

الرياضيات MATHEMATICS

2024-2025

عماد عودة

الصف الثاني عشر متقدم

12 Advanced

الفصل الاول

الوحدة (2) Chapter

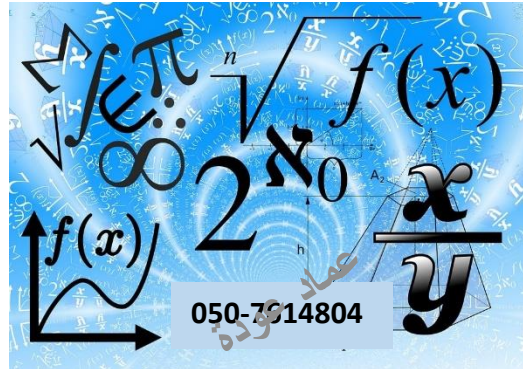


الاستاذ Teacher

عماد عودة

IMAD ODEH

عماد عودة



اسم الطالب: -

عماد عودة



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

الطلاب الأعزاء

في بداية العام الدراسي الجديد أود الترحيب بكم جميعا متمنيا لكم التوفيق واسأل الله ان تعينكم هذه الملزمة على تحقيق أفضل النتائج في امتحانات الثانوية العامة وفي جميع أمور حياتكم

في البداية تم اعداد هذه الملزمة بشكل يساعدكم على الوصول على جميع الأفكار والاسئلة والتمارين الواردة في الكتاب المدرسي الذي يمثل المرجع الأساسي للجميع في المذاكرة والمراجعة حيث تم وضع الأسئلة حسب الهيكل المعتمد في السنوات السابقة بالإضافة الى أسئلة السنوات الخمس السابقة والتي من شأنها ان تساعدكم في الاستعداد لامتحاناتكم خلال الفصل الدراسي بحيث تضمن لمن يستطيع حل جميع الأسئلة الحصول على أفضل الدرجات بإذن الله تعالى.

كما ان هذه الأسئلة وضعت لتناسب جميع مستويات الطلبة بحيث يستطيع الطالب المتميز حل الأسئلة لضمان تفوقه والطالب المتوسط يستطيع حل أكبر عدد من الأسئلة لضمان حصوله على أفضل الدرجات.

تم تقسيم الملزمة حسب دروس الكتاب وأضافه أسئلة السنوات السابقة مع عدد من الأسئلة ذات المهارات العليا التي تساعدكم على فهم الدروس بشكل مميز وأكثر عمقا. تم حل بعض الأمثلة وتوضيح طرق الحل بالآلة الحاسبة لبعض منها

كما ان هناك عدد من الأسئلة وضعت فقط لتحدي قدرات الطلبة وفي حال واجهت صعوبة في حلها بإمكانك مناقشتها مع زملائك ومعلمك او الاطلاع على ملزمة الحل للحصول على الحلول الصحيحة ومن ثم متابعة حل بقية الأسئلة

تم أعداد هذه الملزمة باللغتين العربية والانجليزية لتناسب جميع الطلبة

سيتم الحاق ملزمة اختبار نفسك لكل درس من دروس الكتاب ليساعدكم على اختبار قدراتكم وفقا لأسئلة الاختبار

في حال وجد هناك أي خطأ مطبعي ارجو التواصل للتعديل

اسأل الله ان يوفقكم جميعا

الفصل الاول

Trimester 1

الوحدة Chapter	الدرس Lesson
	2-1
	A Brief Preview of Calculus: Tangent Lines and the Length of a Curve
	2-2
Limits and Continuity	The Concept of Limit
	2-3
	Computation of Limits
	2-4
	Continuity and Its Consequences
	2-5
	Limits Involving Infinity; Asymptotes

2-1

A BRIEF PREVIEW OF CALCULUS: TANGENT LINES AND THE LENGTH OF A CURVE

مراجعة موجزة عن التفاضل والتكامل
المماسات وطول المنحنى

عماد عودة

$$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{الميل}$$

Solved Example

مثال محلول

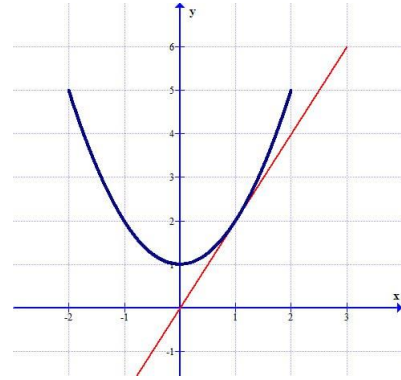
Q1 Estimate the slope of

س1 قدر ميل المنحنى ل

$$y = x^2 + 1 \text{ at } x = 1$$

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من

الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي



وفي حال كان سؤال حل كتابي يتم حله بالخطوات التالية
أولاً:- نوجد قيمة y عندما $x = 1$

$$x = 1, y = (1)^2 + 1 = 2$$

اي نحتاج دراسة ميل عندما نقرب من النقطة $(1, 2)$

ثانياً: - نختار نقطتين قريبتين من النقطة المطلوبة

نبدء من اليسار عند النقطة $(0, 1)$

ومن اليمين عند النقطة $(2, 5)$

ثالثاً نقوم بحساب الميل كلما اقتربنا من النقطة المطلوبة باستخدام قانون الميل

$$m_{sec} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

و الجدول التالي او اي طريقة اخرى

Point	$(1, 2), (2, 5)$	$(1, 2), (1.1, 2.21)$	$(1, 2), (1.01, 2.0201)$	slope at $x = 1$	$(1, 2), (0.99, 1.9801)$	$(1, 2), (0.9, 1.81)$	$(1, 2), (0, 1)$
$m_{sec} =$	$\frac{5-2}{2-1} = 3$	$\frac{2.21-2}{1.1-1} = 2.1$	$\frac{2.0201-2}{1.01-1} = 2.01$		$\frac{1.9801-2}{0.99-1} = 1.99$	$\frac{1-1.81}{0.9-1} = 1.9$	$\frac{1-2}{0-1} = 1$

2

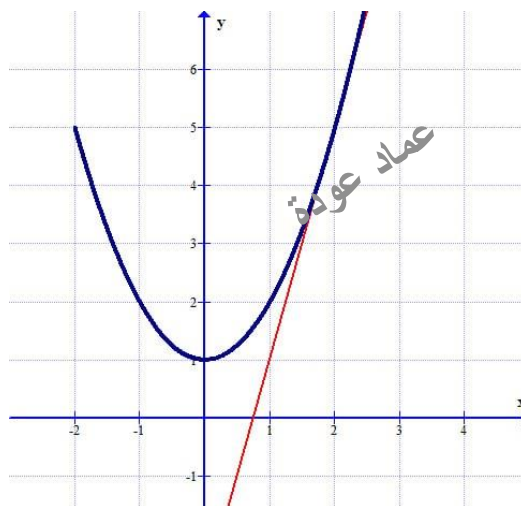
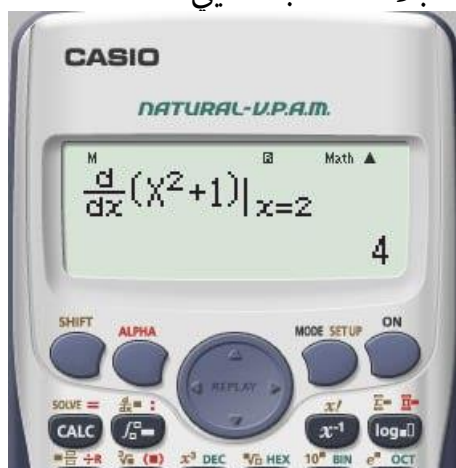
من الجدول السابق نلاحظ انه كلما اقتربنا من النقطة $(1, 2)$ من اليسار ومن اليمين فان ميل القاطع يقترب من العدد 2 وعليه
فان ميل المنحنى $y = x^2 + 1$ عند $x = 1$ يساوي 2

عماد عودة

مثال محلول

س2 قدر ميل المنحنى ل

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي



بالامكان استخدام جدولين منفصلين الاول لحساب قيمة الميل كلما اقتربنا من اليسار والثاني من اليمين

النقطة المطلوب حساب الميل عندها تكون $(x, y) = (2, 5)$

$x = 2 \quad \longrightarrow \quad y = (2)^2 + 1 = 5 \quad \longrightarrow \quad (x, y) = (2, 5)$

اليمين اليسار

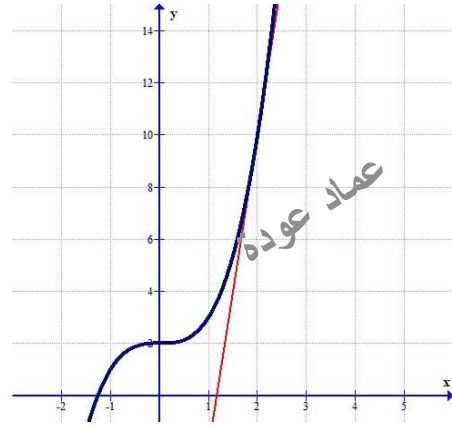
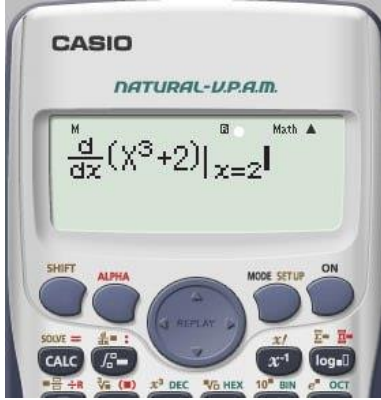
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(3,10)	$\frac{10 - 5}{3 - 2} = 5$
(2.1,5.41)	$\frac{5.41 - 5}{2.1 - 2} = 4.1$
(2.01,5.0401)	$\frac{5.04101 - 5}{2.01 - 2} = \mathbf{4.101}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(1,2)	$\frac{2 - 5}{1 - 2} = 3$
(1.9,4.61)	$\frac{4.61 - 5}{1.9 - 2} = 3.9$
(1.99,4.9601)	$\frac{4.9601 - 5}{1.99 - 2} = \mathbf{3.99}$

نلاحظ من كلا الجدولين انه كلما اقتربنا من النقطة (2,5) من اليمين واليسار فان قيمة الميل تقترب من العدد 4

$$y = x^3 + 2 \quad a = 2$$

في حال كان هذا السؤال اختيار من متعدد (ضع دائرة) من الممكن حله بالالة الحاسبة كما يلي



بالامكان استخدام جدولين منفصلين الاول لحساب قيمة الميل كلما اقتربنا من اليسار والثاني من اليمين

النقطة المطلوب حساب الميل عندها تكون $(x, y) = (2, 10)$ $\rightarrow y = (2)^3 + 2 = 10$ $\rightarrow x = 2$

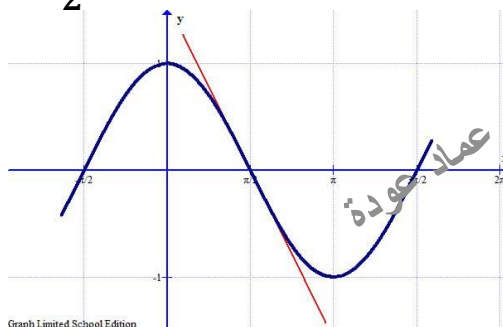
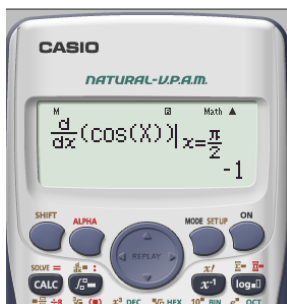
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(3,29)	

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
(1,3)	

Q4 Estimate the slope of

س4 قدر ميل المنحنى ل

$$y = \cos x \quad a = \frac{\pi}{2}$$



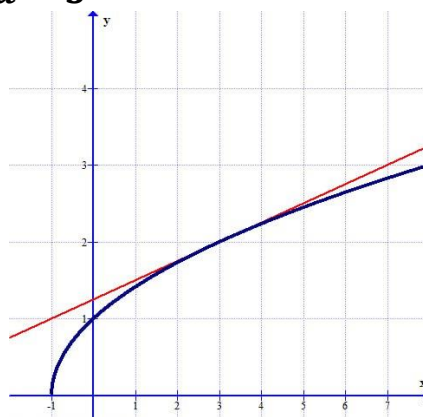
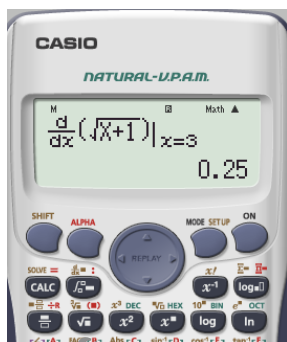
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q5 Estimate the slope of

س5 قدر ميل المنحنى ل

$$y = \sqrt{x+1} \quad a = 3$$



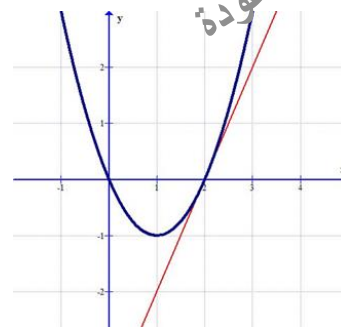
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q6 Estimate the slope of

