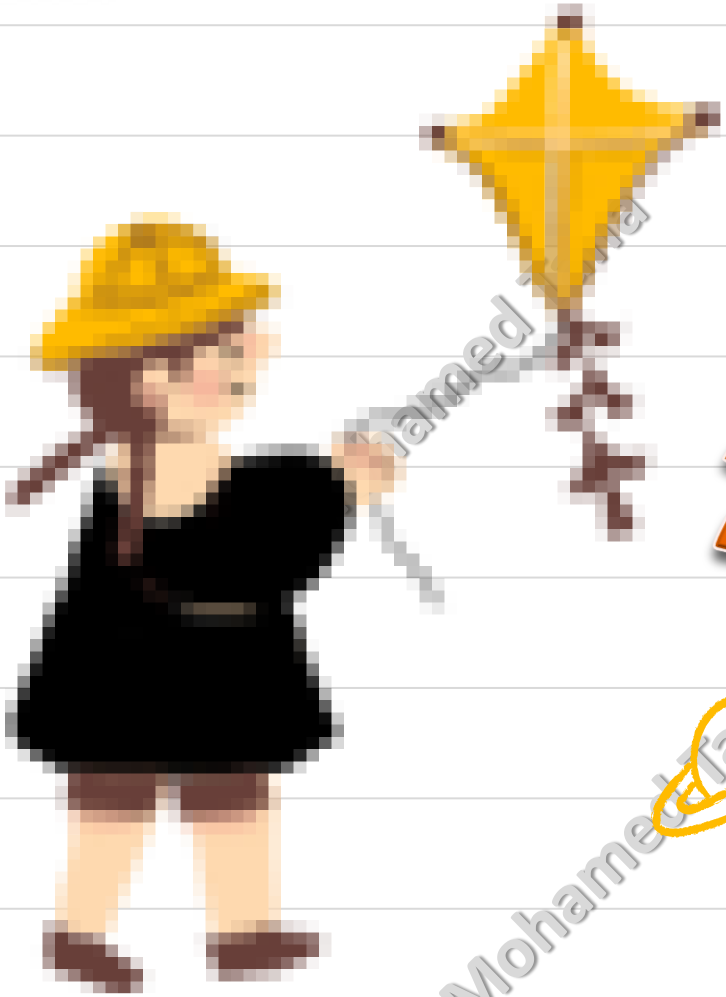
$$w=\frac{8+\pi-r(4+\pi)}{2}=\frac{8+\pi-1(4+\pi)}{2}=2ft$$

نصف قطر الدائرة: $r=1ft$

+971566151988/
أ/ محمد طه

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

Monday, January 29, 2024



الحصة الثانية

+971566151988/

أ/ محمد طه

أهداف التعلم

حل مشاكل الاختيار الأمثل في الحياة الحقيقية والرياضيات

+971566151988/
أ/ محمد طه

Monday, January 29, 2024

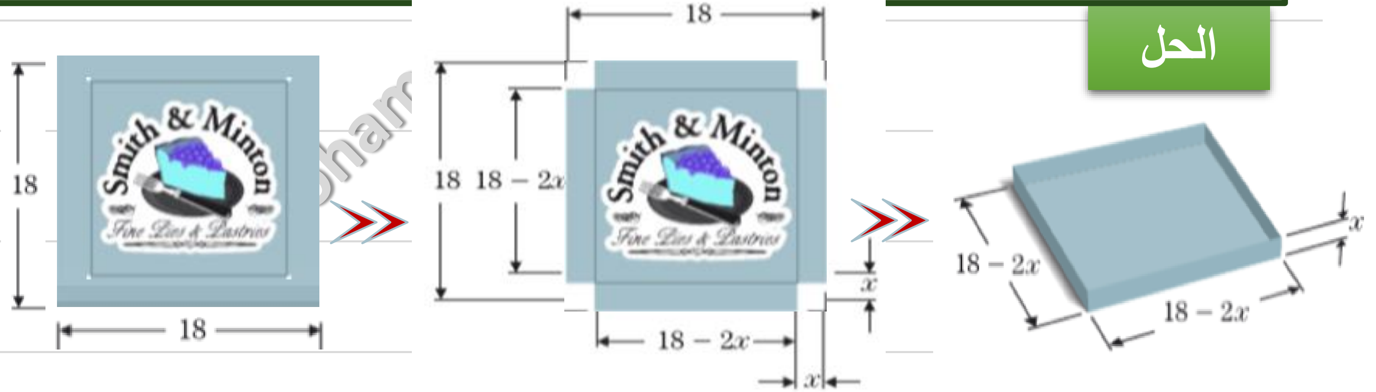
إنشاء صندوق مع قيمة عظمى للحجم

مثال

7.2صفحة 290

لوح مربع من الورق المقوى طول ضلعه $18\ in$ صنع منه صندوق مفتوح (أى ، بلا غطاء) بقطع مربعات متساوية من كل زاوية ، وطي الجوانب على طول الخطوط المنقطة ، جد أبعاد الصندوق الذي له قيمة عظمي للحجم .

