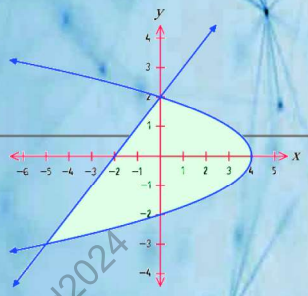
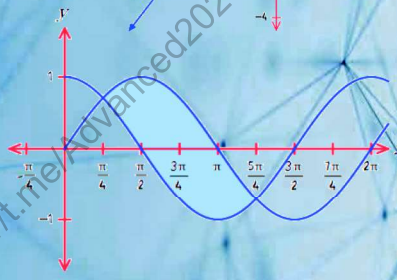
لاتغني عن الكتاب المدرسي



الوحدة السادسة

تطبيقات التكامل المحدد



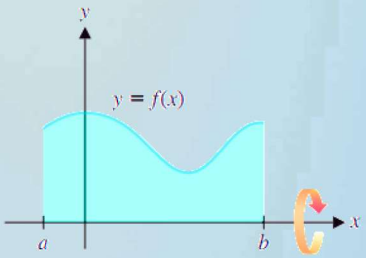


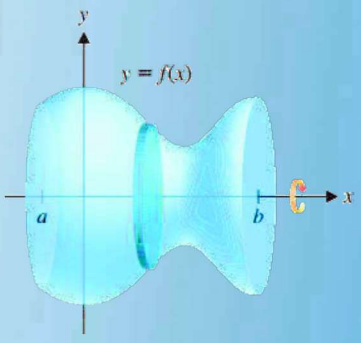
1-6 المساحات بين المنحنيات

2-6 الحجم: الشرائح والأقراص والحلقات

4-6 طول القوس ومساحة السطح

5-6 حركة المقذوفات





اعداد الاستاذ/ علي عبدالله

الفصل الدراسي الثالث 2022 / 2023

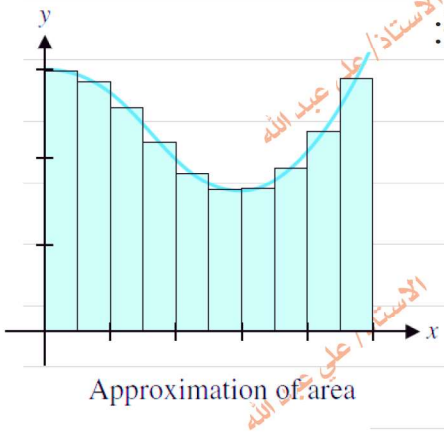
احصل على 100٪ في الرياضيات الفصل 3

https://t.me/Advanced2024

L 6.1 المساحة بين المنحنيات

يتم إعطاء المساحة التقريبية للدالة $f(x)$ على الفترة $[a,b]$ بواسطة:

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x \quad , \quad \Delta x = \frac{b-a}{n}$$



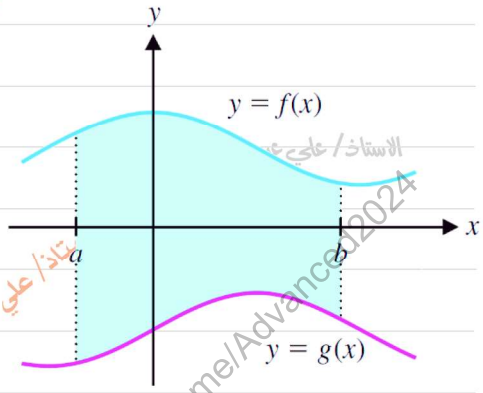
Approximation of area

عندما $n \to \infty$ تعطى المساحة الدقيقة بالعلاقة:

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x = \int_a^b f(x)\,dx$$

تقريب المساحة بين منحنيين

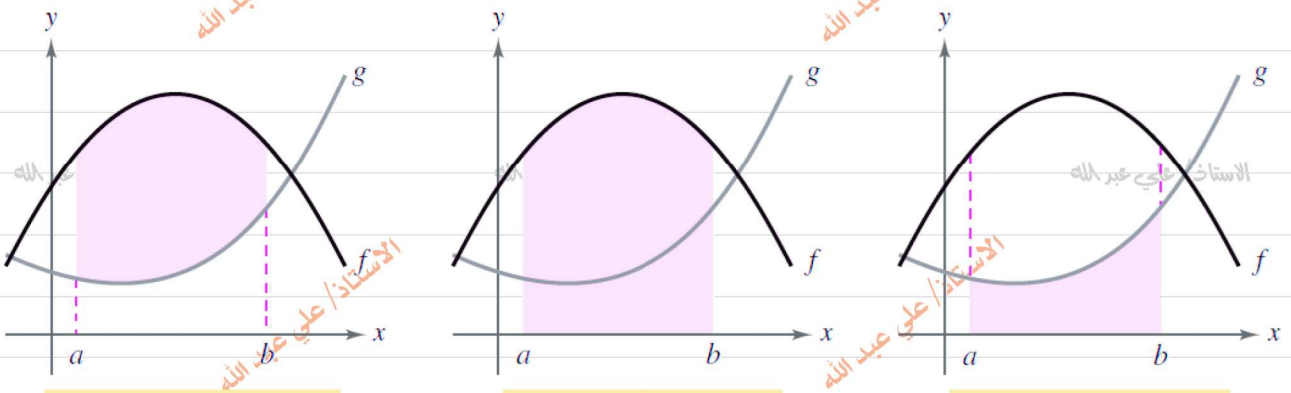
$$A \approx \sum_{i=1}^{n} [f(c_i) - g(c_i)]\,\Delta x$$



المساحة بين منحنيين

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [f(c_i) - g(c_i)]\,\Delta x = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$$

حيث $f(x) \geq g(x)$ على الفترة $[a,b]$

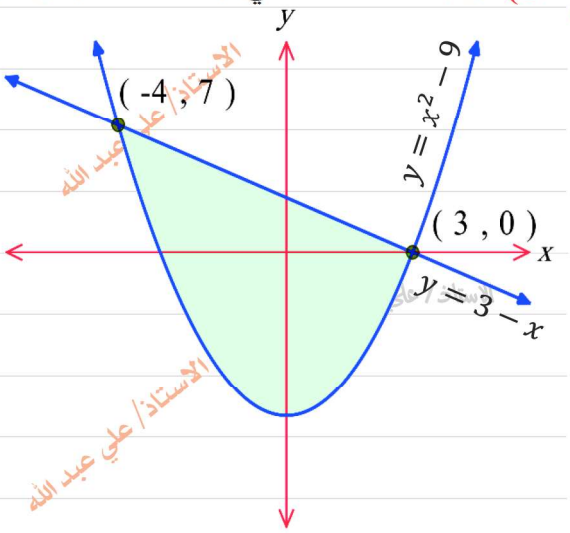


Area of region between f and g	=	Area of region under f	−	Area of region under g
$\int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$	=	$\int_a^b f(x)\,dx$	−	$\int_a^b g(x)\,dx$

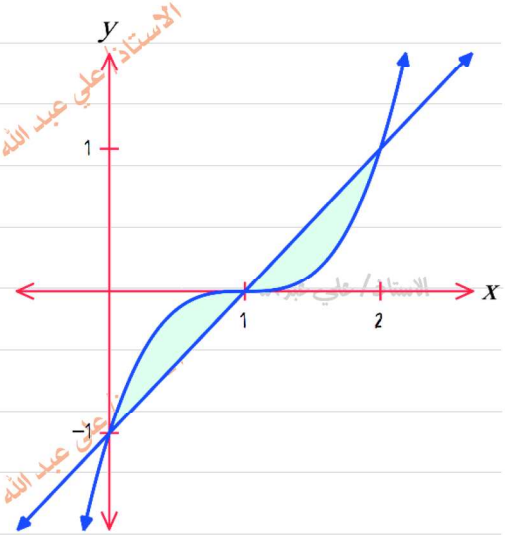
$$\text{Area} = \int_a^b \Big(\text{المنحنى العلوي} \Big) - \Big(\text{المنحنى السفلي} \Big)\,dx$$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
0503050917

1) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان: $y = 3 - x$ و $y = x^2 - 9$

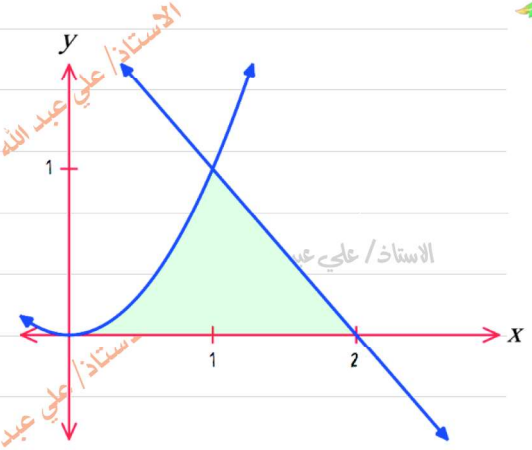


2) أوجد المساحة التي يحدها التمثيل البياني $y = (x-1)^3$ و $y = x - 1$



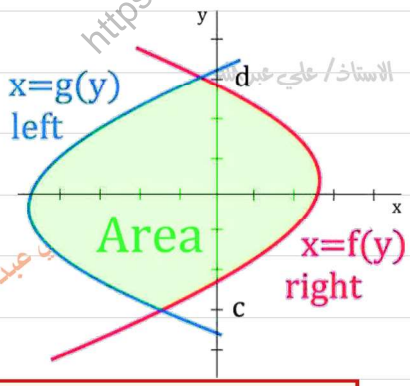
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

3) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان لـ $y = x^2$ ، $y = 2 - x$ و $y = 0$



تقريب المساحة بين منحنيين

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} [\, f(c_i) - g(c_i)] \, \Delta y$$

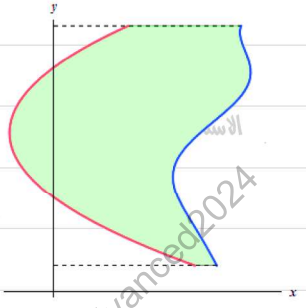


المساحة بين منحنيين

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [\, f(c_i) - g(c_i)] \, \Delta y = \int_a^b [\, f(y) - g(y)] \, dy$$

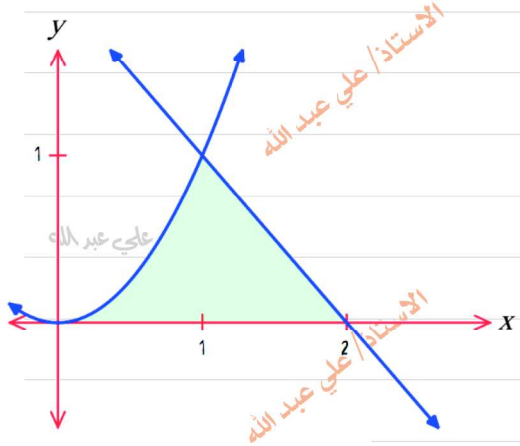
حيث $f(y) \geq g(y)$ على الفترة $[c, d]$

$$\text{Area} = \int_{y_1}^{y_2} \left(\text{المنحنى الأيمن} \right) - \left(\text{المنحنى الأيسر} \right) dy$$

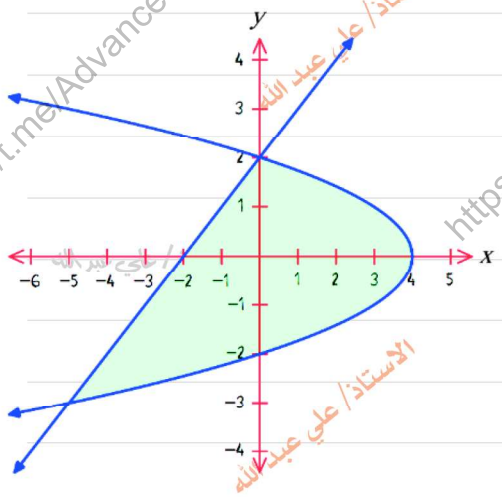


https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

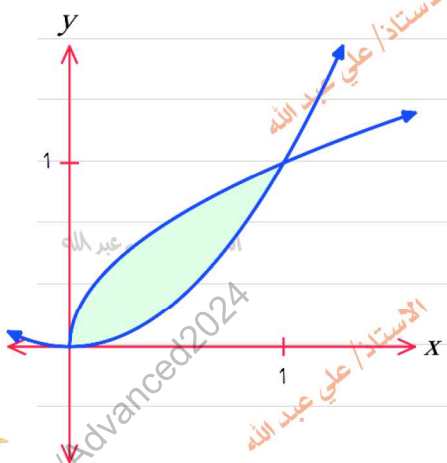
4) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان لـ $y = x^2$، $y = 2 - x$ و $y = 0$



5) أوجد المساحة التي تحدها الرسوم البيانية: $x = y - 2$, $x = 4 - y^2$

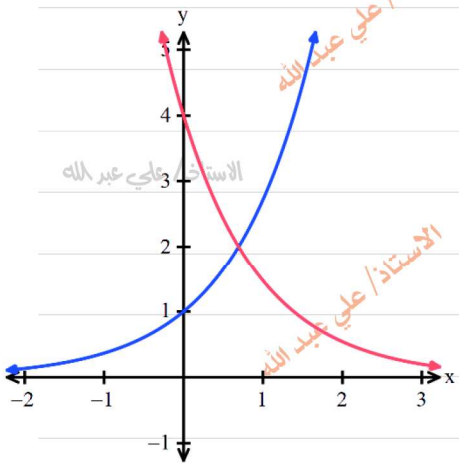


6) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان ل $y = x^2$ ، $y = \sqrt{x}$

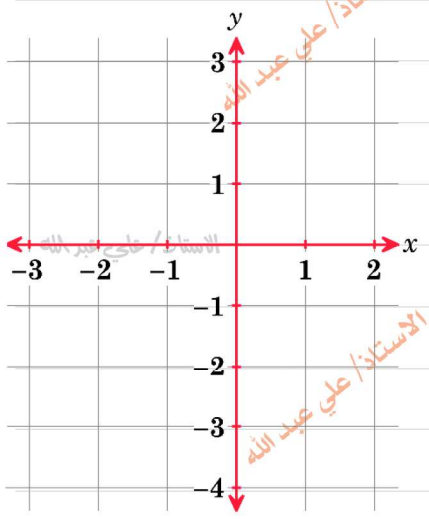


0503050917

7) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان لـ $y = e^x$ ، $y = 4e^{-x}$ و $x = 0$

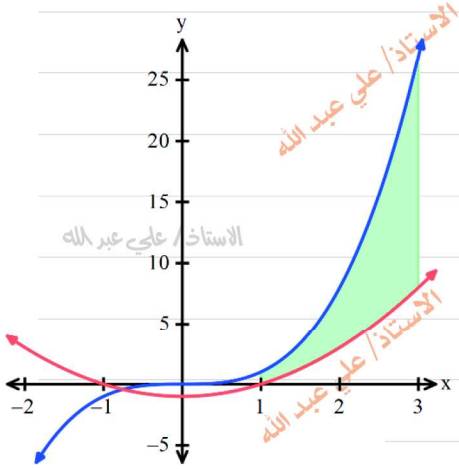


8) أوجد المساحة الواقعة بين المنحنيات $y = e^x$ و $y = x - 1$ على الفترة $-2 < x < 0$.

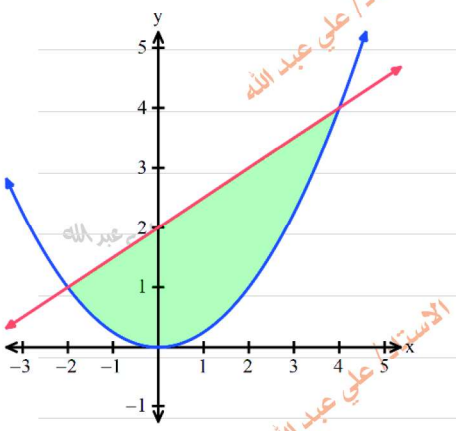


https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

9) أوجد المساحة الواقعة بين المنحنيات $y = x^3$ و $y = x^2 - 1$ في الفترة $1 < x < 3$



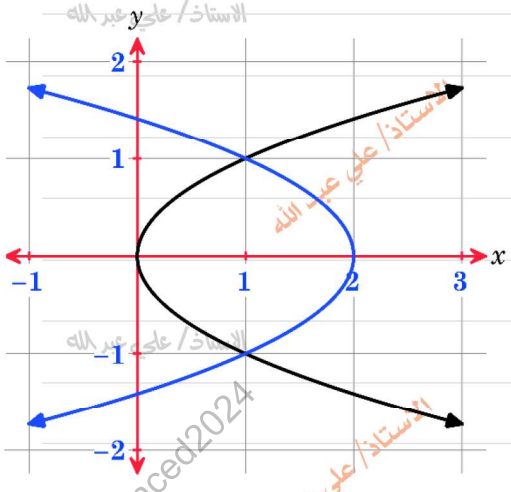
10) ارسم وإيجاد مساحة المنطقة التي تحددها المنحنيات : $y = \frac{1}{4}x^2$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

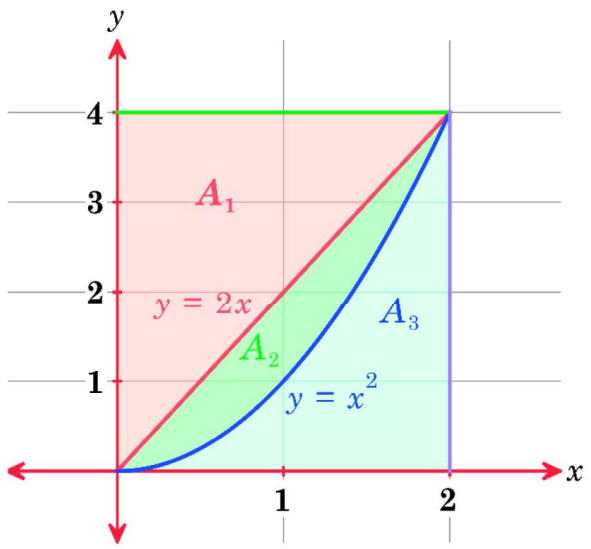
11) القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ في الفترة $[a,b]$ هو $k=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\ dx$. احسب القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2$ في الفترة $[0,3]$ ثم وضح أن المساحة أعلى $y=k$ وأسفل $y=f(x)$ تساوي المساحة اسفل $y=k$ وأعلى $y=f(x)$.

12) أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان لـ $x=y^2$ و $x=2-y^2$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

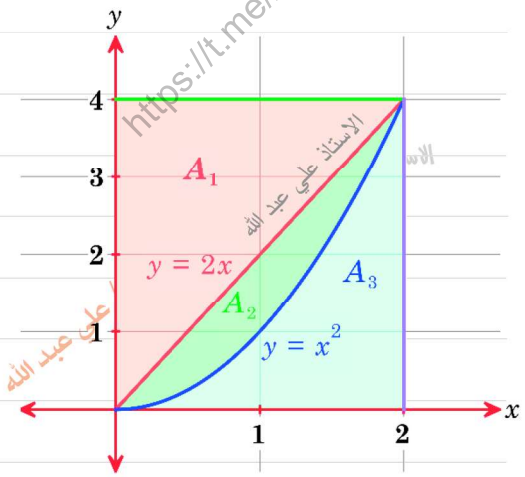
13) استخدم الرسم البياني الموضح في اليمين لإكمال الجدول التالي:

(أ) $A_1 = \int \quad dx$ $= \int \quad dy$	
(ب) $A_2 = \int \quad dx$ $= \int \quad dy$	
(ج) $A_3 = \int \quad dx$ $= \int \quad dy$	

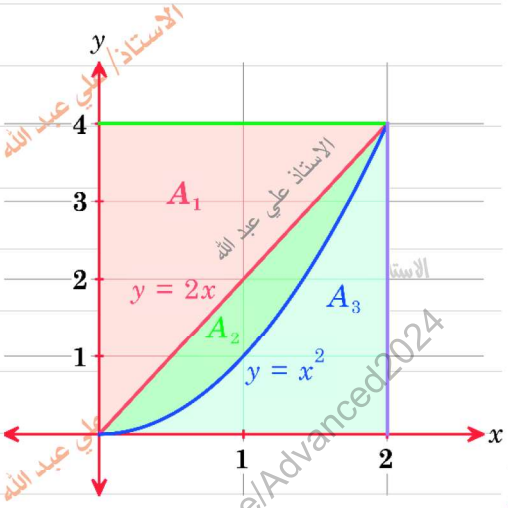
14) باستخدام A_1, A_2 و A_3, تحديد المساحة المعطاة لكل تكامل

A) $\int_0^2 (2x - x^2)\,dx$ **B)** $\int_0^4 (2 - \sqrt{y})\,dy$

C) $\int_0^2 (4 - x^2)\,dx$ **D)** $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right) dy$



15) اكتب تكاملا يعطى المساحات التالية. (أ) A_1 (ب) A_3 (ج) $A_1 + A_2$ (د) $A_2 + A_3$

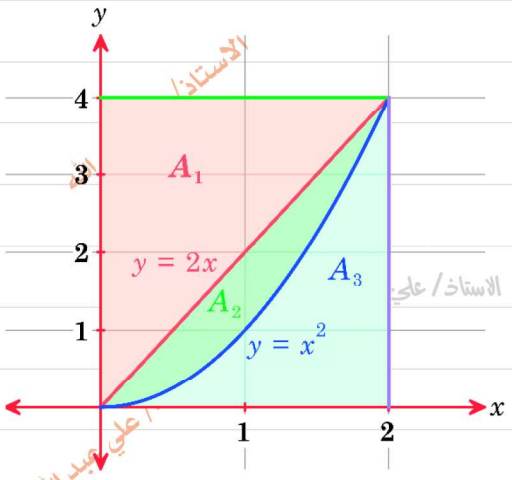


0503050917

باستخدام A_1 و A_2 ، A_3 حدد المساحة المعطاة بالتكامل $\int_0^2 (4 - x^2)\, dx$

(A A_1 (C A_3

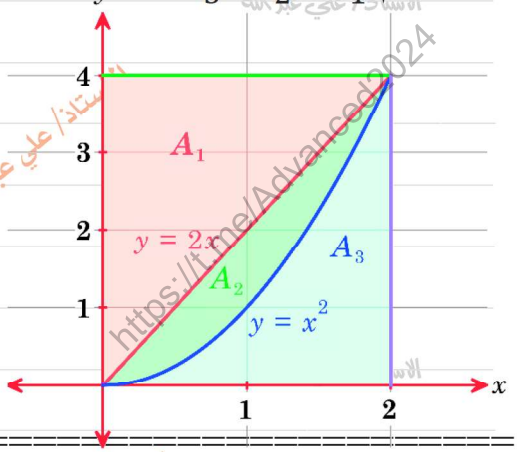
(B $A_1 + A_2$ (D $A_2 + A_3$



باستخدام A_1 و A_2 ، A_3 حدد المساحة المعطاة بالتكامل $\int_0^2 (2x - x^2)\, dx$

(A A_1 (C A_2

(B $A_1 + A_2$ (D A_3



---

16) لنفترض أن استهلاك حطب الوقود في دولة ما قد تم إعطاؤه $76e^{0.03t} m^3/yr$ وأن نمو الأشجار الجديدة هو $50 - 6e^{0.09t}\ m^3/yr$ في الفترة $0 \le t \le 10$. حساب وتفسير المساحة بين منحنيات .

تمثل هذه المنطقة كمية الخشب التي يستخدمها الحطب والتي لم يتم استبدالها بنمو جديد.