س6 قدر ميل المنحنى ل

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad a = 2$$



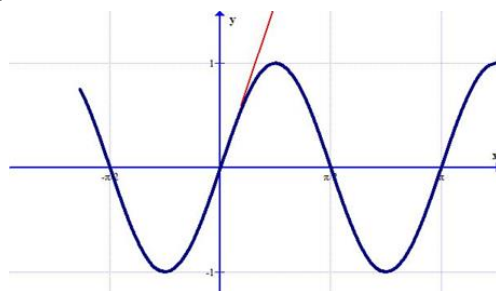
Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Q7 Estimate the slope of

س7 قدر ميل المنحنى ل

$$f(x) = \sin 2x, \quad a = 0$$



Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Second point	$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Distance between two points $a(x_1, y_1)$ and $b(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Solved Example

مثال محلولة

Q1 Estimate the length of the curve on the given interval

س1 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = (x - 1)^2, \quad 0 \leq x \leq 3$$

Using $n = 1$ line segments

باستخدام $n = 1$ من القطع المستقيمة

وعليه نحتاج الى حساب المسافة بين النقطتين

$$d_2 = d\{(0,1), (3,4)\}$$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على القطعة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

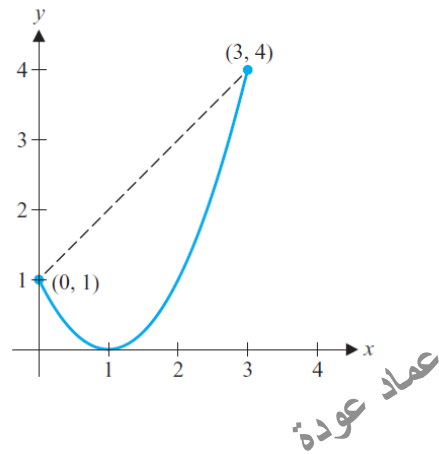
$$d = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 9}$$

$$d = \sqrt{18}$$

$$d = 3\sqrt{2} \approx 4.24264$$



Solved Example

مثال محلولة

Q2 Estimate the length of the curve on the given interval

س2 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = (x - 1)^2, \quad 0 \leq x \leq 3$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0,3]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} = \frac{3 - 0}{2} = 1.5$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطعتين المستقيمتين كما يلي

$$d_2 = d\{(0,1), (1.5, 0.25)\} + d\{(1.5, 0.25), (3,4)\}$$

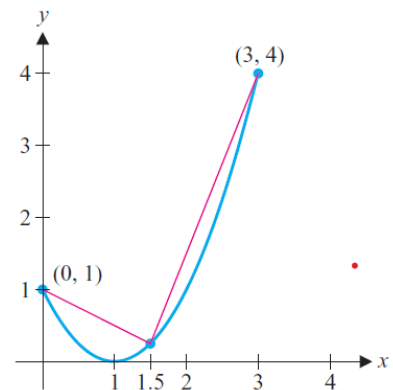
نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(1.5 - 0)^2 + (0.25 - 1)^2} + \sqrt{(3 - 1.5)^2 + (4 - 0.25)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(1.5)^2 + (-0.75)^2} + \sqrt{(1.5)^2 + (3.75)^2}$$

$$d_2 \approx 5.71592$$



Solved Example

مثال محلول

Q3 Estimate the length of the curve on the given interval

س3 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = (x - 1)^2, \quad 0 \leq x \leq 3$$

Using $n = 3$ line segments

باستخدام $n = 3$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0, 3]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} = \frac{3 - 0}{3} = 1$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطع المستقيمة الثلاث كما يلي

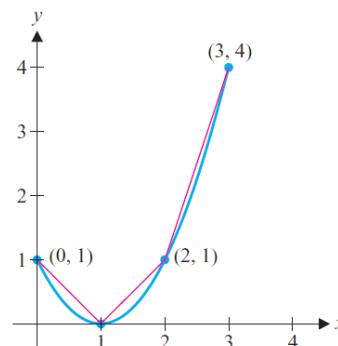
$$d_3 = d\{(0, 1), (1, 0)\} + d\{(1, 0), (2, 1)\} + d\{(2, 1), (3, 4)\}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 1)^2} + \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - 0)^2} + \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} + \sqrt{(1)^2 + (1)^2} + \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{10} \approx 5.99070$$



Solved Example

مثال محلول

Q4 Estimate the length of the curve

س4 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sin x \text{ for } 0 \leq x \leq \pi$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة

نقسم الفترة $[0, \pi]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} = \frac{\pi - 0}{2} = \frac{\pi}{2}$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطعتين المستقيمتين كما يلي

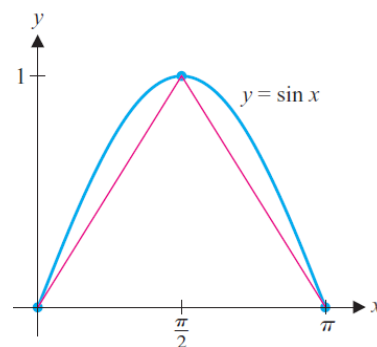
$$d_2 = d\{(0, 0), (\frac{\pi}{2}, 1)\} + d\{(\frac{\pi}{2}, 1), (\pi, 0)\}$$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(\frac{\pi}{2} - 0)^2 + (1 - 0)^2} + \sqrt{(\pi - \frac{\pi}{2})^2 + (0 - 1)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(\frac{\pi}{2})^2 + (1)^2} + \sqrt{(\frac{\pi}{2})^2 + (1)^2} = 2\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1} \approx 3.7242$$



Solved Example

مثال محلول

Q5 Estimate the length of the curve

س5 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sin x \text{ for } 0 \leq x \leq \pi$$

Using $n = 4$ line segments

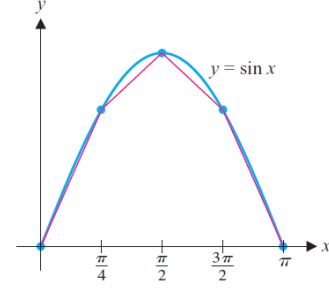
باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نقسم الفترة $[0, \pi]$ الى فترات جزئية طول كل منها

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} = \frac{\pi - 0}{4} = \frac{\pi}{4}$$

وعليه نحتاج الى حساب مجموع القطع المستقيمة الاربع كما يلي



$$d_4 = d\left\{(0, 0), \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\} + d\left\{\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), (\pi, 0)\right\}$$

نطبق قانون المسافة بين نقطتين على كل قطعة من القطع

$$d_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} - 0\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)^2} + \sqrt{\left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right)^2 + \left(0 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 = 2\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + 2\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$d_4 \approx 3.7901$$

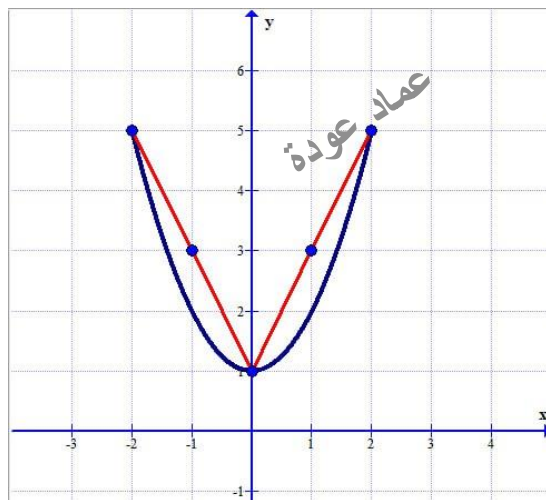
Q6 Estimate the length of the curve on the given interval

س6 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = x^2 + 1, \quad -2 \leq x \leq 2$$

Using $n = 4$ line segments

باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

عماد عودة

Q7 Estimate the length of the curve on the given interval

س7 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

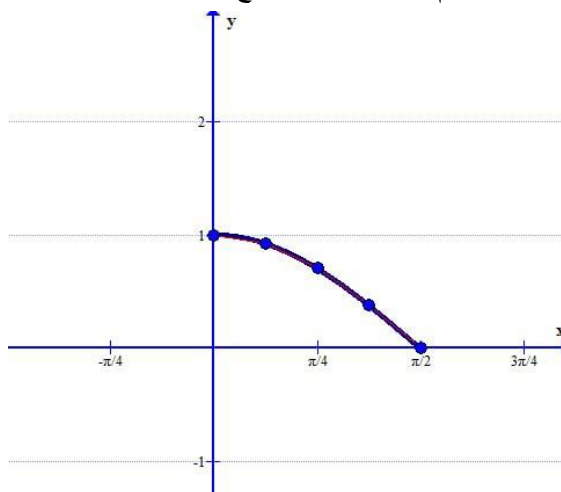
$$y = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Using $n = 4$ line segments

نقسم الفترة $[0, \pi]$ الى فترات جزئية طول كل منها

باستخدام $n = 4$ من القطع المستقيمة

$$\frac{b-a}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{4} = \frac{\pi}{8}$$



عماد عودة

عماد عودة

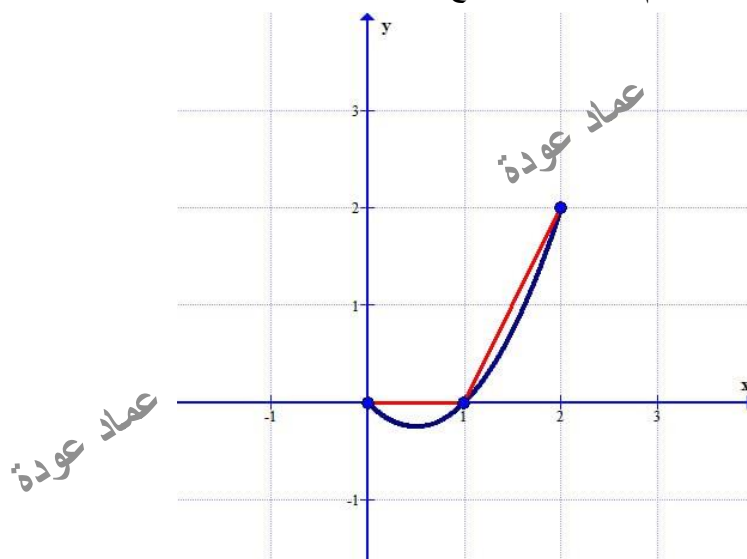
Q8 Estimate the length of the curve on the given interval

س8 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = x^2 - x, \quad 0 \leq x \leq 2$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

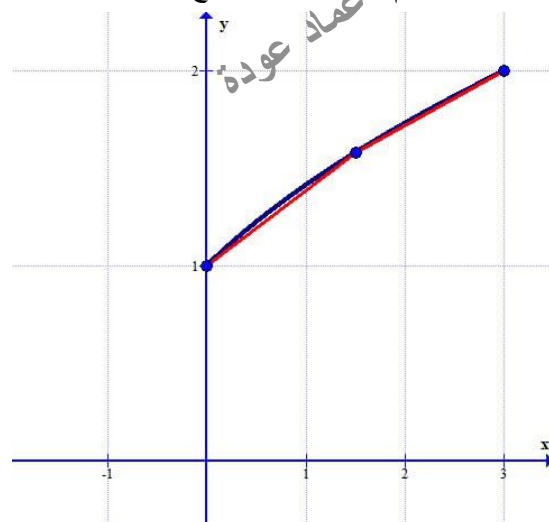
Q9 Estimate the length of the curve on the given interval

س9 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

$$y = \sqrt{x+1}, \quad 0 \leq x \leq 3$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

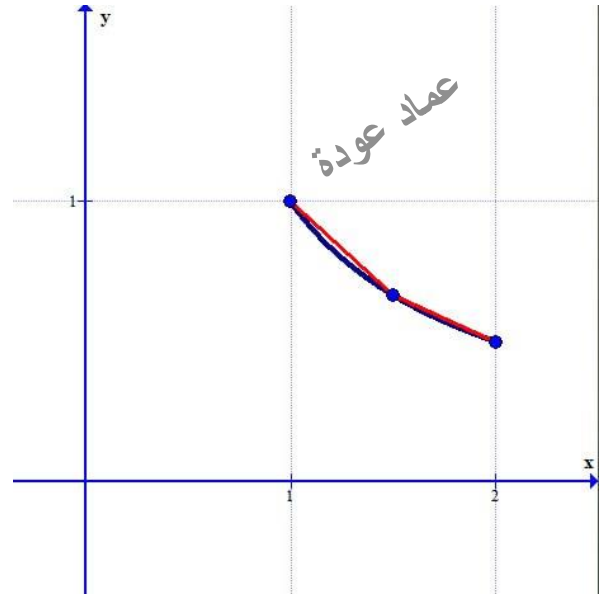
س10 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

Q10 Estimate the length of the curve on the given interval

$$y = \frac{1}{x}, \quad 1 \leq x \leq 2$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

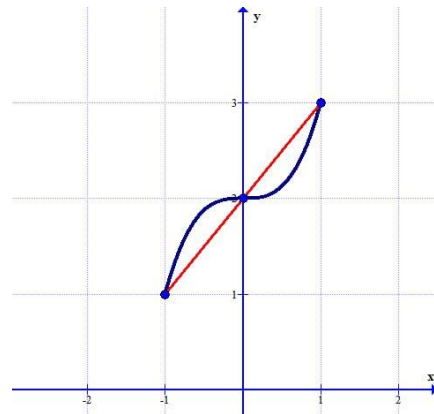
س5 قدر طول القوس في الفترة المعطاة

Q8 Estimate the length of the curve on the given interval

$$y = x^3 + 2, \quad -1 \leq x \leq 1$$

Using $n = 2$ line segments

باستخدام $n = 2$ من القطع المستقيمة



عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

2.2 مفهوم النهاية THE CONCEPT OF LIMIT

تقرأ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches $a = L$)