الحل



المتغيرات	الطول $18-2x$	العرض $18-2x$	الارتفاع x

الكمية التي يجب تعظيمها

حجم الصندوق = الطول × العرض × الارتفاع

$$V = (18-2x)((18-2x)x$$

$$V(x) = x\,(18-2x)^2 \qquad 0 \le x \le 9$$

"الفترة التي يقع فيها متغير x"

$$V(x) = x(324 - 72x + 4x^2)$$

$$V(x) = 324x - 72x^2 + 4x^3$$

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$$V'(x) = 324 - 144x + 12x^2$$

الأعداد الحرجة

$$V'(x) = 0 \;\Rightarrow\; 324 - 144x + 12x^2 = 0$$

$$12(x^2 - 12x + 27) = 0 \qquad 12(x-9)(x-3) = 0$$

$$\boxed{x = 9} \qquad \boxed{x = 3} \qquad \in [0,9]$$

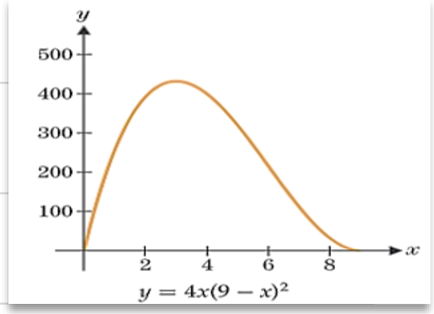
القيم العظمى والصغرى لدالة متصلة فى الفترة يجب أن تحدث إما عند النقاط الطرفية أو العدد الحرج .