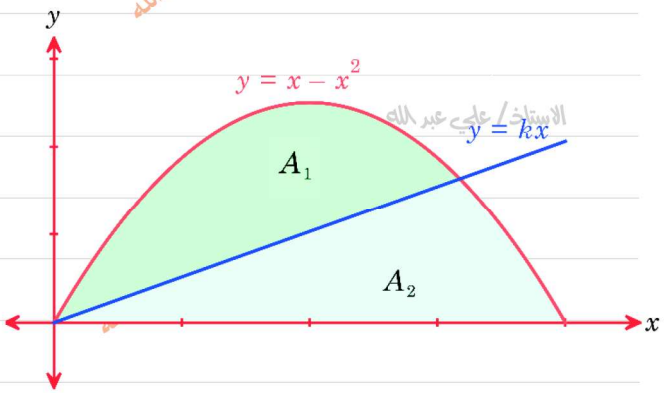
0503050917

17) بالنسبة إلى $y = x - x^2$ و $y = kx$ كما هو موضح ، أوجد قيمة k بحيث $A_1 = A_2$

أوجد أولا التقاطع بين المنحنى والخط:

$$x - x^2 = kx$$
$$\Rightarrow x^2 - x + kx = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + (k-1)x = 0$$
$$\Rightarrow x(x + k - 1) = 0$$
$$\Rightarrow x = 0$$

أو $x + k - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 - k$



$$A_1 + A_2 = \int_0^1 x - x^2\, dx = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{1}{6} \because A_1 = A_2 \qquad \therefore A_1 = \frac{1}{6} \div 2 = \frac{1}{12}$$

أوجد المساحة A_1

$$A_1 = \int_0^{1-k} (x - x^2) - kx\, dx = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}kx^2\Big|_0^{1-k} = \frac{1}{2}(1-k)x^2 - \frac{1}{3}x^3\Big|_0^{1-k}$$

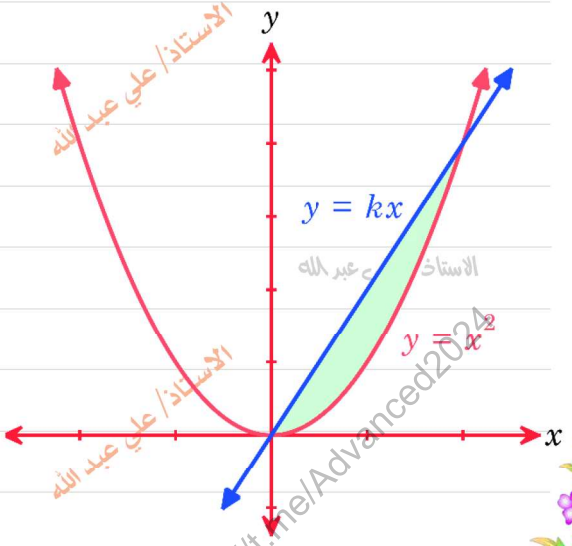
$$A_1 = \frac{1}{2}(1-k)(1-k)^2 - \frac{1}{3}(1-k)^3 = \frac{3}{6}(1-k)^3 - \frac{2}{6}(1-k)^3 = \frac{1}{6}(1-k)^3$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{1}{6}(1-k)^3$$

$$\therefore \frac{1}{12} = \frac{1}{6}(1-k)^3 \Rightarrow \frac{1}{2} = (1-k)^3 \quad \Rightarrow 1 - k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow k = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

==========

18) إذا كانت المساحة بين $y = x^2$ و $y = kx$ هي 4.5 ، فأوجد قيمة k حيث $k > 0$



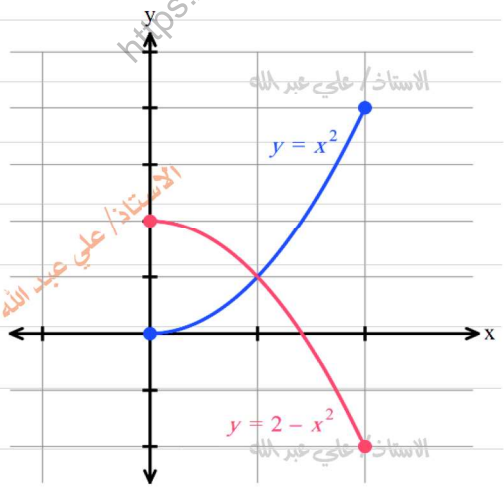
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

19) لتكن المنطقة R في الربع الأول يحدها الرسم البياني ل $y = a\sqrt{x}\ (a > 0)$ و $x = 1$، و $x = 4$. إذا كانت مساحة المنطقة R هي 7، فما قيمة a ؟

جواب $a = \frac{3}{2}$

---

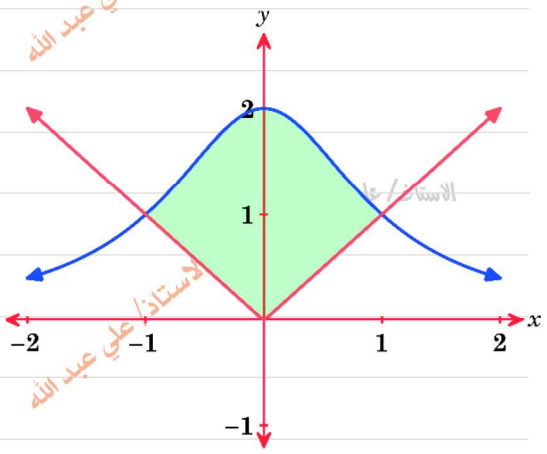
20) أوجد المساحة التي تحدها التمثيلات البيانية ل $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$ في الفترة $0 \leq x \leq 2$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

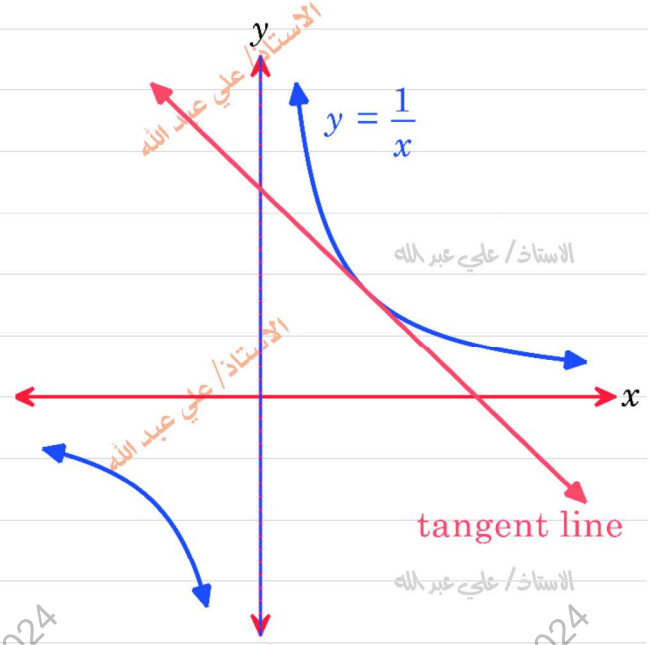
21) فلتكن $f(t)$ المنطقة بين $y = \sin^2 x$ و $y = 1$ في الفترة $0 \le x \le t$. أوجد جميع النقاط الحرجة والقيم القصوى المحلية ونقاط الانعطاف ل $f(t)$ و $t \ge 0$

22) أوجد المساحة الواقعة بين $y = \frac{2}{1+x^2}$ و $y = |x|$



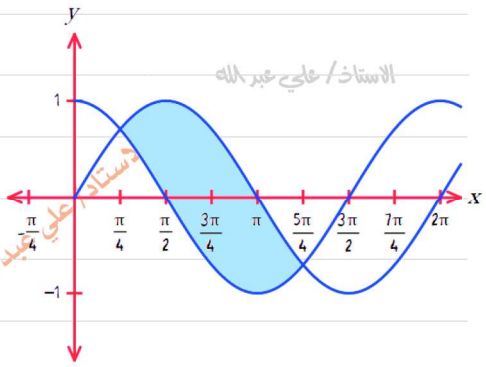
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

23) أوجد مساحة المثلث الذي يحده $x = 0$ ، $y = 0$ وخط المماس للمنحنى $y = \frac{1}{x}$ عند $x = 1$



الواجبات المنزليه

24) $y = \sin x$ و $y = \cos x$ تتقاطع في العديد من النقاط. إذا كانت المنطقة المحاطة بها بين نقطتي تقاطع متتاليتين هي A أوجد A^4

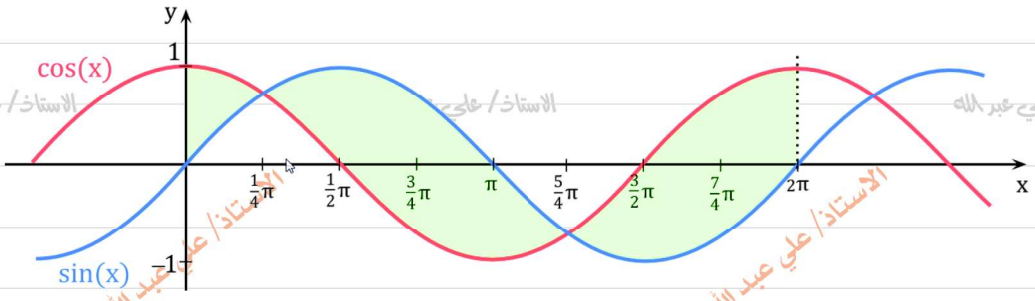


https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

25) أوجد خطا رأسيا $x = k$ يقسم المساحة المحاطة ب $y = -\sqrt{x}$، $y = 0$ و $x = 4$ إلى منطقتين متساويتين.

أ) $k = 2$ ب) $k = 4^{3/2}$ ج) $k = 4^{2/3}$ د) $k = 4$

26) اوجد مساحة المنطقة المحاطة بـ $y = \cos x$ و $y = \sin x$ في الفترة $[0 \, ، \, 2\pi]$



$$\text{Area} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\,dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (\sin x - \cos x)\,dx + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{2\pi} (\cos x - \sin x)\,dx$$

$$= (\sin x + \cos x)\Big|_0^{\pi/4} + (-\cos x - \sin x)\Big|_{\pi/4}^{5\pi/4} + (\sin x + \cos x)\Big|_{5\pi/4}^{2\pi}$$

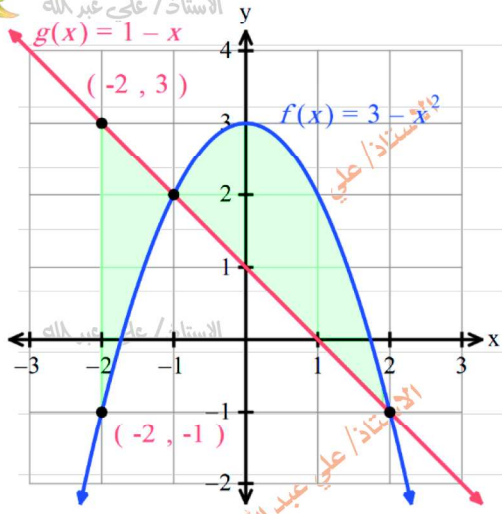
$$= \left(\sqrt{2} - 1\right) + \left(\sqrt{2} + \sqrt{2}\right) + \left(1 + \sqrt{2}\right)$$

$$= 4\sqrt{2}$$

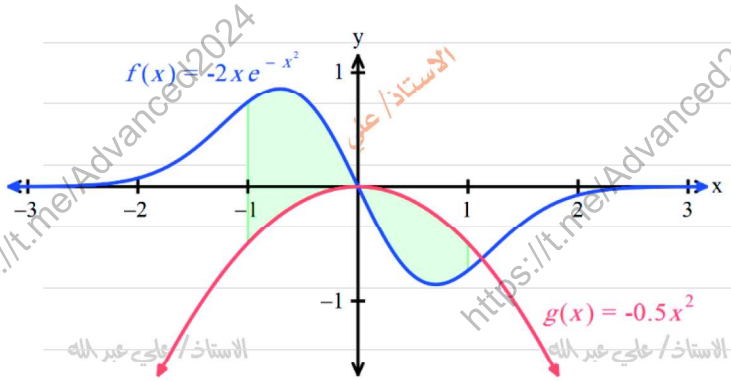
0503050917

أوجد مساحة المنطقة المظللة.

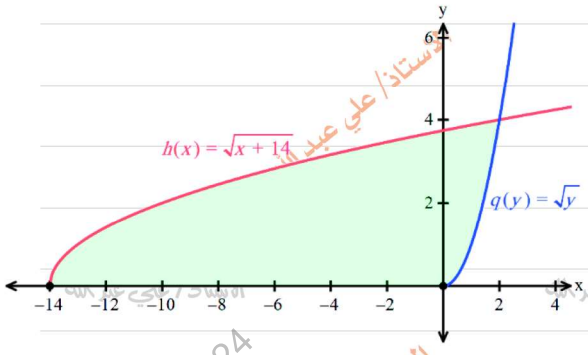
$$g(x) = 1 - x \quad , \quad f(x) = 3 - x^2$$



$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 \quad , \quad f(x) = -2xe^{x^2}$$

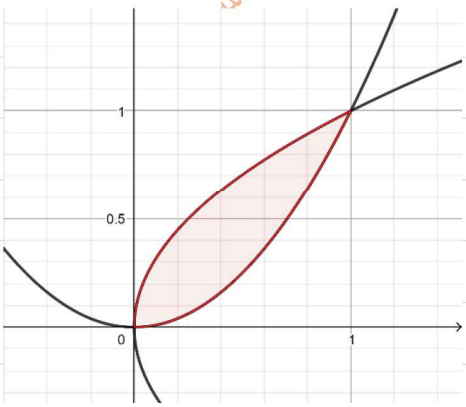


$$q(y) = \sqrt{y} \quad , \quad h(x) = \sqrt{x + 14}$$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(1 أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان ل $x = y^2$ ، $y = x^2$



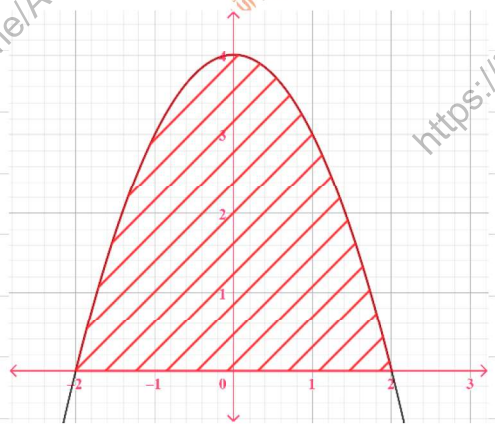
(A $A = \int_0^1 (x - x^2)\, dx$

(B $A = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)\, dx$

(C $A = \int_0^1 (y^2 - y)\, dx$

(D $A = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)\, dx$

(2 أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان ل $y = 4 - x^2$ و $y = 0$



(A $A = \int_0^2 (4 - x^2)\, dx$

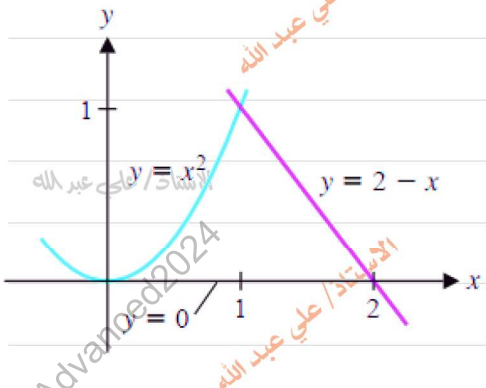
(B $A = \int_0^2 (x^2 - 4)\, dx$

(C $A = \int_{-2}^2 (4 - x^2)\, dx$

(D $A = \int_{-2}^2 (\sqrt{4 - y})\, dx$

(3 أوجد المساحة التي يحدها التمثيلان البيانيان لـ $y = x^2$ و $y = 2 - x$ و $y = 0$

اختر إجابتين.



(A $A = \int_0^1 \left((2 - y) - \sqrt{y}\right) dy$

(B $A = \int_0^2 \left((2 - y) - \sqrt{y}\right) dy$

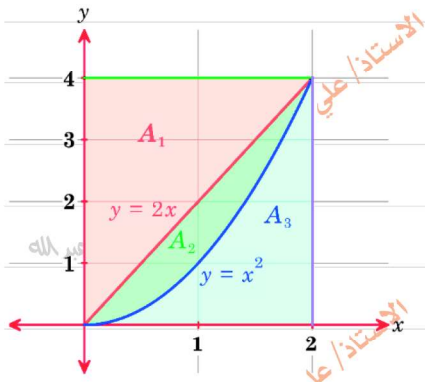
(C $A = \int_0^2 \left((2 - x) - x^2\right) dx$

(D $A = \int_0^1 x^2\, dx + \int_1^2 (2 - x)\, dx$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله 0503050917

(4 بدلالة A_1 و A_2 و A_3 حدد المساحة المعطاة للتكامل

$$\int_0^2 (4 - x^2)\,dx$$



(A A_1

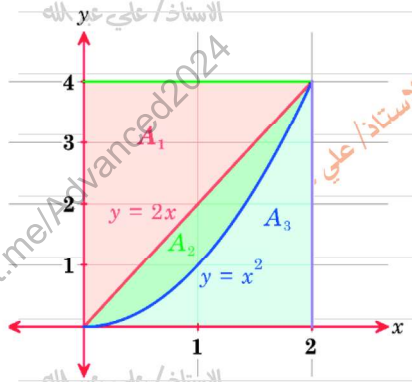
(B $A_1 + A_2$

(C A_3

(D $A_2 + A_3$

(5 بدلالة A_1 و A_2 و A_3 حدد المساحة المعطاة للتكامل

$$\int_0^2 (2x - x^2)\,dx$$



(A A_1

(B $A_1 + A_2$

(C A_2

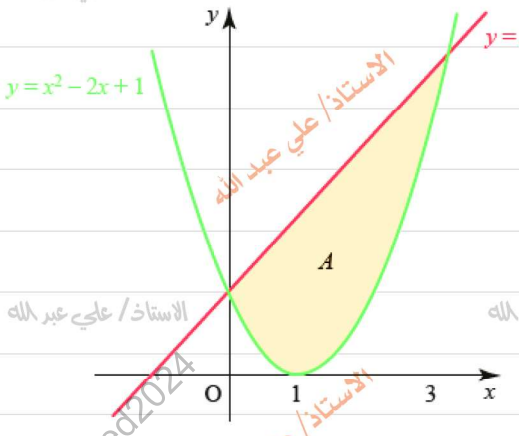
(D A_3

H (5 بدلالة A_1 و A_2 و A_3 حدد المساحة المعطاة للتكامل

وجد

$a)$ $\int_0^4 (2 - \sqrt{y})\,dy$ $b)$ $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{1}{2}y\right)dx$

(6 أوجد المساحة المحاطة بالرسوم البيانية ل $y = x + 1$ و $y = x^2 - 2x + 1$



(A $A = \int_0^3 \left((x + 1) - (x - 1)^2\right)dx$

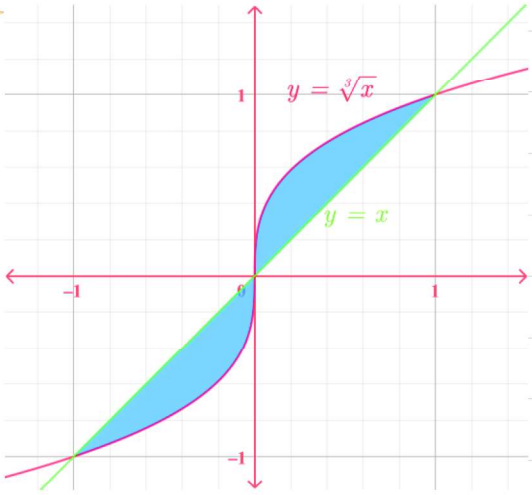
(B $A = \int_0^3 \left((1 + y) - (\sqrt{y} + 1)\right)dy$

(C $A = \int_0^3 \left((x - 1)^2 - (x + 1)\right)dx$

(D $A = \int_1^3 ((x + 1) - (x - 1)^2\,dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(7 أوجدالمساحة المحاطة بالرسوم البيانية ل $g(x) = x$ و $f(x) = \sqrt[3]{x}$



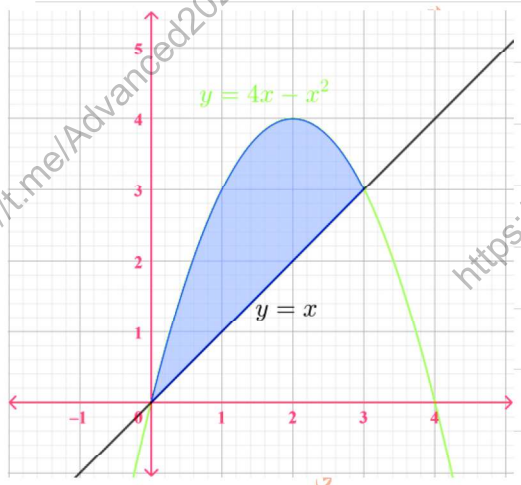
(A $A = \int_{-1}^{1} (\sqrt[3]{x} - x)\, dx$

(B $A = \int_{-1}^{0} \sqrt[3]{x}\, dx - \int_{0}^{1} x\, dx$

(C $A = \int_{-1}^{0} (\sqrt[3]{x} - x)\, dx - \int_{0}^{1} (x - \sqrt[3]{x})\, dx$

(D $A = \int_{-1}^{0} (x - \sqrt[3]{x})\, dx + \int_{0}^{1} (\sqrt[3]{x} - x)\, dx$

(8 أوجدالمساحة المحاطة بالرسوم البيانية ل $y = x$ و $y = 4x - x^2$



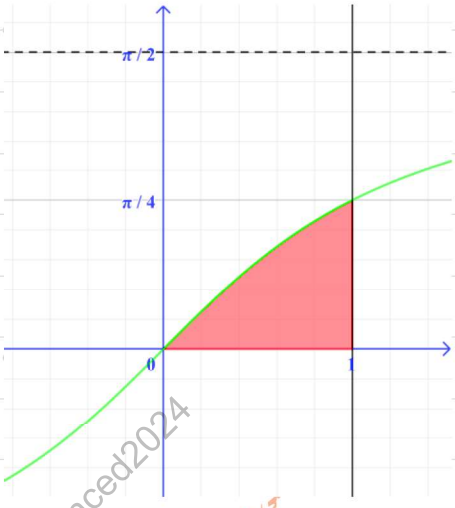
(A $A = \int_{0}^{4} (x - (4x - x^2))\, dx$

(B $A = \int_{0}^{4} ((4x - x^2) - x)\, dx$

(C $A = \int_{0}^{4} (y - \sqrt{4y - y^2})\, dy$

(D $A = \int_{0}^{3} ((4x - x^2) - x)\, dx$

(9 أوجدالمساحة المحاطة بالرسوم البيانية $y = \tan^{-1} x$ و $x = 1$ و axis-x



(A $A = \frac{\pi}{4} - \ln\sqrt{2}$

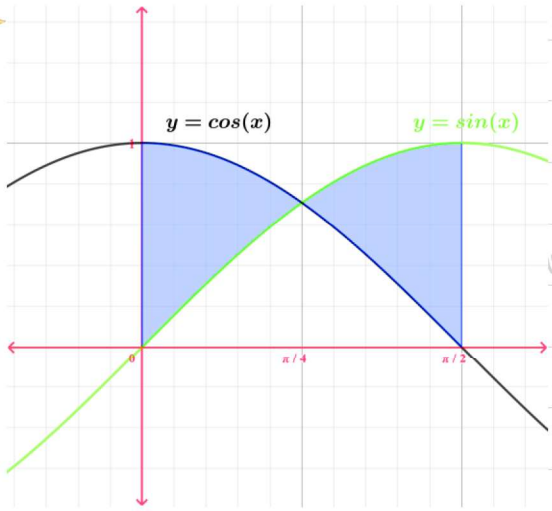
(B $A = \frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2}$

(C $A = \frac{\pi}{2} - \ln\sqrt{2}$

(D $A = \frac{\pi}{4} - \ln 2$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(10 أوجدالمساحة المحاطة بالرسوم البيانية ل $y = \sin x$ و $y = \cos x$



(A $A = 2\sqrt{2} + 2$

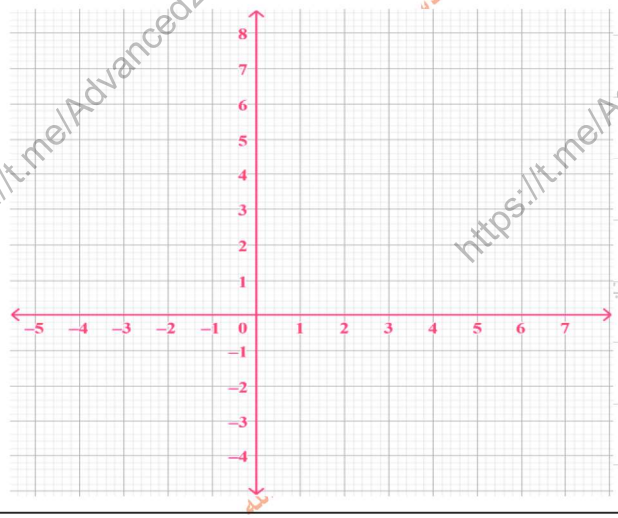
(B $A = 2\sqrt{2} - 2$

(C $A = \sqrt{2} + 2$

(D $A = \sqrt{2} - 2$

(11 ارسم وأوجد مساحة المنطقة التي تحددها تقاطعات المنحنيات.