$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$ (Limit of x^2 , as x approaches $2 = 4$)

نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a تساوي L
نهاية x^2 عندما تقترب x من 2 تساوي 4

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches a from right $= L$)

نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a من جهة اليمين تساوي L

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ (Limit of $f(x)$, as x approaches a from left $= L$)

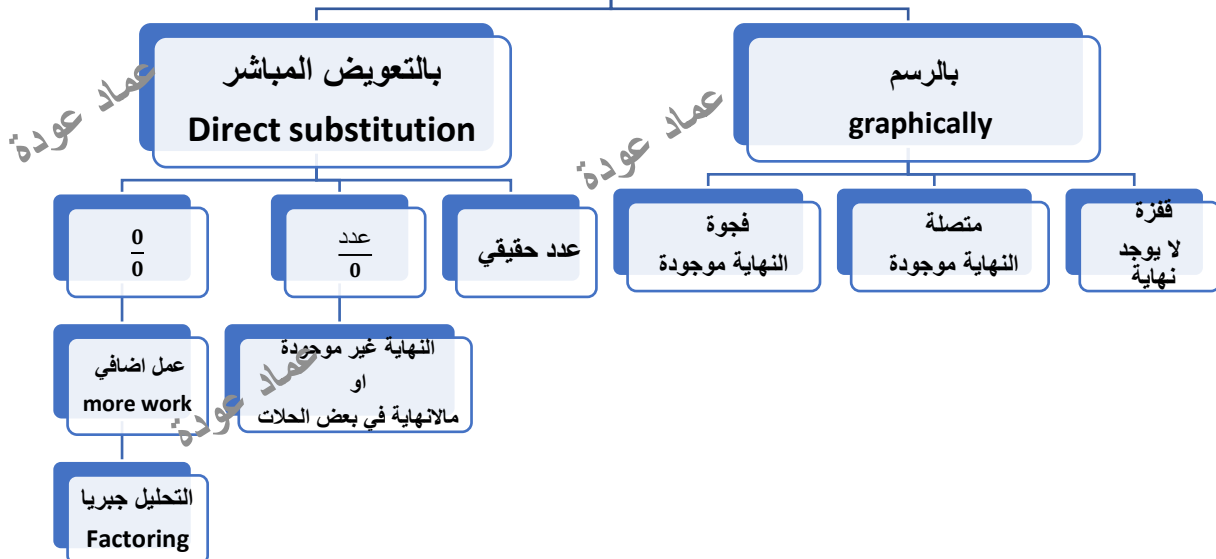
نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من a من جهة اليسار تساوي L

A limit exists if and only if both corresponding one-sided limits exist and are equal.
That is,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, for some number L , if and only if $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$.

وهذا يعني انه لإيجاد نهاية دالة عند نقطة يجب ان تكون كل من النهاية من اليمين واليسار متساوية

طرق إيجاد نهاية دالة عند نقطة



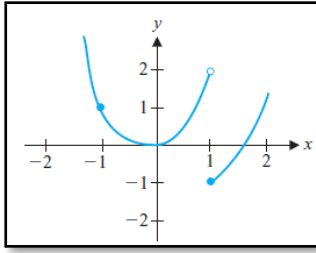
الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

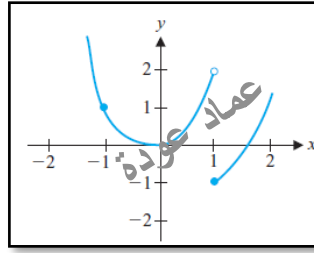
<http://www.youtube.com/@imaths2022>

قبل البدء بدراسة وإيجاد نهاية دالة عند نقطة يجب علينا تذكر إيجاد قيمة دالة عند نقطة

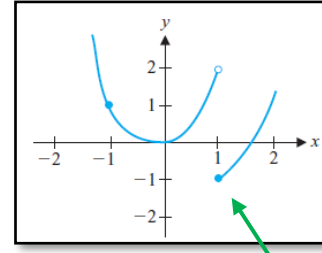
لإيجاد قيمة الدالة عند نقطة نحدد قيمة x على المحور الأفقي ثم نوجد قيمة y المقابلة لها من المحور العمودي كما في الأمثلة التالية



$$f(-1) = 1$$



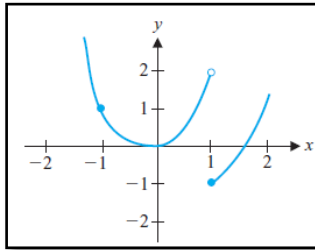
$$f(0) = 0$$



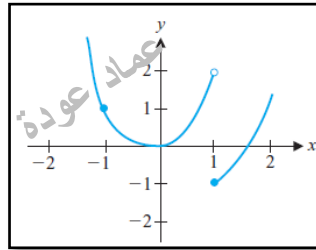
$$f(1) = -1$$

في حال وجود قفزة في الرسم نأخذ القيمة التي تقابل الدائرة المغلقة

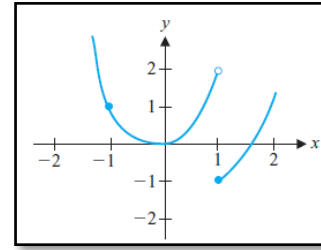
لإيجاد نهاية دالة عند نقطة نحدد قيمة x على المحور الأفقي ثم ندرس قيمة y من عند الاقتراب من الجهة اليسرى والجهة اليمنى



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$



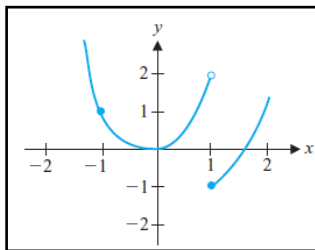
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$



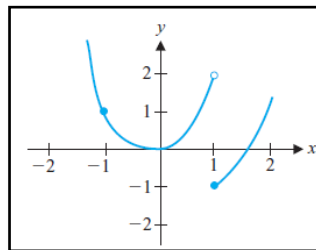
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{does not exist}$$

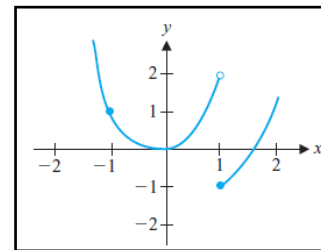
لاحظ انه لا توجد نهاية عند وجود قفزة



$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$$



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$$



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$$

النهاية موجودة لان النهاية من اليمين واليسار متساويتين

طرق ايجاد نهاية دالة عند نقطة

عماد عودة

بالرسم
graphically

فجوة
النهاية موجودة

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

متصلة
النهاية موجودة

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

قفزة
لا يوجد نهاية

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

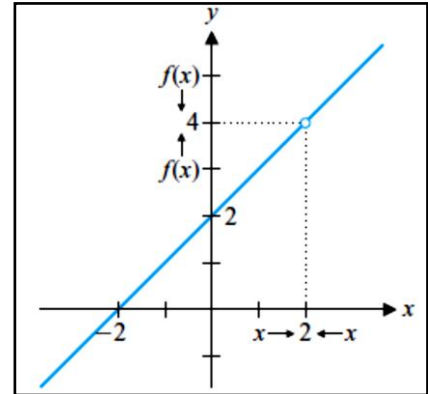
Solved example

مثال محلول

Q1 Use the graph to answer the questions.

س1 اعتمد على الرسم في الاجابة عما يليه

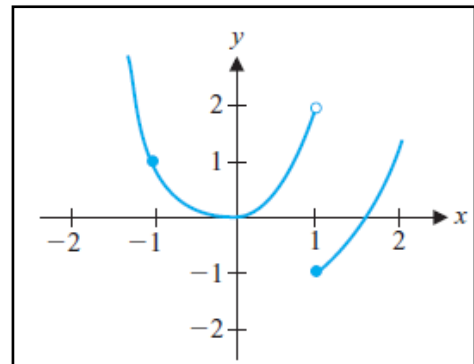
- 1) $f(-2) = 0$, $f(0) = 2$ لا يوجد فجوات او قفزات
- 2) $f(2) = \text{undefined}$ لاحظ وجود فجوة
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$
النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار
- 5) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$



Q2 use the graph to answer the questions.

س2

- 1) $f(-1) = \dots$, $f(0) = \dots$, $f(1) = \dots$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q3 use the graph to answer the questions.

3س

1) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$

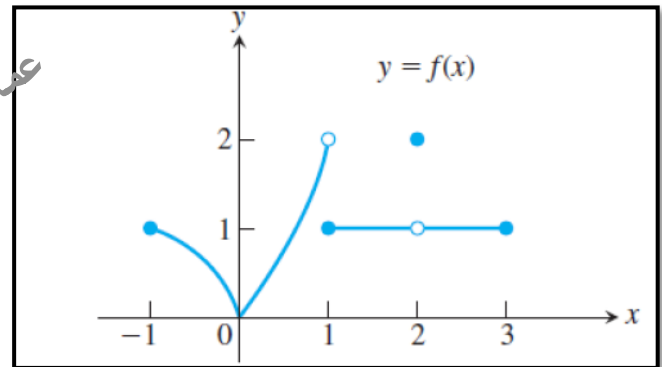
2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$

4) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

5) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$



Q4 use the graph to answer the questions.

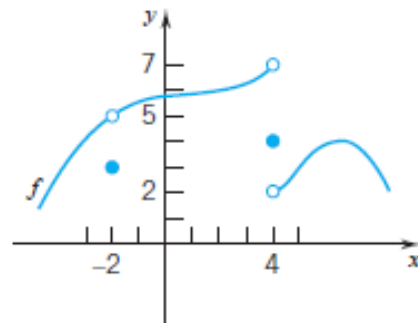
4س

1) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \dots\dots\dots$

2) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots\dots\dots$

4) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots\dots\dots$



Q5 use the graph to answer the questions.

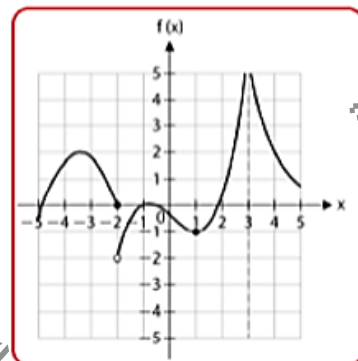
5س

1) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

2) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots\dots\dots$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$



Q6 use the graph to answer the questions.

س6

1) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

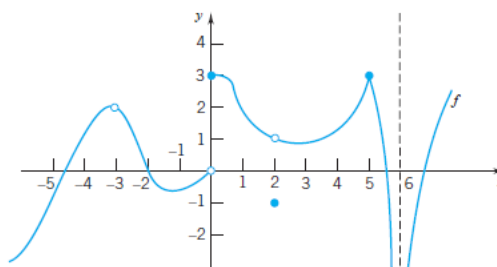
3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

5) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) =$

6) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) =$

7) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) =$



Q7 Use the graph to determine.

س7

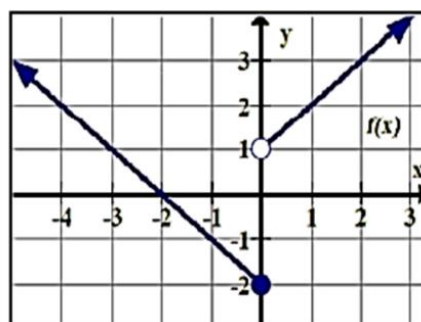
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

A) -2

B) 0

C) 1

D) does not exist



Q8 Use the graph to determine.

س8

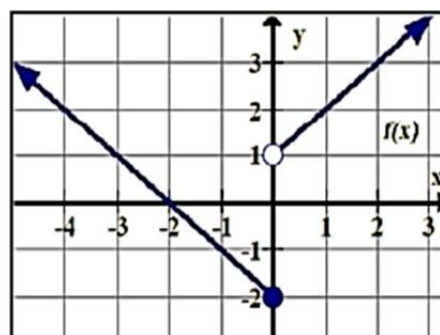
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

A) -2

B) 0

C) 1

D) does not exist

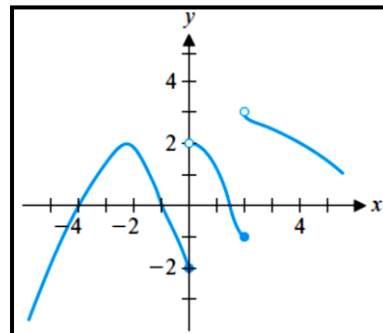


Q9 Use the graph to determine.

س9

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

- A) -1
- B) 2
- C) 3
- D) does not exist

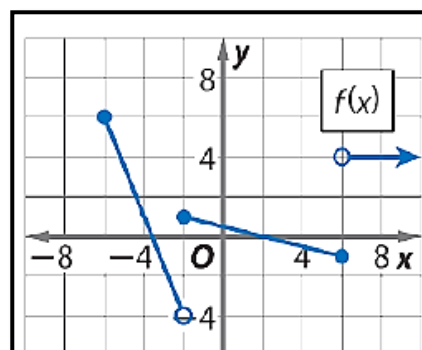


Q10 Use the graph to determine.