$$V(0) = (0)\,(18-2(0))^2 = 0$$

$$V(3) = (3)\,(18-2(3))^2 = 432\ in^3$$

$$V(9) = (9)\,(18-2(9))^2 = 0$$

القيمة العظمى للحجم $= 432\ in^3$



عندما يكون الارتفاع $= x = 3\ in$

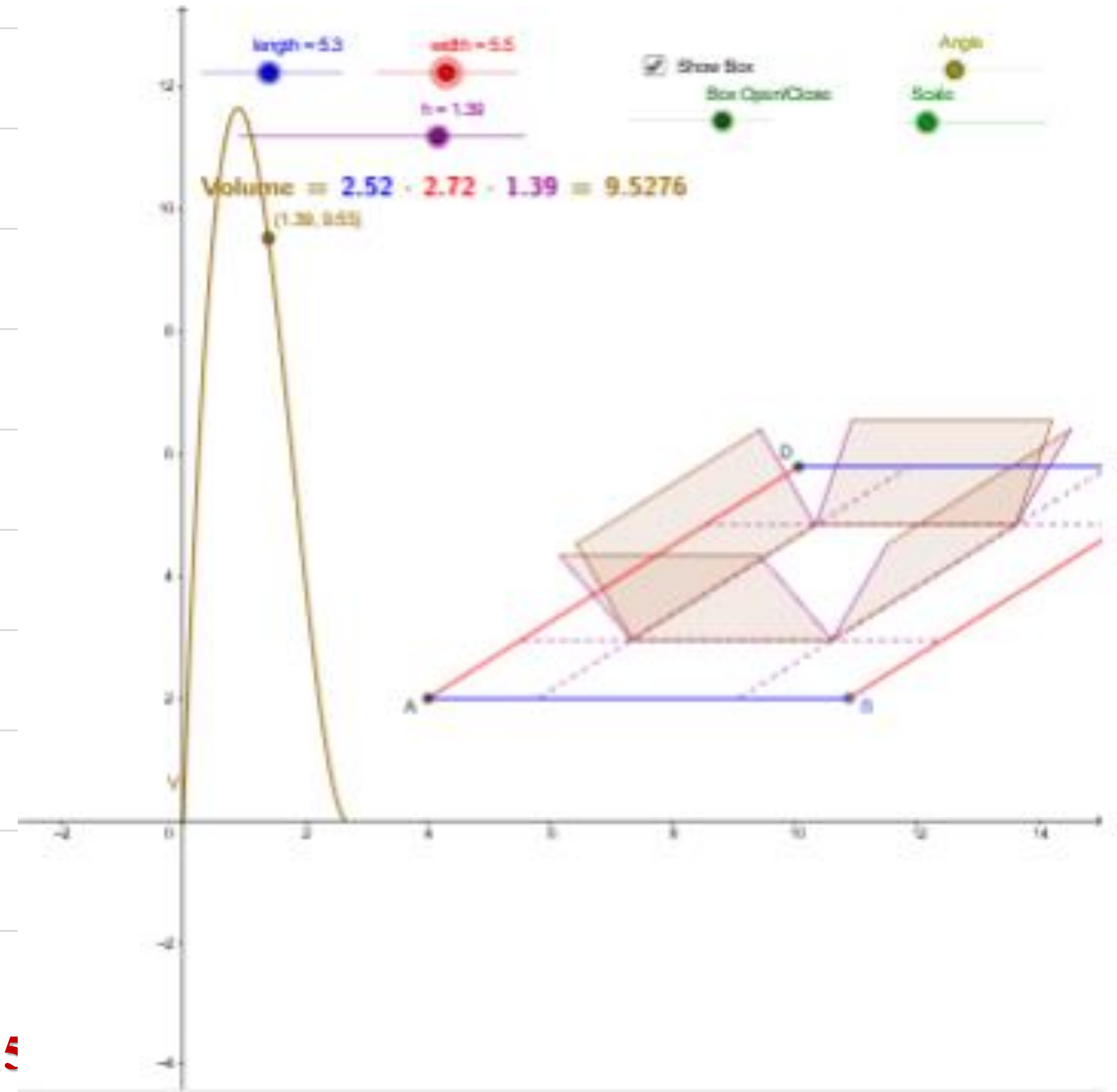
الطول $= 18 - 2(3) = 12\ in$

العرض $= 18 - 2(3) = 12\ in$

القيمة العظمى لحجم الصندوق $432in^3$إذا قمنا بقطع أربع مربعات بطول ضلع $3in$

أ/ محمد طه
+971566151988/

طيّ صندوق لأقصى قيمة حجم



- ❑ نقر وسحب الأشرطة للطول والعرض
- ❑ ثم النقر مرة على زر الارتفاع (h)، سيتوهج
- ❑ استخدم مفاتيح الأسهم لتعظيم الحجم
- ❑ انقر واسحب الأشرطة لطيّ الصندوق (يجب اختيار صندوق العرض)

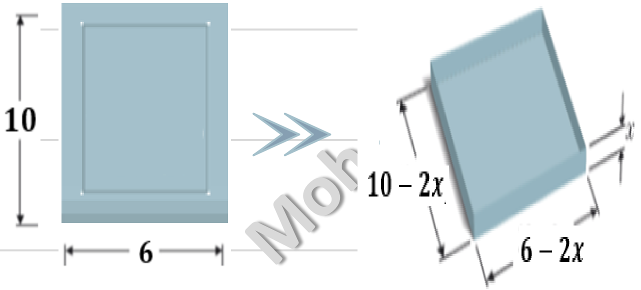
طيّ صندوق لأقصى قيمة حجم

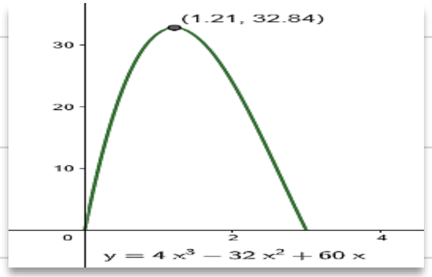
تمرين

صفحة 296 Q7

يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بواسطة لوح من الورق المقوى أبعاده $6in - 10in$، وذلك بقص مربعات قياس ضلعها $x\ in$ من كل زاوية وطي الجوانب. جد قيمة x التي تحقق القيمة العظمى لحجم الصندوق.

الحل





المتغيرات

الطول $= 10 - 2x$ العرض $= 6 - 2x$

الارتفاع $= x$

الكمية التي يجب تعظيمها

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

للتعبير بدلالة متغير واحد x

$V = (10 - 2x)((6 - 2x)x$

الفترة التي يقع فيها المتغير x

$V(x) = x(60 - 32x + 4x^2)$

$V(x) = 60x - 32x^2 + 4x^3$ $\qquad 0 \le x \le 3$

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$V'(x) = 60 - 64x + 12x^2$

الأرقام الحرجة

$V'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 60 - 64x + 12x^2 = 0$

$x = \cancel{\dfrac{8 + \sqrt{19}}{3}} \approx 4.1196$

$\notin [0, 3]$

$\boxed{x = \dfrac{8 - \sqrt{19}}{3} \approx 1.2137}$

القيم العظمى والصغرى لدالة متصلة يجب أن تحدث إما عند النقاط الطرفية أو العدد الحرج .

$V(0) = (10 - 2(0))((6 - 2(0))(0) = 0$

$V(1.2137) = (10 - 2(1.237))((6 - 2(1.2137))(1.2137) \approx 32.04\ in^3$

$V(3) = (10 - 2(3))((6 - 2(3))(3) = 0$

القيمة العظمى للحجم $\approx 32.04\ in^3$ عندما $\boxed{x \approx 1.2137\ in}$

الطول$= 10 - 2(1.2137) \approx 7.5726\ in$

العرض$= 6 - 2(1.2137) \approx 3.5726\ in$

القيمة العظمى لحجم الصندوق $32.04in^3$ إذا قمنا بقطع أربع مربعات بطول ضلع $1.237in$

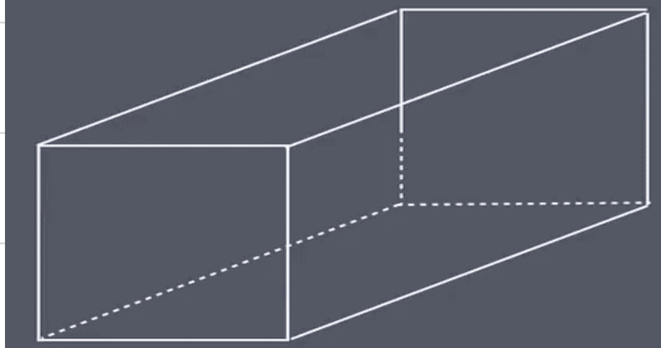
أ/ محمد طه

+971566151988/

مساحة السطح الأصغر

مثال

صندوق حجمه $972in^3$ طوله ضعف عرضه . جد أبعاد الصندوق التي تصغر مساحة السطح.