$y = x$, $y = 6 - x$, $y = 2$, $y = 0$



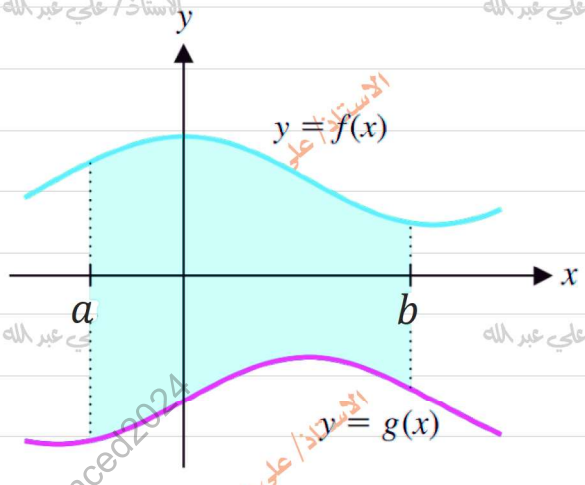
(A $A = 4$

(B $A = 6$

(C $A = 8$

(D $A = 10$

(12 أوجدالمساحة المحاطة بمنحنيين في الرسم البياني الآتي



(A $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$

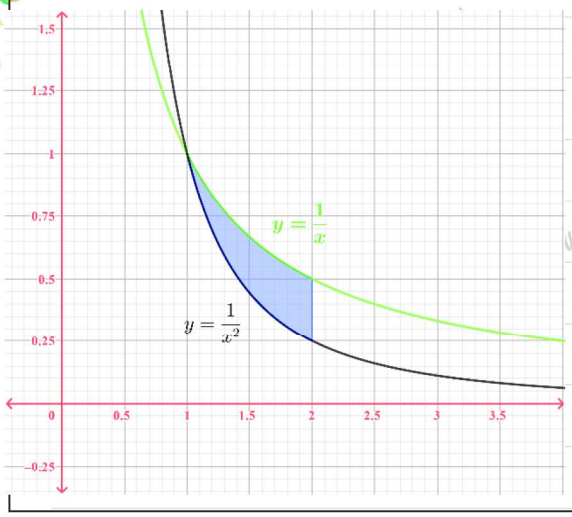
(B $A = \int_a^b [g(x) - f(x)]\,dx$

(C $A = \int_a^b f(x)\,dx$

(D $A = \int_a^b g(x)\,dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

(13 أوجدالمساحة المحاطة بالرسوم البيانية ل $y=\frac{1}{x}$ و $y=\frac{1}{x^2}$ ، $1\le x\le 2$



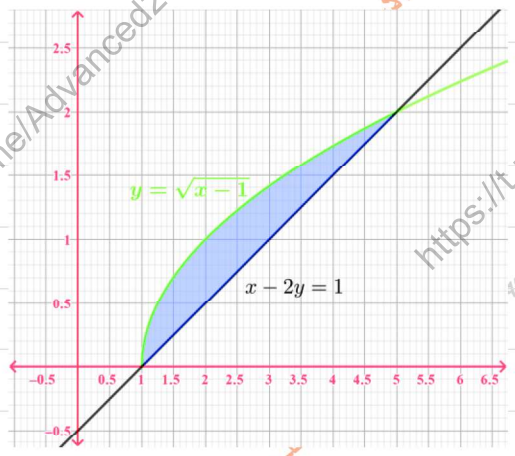
(A $A=\int_1^2\left[\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right]dx$

(B $A=\ln 2-\frac{1}{2}$

(C $A=\ln 2+\frac{1}{2}$

(D $A=2\ln 2+1$

(14 أوجد مساحة المنطقة التي يحدها $y=\sqrt{x-1}$ و $x-2y=1$ ، $1\le x\le 5$



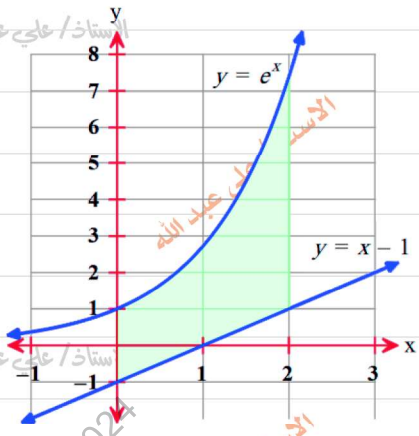
(A $A=\frac{4}{3}$

(B $A=\frac{3}{4}$

(C $A=\frac{3}{2}$

(D $A=\sqrt{3}-2$

(15 أوجد مساحة المنطقة التي يحدها $y=x-1$ و ، $y=e^x$ في الفترة $[0,2]$



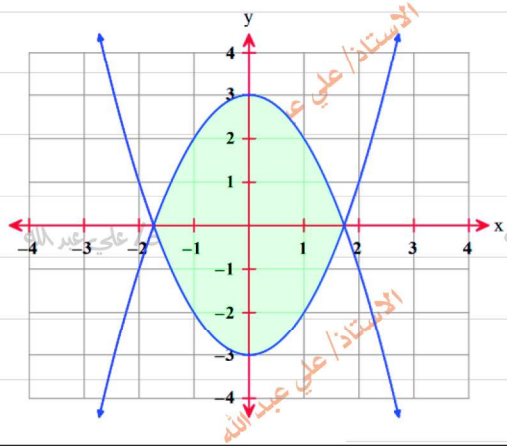
(A $A=e^2-2$

(B $A=e^2-1$

(C $A=e^2$

(D $A=e^2+2$

(16 أوجد مساحة المنطقة التي يحدها $y = x^2 - 3$ و $y = 3 - x^2$



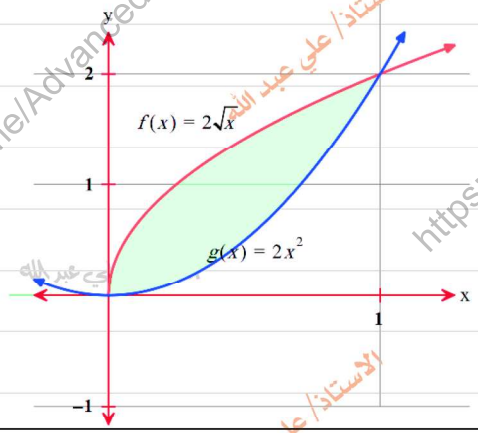
(A $A = 13.8564$

(B $A = 18.3564$

(C $A = 23.85$

(D $A = 3.8564$

(17 أوجد المساحة الدقيقة للمنطقة التي يحدها $y = 2\sqrt{x}$ و $y = 2x^2$



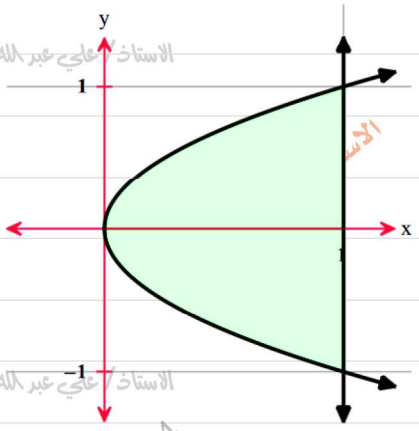
(A $A = \frac{1}{3}$

(B $A = 0.33$

(C $A = \frac{2}{3}$

(D $A = 1.5$

(18 أوجد المساحة الدقيقة للمنطقة التي يحدها $y^2 = x$ و $x = 1$



(A $A = \frac{4}{3}$

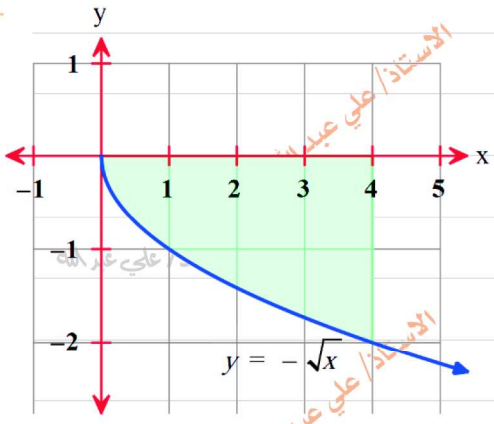
(B $A = \frac{3}{4}$

(C $A = \frac{2}{3}$

(D $A = \frac{5}{4}$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(19 أوجد خطا رأسيا $x = k$ يقسم المساحة المحاطة ب $y = -\sqrt{x}$ و $x = 4$ و $y = 0$ إلى منطقتين متساويتين في المساحة.



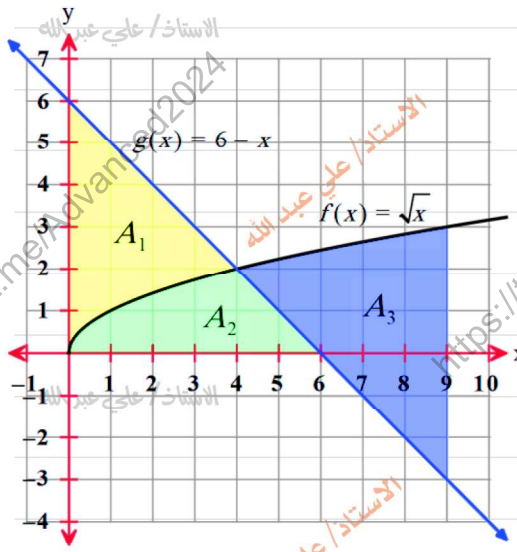
(A $k = 4$

(B $k = 4^{2/3}$

(C $k = 4^{3/2}$

(D $k = 2$

(20 استخدم الشكل المصاحب للإشارة إلى أي من التكاملات الآتية التكامل الصحيح للمساحة A_2



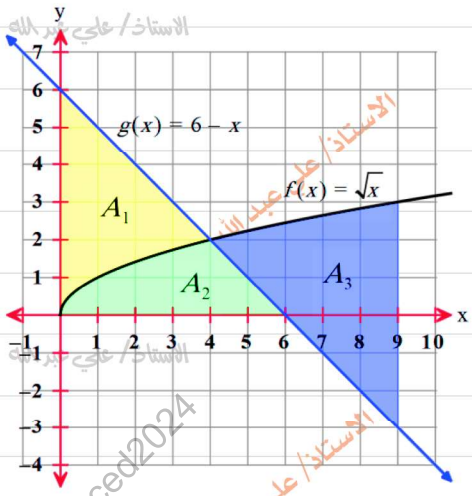
(A $A_2 = \int_0^6 (6 - x - \sqrt{x})\, dx$

(B $A_2 = \int_0^4 \sqrt{x}\, dx + \int_4^6 (6 - x)\, dx$

(C $A_2 = \int_0^6 (\sqrt{x} - 6 + x)\, dx$

(D $A_2 = \int_0^2 (y^2 + y - 6)\, dy$

(21 استخدم الشكل المصاحب للإشارة إلى أي من التكاملات الآتية التكامل الصحيح للمساحة A_1



(A $A_1 = \int_0^4 (6 - x - \sqrt{x})\, dx$

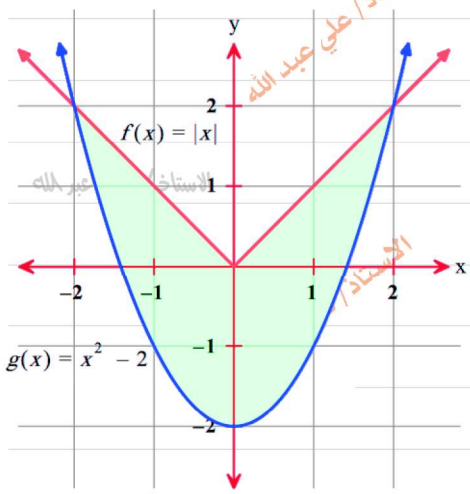
(B $A_1 = \int_0^4 \sqrt{x}\, dx + \int_4^6 (6 - x)\, dx$

(C $A_1 = \int_0^6 (\sqrt{x} - 6 + x)\, dx$

(D $A_1 = \int_0^2 (y^2 + y - 6)\, dy$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(22 استخدم الشكل الموجود على اليمين للإشارة إلى أي من التكاملات التالية هو التكامل الصحيح لحساب المساحة الواقعة بين منحنيات $y = |x|$ و $y = x^2 - 2$



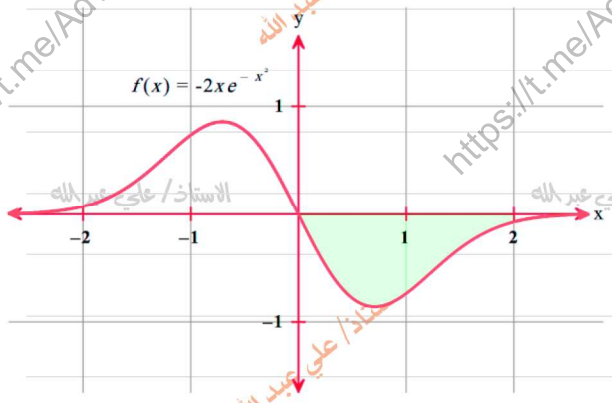
(A $2\int_0^2 (x - x^2 + 2)\,dx$

(B $\int_{-2}^2 (x - x^2 + 2)\,dx$

(C $\int_{-2}^0 (x - x^2 - 2)\,dx + \int_0^2 (x - x^2 + 2)\,dx$

(D $2\int_0^2 (x - x^2 - 2)\,dx$

(23 استخدم الشكل الموجود على اليمين للإشارة إلى أي من التكاملات التالية هو التكامل الصحيح للمساحة الواقعة بين منحنيات $y = -2xe^{-x^2}$ والمحور x على الفترة $[0, 2]$



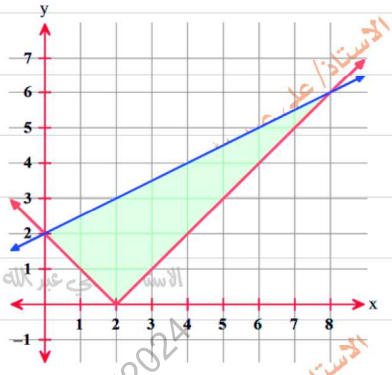
(A 0.8917π

(B 0.9817

(C 0.8917

(D $0.9817\,\pi$

(24 أوجد المساحة المحصورة بين المنحنيات $y = |x - 2|,\ y = \frac{x}{2} + 2$



(A 3.0240

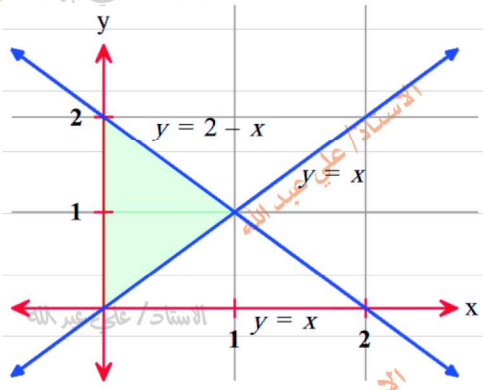
(B 11.9998

(C 3.0251

(D 3.0262

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(25 أوجد مساحة المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = x$ ، $y = 2 - x$ و $x = 0$.



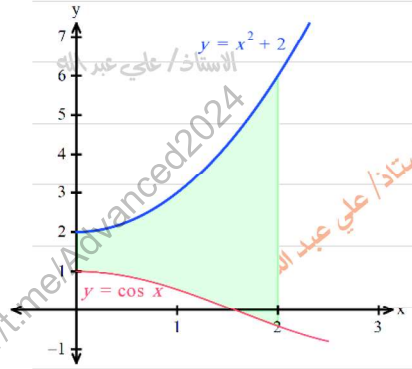
(A 1

(B 2

(C $\frac{1}{2}$

(D $\frac{1}{3}$

(26 أوجد المساحة الواقعة بين منحنيات $y = x^2 + 2$ ، $y = \cos x$ على الفترة $0 \le x \le 2$



(A $\frac{20}{3} - \sin 2$

(B $\frac{20}{3} - \cos 2$

(C $\frac{14}{3} - \cos 2$

(D $\frac{14}{3} - \sin 2$

(27 أوجد مساحة المنطقة المحاطة ب هي $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ و $x = \frac{\pi}{2}$ و $y = -x$ و $x = 0$ المساحة التقريبية تساوي

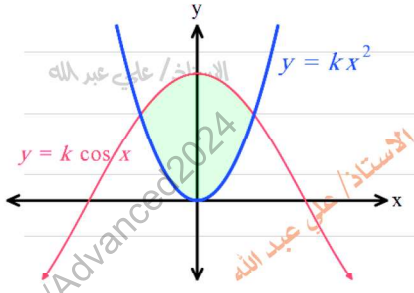
(A 1.1169

(B 2.2337

(C 4.4674

(D 1

(28 إذا كانت المساحة المحاطة بالدالتين $y = k\cos x$ و $y = kx^2$ هي 2، فما قيمة k



(A 1.85

(B 2.83

(C 0.91

(D 1.83

0503050917

(29) أوجد الخط الأفقي $y = k$ الذي يقسم المساحة بين $y = x^2$ و $y = 9$ منطقتين متساويتين.

(A) $\frac{9}{\sqrt[4]{4}}$

(B) $\frac{9}{\sqrt[3]{4}}$

(C) $\frac{27}{\sqrt[3]{4}}$

(D) $\frac{9}{2}$

(30) أوجد مساحة المنطقة المحاطة ب $y = -2\sec^2 x$ و $y = 2\cos x$ و $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = 0$.

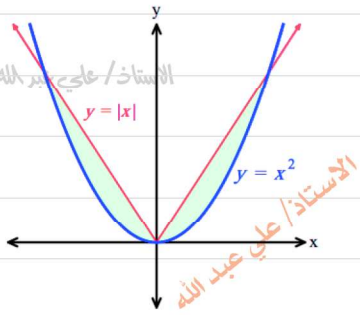
(A) $\sqrt{2} - 2$

(B) $2 - \sqrt{2}$

(C) $2 + \sqrt{2}$

(D) $3 + 2\sqrt{2}$

(31) مساحة المنطقة التي تحدها منحنيات $y = |x|$ و $y = x^2$



(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) 1

(D) 2

(32) المنطقة التي يحدها المحور *السيني* وجزء الرسم البياني بين $y = \cos x$ بين $x = -\frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{\pi}{2}$ فصلها إلى منطقتين بواسطة الخط $x = k$. إذا كانت مساحة المنطقة $-\frac{\pi}{2} \le x \le k$ تساوي ثلاثة أمثال مساحة المنطقة ل $k \le x \le \frac{\pi}{2}$ ، إذن $k =$

(A) $\frac{\pi}{4}$

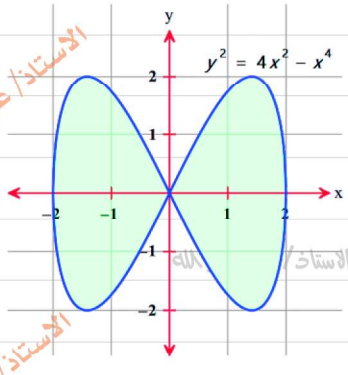
(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

(D) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(33 مساحة المنطقة التي تحدها منحنيات $y^2 = 4x^2 - x^4$ هو



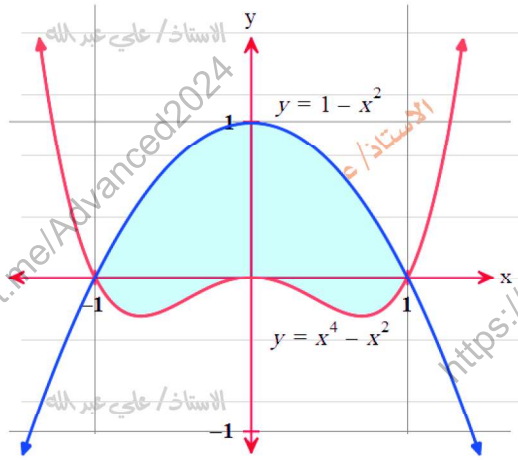
(A $\frac{16}{3}$

(B $\frac{32}{3}$

(C $\frac{16}{6}$

(D $\frac{32}{6}$

(34 مساحة المنطقة التي تحدها منحنيات $y = x^4 - x^2$ و $y = 1 - x^2$



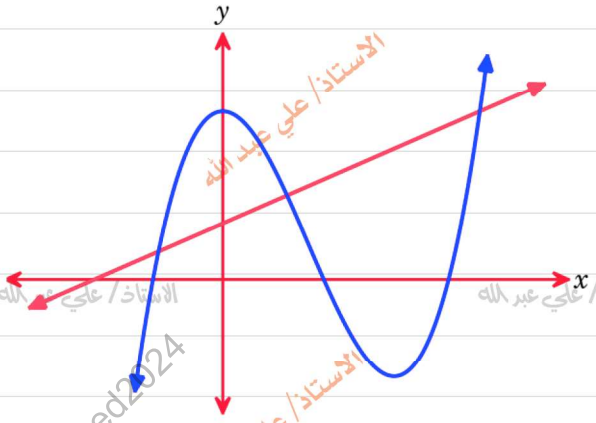
(A $\frac{8}{5}$

(B $\frac{16}{5}$

(C $\frac{17}{15}$

(D $\frac{7}{3}$

(35 ما مساحة المنطقة المحاطة بالرسم البياني: $f(x) = x + 2$ و $g(x) = x^3 - 4x^2 + 6$؟



(A $\frac{193}{12}$

(B $\frac{218}{12}$

(C $\frac{253}{12}$

(D $\frac{305}{12}$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(36) ما مساحة المنطقة في الربع الأول ، يحدها المنحنى: $y = \sqrt[3]{x}$ و $y = x$؟

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

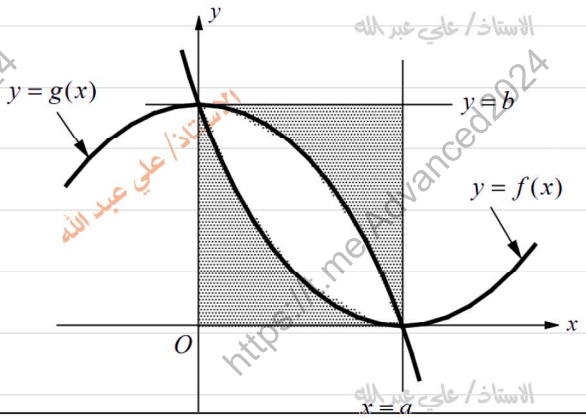
(37) أي من الآتي يمثل مساحة المنطقة المظللة في الشكل؟

(A) $\int_0^a [g(x) - f(x)]\,dx$

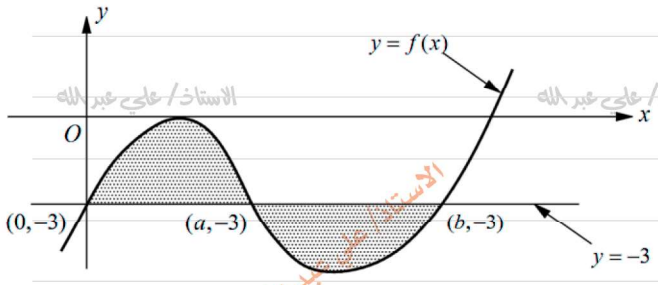
(B) $\int_0^a [b + g(x) - f(x)]\,dx$

(C) $\int_0^a [b - g(x) - f(x)]\,dx$

(D) $\int_0^a [b - g(x) + f(x)]\,dx$



(38) يتقاطع المنحنى $y = f(x)$ والخط المستقيم $y = -3$، الموضحان في الشكل أدناه ، عند النقاط $(b, -3)$ و $(a, -3)$ و $(0, -3)$. مجموع مساحة المنطقة المظللة المحاطة بالمنحنى، والخط المستقيم يعطى بالعلاقة:



(A) $\int_0^a [3 - f(x)]\,dx + \int_a^b [-3 + f(x)]\,dx$

(B) $\int_0^a [-3 + f(x)]\,dx + \int_a^b [3 - f(x)]\,dx$

(C) $\int_0^a [f(x) + 3]\,dx + \int_a^b [-3 - f(x)]\,dx$

(D) $\int_0^a [f(x) - 3]\,dx + \int_a^b [3 - f(x)]\,dx$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله

(39) قرب مساحة المنطقة التي تقع أسفل $y = 3\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ وفوق $y = 0.3x$، حيث $0 \le x \le \pi$