س10

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

- A) 1
- B) -4
- C) 0
- D) does not exist

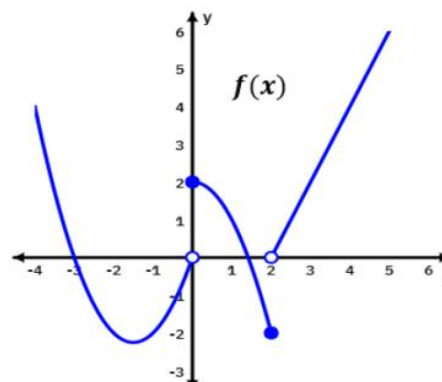


Q11 Use the graph to determine.

س11

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

- A) -2
- B) 2
- C) 0
- D) 1

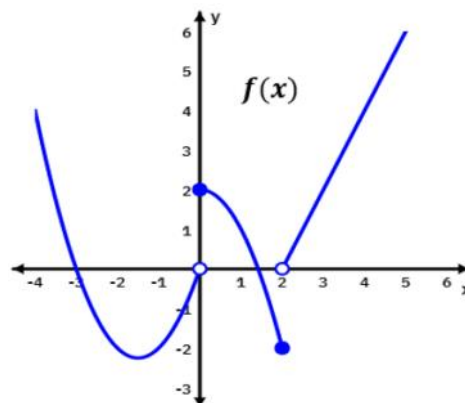


Q12 Use the graph to determine.

س12

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

- A) -2
- B) 2
- C) 0
- D) 1

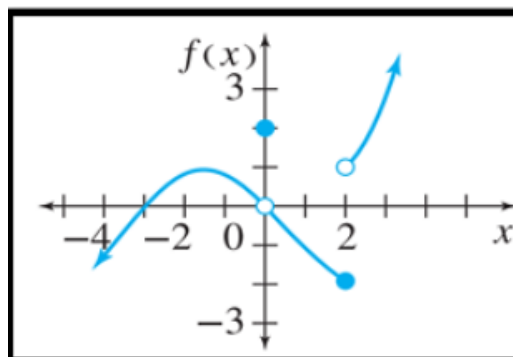


Q13 Use the graph to determine.

س13

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

- A) -2
- B) 2
- C) 0
- D) 1

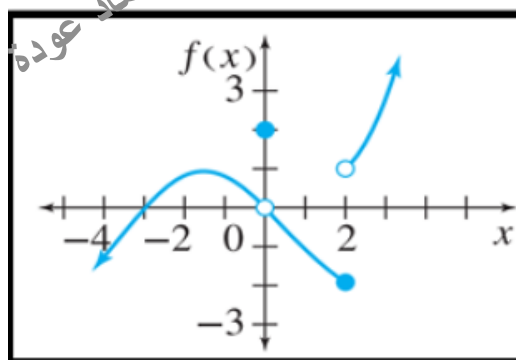


Q14 Use the graph to determine.

س14

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

- A) -2
- B) 2
- C) 0
- D) does not exist



Q15 Use the graph to determine.

س15

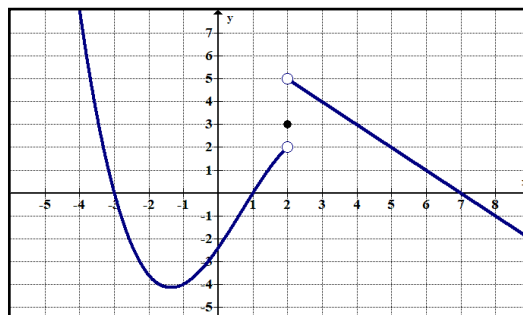
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

A) 2

B) 3

C) 5

D) does not exist



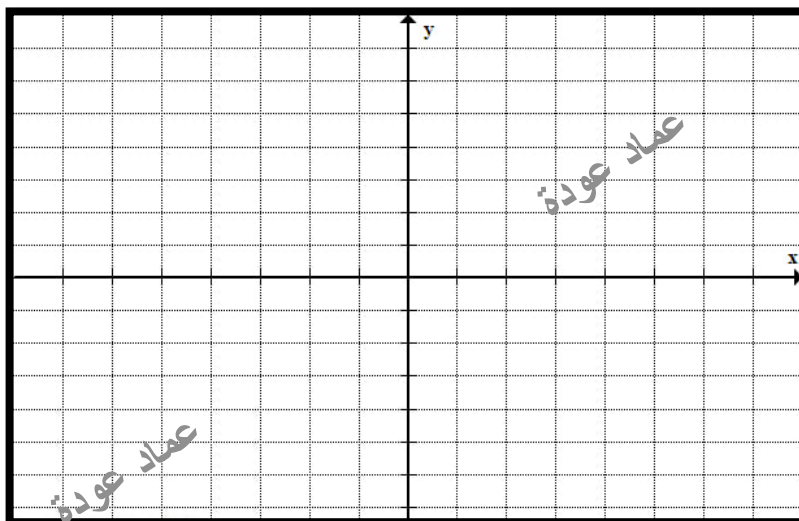
رسم بيان دالة بمعلومية بعض الخصائص
Sketch a graph of a function with a given properties

Q1 Sketch a graph of a function with the given properties.

س1 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

قد تختلف الرسومات البيانية من شخص لآخر من الممكن رسم منحنيات او خطوط مستقيمة فقط نحتاج التركيز على صحة المعطيات

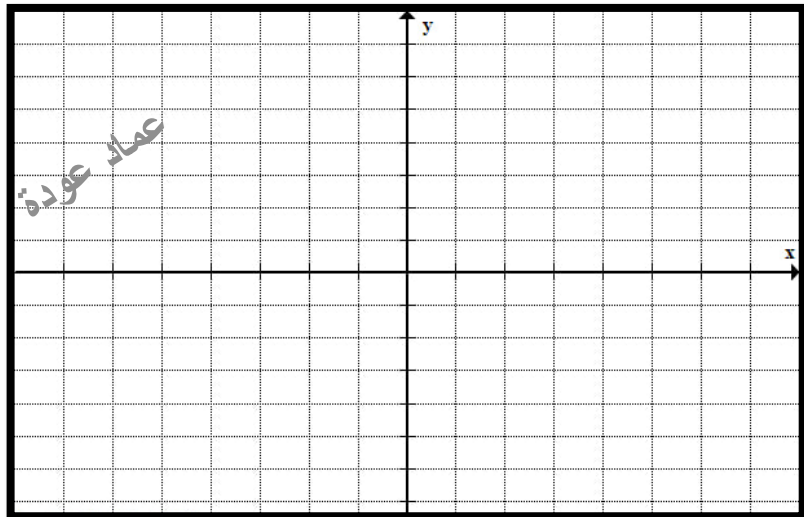
$f(-1) = 2$, $f(0) = -1$, $f(1) = 3$ and $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ does not exist



Q2 Sketch a graph of a function with the given properties.

س2 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

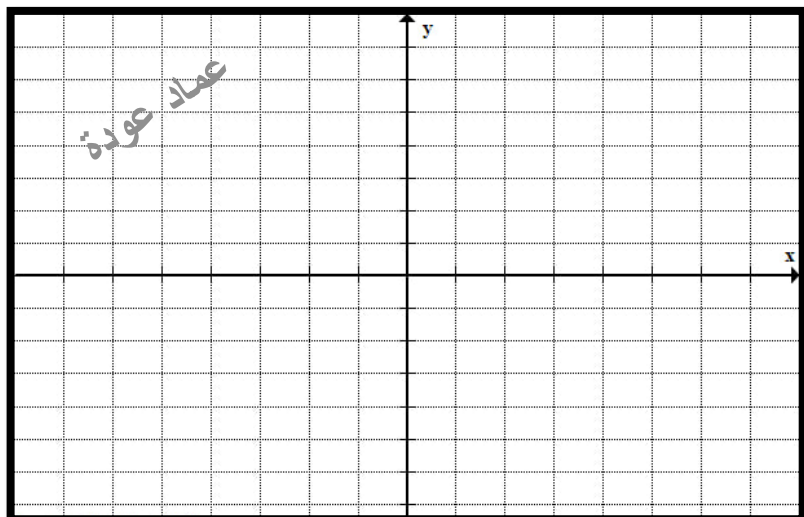
$$f(x) = 1 \text{ for } -2 \leq x \leq 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$$



Q3 Sketch a graph of a function with the given properties.

س3 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

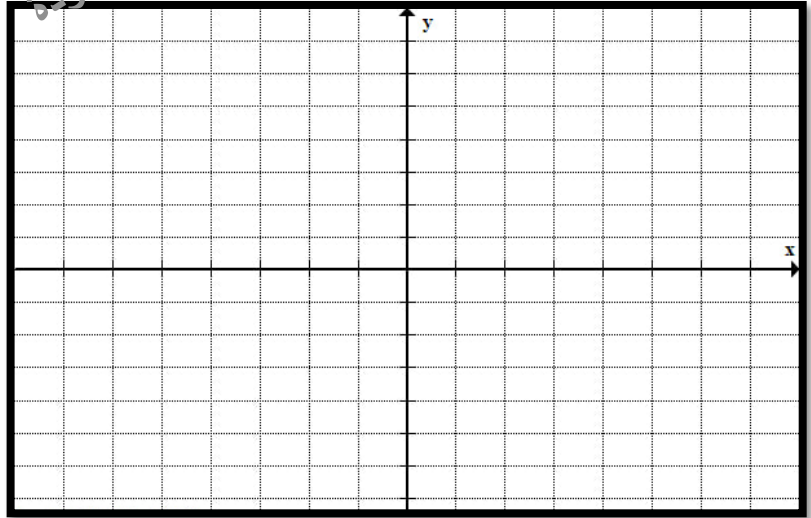
$$f(0) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$$



Q4 Sketch a graph of a function with the given properties.

س4 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2, f(0) = 1, f(2) = 3 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{does not exist}$$

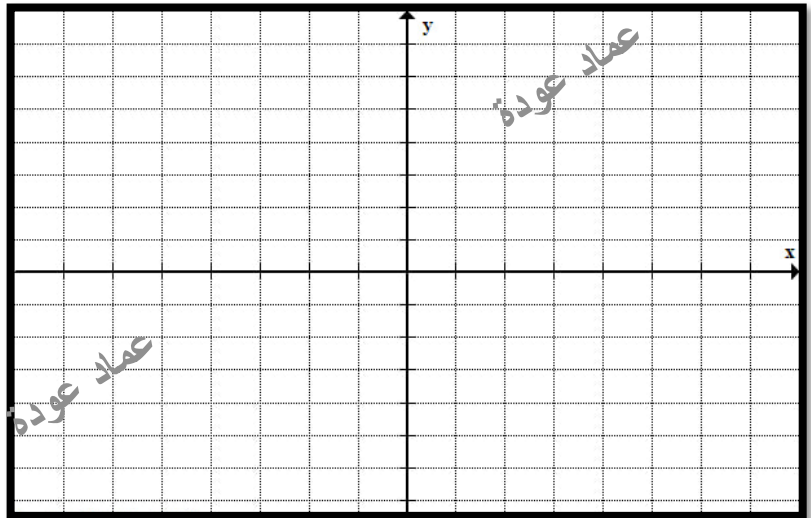


عماد عودة

Q5 Sketch a graph of a function with the given properties.

س5 ارسم بيان الدالة والتي تحقق الخصائص التالية

$$f(-1) = 0, f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$



عماد عودة

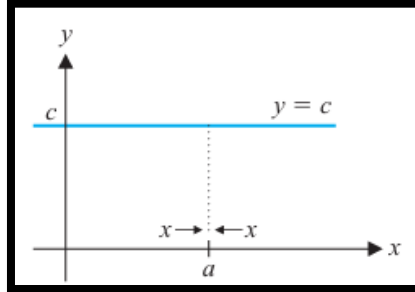
عماد عودة

عماد عودة

1.3 حساب النهايات COMPUTATION OF LIMITS

For any constant c and any real number a , $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$

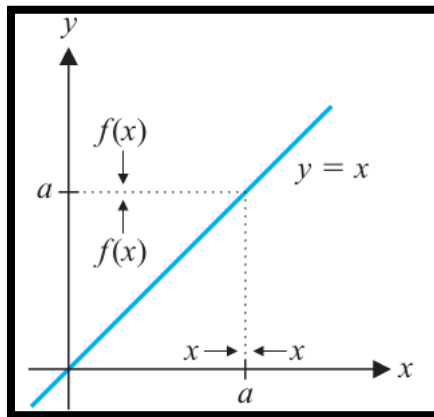
الدالة الثابتة نهايتها دائما نفس قيمة الدالة



عماد عودة

For any real number a

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a.$$



عماد عودة

عماد عودة

THEOREM 3.1

Suppose that $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ and $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ both exist and let c be any constant. The following then apply:

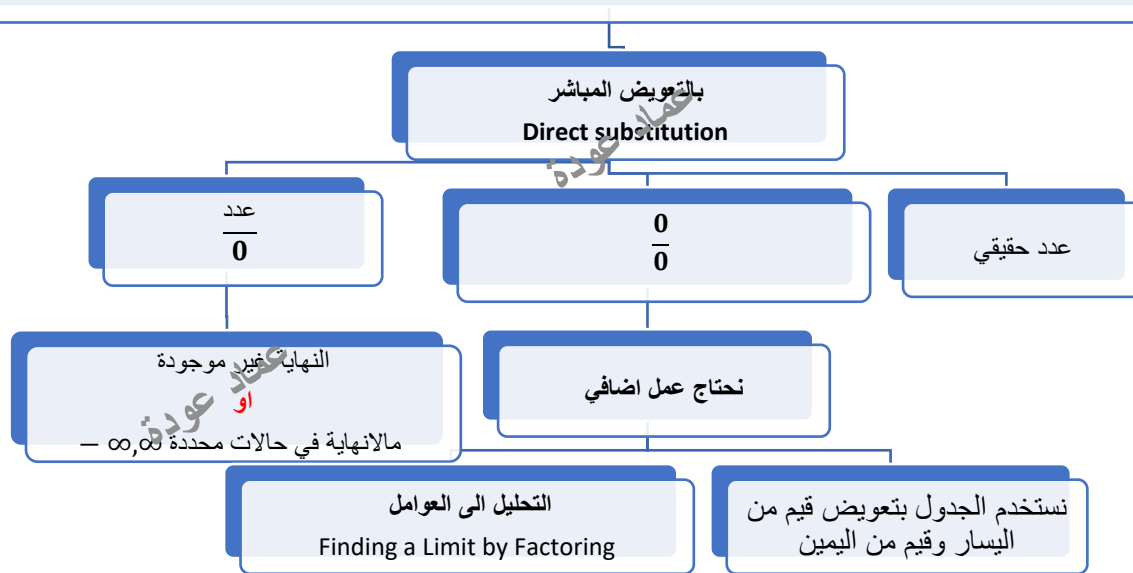
- (i) $\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x),$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x),$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right] \left[\lim_{x \rightarrow a} g(x) \right]$ and
- (iv) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \left(\text{if } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0 \right).$

لإيجاد النهاية عند نقطة

دائماً نبدء بالتعويض المباشر ونتبع الخطوات والمخطط الذي يليها
أولاً: - إذا كان السؤال اختيار من متعدد نستخدم الالة الحاسبة ونعوض القيمة المطلوبة

ثانياً: - إذا كان السؤال كتابي نقوم بدراسة نوع الدالة وتحديد الطريقة الأمثل لإيجادها
في البداية نستخدم التعويض المباشر في جميع الحالات ومن ثم دراسة النتائج ومتابعة الحل باستخدام الطريقة المناسبة

طرق ايجاد نهاية دالة عند نقطة



التعويض المباشر

لإيجاد النهاية نلجأ أولاً الى التعويض المباشر

Solved example	مثال محلول
Q1 Evaluate	س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x + 4)$$

$$3(2)^2 - 5(2) + 4 = 6$$

عوض بالالة

Q2 Evaluate	س2 اوجد قيمة
-------------	--------------

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3x + 1)$$

Q3 Evaluate	س3 اوجد قيمة
-------------	--------------

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 5}{x^2 + 4}$$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

الآن في حال ناتج التعويض $\frac{0}{0}$ نستطيع استخدام التعويض باستخدام الجدول كما في المثال التالي

Solved example

مثال محلول

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

الحل بالتعويض المباشر نحصل على

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$$

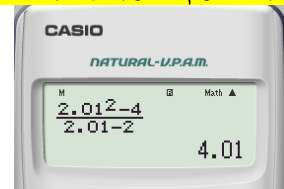
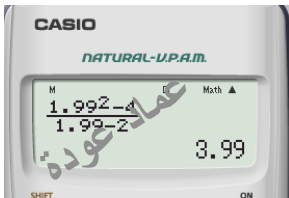
نستخدم التعويض بالجدول من خلال اختيار قيم على يسار ويمين العدد 2

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	3.9	3.99	3.999		4.001	4.01	4.1

من الجدول نلاحظ انه كلما اقتربنا من العدد $x = 2$ من اليمين ومن اليسار فان قيمة الدالة تقترب من العدد $f(x) = 4$ اي ان

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

او استخدام الآلة بحيث نقوم بتعويض قيمة قبل النقطة وقيمة بعدها كما يلي



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Solved example

مثال محلول

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{1 - x}$$

الحل بالتعويض المباشر نحصل على

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{1 - x} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

نستخدم التعويض بالجدول من خلال اختيار قيم على يسار ويمين العدد 1

x	0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1
$f(x)$							

من الجدول نلاحظ انه كلما اقتربنا من العدد $x = 1$ من اليمين ومن اليسار فان قيمة الدالة تقترب من العدد $f(x) = \dots$ اي ان

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{1 - x} = \dots$$

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

حالة عدم وجود نهاية $\frac{\text{عدد}}{0}$

Solved example

مثال محلول

Q6

Evaluate

اوجد قيمة

س6

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x - 2}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x - 2} = \frac{2^2 - 5}{2 - 2} = -\frac{1}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x - 2} \text{ does not exist غير موجودة}$$

عماد عودة

Q7

Evaluate

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x + 9}{x^2 - 9}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q8

Evaluate

س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 4}{x^2 - 2}$$

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

طرق ايجاد نهاية دالة عند نقطة
Find limit at a given point

التعويض المباشر

Direct Substitution

$$\frac{0}{0}$$

نحتاج عمل اضافي

Need more work

عماد عودة

الدوال المثلثية
ونظرية الشظيرة

الدوال المتفرعة

دوال المطلق

توحيد المقامات

الضرب بالمرافق

conjugate

التحليل الى العوامل
Finding a Limit by Factoring

العامل المشترك

الحدودية الثلاثية

الفرق ومجموع
مكعبين

الفرق بين
مربعين

التحليل الى العوامل

Finding a Limit by Factoring

عند التعويض المباشر قد نحصل على الصيغة $\frac{0}{0}$ وهذه الحالة تتطلب منا إجراءات إضافية للتخلص من الصفر في المقام

Remember

مثال Example	التحليل	الفرق بين مربعين difference between two squares
$(x^2 - 9) = (x + 3)(x - 3)$ $(x^2 - 25) = (x + 5)(x - 5)$	$(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$	
$(x^3 - 8) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ $(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$	$(x^3 - y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$	الفرق بين مكعبين difference between two cubes
$(x^3 + 27) = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ $(x^3 + 64) = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$	$(x^3 + y^3) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$	مجموع مكعبين sum of two cubes

Q4 Evaluate

س4

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 25}$$

Q5 Evaluate

س5

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

Q6 Evaluate

س6

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{3x - 12}$$

Q7 Evaluate

س7

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 20}{x - 2}$$

Q8 Evaluate

س8

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$$

Q9 Evaluate

س9

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x - 1}{x^2 - 4}$$

Q10 Evaluate

س10

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x + 9}{x^2 - 9}$$

Solved example

مثال محلول

Q11 Evaluate

س11

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 2)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 2) = 3 + 2 = 5$$

Q12 Evaluate

س12

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

Q13 Evaluate

س13

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

Q14 Evaluate

س14

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$$

Solved example

مثال محلول

Q15 Evaluate

س15

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x + 5)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 5) = 3(1) + 5 = 8$$

Q16 Evaluate

س16

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$$

Q17 Evaluate

س17

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9}$$

Q18 Evaluate

س18

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 3}$$

Q19 Evaluate

س19

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} =$$

Q20 Evaluate

س20

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)^2 - 1}{2x^2 - 3x - 2} =$$

Q21 Evaluate

س21

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 1)^2 - 4}{x^2 - 2x - 3} =$$

Solved example

مثال محلول

Q22 Evaluate

س22

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x^2 + 4x + 16)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 + 4x + 16) = (4)^2 + 4(4) + 16 = 48$$

Q23 Evaluate

س23

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x^2 - 16} =$$

Q24 Evaluate

س24

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} =$$

25 Evaluate

س25

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{2x^2 - 7x + 3}$$

Q26 Evaluate

س26

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3} =$$

Q27 Evaluate

س27

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 3x - 2}$$

Q28 Evaluate

س28

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x - 1} =$$

Q29 Evaluate

س29

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{-2x+1}}{x^2 + x}$$

Q30 Evaluate

س30

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{1 - e^x}$$

Q31 Evaluate

س31

$$\lim_{x \rightarrow \ln 3} \frac{e^{2x} - e^x - 6}{e^x - 3} =$$

Q32 Evaluate

س32 احسب

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)^{10}}{(x^2 - 4x + 4)^5} =$$

Q32 Evaluate

س32 احسب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2} - 1}{2x^{-2} + 1}$$

Q33 Let

س33 لتكن

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)^{2n}}{(x^2 - 2x + 1)^n} = 81$$

Find value of n

اوجد قيمة n

Q34 if

س34 إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + kx + 1}{x - 2} \text{ Exist}$$

Find value of k

اوجد قيمة k

Q35 if

س35 إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 3}{x - 3} = 5$$

Find value of a

اوجد قيمة a

Q36 if

س36 إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - 3x - 7}{x - 2} \text{ exist}$$

what is the value of a ?

اوجد قيمة a

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 6}{x - 2} = 5$$

Find value of a and b اوجد قيمة a و b

عماد عودة

عماد عودة

مسائل التعويض باستخدام خواص النهايات

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2 \text{ and } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = -3, \lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$$

Determine the limit, if possible.

$$1) \lim_{x \rightarrow a} [2f(x) - 3g(x)]$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} [3f(x)g(x)]$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a} \frac{2f(x)h(x)}{f(x)+h(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -5$$

Determine the limit, if possible.

اوجد كل من النهايات التالية ان أمكن

1) $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)]$

2) $\lim_{x \rightarrow 3} [3f(x) - 4]$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x)g(x) - 3x^2 + 7]$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x)h(x)}{f(x)+h(x)}$

6) $\lim_{x \rightarrow 3} [\sqrt{f(x)} - g^2(x) + 8]$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -3$$

Find

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x)}{\sqrt{g(x) + 7}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{1}{x^2 + g(x)} = \frac{1}{5}$$

Find

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} g(x)$$

$$p(x) = x^2 - 1$$

Find

اوجد

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} p(p(p(x)))$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} (3 + 2p(x - p(x)))$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} f(x) + 2g(x) \right) = 30$$

Find

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

نهايات دوال تحتوي جذور
Evaluating the Limit of an nth Root of a Polynomial

THEOREM 3.3

Suppose that $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ and n is any positive integer. Then,

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L},$$

where for n even, we must assume that $L > 0$.

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[5]{3x^2 - 2x}$$

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{2x + 1}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{4 - x^2}$$

الضرب بمرافق الجذر
Finding a Limit by Rationalizing
Use conjugate

تذكر للتخلص من الجذر في المقام نضرب البسط والمقام بمرافق الجذر
تذكر

Remember

That to rationalize the denominator or numerator we need to multiply it by its conjugate

للتخلص من الجذر في المقام او الجذر نقوم بضرب كل من البسط والمقام بمرافق الجذر

المرافق $(\sqrt{x} - a)$ **is** $(\sqrt{x} + a)$ **the conjugate of**

Solved example

مثال محلول

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

الحل:- نضرب البسط بمرافق الجذر $(\sqrt{x} + 2)$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \cdot \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x - 4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{2 + 2} = \frac{1}{4}$$

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$$

Q6 Evaluate

س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

Q7 Evaluate

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{10 - x} - 3}$$

Q8 Evaluate

س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x + 9}}$$

Q9 Evaluate

س9 اوجد قيمة عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{10 - 2x}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q10 Evaluate

س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{7x-5}}{x^2 - 9}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q11 Evaluate

س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2 - \sqrt{6 - 2x}}$$

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 2x - 3}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x+4} - 3} =$$

عماد عودة

عماد عودة

Q14 Evaluate

س14 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{3 - \sqrt{13 - 2x}}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q15 Evaluate

س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x^3 - 1}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x}{3 - \sqrt{x^4 + 2x^2}}$$

عماد عودة

عماد عودة

في المسائل التي تحتوي الجذر التكعيبي بالإمكان الضرب بمرافق الجذر التكعيبي
 مثال مرافق المقدار $(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})$ هو $(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y^2})$
 أو استخدام التعويض لتبسيط المسألة كما يلي **افرض ان $u = \sqrt[3]{x}$ ومنها $u^3 = x$**

Q17 Evaluate

س17 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

افرض ان $u = \sqrt[3]{x}$ ومنها $u^3 = x$

عماد عودة

عماد عودة

Q18 Evaluate

س18 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 2x} - 1}{x}$$

افرض ان $u = \sqrt[3]{1 + 2x}$ ومنها $\frac{(u^3 - 1)}{3} = x$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q19 Evaluate

س19 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x^2 - 16}$$

افرض ان
 $\sqrt{x} = u$

Q20 Evaluate

س20 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - 8}{x - 4}$$

Q21 Evaluate

س21 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$$

Q22 Evaluate

س22 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{\sqrt{x} - 3} - \frac{6}{x - 9}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q23 if

س23 إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + 9} - 3}{x} = 1$$

what is the value of a ?

اوجد قيمة a

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q27 if

س27 إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 1}{x} = 3$$

what is the value of a and b ?

اوجد قيمة a و b

عماد عودة

عماد عودة

تبسيط الكسور
Simplify Fractions

Remember

To add and subtract fractions we use

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

تذكر عند جمع وطرح الكسور نستخدم القاعدة التالية

Solved example

مثال محلول

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{2-x}{2x}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{2x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)}{2x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{2x} = -\frac{1}{2(2)} = -\frac{1}{4}$$

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x}$$

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{x+2}}{x}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\frac{1}{2x} - \frac{1}{10}}{x^2 - 25}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q6 Evaluate

س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{3-x} - 1}{x-2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q7 Evaluate

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{2}{3x-5} - 2}{x-2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q8 Evaluate

س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{5}{2x-3} + 5}{x-1}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q9 Evaluate

س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q10 Evaluate

س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q11 Evaluate

س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{5} \right) \times \left(\frac{x}{x^2-25} \right)$$

عماد عودة

عماد عودة

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{x}{x^2-9} \right)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q13 if

س13 إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} + \frac{a}{x^2-4} \right) = \frac{1}{4}$$

عماد عودة

what is the value of a ?