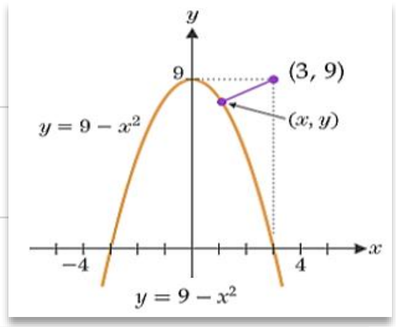
إيجاد أقرب نقطة على قطع مكافئ

تمرين

7.3صفحة291

جد النقطة على القطع المكافئ $y = 9 - x^2$ الأقرب للنقطة $(3,9)$

الحل



المتغيرات — نقطة على القطع المكافئ (x, y)

إحداثي x: x ⟸ إحداثي y ⟸ $y = 9 - x^2$

المعطيات — نقطة خارجية $(3,9)$

الكمية التي يجب تصغيرها — المسافة

المسافة $= \sqrt{(x-3)^2 + (y-9)^2}$

$$d(x) = \sqrt{(x-3)^2 + ((9 - x^2) - 9)^2}$$

«التعويض بدلالة متغير واحد (x)»

$$d(x) = \sqrt{(x-3)^2 + x^4}$$

الفترة التي يقع فيها متغير x

النقطة على القطع المكافئ تقع في الربع الأول $0 \le x \le 3$

المسافة $d(x)$ لها قيمة صغرى إذا كانت الكمية الموجودة تحت الجذر التربيعي لها قيمة صغرى.

$$f(x) = [d(x)]^2 = (x-3)^2 + x^4$$

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$$f'(x) = 2(x-3) + 4x^3$$

$$f'(x) = 4x^3 + 2x - 6$$

الأعداد الحرجة

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 2x - 6 = 0$$

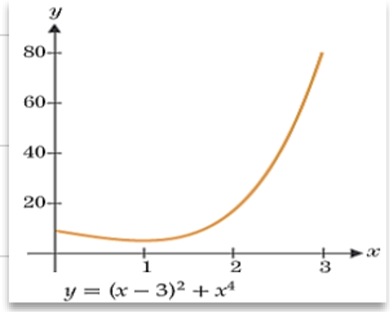
$\boxed{x = 1} \in [0,3]$

القيم العظمى والصغرى لدالة متصلة يجب أن تحدث إما عند النقاط الطرفية أو العدد الحرج .

$$f(0) = (0-3)^2 + (0)^4 = 9$$

$$f(1) = (1-3)^2 + (1)^4 = 5$$

$$f(3) = (3-3)^2 + (3)^4 = 81$$



القيمة الصغرى للدالة $f(x) = 5$

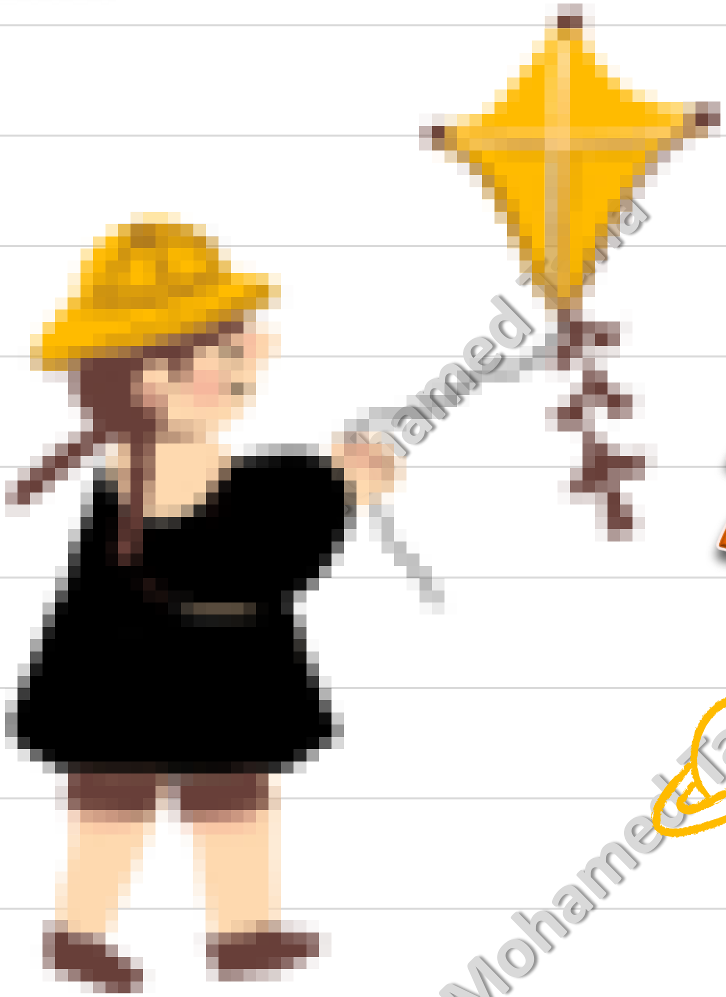
أصغر مسافة $= \sqrt{5}$

عندما يكون إحداثي x لنقطة على القطع المكافئ $= 1$

إحداثي y لنقطة على القطع المكافئ $= 9 - (1)^2 = 8$

$\boxed{\text{نقطة القطع المكافئ} (1,8)}$

أقرب نقطة إلى $(3,9)$ هي نقطة $(1,8)$ التي تقع على القطع المكافئ $y = 9 - x^2$



الحصة الثالثة

+971566151988/

أ/ محمد طه

Monday, January 29, 2024

أهداف التعلم

حل مشاكل الاختيار الأمثل في الحياة الحقيقية والرياضيات

+971566151988/

أ/ محمد طه

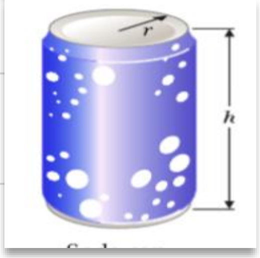
تصميم علبة صودا باستخدام القيمة الصغرى من كمية المواد