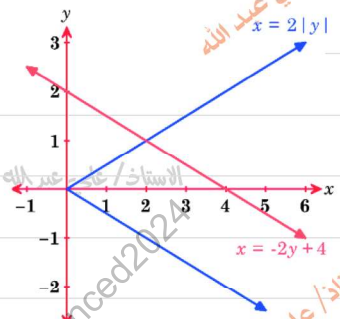
(A) 6.314

(B) 2.442

(C) 0.558

(D) 1.118

(40) أوجد المساحة المحصورة بين المنحنيين $x = 2|y|$ و $x = -2y + 4$ و $y = 0$



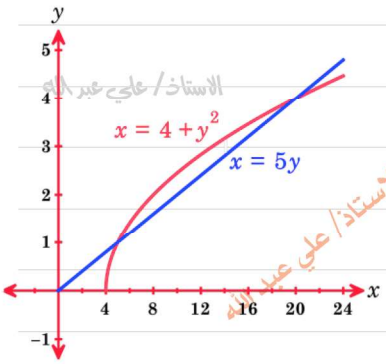
(A) 1

(B) 2

(C) 0.5

(D) 3.0

(41) أوجد المساحة التي تحدها المنحنيات $x = 5y$ و $x = 4 + y^2$



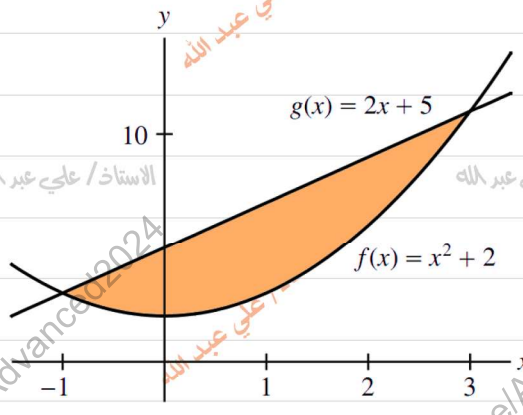
(A) $\boldsymbol{A = \int_1^4 (5y - (4 + y^2))dy}$

(B) $\boldsymbol{A = \int_5^{20} (5x - (4 + x^2))dx}$

(C) $\boldsymbol{A = \int_5^{20} \left((4 + y^2) - 5y\right)dy}$

(D) $\boldsymbol{A = \int_1^4 \left((4 + x^2) - 5x\right)dx}$

(42) أوجد مساحة المنطقة المحاطة بالتمثيلين البيانيين لـ $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = 2x + 5$



(A) $\frac{32}{5}$

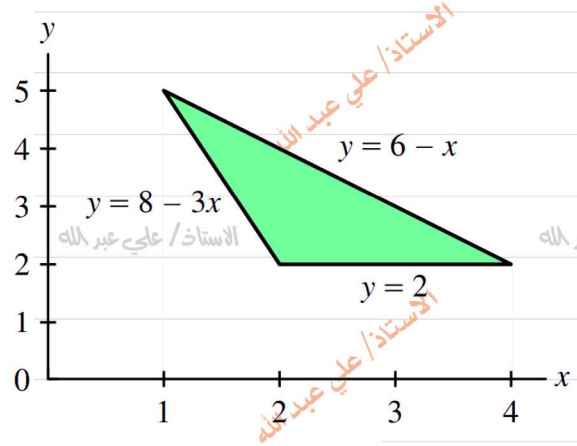
(B) $\frac{23}{7}$

(C) $\frac{32}{3}$

(D) $\frac{33}{4}$

0503050917

(43) أوجد مساحة المنطقة المحاطة بالتمثيلات البيانية لـ $y = 8 - 3x$ و $y = 6 - x$ و $y = 2$



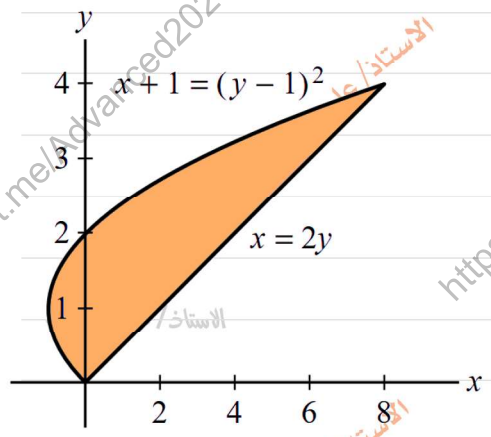
(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(44) أوجد مساحة المنطقة المحاطة بالتمثيلين البيانيين لـ $x = 2y$ و $x + 1 = (y - 1)^2$



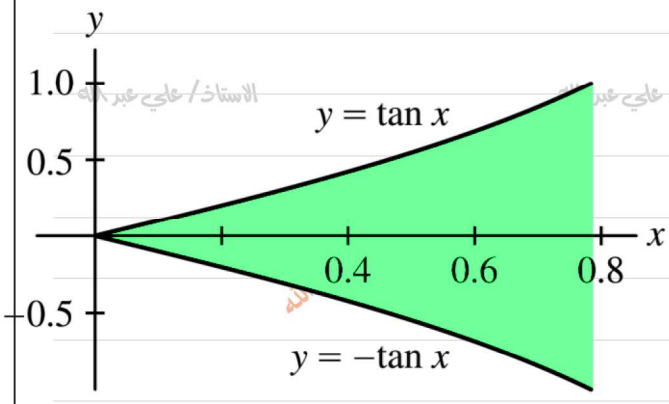
(A) $\frac{32}{5}$

(B) $\frac{23}{7}$

(C) $\frac{37}{3}$

(D) $\frac{32}{3}$

(45) أوجد مساحة المنطقة المحاطة بالتمثيلات البيانية لـ $y = \tan x$ ، $y = -\tan x$ و $x = \frac{\pi}{4}$

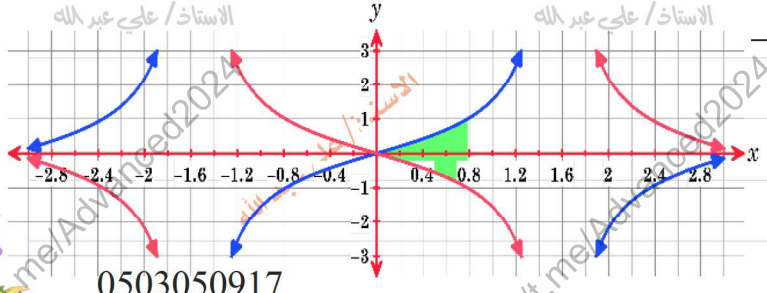


(A) $2 \ln 2$

(B) $\frac{1}{2}\tan^2 2$

(C) $\sec^2 2$

(D) 2



0503050917

L6-1 المساحة بين المنحنيات

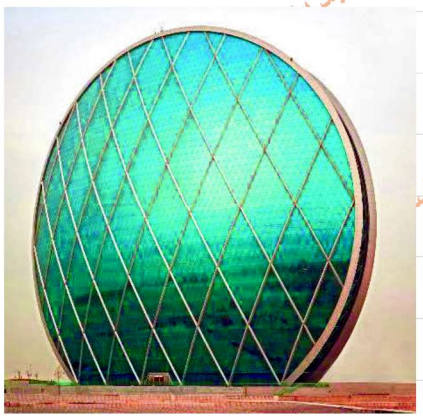
مفاتيح الإجابة

Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.
1)	B	2)	C	3)	A, D	4)	B	5)	C A_3, A_2
6)	A	7)	D	8)	D	9)	A	10)	B
11)	C	12)	A	13)	B	14)	A	15)	B
16)	A	17)	C	18)	A	19)	B	20)	B
21)	A	22)	A	23)	B	24)	B	25)	A
26)	A	27)	B	28)	D	29)	B	30)	C
31)	A	32)	B	33)	B	34)	A	35)	C
36)	B	37)	D	38)	C	39)	A	40)	B
41)	A	42)	C	43)	C	44)	D	45)	A

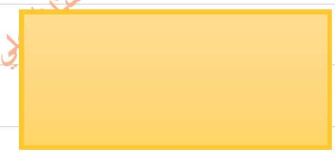
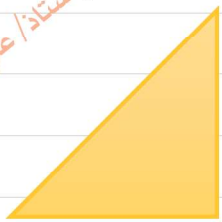
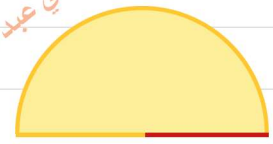
الاستاذ/ علي عبد الله
https://t.me/Advanced2024

❑ الحجوم عن طريق التقطيع



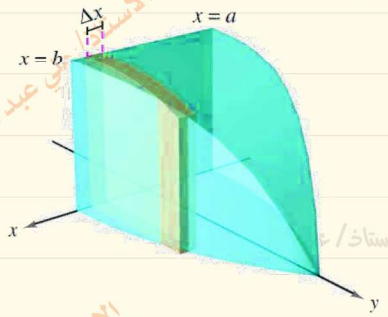
مساحة المقاطع العرضية لبعض الاشكال

.1 دائرة  $A = \pi r^2$	.2 مربع  $A = x^2$ $A = \frac{1}{2}d^2$
.3 المستطيل  $A = ab$	.4 مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية  $A = \frac{1}{2}b^2$
.5 مثلث متساوي الأضلاع $A = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2$	.6 نصف دائرة  $A = \frac{1}{2}\pi r^2$

حجم المجسمات ذات المقاطع العرضية المعروفة

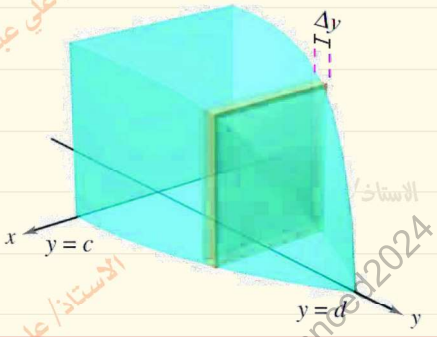
1) بالنسبة للمقاطع العرضية للمنطقة المأخوذة بشكل عمودي على المحور x، $A(x)$

$$Volume = \int_a^b A(x)\,dx$$



2) بالنسبة للمقاطع العرضية للمنطقة المأخوذة بشكل عمودي على المحور y، $A(y)$

$$Volume = \int_c^d A(y)\,dy$$



خطوات إيجاد حجم مجسم ذات مقطع عرضي معروف

① ارسم قاعدة المقطع العرضي للمجسم.
② التعبير عن مساحة المقطع العرضي كدالة $A(x)$ كدالة في x **أو** $A(y)$ كدالة لـ y
③ ايجاد حدود التكامل.
④ أوجد قيمة التكامل المحدد.

$$Volume = \int_a^b A(x)\,dx \quad \textbf{or} \quad Volume = \int_c^d A(y)\,dy$$

1) أوجد حجم المجسم الذي له مساحة المقطع العرضي $A(x)$.

A) $A(x) = x + 2$, $-1 \le x \le 3$

B) $A(x) = 10e^{0.01x}$, $0 \le x \le 10$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

C) $A(x) = \pi(4-x)^2 \quad , \quad 0 \le x \le 2$

D) $A(x) = 2(x+1)^2 \quad , \quad 1 \le x \le 4$

==========

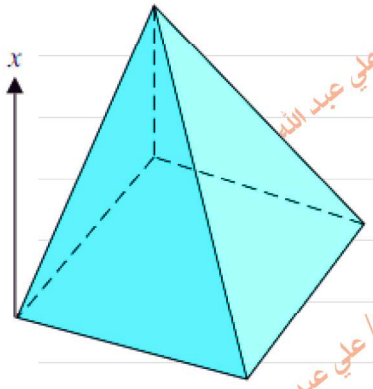
2) جرة فخارية لها مقاطع عرضية دائرية نصف قطرها $4 + \sin\frac{x}{2}$ بوصة ل $0 \le x \le 2\pi$ احسب حجمها.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A)$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2A$$

3) جرة فخارية لها مقاطع عرضية دائرية نصف قطرها $4 - \sin\frac{x}{2}$ بوصة ل $0 \le x \le 2\pi$ احسب حجمها.

4) يبلغ ارتفاع الهرم الأكبر في الجيزة 500 قدم ، ويرتفع من قاعدة مربعة ضلعها 750 قدما. احسب حجمه باستخدام التكامل.



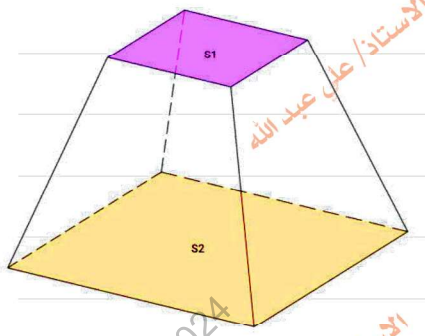
لإيجاد حجم الهرم بارتفاع h وقاعدة مربعة طول ضلعها ℓ :

$$V = \left(\frac{\ell}{h}\right)^2 \int_0^h (h-x)^2\,dx$$

أو

$$V = \int_0^h \left(\ell - \frac{\ell}{h}x\right)^2 dx$$

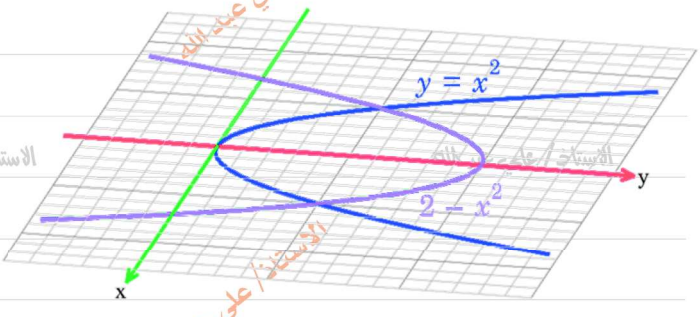
5) لنفترض أنه بدلا من إكمال هرم بقاعدة مربعة طول ضلعها 750 قدما ، توقف البناة عند ارتفاع 250 قدما (مع هضبة مربعة في الاعلى طول ضلعها 375 قدما). احسب حجم هذا الهيكل.



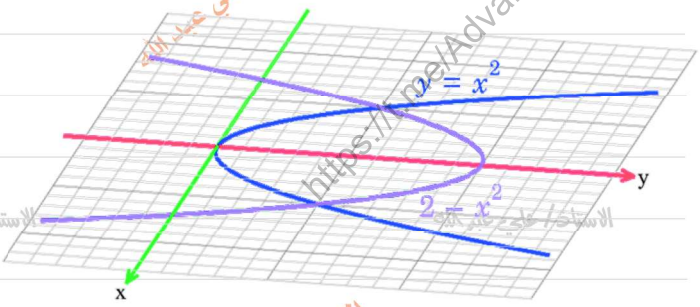
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

6) قاعدة المجسم هي المنطقة التي يحدها $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$. أوجد حجم المجسم إذا كان:

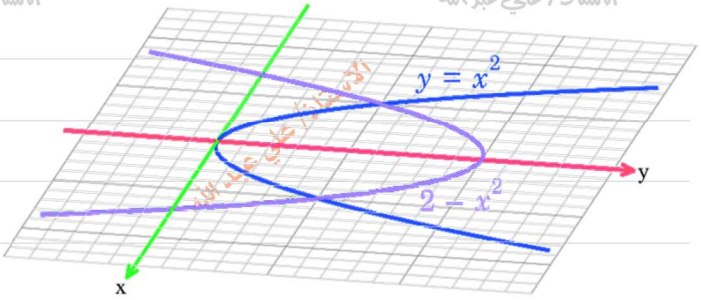
(أ) المقاطع العرضية المربعة عمودي على المحور x.



(ب) مقاطع عرضية نصف دائرية عمودية على المحور x.



(ج) المقاطع العرضية مثلث متساوي الأضلاع عمودي على المحور x.



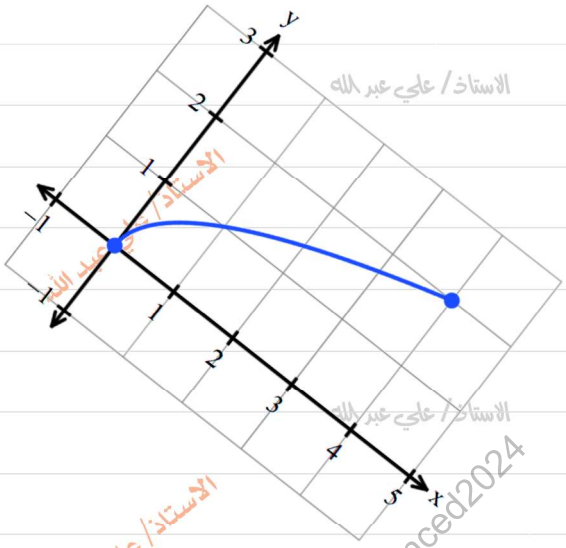
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

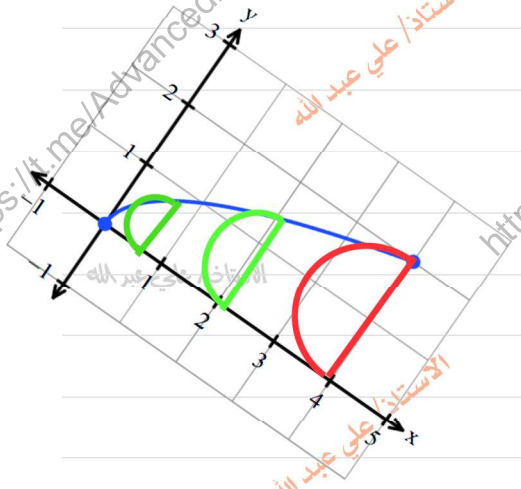
7) قاعدة المجسم هي المنطقة التي يحدها $y = \sqrt{x}$، $y = 0$ و $x = 4$ أوجد الحجم V إذا كان

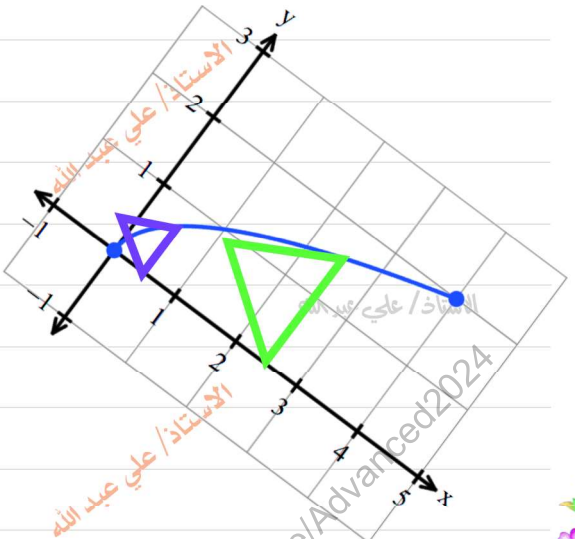
(أ) المقاطع العرضية المربعة عمودي على المحور x.

(ب) مقاطع عرضية نصف دائرية عمودية على المحور x.

(ج) مقاطع عرضية مثلث متساوية الأضلاع عمودية على المحور x.

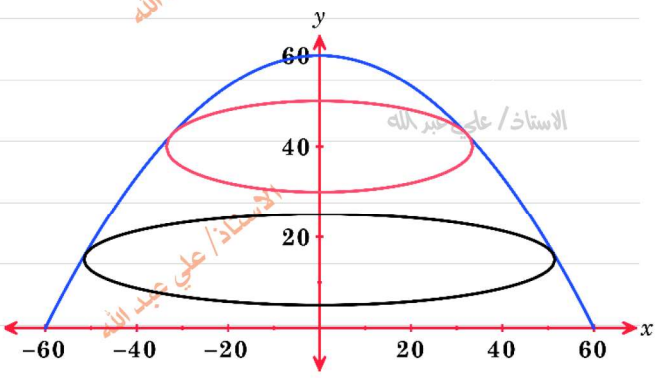






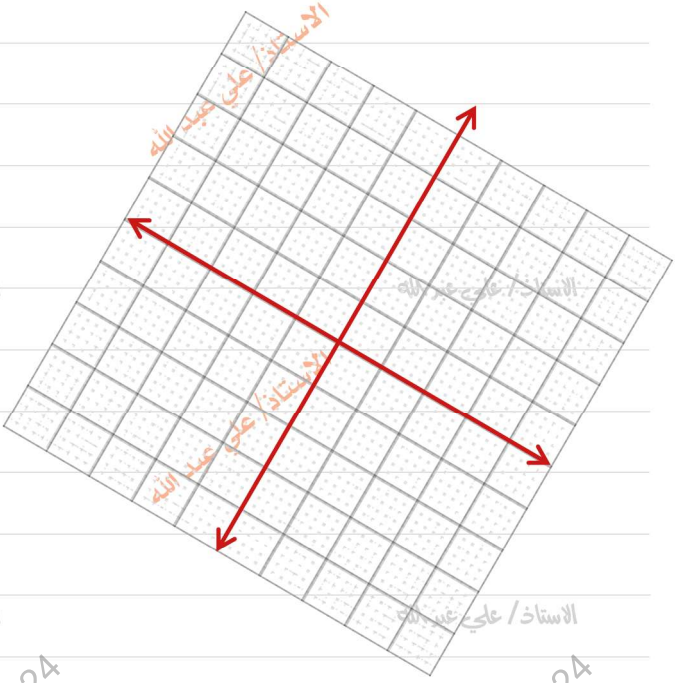
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

8) يتم إعطاء مخطط القبة بواسطة ل $y = 60 - \frac{x^2}{60}$ (وحدات القدم) ،$-60 \le x \le 60$. مع مقاطع عرضية دائرية متعامدة مع المحور y . أوجد حجمه



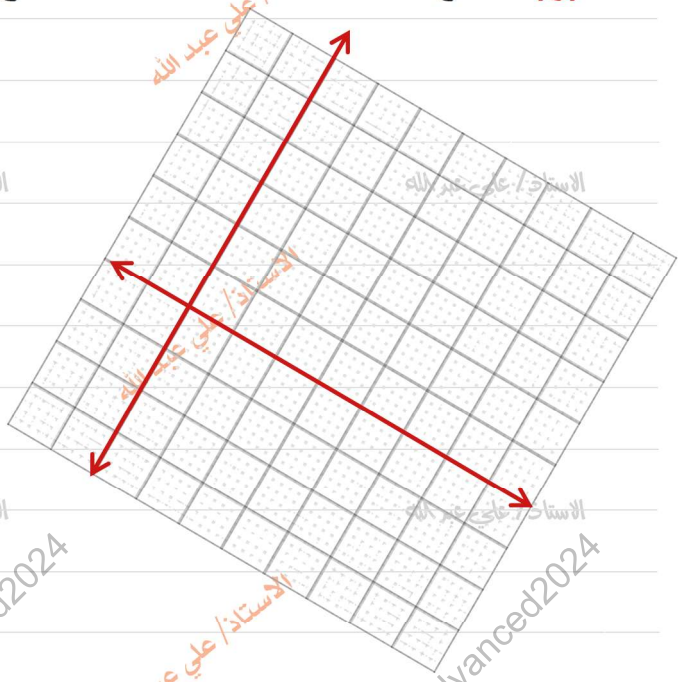
الواجبات المنزليه

1) قاعدة المجسم هي المثلث ذو الرؤوس $(1,0)$ و $(0,1)$ و $(-1,0)$ أوجد الحجم إذا كان يحتوي على (أ) مقاطع عرضية مربعة و (ب) مقاطع عرضية نصف دائرية عمودية على المحور x.



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

2) قاعدة المجسم هي المنطقة التي يحدها $y = \ln x$ و $x = 2$ و $y = 0$. أوجد الحجم إذا كان يحتوي على (أ) مقاطع عرضية مربعة (ب) مقاطع عرضية نصف دائرية و (ج) مقاطع عرضية مثلثة متساوية الأضلاع متعامدة مع المحور x.



3) المنطقة R هي قاعدة المجسم حيث $f(x) \geq g(x)$ لكل $a \leq x \leq b$. بالنسبة لهذه المجسم ، يكون كل مقطع عرضي عمودي على المحور x هي مستطيلات ارتفاعها 5 مضروبا في القاعدة. أي التكاملات الآتية يعطي حجم هذا المجسم؟

(a) $25\int_a^b (g(x)-f(x))^2 dx$ (b) $5\int_a^b (g(x)-f(x))dx$ (c) $5\int_a^b (f(x)-g(x))dx$ (d) $5\int_a^b (f(x)-g(x))^2 dx$

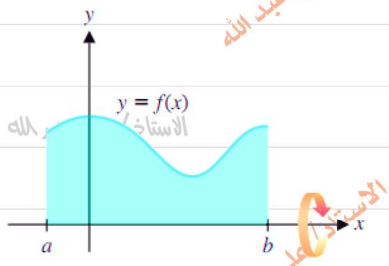
https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله





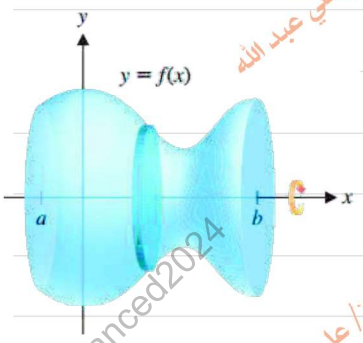
❑ الحجوم حسب طريقة الأقراص

يتم استخدام طريقة الأقراص عندما نقوم بتدوير منحنى واحد $y = f(x)$ حول المحور x أو المحور y.