اوجد قيمة a

عماد عودة

عماد عودة

Q14 if

س14 اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{a}{x+a} - b}{x} \right) = -1$$

عماد عودة

what is the value of a and b ?

اوجد قيمة a و b

عماد عودة

عماد عودة

القيمة المطلقة Absolute value

Remember

We need to rewrite function without absolute value notation

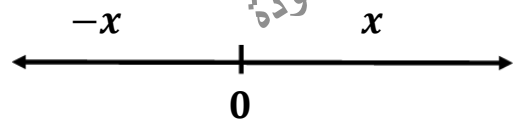
Every time we must put the sign of the x coefficient on the right side on the number line

تذكر

عند التعامل مع القيمة المطلقة يجب إعادة تعريف الدالة للتخلص من القيمة المطلقة كما يلي
دائما على يمين العدد نضع نفس إشارة معامل x

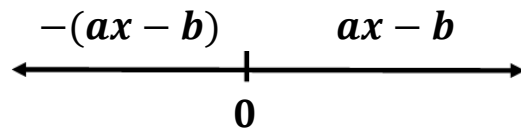
$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$



$$f(x) = |ax - b|$$

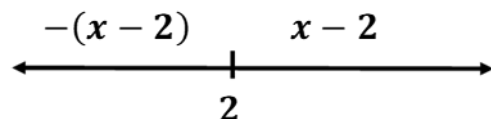
$$f(x) = |ax - b| = \begin{cases} -(ax - b), & x \leq \frac{b}{a} \\ ax - b, & x > \frac{b}{a} \end{cases}$$



Example 1

$$f(x) = |x - 2|$$

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} -(x - 2), & x \leq 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$



في المثال التالي اشارة معامل x سالبة لذا نضع الاشارة السالبة على اليمين

Example 2

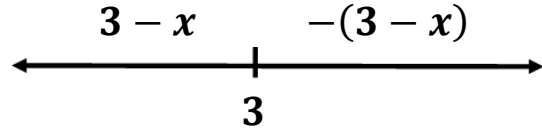
$$f(x) = |3 - x|$$

$$f(x) = |3 - x| = \begin{cases} (3 - x), & x \leq 3 \\ -(3 - x), & x > 3 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة



Solved example

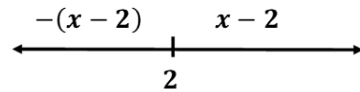
مثال محلول

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{|x - 2|}$$

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} -(x - 2), & x \leq 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 2}{-(x - 2)} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 2}{-(x - 2)} \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{|x - 2|} \text{ does not exist غير موجودة}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x + 1|}{x^2 - 1}$$

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right) =$$

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - |x|}{|3x| - 2x}$$

عماد عودة

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x - 2| - 3}{x - 5}$$

عماد عودة

Q6 Evaluate

س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x - 2| - 3}{x^2 - 25}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q7 Evaluate

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|2x - 1| - 5}{x - 3}$$

عماد عودة

Q8 Evaluate

س8 اوجد قيمة عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x|x-1| - 20}{x^2 - 25}$$

عماد عودة

Q9 Evaluate

س9 اوجد قيمة عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + |x| - 2}{x^2 - 1}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q10 Evaluate

س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{5 - |x - 4|}{|10 - x| - 1}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q11 Evaluate

س11 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x|1-x| - 6}{x^2 - 3x}$$

عماد عودة

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{1 - x}$$

عماد عودة

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{|x - 2|}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q15 Let

س15 إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^2 - k}{x - k} = \lim_{x \rightarrow 1} (|x| + 5)$$

Find k اوجد قيمة k

عماد عودة

Remember

تذكر

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{\sqrt{x^4 + 2x^2}}$$

الدوال المتشعبة
Piecewise functions

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq a \\ h(x), & x > a \end{cases}$$

في الدوال المتشعبة والتي يكون لها أكثر من قاعدة كما في المثال المجاور إذا كان العدد المطلوب إيجاد قيمة الدالة له نحدد مكانه أولاً فإذا كان أقل أو يساوي العدد a نعوض في $g(x)$ وإذا كان أكبر من العدد a نعوض في $h(x)$

Q1 Let

س1 ليكن

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 0 \\ 2x - 4, & x \geq 0 \end{cases}$$

Find

اوجد قيمة

1) $f(-3) = \dots\dots\dots$

2) $f(2) = \dots\dots\dots$

3) $f(0) = \dots\dots\dots$

Solved example

مثال محلول

Q2 Let

س3 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < -1 \\ -3x - 1, & x \geq -1 \end{cases}$$

Find

اوجد قيمة

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} x^2 + 1 &= (-1)^2 + 1 = 2 & \lim_{x \rightarrow -1^+} -3x - 1 &= -3(-1) - 1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2 & \lim_{x \rightarrow -1} f(x) &= 2 \end{aligned}$$

Q3 Let

س3 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 \cos x + 1, & x < 0 \\ e^x - 4, & x \geq 0 \end{cases}$$

Find

اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q4 Let

س4 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & , \quad x < 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ \sqrt{x+1} - 2 & , \quad x > 0 \end{cases}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

اوجد قيمة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q5 Let

س5 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x & , \quad x < -1 \\ \sqrt{3-x} & , \quad -1 < x < 1 \\ 2x + 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

اوجد قيمة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q6 Let

س6 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9-x^2}{x-3} & , \quad x \neq 3 \\ 2x & , \quad x = 3 \end{cases}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

اوجد قيمة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q7 Let

س7 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}, & x \neq 5 \\ x+1, & x = 5 \end{cases}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$$

اوجد قيمة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q8 Let

س8 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-2x}, & x \neq 2 \\ x+1, & x = 2 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \neq 2 \\ \sin x, & x = 2 \end{cases}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x))$$

اوجد قيمة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q9 Let

س9 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \log x + 4, & x \geq 1 \\ 5x - 1, & x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{x-1}{1-x}$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$$

اوجد قيمة

عماد عودة

Q10 Let

س10 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x < 3 \\ 2x + b, & x \geq 3 \end{cases}$$

Find the value of b such thatاوجد قيمة b حيث ان

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ exists}$$

Q11 Let

س11 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq -1 \\ 2x - b, & x > -1 \end{cases} \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$$

Find a and b اوجد قيمة a و b

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q12 Let

س12 إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x \leq 8 \\ 3^{kx}, & x > 8 \end{cases} \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \text{ exist}$$

Find a اوجد قيمة a

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0><http://www.youtube.com/@imaths2022>

مثلية

المتطابقات المثلثية

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} , \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ عماد عودة		$\csc x = \frac{1}{\sin x} , \sec x = \frac{1}{\cos x} , \cot x = \frac{1}{\tan x}$ عماد عودة	
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$		$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$	
$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ عماد عودة		$\sec x = \csc(\frac{\pi}{2} - x)$ عماد عودة	
$\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$		$\csc x = \sec(\frac{\pi}{2} - x)$	
$\sin(\pi - x) = \sin x$ عماد عودة		$\sin(\pi + x) = -\sin x$ عماد عودة	
$\cos(\pi - x) = -\cos x$		$\cos(\pi + x) = \cos x$	
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ عماد عودة			
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$		$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$	
$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$			
$\cos(-x) = \cos x$ Even function دالة زوجية		$\sin(-x) = -\sin x$ Odd function دالة فردية	
$\tan(-x) = -\tan x$ Odd function دالة فردية			
عماد عودة		عماد عودة	

THEOREM 3.4

For any real number a , we have

- | | |
|--|---|
| (i) $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$, | (v) $\lim_{x \rightarrow a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a$, for $-1 < a < 1$, |
| (ii) $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$,
عماد عودة | (vi) $\lim_{x \rightarrow a} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a$, for $-1 < a < 1$,
عماد عودة |
| (iii) $\lim_{x \rightarrow a} e^x = e^a$ and | (vii) $\lim_{x \rightarrow a} \tan^{-1} x = \tan^{-1} a$, for $-\infty < a < \infty$ and |
| (iv) $\lim_{x \rightarrow a} \ln x = \ln a$, for $a > 0$. | (viii) if p is a polynomial and $\lim_{x \rightarrow p(a)} f(x) = L$,
then $\lim_{x \rightarrow a} f(p(x)) = L$. |

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1,$$

عماد عودة

عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$$

عماد عودة

عماد عودة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

عماد عودة

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}(x^2) =$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x+3}}{2}\right)$$

عوض بالالة

ملاحظة ضع الالة على وضع Radian

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$$

Q6 Evaluate

س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\tan 2x}$$

Q7 Evaluate

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{5x}$$

Q8 Evaluate

س8 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cot x)$$

Q9 Evaluate

س9 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \csc^2 x)$$

Q10 Evaluate

س10 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x|}{x}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q11 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin (x^2 - 4)}{x^2 - 4}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q12 Evaluate

س12 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{xe^x}{\tan x} \right)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q13 Evaluate

س13 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0><http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q14 Evaluate

س14 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q15 Evaluate

س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{2x^2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x \sin x}$$

عماد عودة

Q17 Evaluate

س17 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q18 Evaluate

س18 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec^2 2x}{x^2}$$

Q19 Evaluate

س19

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan(x) - \sec(x)$$

Q20 Evaluate

س20 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1+x}}$$

Q21 Evaluate

س21 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$$

Q22 Evaluate

س22 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

Q23 Evaluate

س23 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2}{1 - \cos^2 x} \right) =$$

Q24 Evaluate

س24 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sec x - 1} \right) =$$

عماد عودة

عماد عودة

Q25 Given that

س25 اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

evaluate

اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q26 Evaluate

س26 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x} =$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q27 Evaluate

س27 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sec^2 x - 1}}{x} =$$

Q28 Evaluate

س28 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{3 \sec x - 3}$$

Q29 Evaluate

س29 اوجد قيمة

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta + \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

Q30 Evaluate

س30 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(\frac{\pi}{3} - x)}{\frac{\pi}{3} - x}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q31 Find value of k if

س31 اوجد قيمة k

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{3x} = 2$$

عماد عودة

Q32 Find value of k if

س32 اوجد قيمة k

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6kx}{5x} =$$

عماد عودة

نظرية الشطيرة

THEOREM 3.5 (Squeeze Theorem)

Suppose that

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$$

for all x in some interval (c, d) , except possibly at the point $a \in (c, d)$ and that

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L,$$

for some number L . Then, it follows that

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L, \text{ also.}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q1 Determine the value of

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 \cos \left(\frac{1}{x} \right) \right].$$

عماد عودة

Q2 Determine the value of

س2 اوجد قيمة ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\sqrt{x} \sin^2 \left(\frac{1}{x} \right) \right].$$

Q3 Prove that

س3 اثبت ان

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\sqrt{x} \cos^2 \left(\frac{1}{x} \right) \right] = 0.$$

Q4 Determine the value of (if exist)

س4 اوجد قيمة (ان وجدت)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2 + x) \sin \left(\frac{1}{x} \right).$$

Q5 Prove that

س5 اثبت ان

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 \sec \left(\frac{1}{x} \right) \right] = 0.$$

Q6 Suppose that

س6 افرض ان

$$|f(x)| \leq 4$$

Prove that

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x) = 0$$

اثبت ان

Q7 Use squeeze theorem to prove that

س7 استخدم نظرية الشطيرة في اثبات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3}{x^2 + 1} = 0$$

Find

$$\frac{2x^2 - x^3}{2} \leq x^2 f(x) \leq \frac{x^2 + \sin^2 x}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

اوجد

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Find

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) \leq (x - 1)f(x) \leq (x^2 + 2x - 3) \text{ Where } x \neq 1, [-3, 3]$$

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q10 if

س10 إذا كان

$$\frac{1}{32}(x^2 - 16) \leq (x - 4)f(x) \leq \sqrt{x} - 2, \quad x \neq 4$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

اوجد

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q11 if

س11 إذا كان

$$|g(x) + 4| \leq 2(3 - x)^4 \text{ is true for all value of } x$$

Find

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

اوجد

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

تذكر
ان إذا كان $|x| \leq a$ فان $-a \leq x \leq a$

Q12 if

س12 إذا كان

$$|g(x) + 4| \leq 2(2 - x)$$

Find

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$

عماد عودة

عماد عودة

Q13 If

س13 إذا كان

$$(\sin x + 2x) \leq x f(x) \leq x^2 + 3x$$

Find

اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

عماد عودة

الاتصال ونتائجه

CONTINUITY AND ITS CONSEQUENCES

For a function f defined on an open interval containing $x = a$, we say that f is **continuous** at a when

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Otherwise, f is said to be **discontinuous** at $x = a$.