مثال

7.4صفحة293

تتسع علبة الصودا لـ $12\ fl\ oz$ جد أبعاد العلبة التي ستوفر القيمة الصغري لكمية المواد المستخدمة في صنعها ، علي فرض أن سمك المادة واحد (أى ، سُمك الالمنيوم واحد في أي مكان بالعبوة)

الحل



علبة الصودا الاسطوانية

المعطيات الحجم $= 12\ fl\ oz$

المتغيرات نصف القطر: r

الارتفاع h

$$1 fl\ oz \approx 1.80469 in^3$$
$$12 fl\ oz \approx 12 \times 1.80469 \approx 21.65628 in^3$$
$$\Rightarrow \quad \text{القيمة} = \pi r^2 h$$
$$21.65628 = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{21.65628}{\pi r^2}$$

مساحة السطح الكمية التي يجب تصغيرها

$$\text{مساحة السطح} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

التعويض بدلالة متغير واحد (r)

التعويض $h = \frac{21.65628}{\pi r^2}$

$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{21.65628}{\pi r^2}\right)$$
$$A(r) = 2\pi\left(r^2 + \frac{21.65628}{\pi r}\right) \qquad r \geq 0$$
$$A(r) = 2\pi\left(r^2 + \frac{21.65628}{\pi} r^{-1}\right)$$

لدينا فترة مفتوحة

الاشتقاق بالنسبة لـ r

$$A'(r) = 2\pi\left(2r - \frac{21.65628}{\pi r^2}\right)$$
$$A'(r) = 2\pi\left(\frac{2\pi r^3 - 21.65628}{\pi r^2}\right)$$

الأعداد الحرجة

$$A'(r) = 0 \Rightarrow 2\pi r^3 - 21.65628 = 0$$
$$r^3 = \frac{21.65628}{2\pi} \Rightarrow r = r_c = \sqrt[3]{\frac{21.65628}{2\pi}} \approx 1.510548$$

تصميم علبة صودا باستخدام القيمة الصغرى من كمية المواد

مثال

7.4صفحة293

تتسع علبة الصودا لـ $12\ fl\ oz$ جد أبعاد العلبة التي ستوفر القيمة الصغري لكمية المواد المستخدمة في صنعها ، علي فرض أن سمك المادة واحد (أى ، سُمك الالمنيوم واحد في أي مكان بالعبوة)

الحل

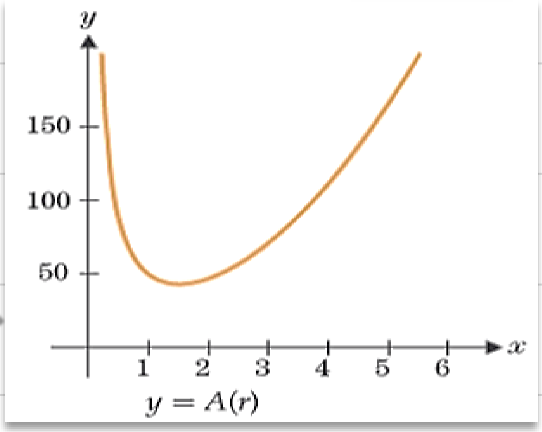
$$A'(r) = 2\pi\left(\frac{2\pi r^3 - 21.65628}{\pi r^2}\right)$$

$$r = r_c = \sqrt[3]{\frac{21.65628}{2\pi}} \approx 1.510548$$

0

$A'(r)$: $- - -$ | 1.5105 | $+ + +$

$A(r)$: تتناقص | 1.5105 | تتزايد



$A'(r) < 0$ فى $(-\infty, r_c)$ $\quad$ $A'(r) > 0$ فى (r_c, ∞)

$A(r_c)$ قيمة صغري محلية وقيمة صغري مطلقة

القيمة الصغرى من المواد يمكن أن تتحقق عند: $r \approx 1.510548$

$$A(1.510548) = 2\pi\left((1.510548)^2 + \frac{21.65628}{\pi(1.510548)}\right) = 4.81498\ in^2$$