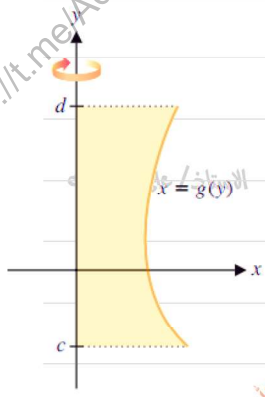


يتم إعطاء حجم المجسم التي تشكلت عن طريق تدوير المنطقة التي يحدها المنحنى $y = f(x)$ والمحور x و $x = b$ و $x = a$ حول محور x بواسطة:

$$V = \pi \int_a^b [\, f(x) \,]^2 \, dx$$

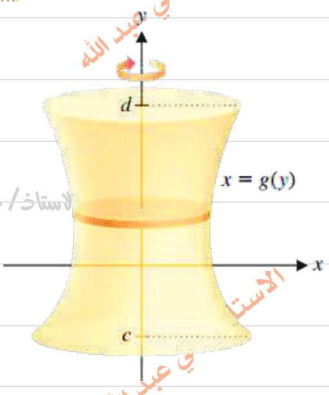


المقطع العرضي العمودي على محور الدوران له شكل قرص نصف قطره $r = f(x)$.



وبالمثل ، يمكننا حجم المجسم التي تشكلت عن طريق تدوير المنطقة التي يحدها المنحنى $x = f(y)$ والمحور x و $y = d$ و $y = c$ حول محور y بواسطة:

$$V = \pi \int_c^d [\, g(y) \,]^2 \, dy$$



المقطع العرضي العمودي على محور الدوران له شكل قرص نصف قطره $r = g(y)$.

طريقة الأقراص

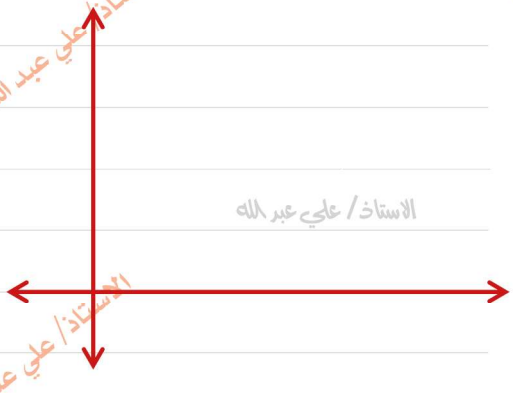
$$V = \pi \int_c^d r^2 \, dy \qquad or \qquad V = \pi \int_a^b r^2 \, dx$$

دوران حول المحور y — دوران حول المحور x

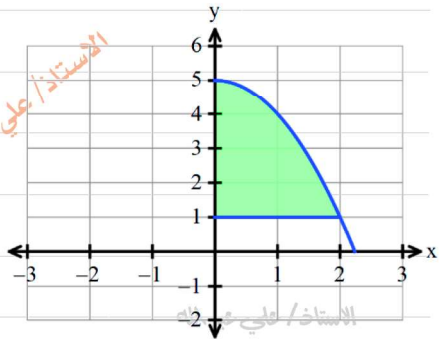
الشريحة عمودية على محور الدوران.

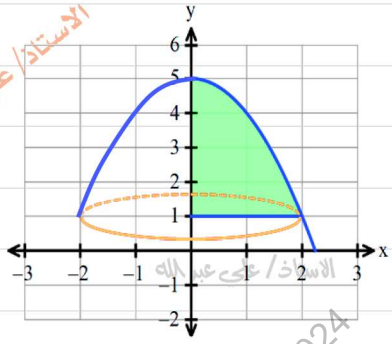
حيث $r = g(x)$ — حيث $r = f(x)$

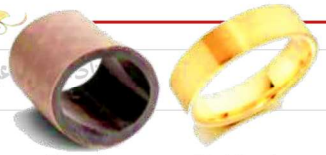
4) قم بتدوير المنطقة الموجودة أسفل المنحنى $f(x) = \sqrt{x}$ على الفترة $[0,3]$ حول المحور *السيني* x أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران.



5) أوجد حجم المجسم الناتجة عن تدوير المنطقة التي تحدها المنحنيات $y = 1$ و $y = 5 - x^2$ من $x = 0$ إلى $x = 2$ حول المحور y.







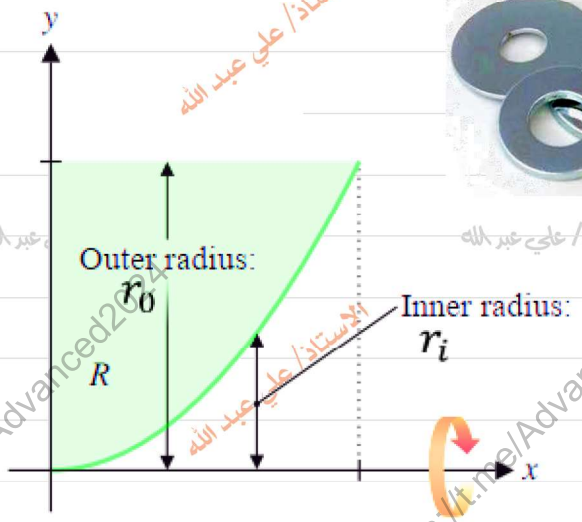
حول المحور *السيني* x ($y = 0$) أو $y = A$

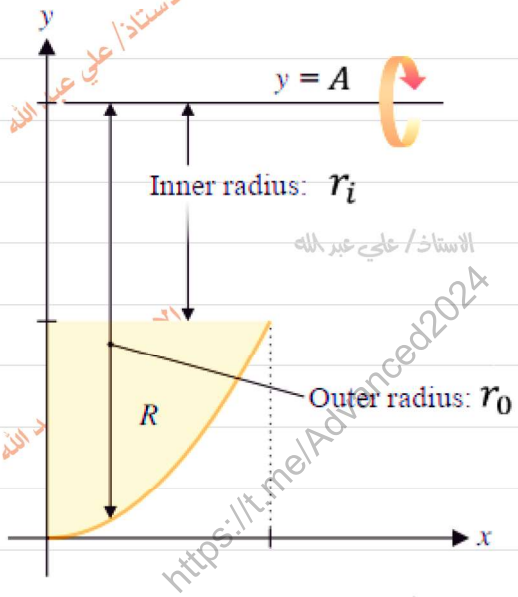
حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المحور *السيني* أو $y = A$ المعطاة بواسطة:

$$V = \int_a^b \pi \left(r_o^2 - r_i^2 \right) dx$$

حيث r_o نصف القطر الخارجي للمجسم
r_i وهو نصف القطر الداخلي للمجسم
يجب أن يكون نصف القطر كدالة في x



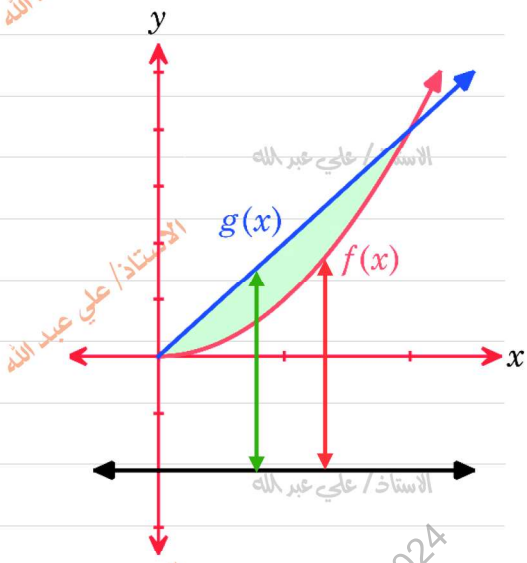


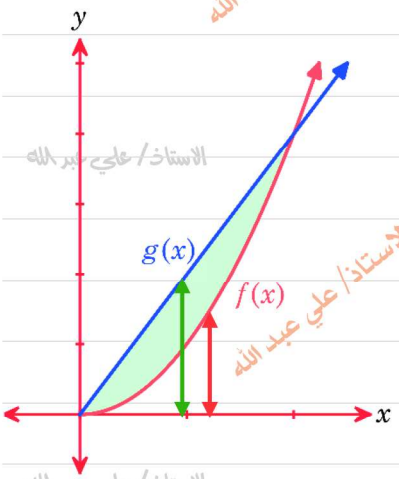


حول $y = A, A < 0$
r_o = الدالة العلوية + $|A|$
r_i = الدالة السفلية + $|A|$

حول $y = A, A > 0$
$r_o = A -$ الدالة السفلية
$r_i = A -$ الدالة العلوية.

حول *المحور السيني* $(y = 0)$
r_o = الدالة العلوية.
r_i = الدالة السفلية.



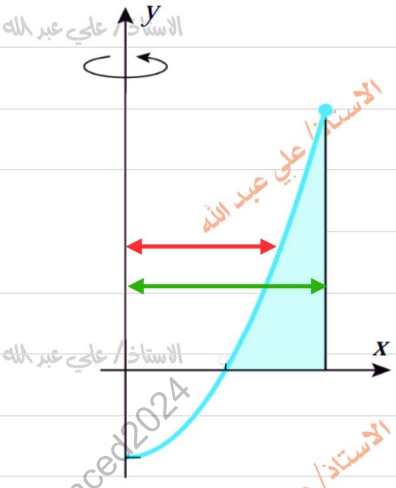


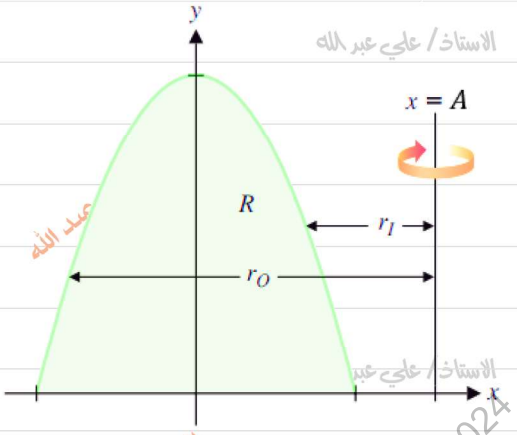
حول المحور الصادي y ($x = 0$) أو $x = A$

حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المحور *الصادي* أو $x = A$ المعطاة بواسطة:

$$V = \int_a^b \pi \left(r_o^2 - r_i^2 \right) dy$$

حيث r_0 نصف القطر الخارجي للمجسم
و r_i وهو نصف القطر الداخلي للمجسم
يجب أن يكون نصف القطر كدالة في y

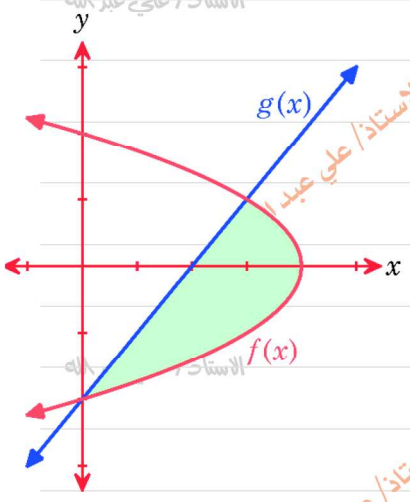


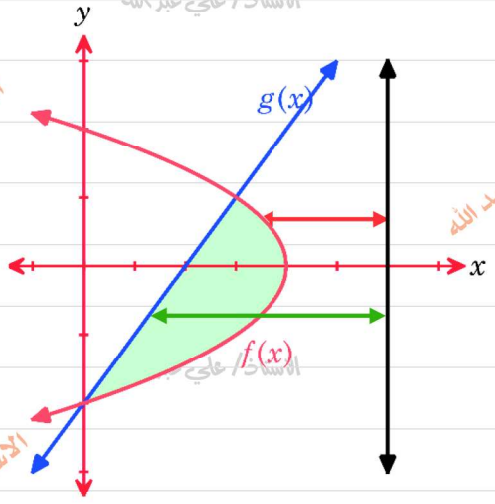


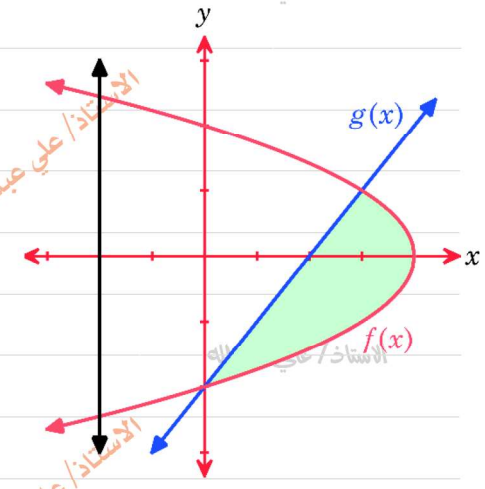
حول المحور الصادي y $(x = 0)$
r_0 = الدالة اليمين
r_i = الدالة اليسار.

حول $x = A , A > 0$
r_o = الدالة اليسار. $- A$
r_i = الدالة الصحيحة. $- A$

حول $x = A , A < 0$
r_o = الدالة اليمين $+ |A|$
r_i = الدالة اليمين $+ |A|$



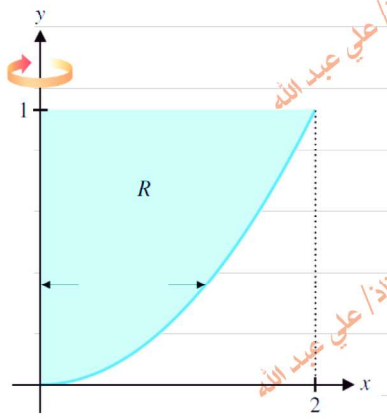




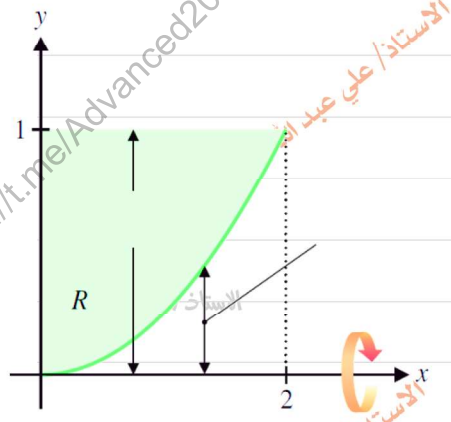
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

6) لتكن R هي المنطقة التي تحدها الرسوم البيانية ل $y = \frac{1}{4}x^2$ و $y = 1$ و $x = 0$. احسب حجم المجسم المتكون من دوران R حول

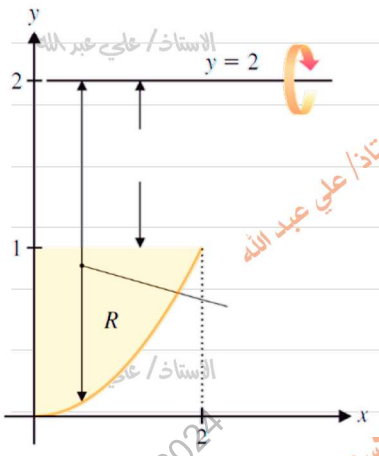
(أ) المحور *الصادي* y.



(ب) المحور *السيني* x



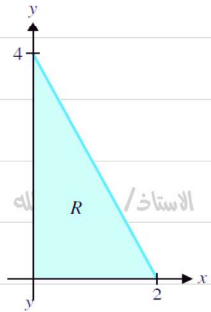
(ج) الخط $y = 2$.



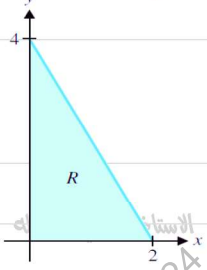
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

7) لتكن R هي المنطقة التي يحدها $y = 4 - 2x$ ، المحور *السيني* والمحور *الصادي*. احسب حجم المجسم المتكون من دوران R حول الخط المحدد.

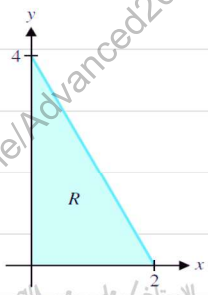
(أ) المحور ص



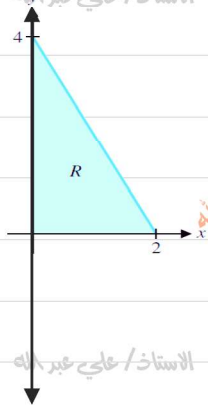
(ب) المحور *السيني*



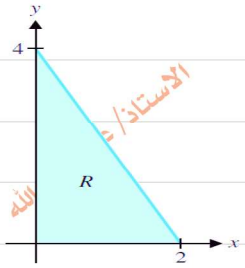
(ج) $y = 4$



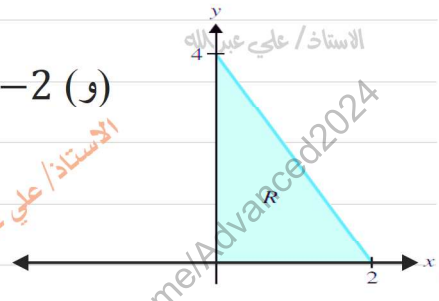
(د) $y = -4$



(هـ) $x = 2$



(و) $x = -2$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

8) افترض أن المثلث ذو الرؤوس $(1,-1)$ و $(0,1)$ و $(-1,-1)$ تم تدويره حول المحور *الصادي*. اثبت أن حجم المجسم الناتج هو $\frac{2}{3}\pi$

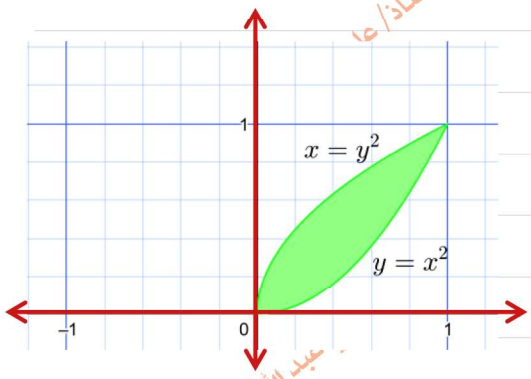
9) أ) تحقق من صيغة حجم الكرة عن طريق تدوير الدائرة حول $x^2+y^2=r^2$ المحور y.

B) افترض أن الدائرة $x^2+y^2=1$ تدور حول المحور ص. اثبت أن حجم المجسم الناتج هو $\frac{4}{3}\pi$

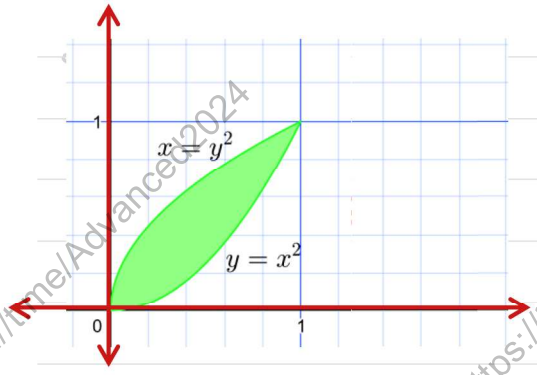
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

10) احسب حجم المجسم المتكون من تدوير المنطقة المعطاة التي يحدها $x = y^2$ و $y = x^2$ حول:

(أ) المحور y



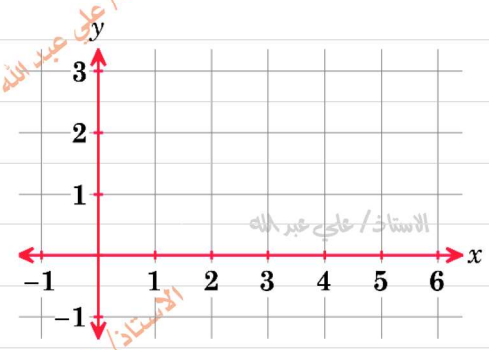
(ب) $x = 1$

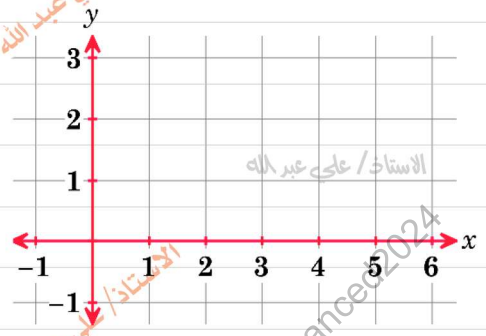


11) احسب حجم المجسم المتكون عن طريق تدوير المنطقة المعطاة التي يحدها $y = \sqrt{x}$ ، $y = 2$ ، $x = 0$ وحول:

أ) المحور y

(ب) $x = 4$

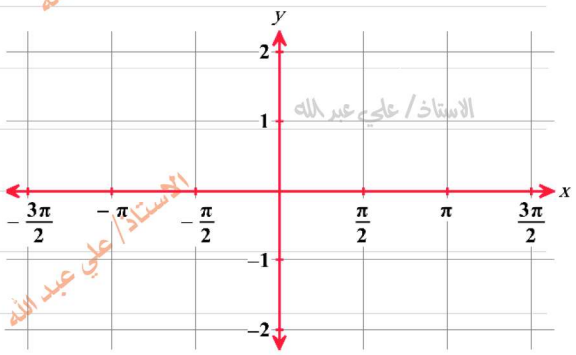


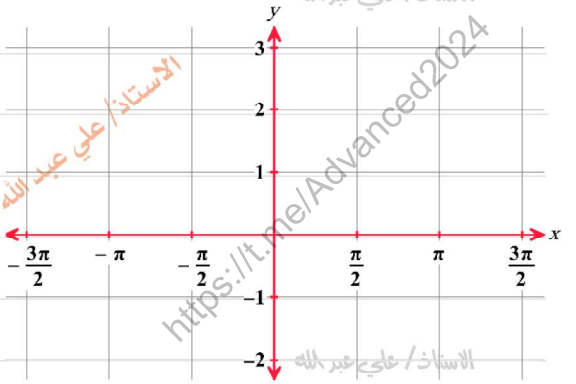


https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

12) احسب حجم المجسم المتكون عن طريق تدوير المنطقة المعطاة التي يحدها $y = \sec x$ ، $y = 0$ و $x = -\frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{\pi}{4}$ حول:

(أ) المحور x (ب) $y = 2$



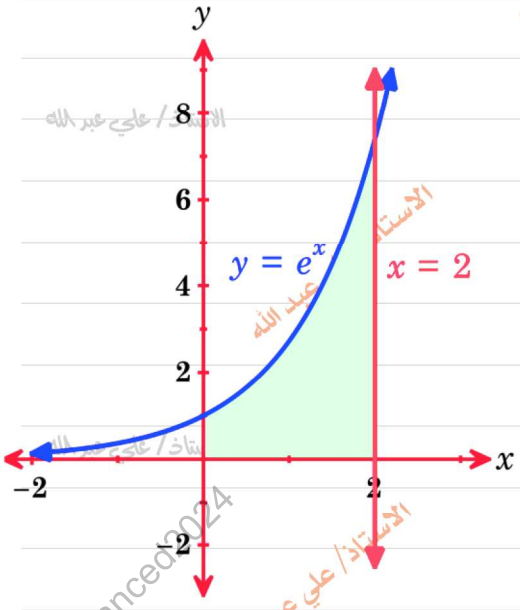


الواجبات المنزليه

13) يتكون المجسم عن طريق تدوير المنطقة التي يحدها $y = e^x$، $x = 0$ و $y = 0$ و $x = 2$ حول:

(أ) المحور y (ب) $y = -2$

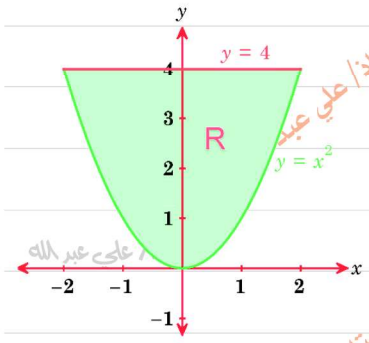
احسب الحجم بالضبط إن أمكن وقم بتقريبه إذا لزم الأمر.



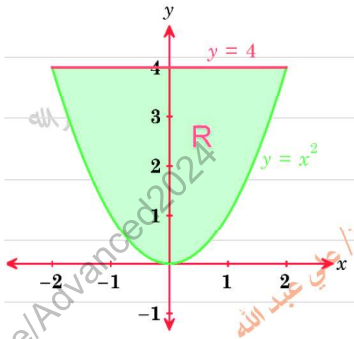
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(14 لتكن R هي المنطقة التي يحدها $y = x^2$ و $y = 4$. احسب حجم المجسم المتكون من دوران R حول الخط المحدد.