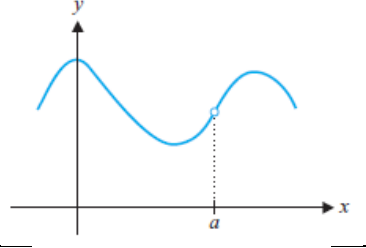
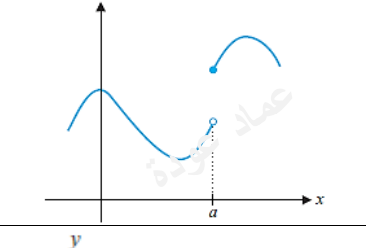
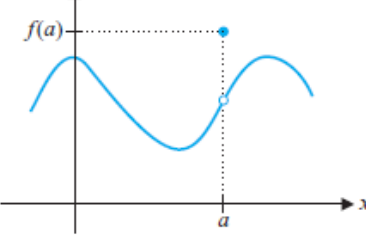
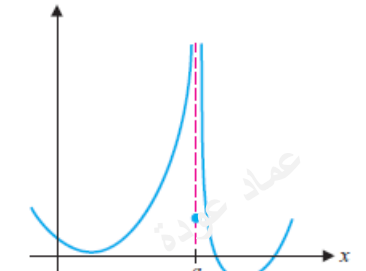
For f to be **continuous** at $x = a$, the definition says that

الدالة f المعرفة على فترة مفتوحة تحتوي النقطة $x = a$ تكون متصلة إذا كان

وإذا لم يتحقق هذا الشرط تكون الدالة غير متصلة عند $x = a$.

بصورة عامة لبحث اتصال دالة عند نقطة يجب دراسة الشروط الثلاثة التالية

- i) $f(a)$ defined الدالة معرفة
- ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ exist النهاية موجودة
- iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ قيمة الدالة تساوي نهاية الدالة

Function الدالة	Continuity at $x = a$ الاتصال عند	Explain التفسير
	discontinuous غير متصلة hole فجوة removable قابل للإزالة	الدالة غير معرفة $f(a)$ not defined
	discontinuous غير متصلة jump قفزة الدالة not removable غير قابل للإزالة	الدالة معرفة $f(a)$ defined النهاية غير موجودة $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ does not exist
	discontinuous غير متصلة hole فجوة	الدالة معرفة $f(a)$ defined $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ exist النهاية موجودة قيمة الدالة لا تساوي نهاية الدالة $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$
	discontinuous غير متصلة blow up انفصال لانهاضي	الدالة معرفة $f(a)$ defined النهاية غير موجودة $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ does not exist

تحديد مجال الدوال المختلفة

الدالة Function	المجال Domain
الحدوديات Polynomial	All real numbers $(-\infty, \infty)$
النسبية Rational	$g(x) \neq 0$
الجزور Radical	$f(x) \geq 0$
	$y = \sqrt[n]{f(x)}$
	$\begin{cases} n \text{ (فردية) odd, all real number} \\ n \text{ (زوجية) even, } f(x) \geq 0 \end{cases}$
المثلثية Trigonometry	All real numbers $(-\infty, \infty)$
	$y = \sin x$ $y = \cos x$ $y = \tan^{-1} x$
	$y = \tan x$
المعكوس Invers	$-1 \leq x \leq 1$
	$y = \sin^{-1} x$ $y = \cos^{-1} x$
الاسية Exponential	All real numbers $(-\infty, \infty)$
	$y = e^x$
اللوغاريتمية Logarithmic	$f(x) > 0$
	$y = \ln f(x) $

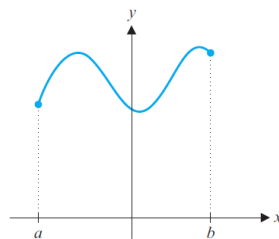
If f is continuous at every point on an open interval (a, b) , we say that f is continuous on (a, b) .

تكون الدالة f متصلة على الفترة (a, b) اذا كانت الدالة f متصلة على جميع النقاط في الفترة المفتوحة (a, b)

we say that f is continuous on the closed interval $[a, b]$, if f is continuous on the open interval (a, b) and

تكون الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ اذا كانت الدالة f متصلة على جميع النقاط في الفترة المفتوحة (a, b) وكان

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$



س1 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q1 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$$

س2 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q2 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - x - 6}$$

س4 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q4 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \sqrt{x + 3}$$

س5 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q5 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

س6 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q6 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{3}{2}}$$

س7 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q7

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

س8 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q8

$$f(x) = \sin(1 + e^x)$$

س9 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q9

$$f(x) = \cos(x^2 - 5x + 2)$$

س10 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q10

$$f(x) = \sin^{-1}(x + 2)$$

س11 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q11

$$f(x) = \ln(3x - 4)$$

س12 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة Determine the interval on which f is continuous Q12

$$f(x) = \ln(\sin x)$$

س13 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q13 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$$

س14 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q14 Determine the interval on which f is continuous

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

س15 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q15 find all intervals of continuity.

$$f(x) = \cos^{-1}(x - 2)$$

س16 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q16 find all intervals of continuity.

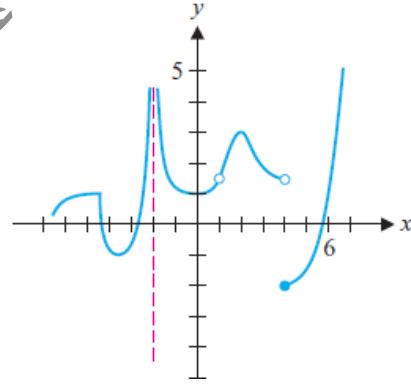
$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

س17 حدد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة
Q17 Determine the interval(s) where $f(x)$ is continuous.

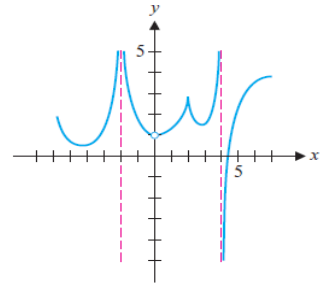
$$f(x) = \frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{x}}$$

مسائل الاتصال بالرسم

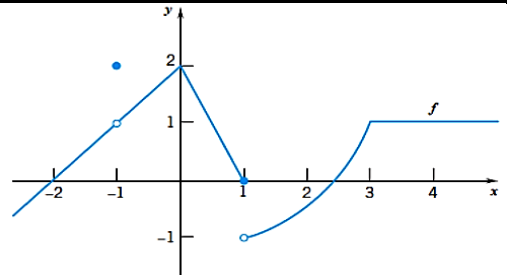
- س1 1 Use the given graph to identify all intervals on which the function f is continuous. اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



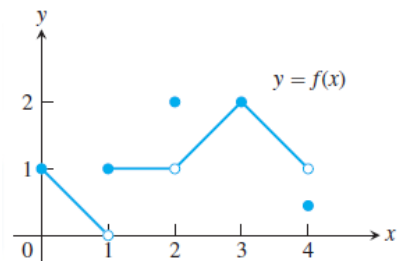
- س2 2 Use the given graph to identify all intervals on which the function is continuous. اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



- س3 3 At which numbers c is f discontinuous? Which of the discontinuities is removable? اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة



- س4 4 At which numbers c is f discontinuous? Which of the discontinuities is removable? اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

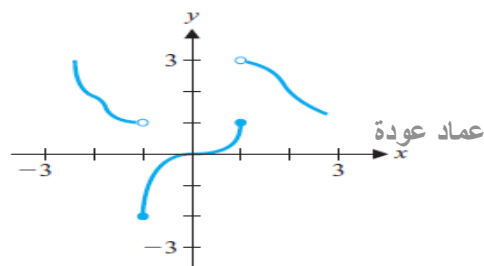


Q5 At which numbers c is f discontinuous?
Which of the discontinuities is removable?

س5 اعتمد على الرسم التالي لتحديد الفترات التي تكون عندها الدالة f متصلة

عماد عودة

عماد عودة



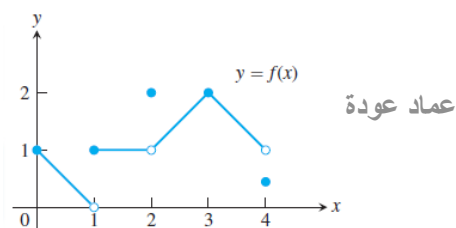
يكون للدالة انفصال قابل للإزالة إذا كان الرسم يحتوي فجوة أي أن النهاية موجودة عند نقطة، ولكن لا تساوي قيمة الدالة عند تلك النقطة

Q6 Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity

س6 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة

عماد عودة

عماد عودة

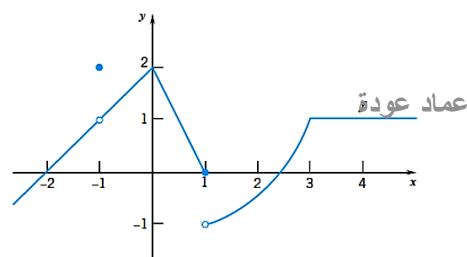


Q7 Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity

س7 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة

عماد عودة

عماد عودة

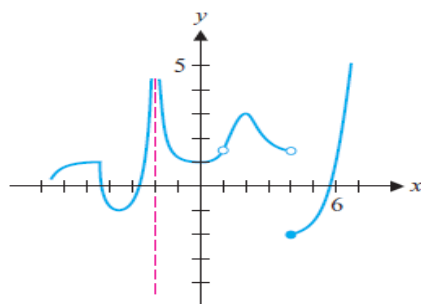


Q8 Find the value(s) of x where the function has removable discontinuity

س8 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة

عماد عودة

عماد عودة



Q1 Explain why each function fails to be continuous at the given x-value by indicating which of the three conditions in Definition 4.1 are not met

س1 وضح سبب عدم اتصال كل دالة مما يلي عند القيمة المحددة لكل منها اعتمد على شروط الاتصال في التعريف

For f to be **continuous** at $x = a$, the definition says that

- i) $f(a)$ defined
- ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ exist
- iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

a) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ at $x = 1$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ at $x = 1$

c) $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ at $x = 0$

d) $f(x) = \frac{e^{x-1}}{e^x - 1}$ at $x = 0$

e) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ 3x - 2, & x > 2 \end{cases}$ at $x = 2$

لتحديد القيم التي يكون عندها لدالة النسبية انفصال قابل للإزالة نوجد اصفار المقام والمعامل الذي نستطيع اختصاره مع معاملات البسط يكون عنده انفصال قابل للإزالة

س2 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة
Q2 Find all discontinuities and determine which are removable.

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$$

س3 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة
Q3 Find all discontinuities and determine which are removable.

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$$

عماد عودة

س4 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة
Q4 Find all discontinuities and determine which are removable.

$$f(x) = x \cot x$$

عماد عودة

س5 اوجد قيم x التي يكون عندها للدالة نقطة انفصال قابل للإزالة
Q5 Find all discontinuities and determine which are removable.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & , \quad x < 0 \\ x^2 & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ 4x-3 & , \quad x > 2 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

- (a) Find all values of x at which f is not continuous.
 (b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
 (c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

- (أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
 (ب) حدد اي من هذه القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
 (ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$$

- (a) Find all values of x at which f is not continuous.
 (b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
 (c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

- (أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
 (ب) حدد اي من هذه القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
 (ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة

عماد عودة

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

عماد عودة

عماد عودة

- (a) Find all values of x at which f is not continuous.
- (b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
- (c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

- (أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
- (ب) حدد اي من هذه القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
- (ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{1 - \sqrt{x+1}}$$

- (a) Find all values of x at which f is not continuous.
- (b) Determine which value in (a) is a removable discontinuity.
- (c) Expand $f(x)$ to make it continuous anywhere.

- (أ) اوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة f غير متصلة
- (ب) حدد اي من هذه القيم يكون عندها الانفصال قابل للإزالة
- (ت) اوجد الدالة الموسعة والتي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة لجميع القيم

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

ايجاد قيم المجهول إذا علم الاتصال

س1 اوجد قيم a التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$
 Q1 Determine the values of a that make the function $f(x)$ continuous at $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$$

س2 اوجد قيم m التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة على $(-\infty, \infty)$
 Q2 Determine the values of m that make the function $f(x)$ continuous on $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = \frac{9 - x^2}{mx + 2}$$

س3 اوجد قيم n التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$
 Q3 Determine the values of n that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{6x^2}, & x > 0 \\ n, & x \leq 0 \end{cases}$$

Q4 Determine the values of m and n that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$

س4 اوجد قيم m و n التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1}, & x \neq 0 \\ n, & x = 0 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q5 Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$

س5 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ b \cos x, & x > 0 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

س6 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة
 Q6 Determine the values of a and b that make the function $g(x)$ continuous

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\pi \sin x}{x} & x < 0 \\ a - bx & 0 \leq x < 1 \\ \arctan x & x \geq 1 \end{cases}$$

س7 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة
 Q7 Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2), & x < 0 \\ 2e^{bx} + 1, & 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2, & x > 3 \end{cases}$$

س8 اوجد قيم a و b التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة
 Q8 Determine the values of a and b that make the function $f(x)$ continuous

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1, & x < 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b, & x > 2 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

س9 اوجد قيم k التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$
 Q9 Determine the values of k that make the function $f(x)$ continuous at $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2 - \sqrt{4 + x}}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q10 Determine the values of **a** and **b** that make the function $f(x)$ continuous at $x = 3$

س10 اوجد قيم **a** و **b** التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + 3}{x - 3} & , \quad x \neq 3 \\ bx + 1 & , \quad x = 3 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q11 Determine the values of **a** that make the function $f(x)$ continuous at $x = 1$

س11 اوجد **a** التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$

$$if \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x}}{x-1} & , \quad x \neq 1 \\ a & , \quad x = 1 \end{cases}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q14 let $h(x)$ is continuous at $x = 2$
where $h(2) = -9$ find

س14 لتكن الدالة $h(x)$ متصلة عند $x = 2$ حيث
 $h(2) = -9$ اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} h(x)$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q15 If $f(x)$ continuous and $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$
find

س15 لتكن الدالة $f(x)$ متصلة $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$
اوجد

$$f(2)$$

النهايات عند المالانهاية وخطوط التقارب LIMITS INVOLVING INFINITY; ASYMPTOTES.