أبعاد علبة الصودا

نصف القطر: $r \approx 1.510548\ in$

الارتفاع: $h = \frac{21.65628}{\pi(1.510548)^2} \approx 3.0211\ in$

إيجاد القيمة الصغرى لتكلفة إنشاء طريق سريع

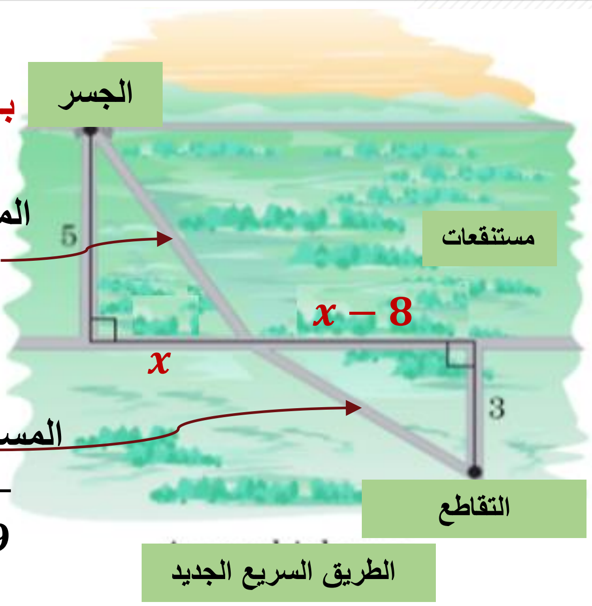
مثال

7.6صفحة295

تريد مدينة بناء امتداد جديد لطريق سريع يربط الجسر الحالي بتقاطع لشارع رئيسي، يقع على بعد $8\ mi$ من جهتي جنوب وشرق الجسر. وهناك امتداد بعرض $5\ mi$ لمستنقعات مجاورة للجسر يجب عبورها. على فرض أن الطريق السريع يكلف 10 ملايين درهم إماراتي للميل للبناء فوق المستنقعات و7 ملايين درهم إماراتي فقط للميل للبناء فوق أرض جافة، فما هي المسافة بين الطريق السريع وشرق الجسر عندما يعبر المستنقعات؟

الحل

انظر للرسمة المعطاة



باستخدام نظرية فيثاغورس

المسافة فوق المستنقعات
$$=\sqrt{x^2+25}$$

المسافة فوق الأرض الجافة
$$=\sqrt{(8-x)^2+9}$$

الكمية التي يجب تصغيرها : التكلفة

التكلفة= التكلفة فوق المستنقعات + التكلفة فوق الارض الجافة

التكلفة = التكلفة فوق المستنقعات / الميل × المسافة فوق المستنقعات بالميل + التكلفة فوق الأرض الجافة / ميل × المسافة فوق الأرض الجافة بالميل

التكلفة = 10 (المسافة فوق المستنقعات) + 7 (المسافة فوق الأرض الجافة)

$$C(x)=10\sqrt{x^2+25}+7\sqrt{(8-x)^2+9} \qquad 0\le x\le 8$$ من الشكل المعطى

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$$C'(x)=\frac{10(2x)}{2\sqrt{x^2+25}}+\frac{7(-2)(8-x)}{2\sqrt{(8-x)^2+9}}$$

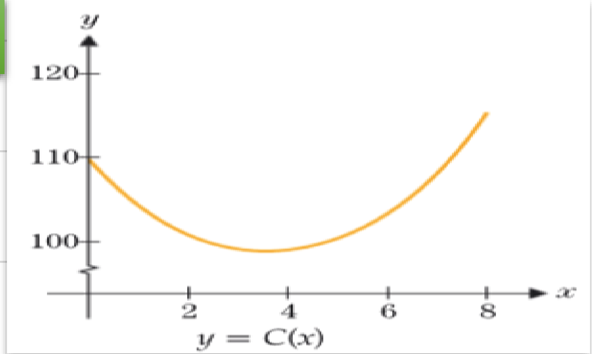
$$\Rightarrow \quad C'(x)=\frac{10x}{\sqrt{x^2+25}}-\frac{7(8-x)}{\sqrt{(8-x)^2+9}}$$

إيجاد القيمة الصغرى لتكلفة إنشاء طريق سريع

مثال

7.6صفحة295

الحل



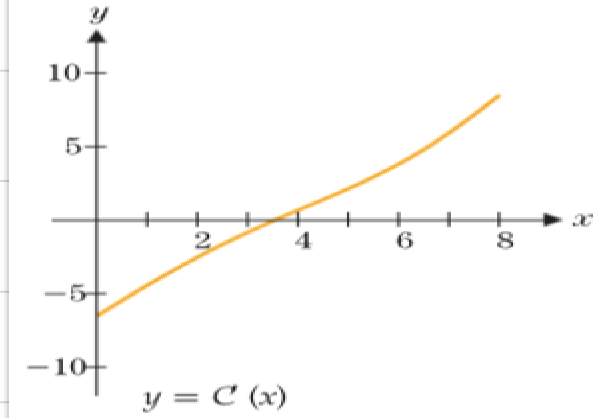
$$C'(x) = \frac{10x}{\sqrt{x^2+25}} - \frac{7(8-x)}{\sqrt{(8-x)^2+9}}$$

$$C'(x) = 0$$ الأعداد الحرجة

$$\Rightarrow \quad \frac{10x}{\sqrt{x^2+25}} - \frac{7(8-x)}{\sqrt{(8-x)^2+9}} = 0$$

من التمثيل البياني للمشتقة الأولى $C'(x)$
نلاحظ أن الصفر الوحيد للمشتقة الأولى $C'(x)$ يقع بين 3 و 4

حل جبريًا أو باستخدام طريقة نيوتن لتقريب العدد الحرج او
إيجاده مباشرة باستخدام آلتك الحاسبة .



$\boxed{x \approx 3.560052}$ $\in [0,8]$

القيم العظمى والصغرى لدالة متصلة يجب أن تحدث إما عند النقاط الطرفية أو العدد الحرج .