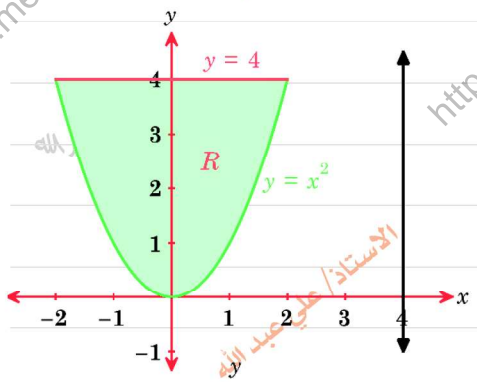
أ) المحور y



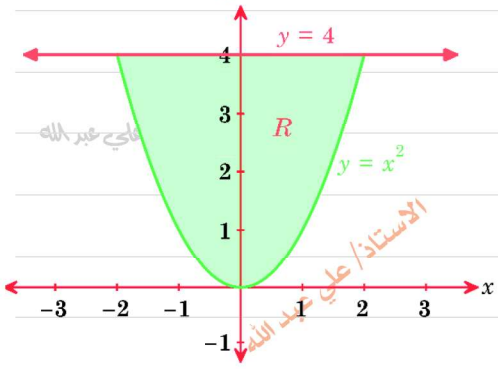
ب) المحور x



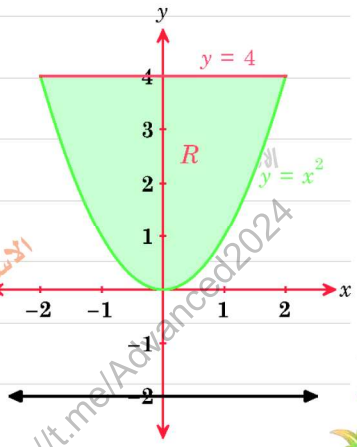
C) $x = 4$



D) $y = 4$



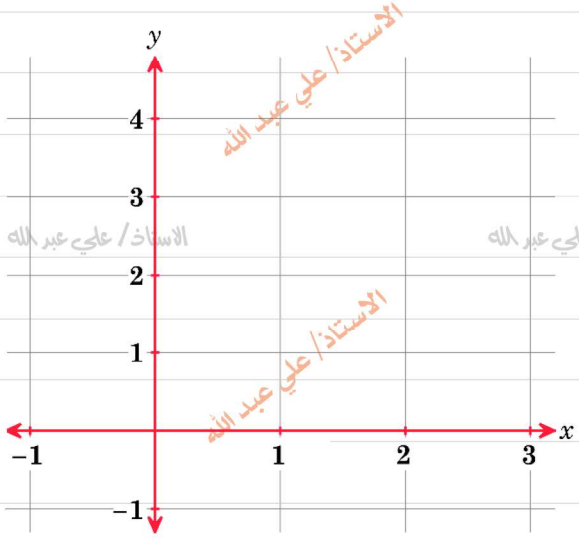
E) $y = -2$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبيد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

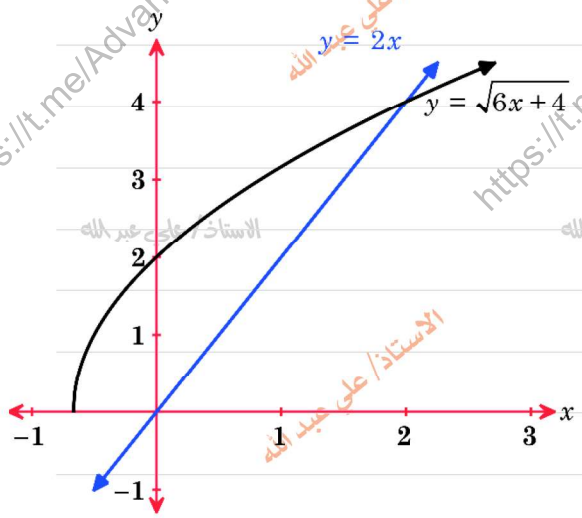
(15) لتكن R هي المنطقة في الربع الأول المحاطة بالرسم البياني ل $y = \sqrt{6x + 4}$، الخط $y = 2x$، والمحور y.

(أ) أوجد مساحة R

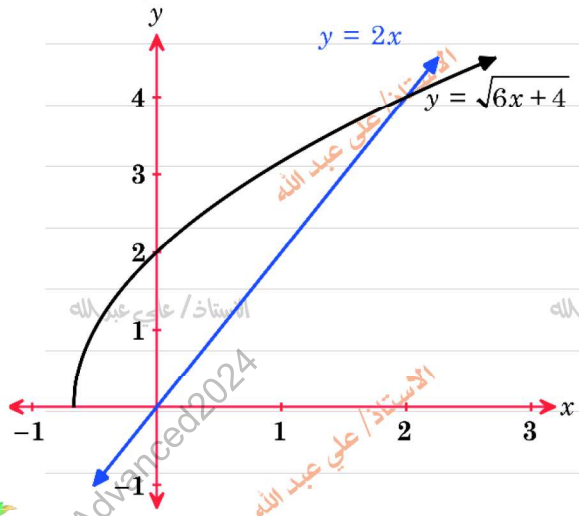


الجواب: $\frac{20}{9}$

(ب) اكتب تكامل في متغير واحد لحجم المجسم المتولدة عندما تدور R حول المحور *السيني*، دون ان تحسب قيمته.



(ج) اكتب تكامل في متغير واحد لحجم المجسم المتولدة عندما تدور R حول المحور *السيني*، دون ان تحسب قيمته.



0503050917

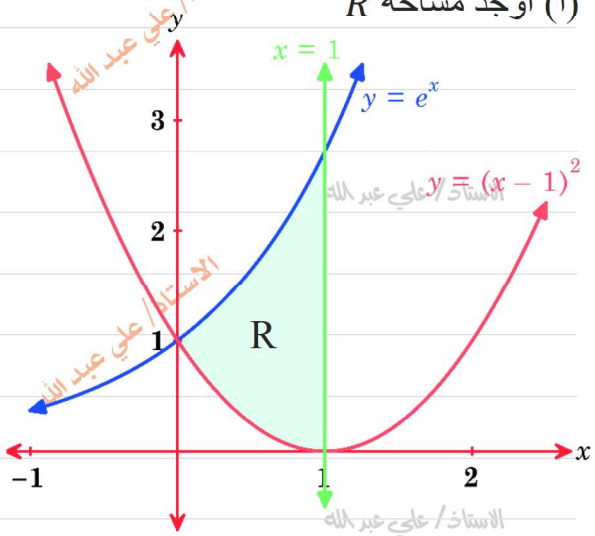
16) لتكن R هي المنطقة في الربع الأول المحاطة بالرسم البياني ل $y = e^x$ ، $y = (x-1)^2$ الخط $x = 1$، والمحور y.

(أ) أوجد مساحة R

$$A = \int_0^1 e^x - (x-1)^2 \, dx$$

$$= e^x \Big|_0^1 - \frac{1}{3}(x-1)^3 \Big|_0^1$$

$$= (e-1) + \frac{1}{3} = e - \frac{4}{3}$$



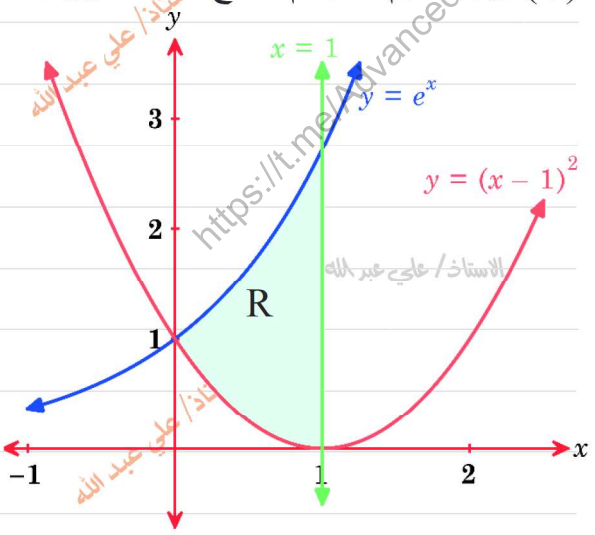
(ب) أوجد حجم المجسم الناتج عندما تدور R حول المحور *السيني*.

حلقات

$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} - (x-1)^4 \, dx$$

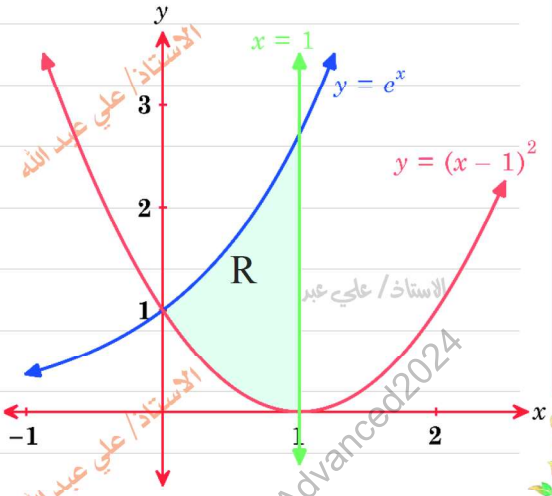
$$= \pi \left[\frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 - \pi \left[\frac{1}{5}(x-1)^5 \right]_0^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{5} \right] = \pi \left(\frac{e^2}{2} - \frac{7}{10} \right)$$



(ج) اكتب تكامل (أو تكاملات) من متغير واحد لحجم المجسم الناتج من دوران المنطقة R حول المحور y، دون إيجاد قيمته.

حلقات



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

حجوم المجسمات الدورانية

- ❑ رسم المنطقة التي ستدور ومحور الدوران.
- ❑ حدد متغير التكامل (x إذا كانت المنطقة تحتوي على أعلى وأسفل محددين جيدا ، y إذا كانت المنطقة لها حدود يسار ويمين محددة جيدا).
- ❑ بناء على محور الدوران ومتغير التكامل ، حدد الطريقة الأفضل (الأقراص أو الحلقات لتكامل x حول محور أفقي أو تكامل y حول محور رأسي).
- ❑ قم بتسمية الرسم بنصف القطر الداخلي والخارجي للأقراص أو الحلقات .
- ❑ قم بكتابة التكامل (أو التكاملات) ثم احسب قيمته.

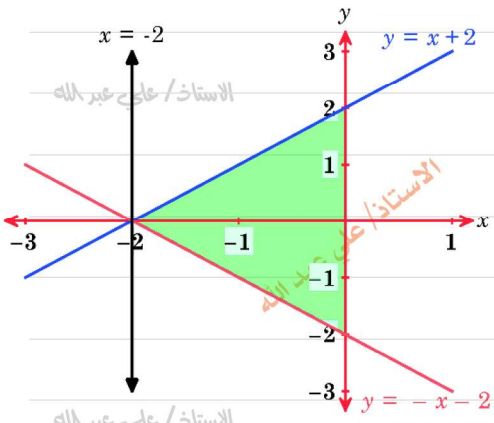
17) استخدم أفضل طريقة متاحة لايجاد حجم كل منطقة عند دورانها حول المحور المعطى.

المنطقة التي يحدها حول $y = x + 2$ ، $y = -x - 2$ و $x = 0$

(أ) بالدوران حول الخط $y = -2$

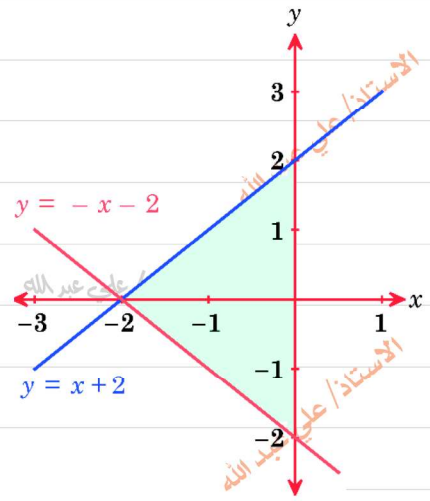


(ب) بالدوران حول الخط $x = -2$

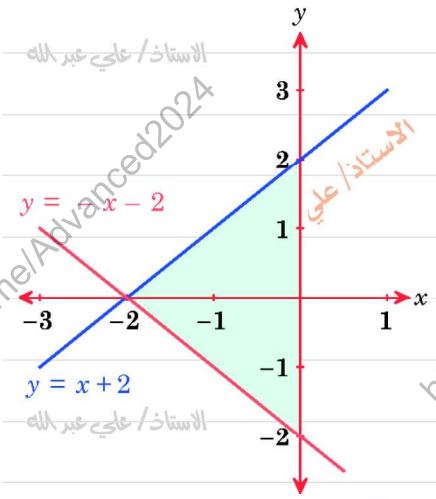


https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

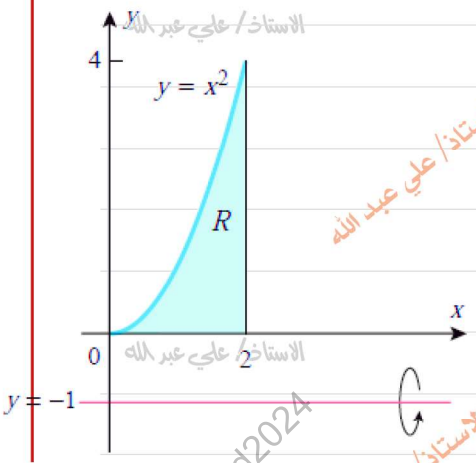
(ج) بالدوران حول المحور *الصادي* y



(د) بالدوران حول المحور *السيني* x

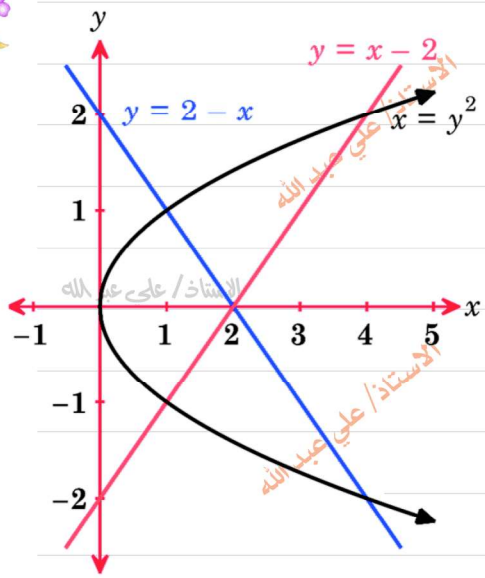


18) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة R أسفل $y = x^2$ في الفترة $[0, 2]$ حول الخط $y = -1$



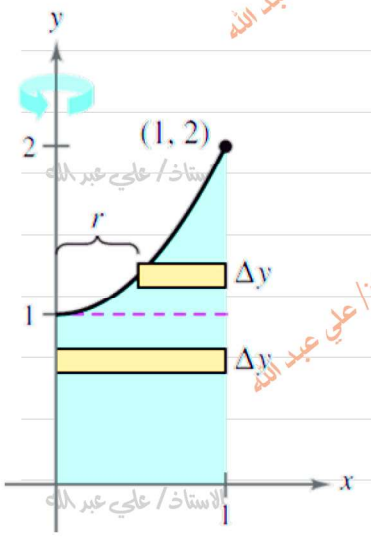
19) المنطقة إلى يمين $x = y^2$ وإلى يسار $y = 2 - x$ و $y = x - 2$ بالدوران حول

(أ) المحور السيني x



(ب) المحور *الصادي* y

20) أوجد حجم المجسم الناتج عن طريق تدوير المنطقة التي تحدها الرسوم البيانية لـ $y = x^2 + 1$ و $y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 1$ حول المحور ص.



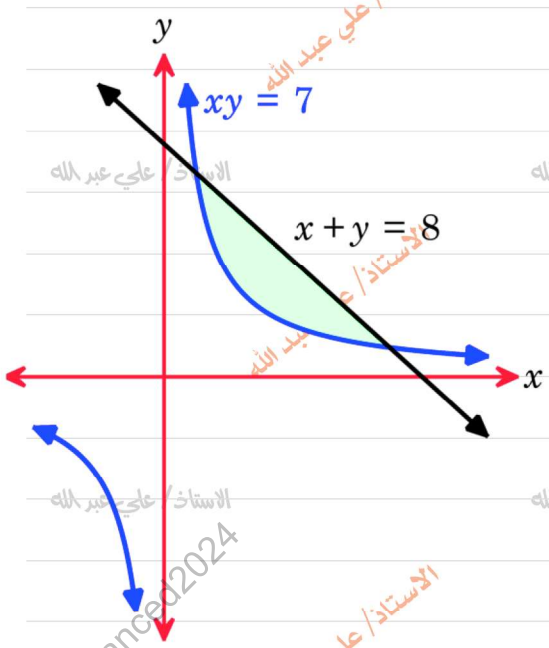
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

21) المنطقة يحدها $y = x^2 - 6$ و $y = x$ بالدوران حول:

(أ) $y = 3$ (ب) $x = -3$ (ج) $x = 3$ (د) $y = -6$

الاستاذ/ علي عبد الله
https://t.me/Advanced2024

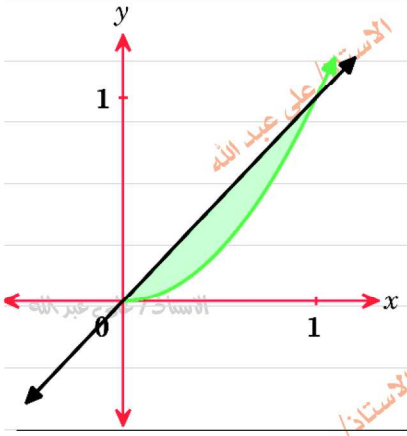
22) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بـ $xy = 7$ و $x + y = 8$ حول المحور *السيني* x



في التمارين 23-24 ، يمثل التكامل حجم المجسم. ارسم المنطقة ومحور الثورة التي تنتج الصلبة.

23)

$$\int_0^1 \pi\left[\underbrace{(\sqrt{y})^2}_{r_o^2} - \underbrace{y^2}_{r_i^2}\right]dy$$



طريقة الحلقات

محور الدوران: محور y

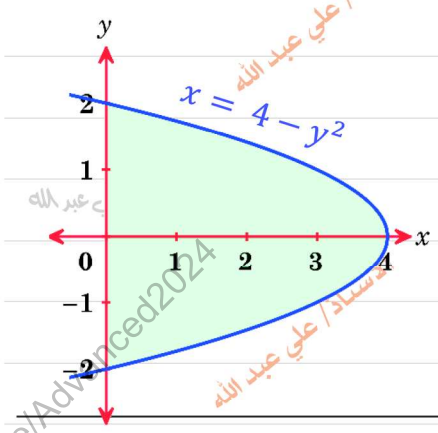
المنطقة يحدها :

$x = y, \quad x = \sqrt{y}$

---

24)

$$\int_0^2 \pi\underbrace{(4 - y^2)^2}_{\text{نصف القطر}}\, dy$$



طريقة الأقراص

محور الدوران: محور y

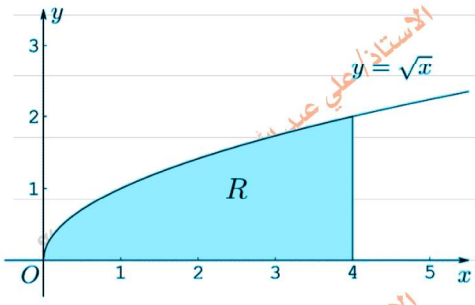
المنطقة يحدها:

$y = 0$ و $x = 0$ و $x = 4 - y^2$

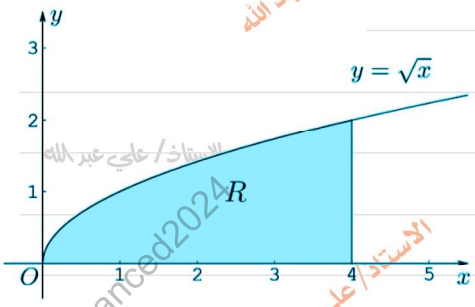
---

25) لتكن R هي المنطقة التي يحدها المحور *السيني* والرسم البياني لـ $y = \sqrt{x}$ والخط $x = 4$.

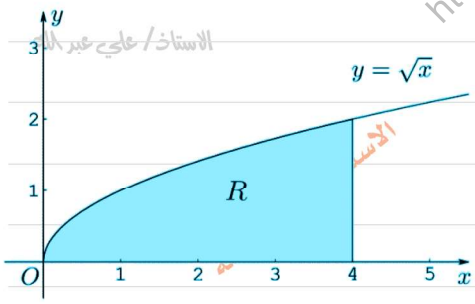
(أ) أوجد مساحة المنطقة R.



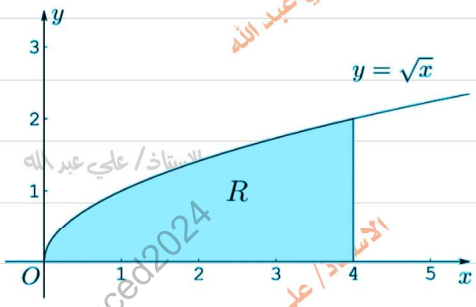
(ب) أوجد القيمة h بحيث يقسم الخط الرأسي $x = h$ المنطقة R إلى منطقتين متساويتين في المساحة.



(ج) أوجد حجم المجسم الناتج عند دوران R حول المحور *السيني*.



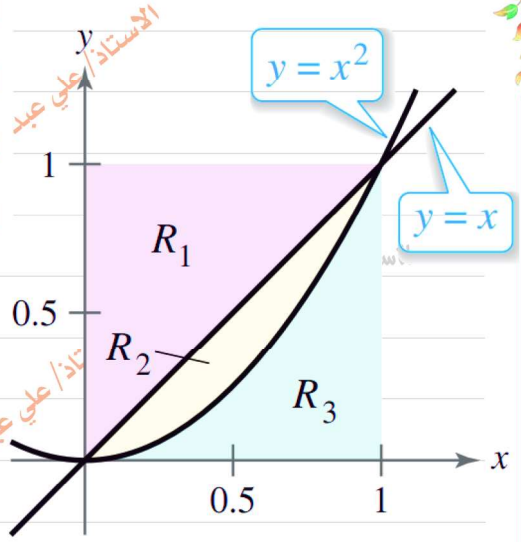
(د) يقسم الخط الرأسي $x = k$ المنطقة R إلى منطقتين بحيث عندما تدور هاتان المنطقتان حول المحور *السيني*، فإنه ينتج مجسمان حجميهما متساوي. أوجد قيمة k



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

27) اوجد الحجم الناتج عن تدوير المنطقة المحددة حول الخط المحدد.

1. R_1 about $x = 0$
2. R_1 about $x = 1$
3. R_2 about $y = 0$
4. R_2 about $y = 1$
5. R_3 about $x = 0$
6. R_3 about $x = 1$
7. R_2 about $x = 0$
8. R_2 about $x = 1$



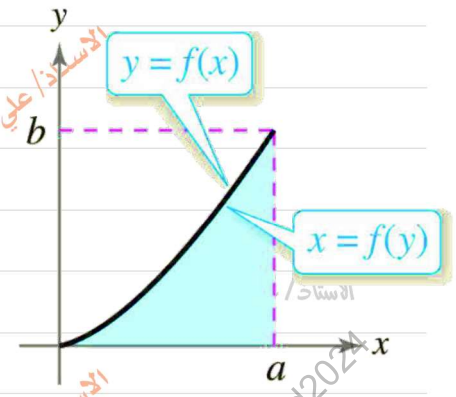
28) استخدم الرسم البياني لمطابقة تكامل الحجم مع محور الدوران.

(a) $V = \pi \int_0^b (a^2 - [f(y)]^2)\, dy$ (i) x-axis

(b) $V = \pi \int_0^a (b^2 - [b - f(x)]^2)\, dx$ (ii) y-axis

(c) $V = \pi \int_0^a [f(x)]^2\, dx$ (iii) $x = a$

(d) $V = \pi \int_0^b [a - f(y)]^2\, dy$ (iv) $y = b$



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

(1) أوجد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x) = \pi(4 - x)^2$ و $0 \le x \le 2$

(A $V = \frac{56}{3}\pi$

(B $V = \frac{72}{3}\pi$

(C $V = \frac{56}{3}$

(D $V = 56\pi$

(2) أوجد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x) = x + 2$ و $-1 \le x \le 3$

(A $V = \frac{124}{3}$

(B $V = 12\pi$

(C $V = 12$

(D $V = 10$

(3) أوجد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x) = 10e^{0.01x}$ و $0 \le x \le 10$

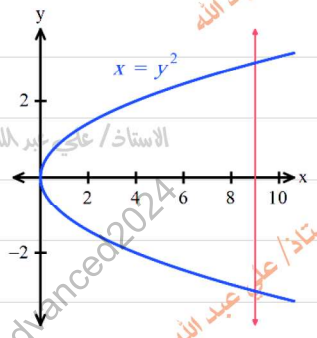
(A $V = 1000(e^{0.1} - 1)$

(B $V = 1000(e^{0.1} + 1)$

(C $V = 1000(e^{10} - 1)$

(D $V = 1000(e^{1} - 1)$

(4) استخدم طريقة التقطيع لإيجاد حجم المجسم التي تكون قاعدته هي المساحة الواقعة بين $x = y^2$ و $x = 9$ ومقاطعها العرضية نصف دائرة متعامدة مع المحور السيني.