For any rational number $t > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^t} = 0$$

Where for the case $x \rightarrow -\infty$, we assume that $t = \frac{p}{q}$, where q is odd

THEOREM 5.2

For a polynomial of degree $n > 0$, $p_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$, we have

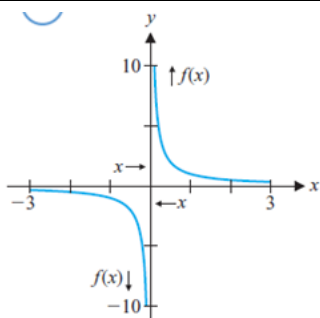
$$\lim_{x \rightarrow \infty} p_n(x) = \begin{cases} \infty, & \text{if } a_n > 0 \\ -\infty, & \text{if } a_n < 0 \end{cases}$$

For

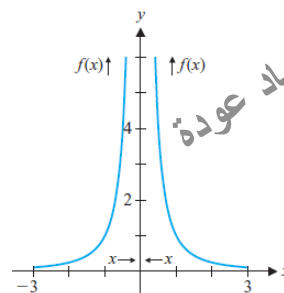
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m}{bx^n}$$

عماد عودة

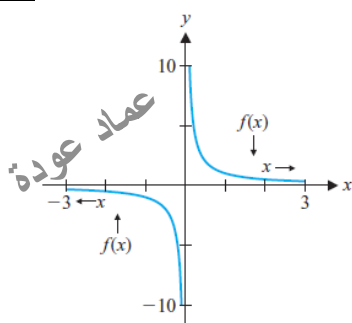
$$\begin{cases} m < n & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m}{bx^n} = 0 \\ m = n & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b} \\ m > n & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^m}{bx^n} = \infty \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

Q1 Evaluate the limit if it exists

س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 4x - 1} =$$

Q2 Evaluate the limit if it exists

س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - 3x - 1}$$

Q3 Evaluate the limit if it exists

س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4x^3 - 5x - 1} =$$

Q4 Evaluate the limit if it exists

س4 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x^2 + 3x - 5} =$$

Q5 Evaluate

س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 2}{4x - 3x^2 - 1}$$

Q6 Find the constant m

س6 اوجد قيمه الثابت m

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + mx^4 - 2x^3 - 1}{2x^4 + 2x^3 - x} = 4$$

Q7 Find the constant m

س7 اوجد قيمة الثابت m

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^3 - 3x^3 - 2x^2 - 5x + 1}{2x - 5x^3 - x} = 2$$

Q8 Find the constant m

س8 اوجد قيمة الثابت m

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 5x^4 - 2x^3 - 1}{mx^4 + 2x^3 - x} = 4$$

Q9 Find the value of the constant a and n

س9 اوجد قيمة الثابت a و n

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + 3x^3 - 8x + 5}{3x^5 + 3x - 1} = 2$$

Q10 Find the constant a

س10 اوجد قيمة الثابت a

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 - 5x^3 + 1}{x^2 + 2x^3 + 5} = 10$$

Q11 Find the constant k

س11 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(3 + 2kx)}{2 + 5x - 2x^3} = 9$$

Q12 Find the constant k

س12 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2(1 + 2k|x|)}{2 + 7x^2 - 4x^3} = 9$$

Q13 Find the constant k

س13 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(k|x| - 1)}{1 - 3x^3} = 2$$

Q14 Find the constant k

س14 اوجد قيمة الثابت k

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4(k|x| - 1)}{1 - 2x^5} = 5$$

Q15 Evaluate

س15 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

Q16 Evaluate

س16 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{4 + x^2}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 6x}}{3x - 2}$$

Q22 Suppose that the diameter of an animal's pupils is given by $f(x)$ mm, where x is the intensity of light on the pupils. Find the diameter of the pupils with

- Minimum light
- Maximum light

س22 على فرض ان نصف قطر حدقة عين حيوان نعطي بالعلاقة $f(x)$ mm حيث x تمثل شدة الضوء على الحدقة اوجد نصف قطر الحدقة عندما تكون شدة الضوء (أ) اقل ما يمكن (ب) أكبر ما يمكن

$$f(x) = \frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15}$$

عماد عودة

عماد عودة

Q1 Evaluate

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q2 Evaluate

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$$

عماد عودة

عماد عودة

Q3 Evaluate

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

عماد عودة

عماد عودة

Q4 Evaluate

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{5x^2 + 4x + 7} - \sqrt{5x^2 + x + 3}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q5 Evaluate

س5 اوجد قيمة

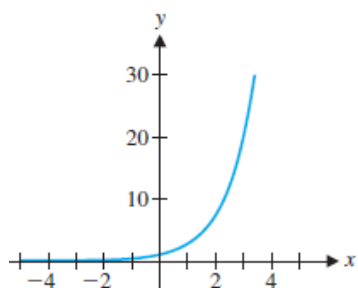
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$$

عماد عودة

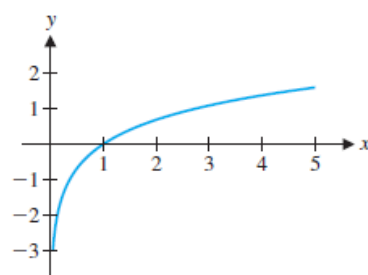
عماد عودة

عماد عودة

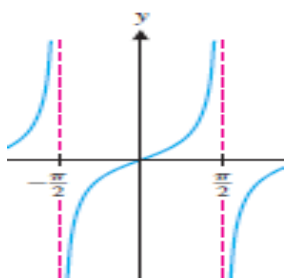
نهاية الدوال المثلثية والعكسية عند المالانهاية



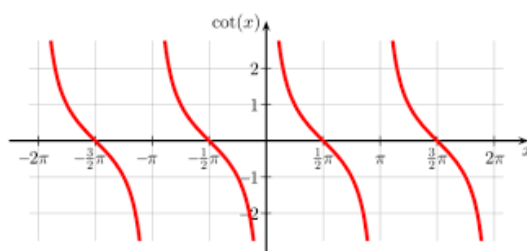
$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0,$$



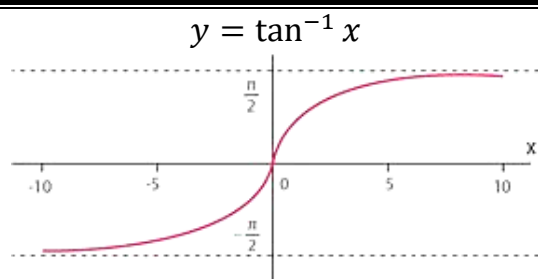
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty,$$



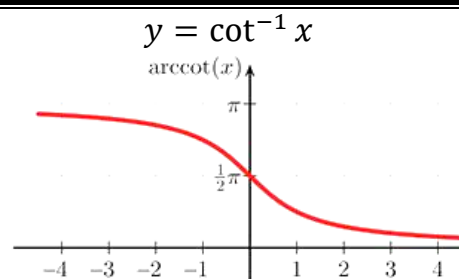
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty,$$



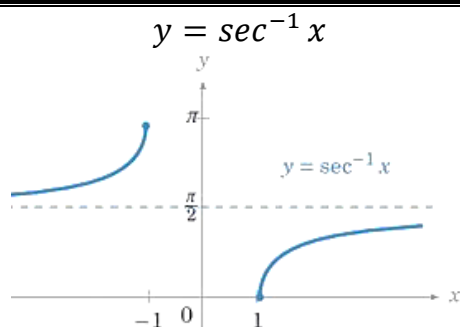
$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \tan x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^+} \tan x = \infty,$$



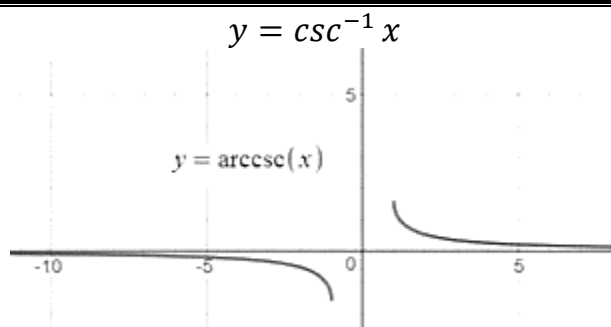
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1}(x) = -\frac{\pi}{2}$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1}(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \cot^{-1}(x) = \pi$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sec^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \csc^{-1}(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \csc^{-1}(x) = 0$$

Q1 Evaluate the limit if it exists

س1 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x - 3} \right) =$$

عماد عودة

Q2 Evaluate the limit if it exists

س2 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x) =$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q3 Evaluate the limit if it exists

س3 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\frac{2}{x^3}} =$$

عماد عودة

عماد عودة

Q4 Evaluate the limit if it exists

س4 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\left(\frac{x+1}{x^2+2}\right)} =$$

عماد عودة

Q5 Evaluate the limit if it exists

س5 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cot^{-1} x =$$

Q6 Evaluate the limit if it exists

س6 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} \right) =$$

Q7 Evaluate the limit if it exists

س7 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(e^{-\frac{1}{x^2}} \right) =$$

Q8 Evaluate the limit if it exists

س8 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin (\tan^{-1} x) =$$

Q9 Evaluate the limit if it exists

س9 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^-}{2}} e^{\tan x}$$

Q10 Evaluate the limit if it exists

س10 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x) =$$

Q11 Evaluate

س11 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x$$

Q12 Evaluate

س12 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x+3}}{2}\right)$$

Q13 Evaluate

س13 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{-\tan^2 x}$$

عماد عودة

Q14 Evaluate

س14 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{3x^2 + 4}} \right)$$

عماد عودة

Q15 Evaluate

س15 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3x^2 + 6x}}{x - 2} \right)$$

عماد عودة

Q16 Evaluate

س16 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(e^{-\frac{1}{x^2}} \right)$$

عماد عودة

Q17 Evaluate

س17 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 x$$

Q18 Evaluate

س18 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\cot x}$$

Q25 Evaluate

س25 اوجد النهاية ان وجدت

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x^2}$$

خطوط التقارب ASYMPTOTES

To find vertical asymptote we need to find
zeros of the denominator

لإيجاد المقاريات العمودية نبحث في اصفار المقام

To find horizontal asymptote we should
follow the next rule

لإيجاد المقاريات الافقية والمائلة نستخدم على القاعدة التالية

$$y = \frac{ax^m}{bx^n} \longrightarrow \begin{cases} m < n, & y = 0 \\ m = n, & y = \frac{a}{b} \\ m > n, & \text{none} \end{cases}$$

أي انه في الحالة الثالثة لا يوجد مقارب افقي ويكون هناك مقارب مائل نقوم بحساب معادلته بالقسمة المطولة

الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>

Q1 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س1 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

عماد عودة

عماد عودة

عماد عودة

Q2 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س2 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$$

عماد عودة

Q3 Determine all horizontal and vertical asymptotes

س3 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}}$$

عماد عودة

Q4 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س4 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

عماد عودة

Q5 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س5 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3}$$

عماد عودة

Q6 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س6 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2 + x - 2}$$

عماد عودة

Q7 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س7 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

عماد عودة

Q8 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س8 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

عماد عودة

Q9 Determine all horizontal and vertical asymptotes.

س9 اوجد جميع المقاربات الافقية والعمودية ان وجدت

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$$

المقاربات العمودية والمائلة
Vertical and slant asymptote

Q1 Determine all vertical and slant asymptotes.

س1 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$\frac{x^3}{4 - x^2}$$

Q2 Determine all vertical and slant asymptotes.

س2 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$\frac{x^3}{x^2 - x - 6}$$

Q3 Determine all vertical and slant asymptotes.

س3 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$$

Q4 Determine all vertical and slant asymptotes.

س4 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$$

Q5 Determine all vertical and slant asymptotes.

س5 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 4}$$

Q6 Determine all vertical and slant asymptotes.

س6 اوجد جميع المقاربات العمودية والمقاربات المائلة

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3 + 2}$$

مسائل إضافية

ملاحظة هذا النوع من الاسئلة سيتم حله بطرق اخرى في الوحدة التالية

Q1 Find

س1 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$$

عماد عودة

Q2 Find

س2 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 1}{h}$$

عماد عودة

Q3 Find

س3 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h}$$

عماد عودة

Q4 Find

س4 اوجد قيمة

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ if } f(x) = \sqrt{2x+1}$$

عماد عودة

Q6 If

س6 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-8}{x-2} = 7 \text{ find } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-f(x)}{x-2} =$$

عماد عودة

Q7 If

س7 اوجد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 2 \text{ find } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2-f(x)}{x-1} =$$

عماد عودة

اطيب التمنيات للجميع
الأستاذ عماد عودة



الأستاذ عماد عودة 0507614804

<https://t.me/+v1n4wuNV2B83NDA0>

<http://www.youtube.com/@imaths2022>