$C(0) = 10\sqrt{(0)^2+25} + 7\sqrt{(8-0)^2+9} \approx AED\ 109.8$ مليون مباشرة عبر المستنقع

$C(8) = 10\sqrt{(8)^2+25} + 7\sqrt{(8-8)^2+9} \approx AED\ 115.3$ مليون قطريًا عبر المستنقع

$C(3.56) = 10\sqrt{(3.56)^2+25} + 7\sqrt{(8-3.56)^2+9} \approx AED\ 98.9$ مليون أقل تكلفة $\boxed{x \approx 3.560052 \text{ mi}}$ شرقًا إلي الجسر

ملاحظة: باختيار المسار الصحيح للطريق السريع يمكننا توفير أكثر من 10 ملايين درهم إماراتي عند عبور المستنقع مباشرةً وأكثر من 16 مليون درهم إماراتي عند عبور المستنقعات بشكل قطري.

+971566151988/
أ/ محمد طه

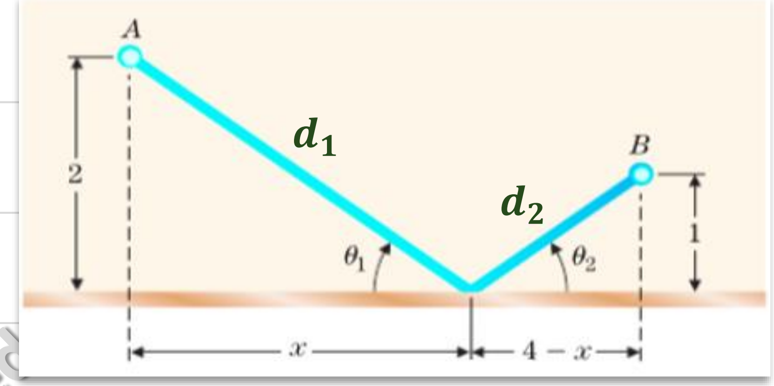
إيجاد القيمة الصغرى لتكلفة إنشاء طريق سريع

تمرين

Q26صفحة298

على فرض أن الضوء ينكسر عن مرآة للوصول من النقطة A إلى النقطة B كما هو مشار إليه في الشكل.
بفرض ثبات سرعة الضوء، يمكننا إيجاد القيمة الصغرى للزمن من خلال إيجاد القيمة الصغرى للمسافة التي ينتقلها الضوء.
جد النقطة على المرآة التي تحقق القيمة الصغرى للمسافة التي ينتقلها الضوء. بيّن أن الزوايا في الشكل متساوية.

الحل



"الكمية التي يجب تصغيرها::" المسافة المنتقلة

$$D(x)=\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(4-x)^2+1} \qquad 0<x<4$$ من الشكل المعطى

من الشكل المعطى

استخدم نظرية فيثاغورس

$$d_1=\sqrt{x^2+4}$$

$$d_2=\sqrt{(4-x)^2+1}$$

الاشتقاق بالنسبة لـ x

$$D'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}+\frac{-2(4-x)}{2\sqrt{(4-x)^2+1}}$$

$$D'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-\frac{x-4}{\sqrt{(4-x)^2+1}}$$

الأعداد الحرجة

$$D'(x)=0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-\frac{x-4}{\sqrt{(4-x)^2+1}}=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x=\frac{8}{3}} \in (0,4)$$

حل جبريًا أو باستخدام طريقة نيوتن لتقريب العدد الحرج او إيجاده مباشرة باستخدام آلتك الحاسبة .

إيجاد القيمة الصغرى لتكلفة إنشاء طريق سريع

تمرين

Q26صفحة298

الحل

$$D'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{x-4}{\sqrt{(4-x)^2+1}}$$

الأعداد الحرجة

$$D'(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{8}{3}}$$

	0		$\frac{8}{3}$		4
$D'(x)$		$---$	0	$+++$	
$D(x)$		تتناقص ↘		تتزايد ↗	

$D'(x) < 0$ فى $\left(0, \frac{8}{3}\right)$

$D'(x) > 0$ فى $\left(\frac{8}{3}, 4\right)$

$$D\left(\frac{8}{3}\right) = 5$$

تكون قيمة صغرى محلية وقيمة صغرى مطلقة .