(A $V = \frac{81}{4}\pi$

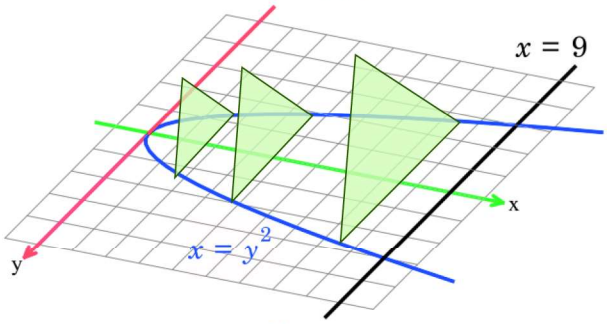
(B $V = \frac{81}{2}\pi$

(C $V = 9\pi$

(D $V = \frac{81}{4}$

0503050917

(5) استخدم طريقة التقطيع لإيجاد حجم المجسم التي تكون قاعدتها هي المساحة الواقعة بين $x = y^2$ و $x = 9$ ذات مقاطع عرضية على شكل مثلث متساوي الأضلاع تكون متعامدة مع المحور السيني



(A $V = \frac{81\sqrt{3}}{2}$

(B $V = \frac{81\sqrt{3}}{4}$

(C $V = \frac{27}{2}$

(D $V = \frac{81}{2}$

(6) أوجد حجم هرم ارتفاعه 160 قدما وقاعدة مربعة ضلعه 300 قدم.
(اختر كل ما ينطبق)

(A $V = \frac{225}{64}\int_0^{160} (160 - x)^2\, dx$

(B $V = \frac{225}{64}\int_0^{160} (160 + x)^2\, dx$

(C $V = \int_0^{160} \left(300 - \frac{15}{8}x\right)^2 dx$

(D $V = \int_0^{160} \left(300 + \frac{15}{8}x\right)^2 dx$

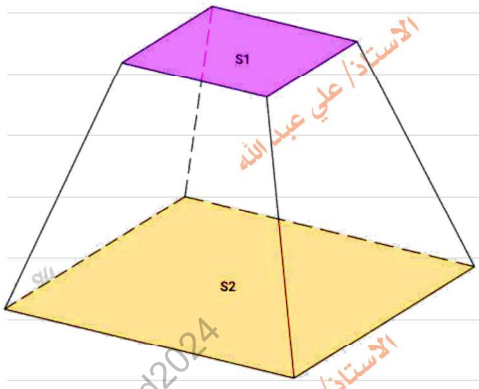
لإيجاد حجم الهرم بارتفاع h وقاعدة مربعة طول ضلعها ℓ :

$$V = \left(\frac{\ell}{h}\right)^2 \int_0^h (h - x)^2\, dx$$

أو

$$V = \int_0^h \left(\ell - \frac{\ell}{h}x\right)^2 dx$$

(7) لنفترض أنه بدلا من إكمال هرم بقاعدة مربعة طول ضلعها 750 ft ، توقف البناة عند ارتفاع 250 ft (مع هضبة مربعة في الأعلى طول ضلعها 375 ft). احسب حجم هذا الهيكل.



(A $V = \int_0^{250} \left(-\frac{3}{2}x + 750\right)^2 dx$

(B $V = \int_0^{250} \left(\frac{3}{2}x + 750\right)^2 dx$

(C $V = \int_0^{250} \left(-\frac{2}{3}x + 750\right)^2 dx$

(D $V = \int_0^{250} \left(-\frac{3}{2}x + 375\right)^2 dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(8 استخدم طريقة التقطيع لإيجاد حجم المجسم التي تمثل قاعدتها المساحة الواقعة بين $y = x^2$ و $y = 2x$ ذات مقاطع عرضية نصف دائرة متعامدة مع المحور السيني

(A $V = \frac{1}{6}\pi$

(B $V = \frac{4}{15}\pi$

(C $V = \frac{2}{15}\pi$

(D $V = \frac{4}{15}$

(9 يبلغ طول قبة كنيسة 30 ft بمقاطع عرضية مربعة. طول ضلع المربع الموجود في القاعدة 3 ft و طول ضلع المربع في الجزء العلوي 6 in و ويتغير الضلع خطيا بينهما. احسب الحجم

(A $V = \int_0^{30} \left(3 - \frac{x}{12}\right)^2 dx$

(B $V = \int_0^{30} \left(3 - \frac{x}{10}\right)^2 dx$

(C $V = \int_0^{30} \left(3 + \frac{x}{12}\right)^2 dx$

(D $V = \int_0^{30} \left(\frac{x}{10} - 3\right)^2 dx$

(10 تحتوي علية المنزل على مقاطع عرضية مستطيلة موازية للأرض ومقاطع عرضية مثلثة متعامدة مع الأرض. أبعاد المستطيل هو 30 ft في 60 ft عند الجزء السفلي للعلية وتبلغ قاعدة المثلثات 30 ft ارتفاع 10 ft . احسب حجم العلية. (حدد 2 إجابات)

(A $V = 9000\, ft^3$

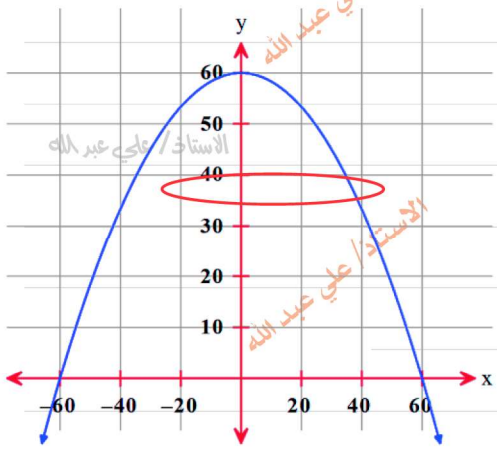
(B $V = 900\ ft^3$

(C $V = 18000\, ft^3$

(D $V = \int_0^{60} 150\, dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

(11 يتم إعطاء الرسم التخطيطي لقبة بواسطة لـ $y = 60 - \frac{x^2}{60}$ لكل $-60 \le x \le 60$ (بالقدم)، مع مقاطع عرضية دائرية متعامدة مع المحور y. أي من الآتي يمكن استخدامه لإيجاد حجم القبة؟



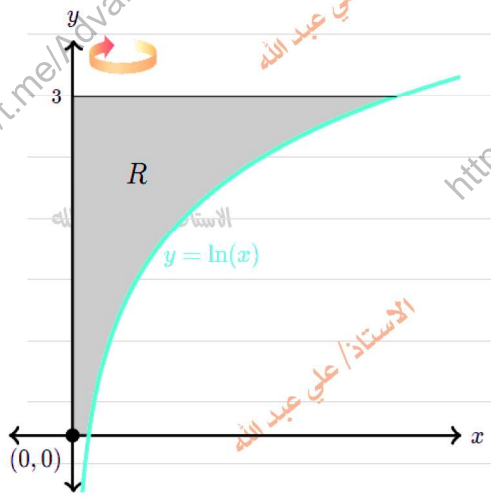
(A $V = 60\pi \int_0^{60} (60 - x)\, dx$

(B $V = 60\pi \int_0^{60} (60 - y)\, dy$

(C $V = 60 \int_0^{60} (60 - y)\, dy$

(D $V = 60\pi \int_{-60}^{60} (60 - x)\, dx$

(12 لتكن R هي المنطقة التي يحدها $y = \ln x$ ، و $y = 0$ ، $y = 3$ و $x = 0$. احسب حجم المجسم المتكونة من دوران R حول yالمحور.



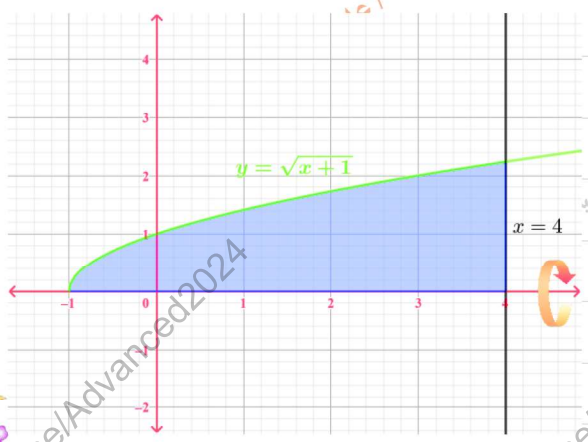
(A $V = \pi \int_0^3 [\ln y]^2\, dy$

(B $V = \pi \int_0^{e^3} [\ln y]^2\, dy$

(C $V = \pi \int_0^3 e^{2y}\, dy$

(D $V = \pi \int_0^{\ln(3)} e^{2y}\, dy$

(13 أوجد حجم المجسم الذي تم الحصول عليه عن طريق تدوير المنطقة التي يحدها المنحنى $y = \sqrt{x+1}$ والخطوط $y = 0$ و $x = 4$ حول المحور السيني.



(A $V = \pi \int_{-1}^4 (x+1)^2\, dx$

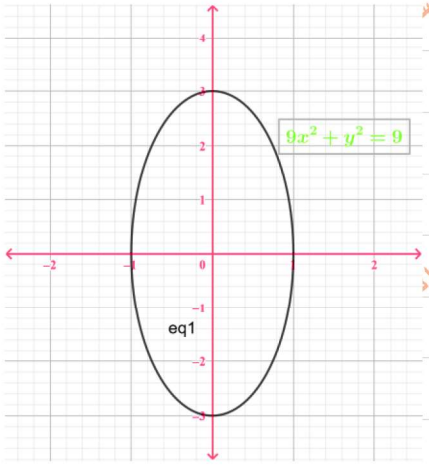
(B $V = \pi \int_{-1}^4 (x+1)\, dx$

(C $V = \pi \int_0^{\sqrt{5}} (y^2 - 1)\, dy$

(D $V = \pi \int_{-1}^4 \sqrt{x+1}\, dx$

0503050917

14) قم بإعداد تكامل لحجم المجسم التي تم الحصول عليها عن طريق تدوير المنطقة التي يحدها المنحنى $9x^2 + y^2 = 9$ حول المحور x



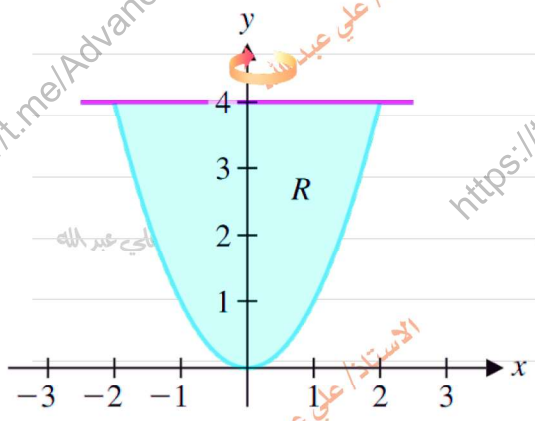
(A $V = 9\pi \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\, dx$

(B $V = 9\pi \int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2}\, dx$

(C $V = 9 \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\, dx$

(D $V = 3 \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\, dx$

15) لتكن R المنطقة التي يحدها $y = x^2$ و $y = 4$ أي من الآتي يعطي حجم المجسم المتكون من دوران R حول المحور y؟



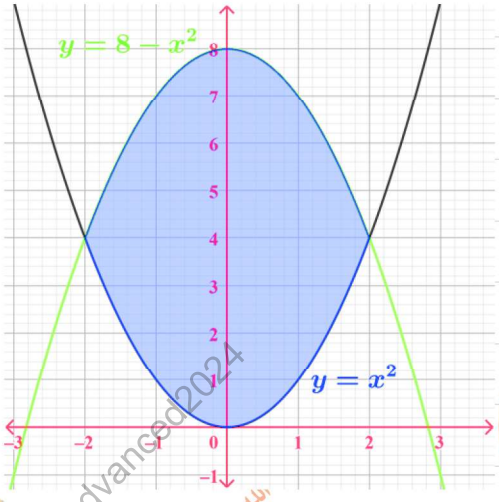
(A $V = \pi \int_{-2}^{2} x^4\, dx$

(B $V = \pi \int_{-1}^{1} \sqrt{x}\, dy$

(C $V = \pi \int_{0}^{4} y\, dy$

(D $V = \pi \int_{0}^{2} y\, dy$

16) لتكن R المنطقة التي يحدها $y = x^2$ و $y = 8 - x^2$ أي من الآتي يعطي حجم المجسم الناتج من دوران R حول المحور *السيني* x.



(A $V = 16\pi \int_{-2}^{2} (2 - x^2)\, dx$

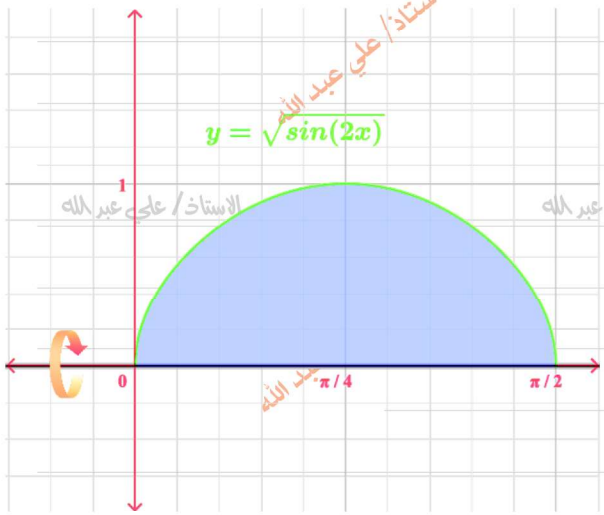
(B $V = 16\pi \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\, dx$

(C $V = 16 \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\, dx$

(D $V = 32\pi \int_{-2}^{2} (x^4 - 8x^2 + 32)\, dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(17 يتم تدوير الرسم البياني لـ $y = \sqrt{\sin 2x}$ ، $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ ، دورة كاملة حول المحور *السيني*.
أوجد بدلالة π ، حجم المجسم الناتج من الدوران



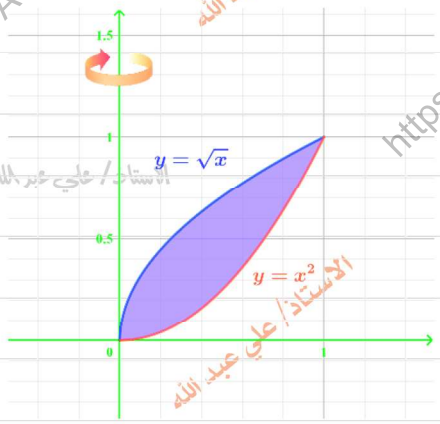
(A $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx$

(B $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin 2x} \, dx$

(C $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2x)^2 \, dx$

(D $V = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx$

(18 لنفترض أن R هي المنطقة التي يحدها $y = \sqrt{x}$ و $y = x^2$ أوجد تعبيرا عن حجم المجسم المتكونة من دوران R حول المحور y



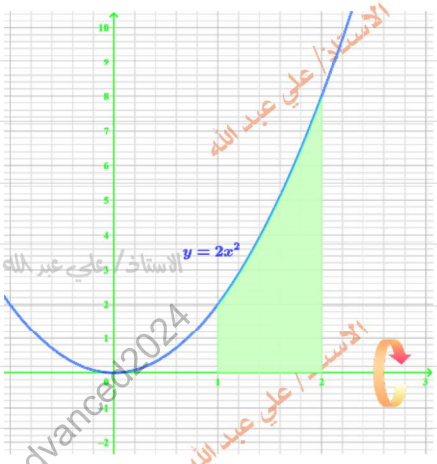
(A $V = \pi \int_0^1 x^2 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx$

(B $V = \pi \int_0^1 x^2 \left(x^2 - \sqrt{x}\right) dx$

(C $V = \pi \int_0^1 (y - y^4) \, dy$

(D $V = \pi \int_0^1 (y^4 - 4) \, dy$

(19 أوجد حجم المجسم التي تم الحصول عليها عن طريق تدوير المنطقة أسفل المنحنى $y = 2x^2$ حول المحور *السيني* بين $x = 1$ و $x = 2$



(A $V = \frac{124}{5}\pi$

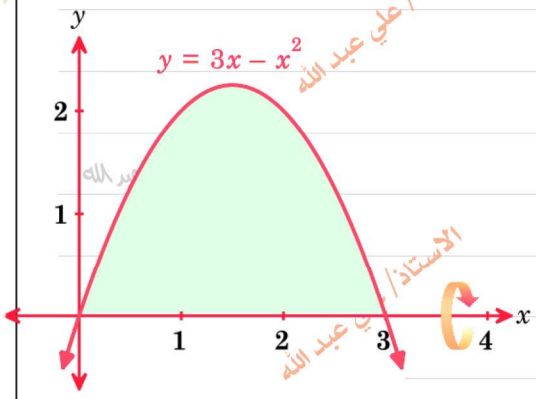
(B $V = \frac{208}{5}\pi$

(C $V = \frac{32}{5}\pi$

(D $V = \frac{144}{5}\pi$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(20 أوجد حجم المجسم التي تم الحصول عليه عن طريق تدوير المنطقة أسفل المنحنى $y = 3x - x^2$ والمحور x حول المحور x



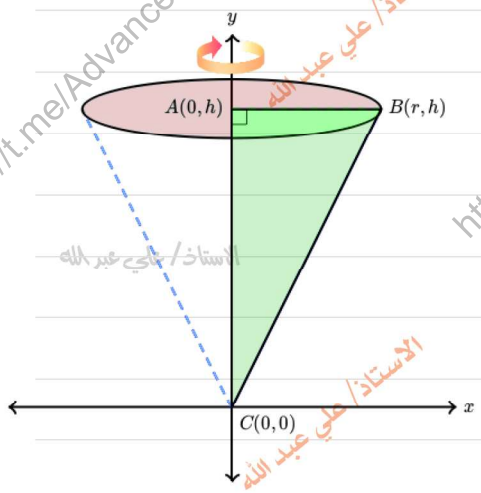
(A $V = 9\pi$

(B $V = \frac{27}{2}\pi$

(C $V = \frac{81}{10}\pi$

(D $V = \frac{27}{4}\pi$

(21 مثلث ABC حيث $A(0,h)$ و $B(r,h)$ و $C(0,0)$ أوجد تعبيرا عن حجم المجسم الناتج عن تدوير المثلث ABC حول المحور y



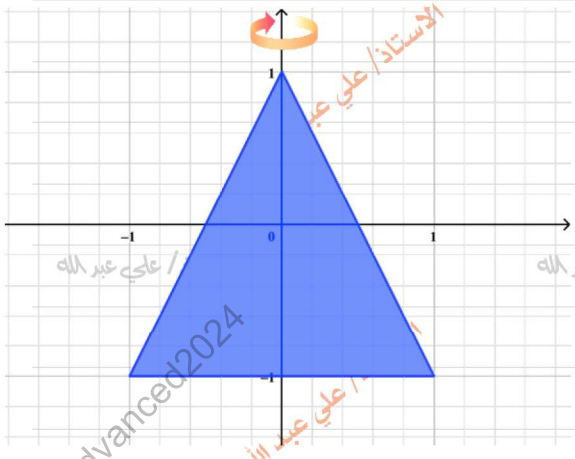
(A $V = \frac{\pi r^2}{h^2}\int_0^r x^2\,dx$

(B $V = \frac{\pi r^2}{h^2}\int_0^h x^2\,dx$

(C $V = \frac{\pi r^2}{h^2}\int_0^r y^2\,dy$

(D $V = \frac{\pi r^2}{h^2}\int_0^h y^2\,dy$

(22 لنفترض أن المثلث ذو الرؤوس $(1,-1)$ و $(0,1)$ و $(-1,-1)$ ، ويدور حول المحور y. اي ما يلي يعبر عن حجم المجسم الناتج



(A $V = \pi\int_{-1}^{1}\left(\frac{1-y}{2}\right)^2 dy$

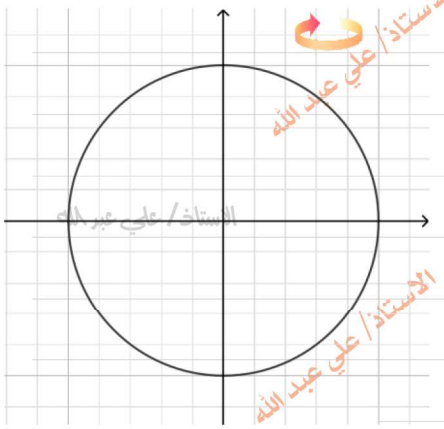
(B $V = 2\pi\int_{-1}^{1}\left(\frac{1-y}{2}\right)^2 dy$

(C $V = \pi\int_{-1}^{1}\left(\frac{1+y}{2}\right)^2 dy$

(D $V = \frac{\pi}{2}\int_{-1}^{1}(1-y)^2\,dy$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(23 أوجد تعبير عن حجم الكرة $x^2 + y^2 = r^2$ عن طريق تدوير الدائرة حول المحور y



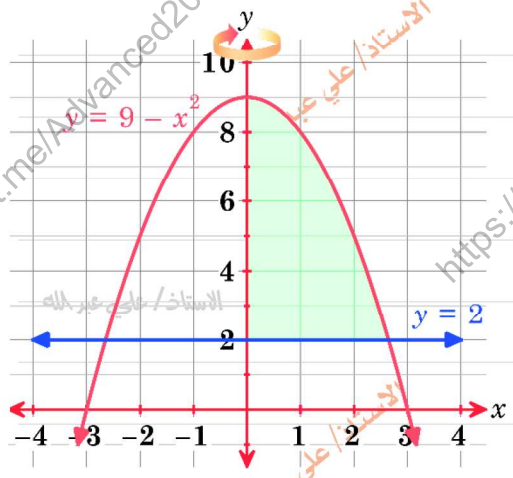
(A $V = \pi \int_{-r}^{r} \sqrt{r^2 - y^2}\, dy$

(B $V = \pi \int_{-r}^{r} \left(\sqrt{r^2 - y^2}\right)^2 dy$

(C $V = 2\pi \int_{-r}^{r} (r^2 - y^2)\, dy$

(D $V = \frac{\pi}{2} \int_{-r}^{r} (r - y)^2\, dy$

(24 أوجد حجم المجسم الناتج عن تدوير المنطقة التي تحدها المنحنيات $y = 9 - x^2$ و $y = 2$ من $x = 0$ إلى $x = \sqrt{7}$ حول المحور y.



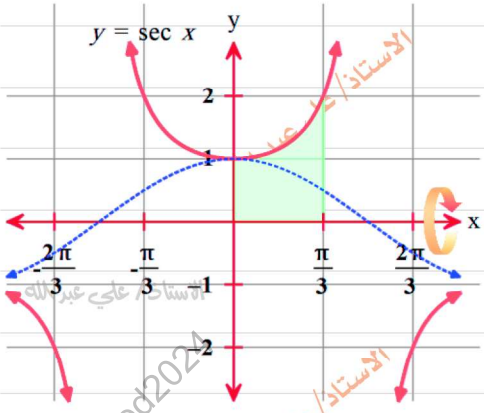
(A $V = \pi \int_{2}^{9} (9 - y)^2\, dy$

(B $V = \pi \int_{2}^{9} \sqrt{9 - y}\, dy$

(C $V = \pi \int_{2}^{9} (9 - y)\, dy$

(D $V = \pi \int_{2}^{9} (9 - y)^2\, dy$

(25 أوجد حجم المجسم الناتج عن تدوير المنطقة التي تحدها منحنيات $y = \sec x$ الخطوط $y = 0$ ، $x = 0$ على في الفترة $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ حول المحور x.



(A $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

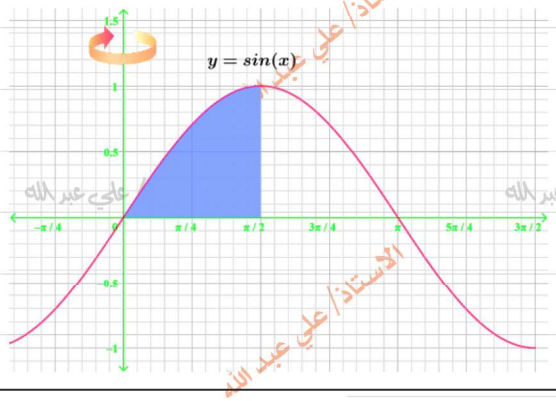
(B π

(C $\pi\sqrt{3}$

(D $\frac{8\pi}{3}$

0503050917

(26 أوجد حجم المجسم الناتج عن تدوير المنطقة التي تحدها منحنيات $y = \sin x$ والخط $y = 0$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ حول المحور y .