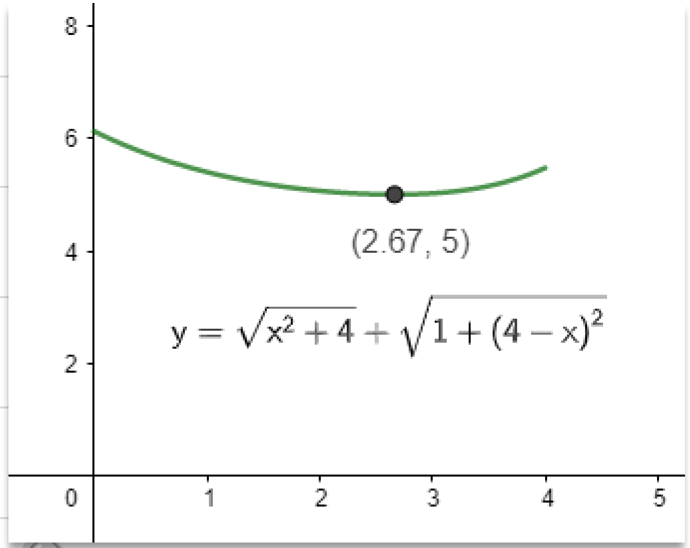
لإيجاد الزوايا θ_1, θ_2

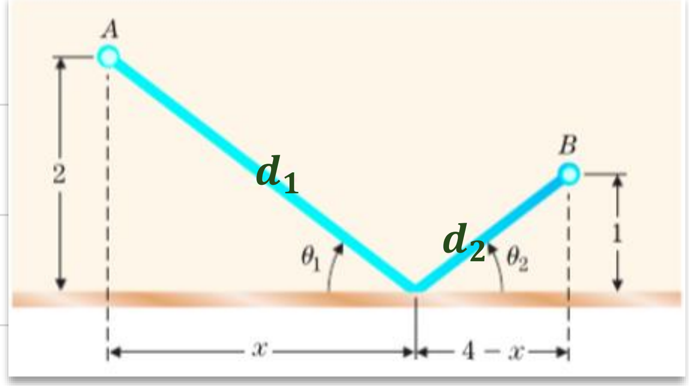
$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{8/3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36.87°$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4-x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4/3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36.87°$$

$$\theta_1 = \theta_2$$

وأيضا يمكن إثبات ذلك عن طريق إثبات تشابه المثلثات





+971566151988/
أ/ محمد طه

واجب منزلي
صفحات: 296-298

2- يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر من السياج $96\ ft$. جد القيمة العظمى للمساحة المحاطة بالسياج وأبعاد السياج المناظر لهذه المساحة.

8- يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ لوح من الورق المقوى مساحته $12in - 16in$ وقص مربعات مساحة كل منها $x - in$ من كل زاوية وطيّ الجوانب. جد قيمة x التي تحقق القيمة العظمى لحجم الصندوق .

11. جد النقطة على المنحنى $y = x^2$ الأقرب للنقطة $(0,1)$

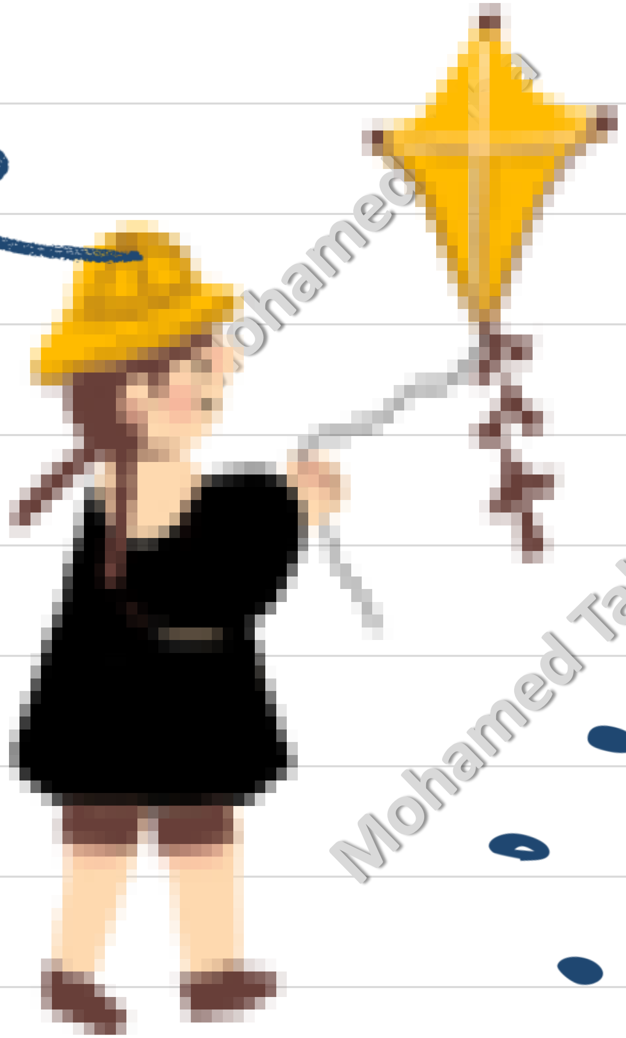
17. تتسع العلبة $12\ fl\ oz$ من السائل. على فرض أن سمك القمة والقاع ضعف سمك الجوانب. جد أبعاد العلبة التي تحقق القيمة الصغرى للمادة المستخدمة. (إرشاد: بدلاً من إيجاد القيمة الصغرى لمساحة السطح جد القيمة الصغرى للتكلفة مساحة السطح، قلل التكلفة، التي تتناسب مع ناتج السمك والمساحة)

34. إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة بالإضافة إلى هوامش $1 - in$ على الجانبين و $1.5\ in$ في الأعلى والأسفل فإذا كان لابد أن يكون إجمالي مساحة الإعلان $120\ in^2$، ما هي الأبعاد التي ينبغي أن يكون عليها الإعلان لتحقق القيمة العظمى لمساحة المنطقة المطبوعة؟

أ/ محمد طه
+971566151988/

مدرسة الشراكات التعليمية الافتراضية
VIRTUAL CHARTER SCHOOL

Monday, January 29, 2024



بالتوفيق للجميع

+971566151988/
أ/ محمد طه