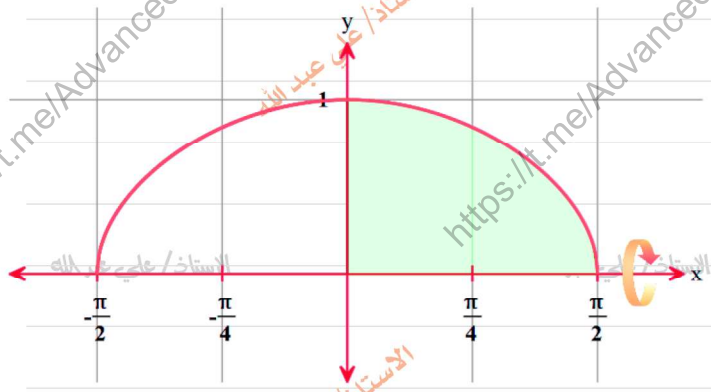
(A 3π

(B 2π

(C π

(D $\frac{2}{3}\pi$

(27 استخدم طريقة الأقراص لإيجاد حجم المجسم الناتج عن تدوير المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = \sqrt{\cos x}$ ، $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ حول المحور x.



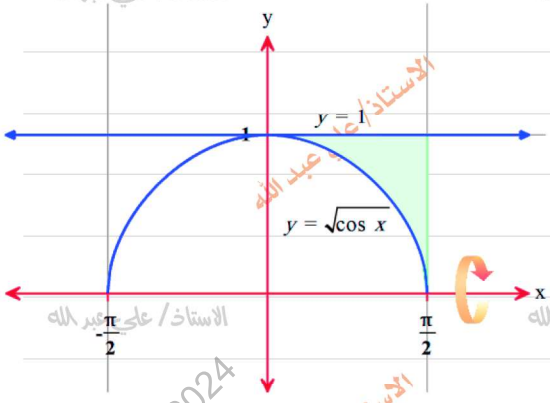
(A $V = \frac{\pi}{4}$

(B $V = 2\pi$

(C $V = \frac{\pi}{2}$

(D $V = \pi$

(28 أوجد حجم المجسم الناتج من تدوير المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = \sqrt{\cos x}$ ، $y = 1$ حيث $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ حول المحور x.



(A $V = \frac{\pi^2}{2}$

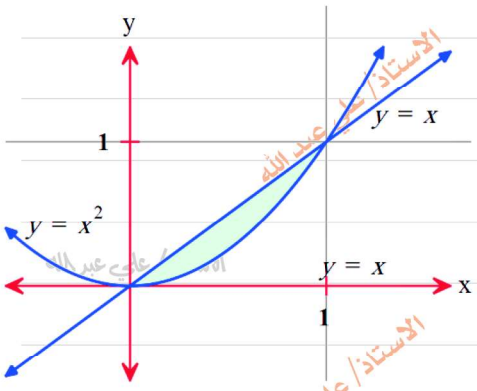
(B $V = \pi^2$

(C $V = \pi\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

(D $V = \pi(\pi - 1)$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(29 أوجد حجم المجسم التي تنتج عن تدوير المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = x^2$ ، $y = x$ حول $y = 1$.



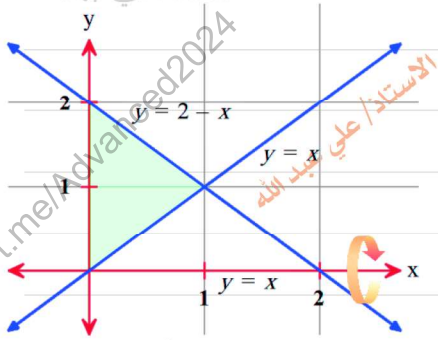
(A $V = \frac{\pi}{5}$

(B $V = \frac{\pi}{4}$

(C $V = \frac{\pi}{3}$

(D $V = 5\pi$

(30 أوجد حجم المجسم التي تنتج عن تدوير المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = x$ ، $y = 2 - x$ و $x = 0$ حول المحور x.



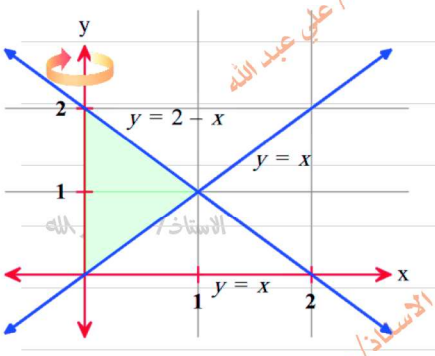
(A π

(B 2π

(C $\frac{\pi}{2}$

(D 4π

(31 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = x$ ، $y = 2 - x$ و $x = 0$ حول المحور *الصادي*.



(A $\frac{3\pi}{2}$

(B $\frac{2\pi}{3}$

(C $\frac{\pi}{2}$

(D 2π

(32 استخدم طريقة الأقراص لإيجاد حجم المجسم التي تنتج عن تدوير المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2 - 4$ و $y = 0$ $x = 0$ حول المحور y

(A 4π

(B 8π

(C 2π

(D 6π

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

(33 استخدم طريقة الغسالات لإيجاد حجم المجسم الناتجة عن تدوير المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = -e^{2x}$ و $x = 2$ و $y = -1$ حول المحور *السيني* x (تقريبا إلى أقرب عدد صحيح)

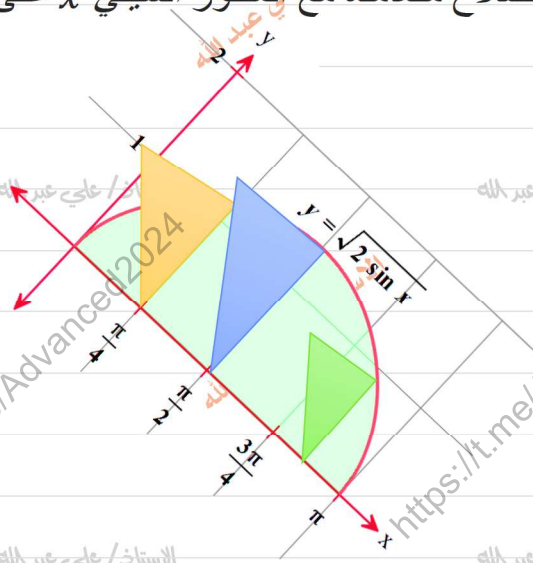
(A 574698

(B 2334

(C 693

(D 2178

(34 أوجد حجم المجسم التي تكون قاعدتها هي المنطقة الواقعة بين: $y = \sqrt{2\sin x}$ والمحور x إذا كان يحتوي على مقاطع عرضية مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة مع المحور *السيني* x على الفترة $[0, \pi]$.



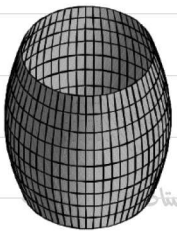
(A $V = \sqrt{3}$

(B $V = 2\sqrt{3}$

(C $V = \sqrt{3}\pi$

(D $V = 2\sqrt{3}\pi$

(35 جرة فخارية لها مقاطع عرضية دائرية نصف قطرها $4 + \sin\frac{x}{2}$ بوصة لـ $0 \le x \le 2\pi$ احسب حجمه.



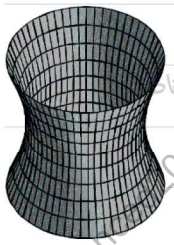
(A $33\pi^2 + 32\pi$ in^3

(B $33\pi^2 - 32\pi$ in^3

(C $65\pi^2$ in^3

(D $33\pi^2$ in^3

(36 جرة فخارية لها مقاطع عرضية دائرية نصف قطرها $4 - \sin\frac{x}{2}$ بوصة لـ $0 \le x \le 2\pi$ احسب حجمه.



(A $33\pi^2 + 32\pi$ in^3

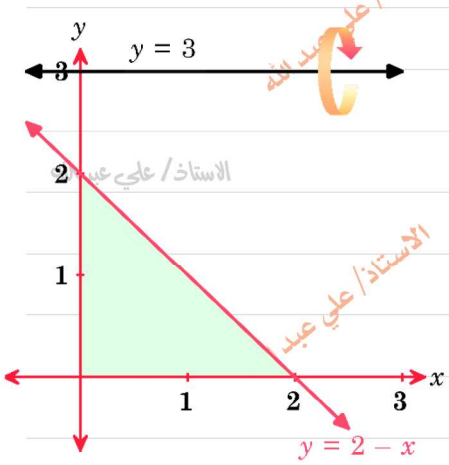
(B $33\pi^2 - 32\pi$ in^3

(C $65\pi^2$ in^3

(D $33\pi^2$ in^3

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(37 لتكن R هي المنطقة التي يحدها $y = 2 - x$ و $y = 0$ و $x = 0$. احسب حجم المجسم المتكون من دوران R حول $y = 3$.



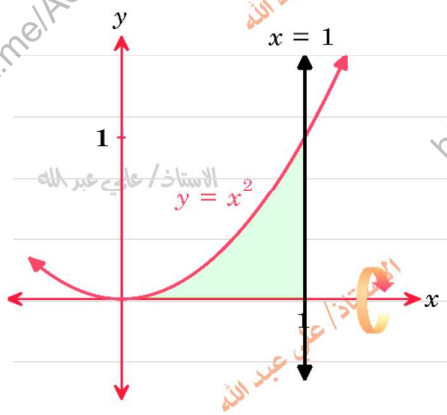
(A $V = \int_0^2 \pi\,(3)^2\,dx - \int_0^2 \pi\,(2-x)^2\,dx$

(B $V = \int_0^2 \pi\,(3-(2-x))^2\,dx$

(C $V = \int_0^2 \pi\,(3)\,dx - \int_0^2 \pi\,(3-(2-x))^2\,dx$

(D $V = \int_0^2 \pi\,(3)^2\,dx - \int_0^2 \pi\,(3-(2-x))^2\,dx$

(38 لتكن R هي المنطقة التي يحدها $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم المجسم المتكون من دوران R حول المحور *السيني* x.



(A $V = \frac{1}{5}\pi$

(B $V = \frac{32}{5}\pi$

(C $V = \frac{1}{6}\pi$

(D $V = \frac{1}{2}\pi$

(39 المنطقة R محاطة بالرسم البياني $y = x + \frac{3}{x}$ والخط $y = 4$. حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة R حول المحور *السيني* x هو

(A $V = \frac{16}{3}\pi$

(B $V = \frac{15}{2}\pi$

(C $V = 4\pi$

(D $V = 6\pi$

(40 حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة R حول المحور *السيني* x

$$\pi \int_0^2 \left[\left(\sqrt{2x}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 \right] dx$$

أي مما يلي يمثل حجم R إذا تم تدويرها حول المحور y

(A $$\pi \int_0^2 \left[\left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 - \left(\sqrt{2y}\right)^2 \right] dy$$

(B $$\pi \int_0^2 \left[\left(\sqrt{2y}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 \right] dy$$

(C $$\pi \int_0^2 \left[\left(\sqrt{2y}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 \right] dy$$

(D $$\pi \int_0^2 \left[(2y)^2 - \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 \right] dy$$

(41 التكامل $\int_0^1 \pi \left[\left(\sqrt{y}\right)^2 - y^2 \right] dy$ يمثل حجم مجسم.

أي مما يلي هو محور الدوران الذي نتج المجسم من خلال الدوران حوله.

(A المحور السيني x

(B المحور الصادي y

(C $x = 4$

(D $y = 4$

(42 التكامل $\int_0^2 \pi (4 - x^2)^2 \, dx$ يمثل حجم مجسم.

أي مما يلي هو محور الدوران الذي نتج المجسم من خلال الدوران حوله.

(A المحور السيني x

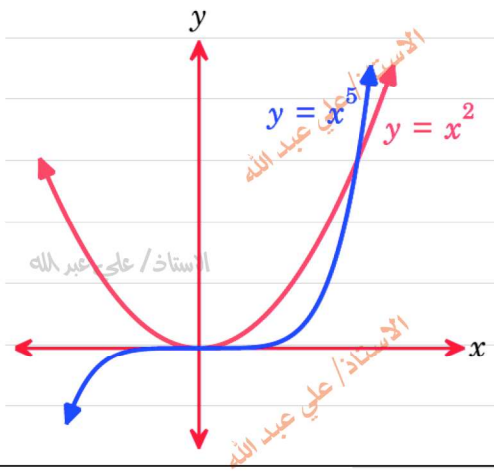
(B المحور الصادي y

(C $x = 2$

(D $y = 4$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(43 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2$ و $y = x^5$ حول المحور *السيني* x.



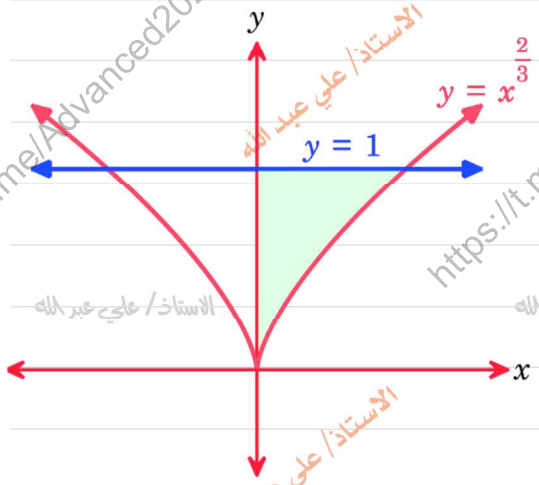
(A $\frac{6\pi}{5}$

(B $\frac{12\pi}{55}$

(C $\frac{\pi}{5}$

(D $\frac{6\pi}{55}$

(44 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^{2/3}$ ، $x = 0$ و $y = 1$ حول المحور *الصادي* y.



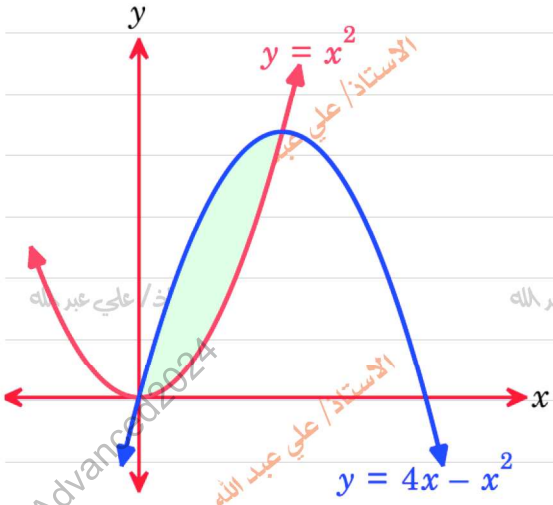
(A $\frac{2\pi}{5}$

(B $\frac{3\pi}{4}$

(C $\frac{\pi}{4}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(45 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2$ ، $y = 4x - x^2$ وحول المحور *السيني* x.



(A $\frac{2\pi}{3}$

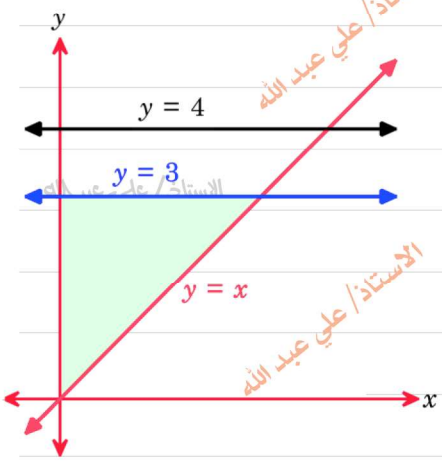
(B $\frac{32\pi}{3}$

(C $\frac{3\pi}{32}$

(D 32π

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(46 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x$ ، $y = 3$ و $x = 0$ حول $y = 4$



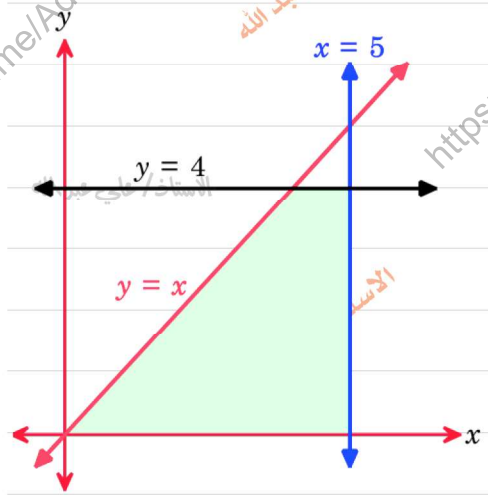
(A 14π

(B 16π

(C 18π

(D 32π

(47 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = x$ و $y = 4$ و $y = 0$ و $x = 5$ حوال $x = 5$.



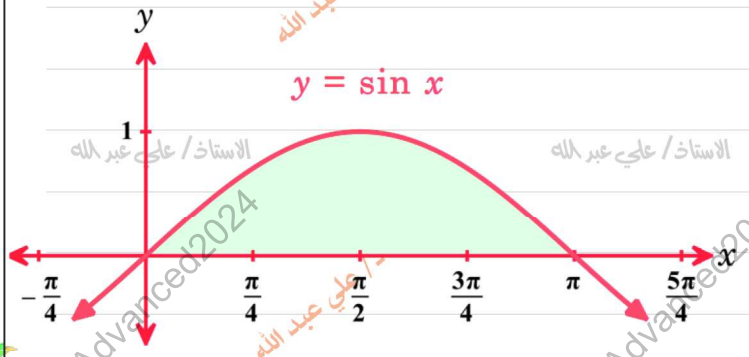
(A 124π

(B $\frac{364}{3}\pi$

(C $\frac{121}{3}\pi$

(D $\frac{124}{3}\pi$

(48 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات $y = \sin x$ ، $x = 0$ ، $y = 0$ و $x = \pi$ حول المحور x.



(A $\frac{\pi}{2}$

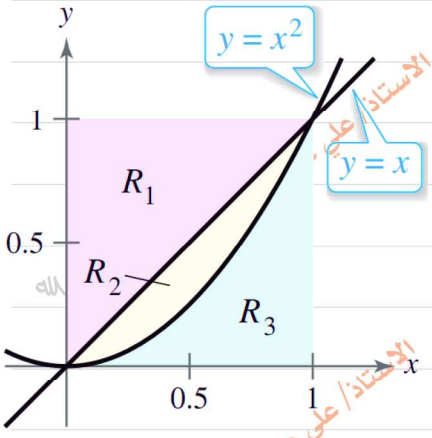
(B $\frac{\pi}{4}$

(C $\frac{\pi^3}{2}$

(D $\frac{\pi^2}{2}$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المعطاة حول الخط المحدد

(49 R_1 حول $x = 0$



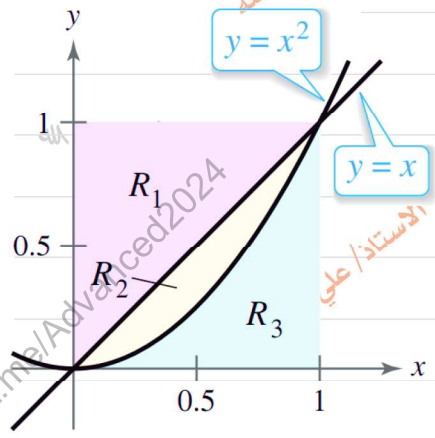
(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{2\pi}{3}$

(C $\frac{2\pi}{15}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(50 R_1 حول $x = 1$



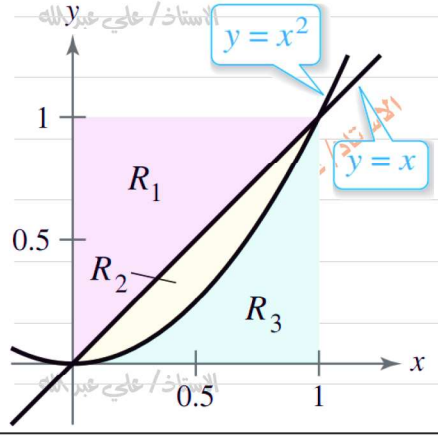
(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{2\pi}{3}$

(C $\frac{2\pi}{15}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(51 R_2 حول $y = 0$



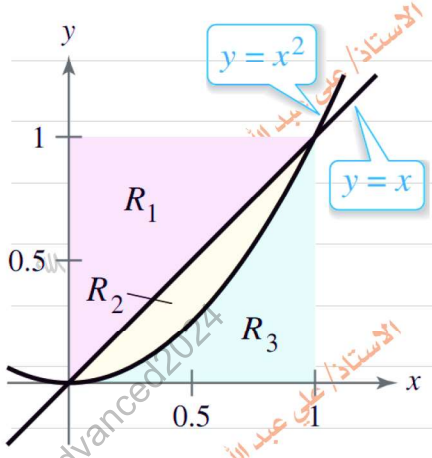
(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{2\pi}{3}$

(C $\frac{2\pi}{15}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(52 R_2 حول $y = 1$



(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{2\pi}{3}$

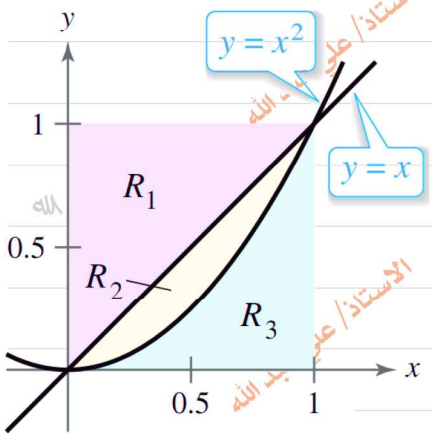
(C $\frac{2\pi}{15}$

(D $\frac{\pi}{5}$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

أوجد حجم المجسم التي تنتج عن تدوير المنطقة المعطاة حول الخط المحدد

(53 R_3 حول $x = 0$



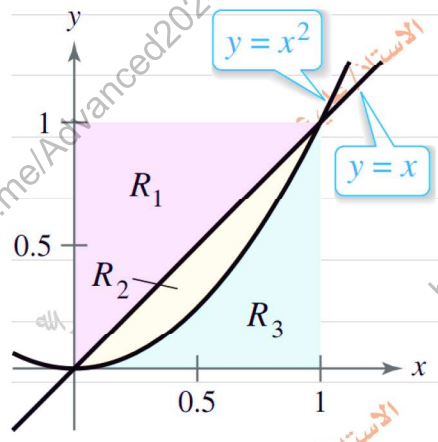
(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{\pi}{6}$

(C $\frac{\pi}{2}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(54 R_3 حول $x = 0$



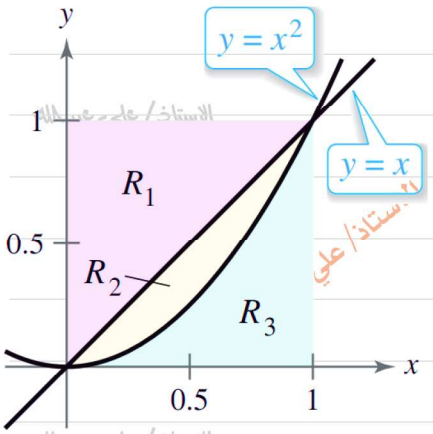
(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{\pi}{6}$

(C $\frac{\pi}{2}$

(D $\frac{\pi}{5}$

(55 R_2 حول $x = 0$



(A $\frac{\pi}{3}$

(B $\frac{\pi}{6}$

(C $\frac{\pi}{2}$

(D $\frac{\pi}{5}$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(56) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2$ و $y = 2x$ حول المحور y.

(A) $\frac{8\pi}{3}$

(B) $\frac{5\pi}{6}$

(C) $\frac{3\pi}{2}$

(D) $\frac{64\pi}{15}$

(57) اكتب التكامل الذي يعطي حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2$ و $y = \sqrt[3]{x}$ حول المحور x.

(A) $\int_0^1 \pi \left(x^4 - x^{2/3}\right) dx$

(B) $\int_0^1 \pi \left(x^{2/3} - x^4\right) dx$

(C) $\int_0^1 \pi \left(y^6 - y\right) dy$

(D) $\int_0^1 \pi \left(y - y^6\right) dy$

(58) اكتب التكامل الذي يعطي حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = x^2$ و $y = \sqrt[3]{x}$ حول المحور x.

(A) $\int_0^1 \pi \left(x^4 - x^{2/3}\right) dx$

(B) $\int_0^1 \pi \left(x^{2/3} - x^4\right) dx$

(C) $\int_0^1 \pi \left(y^6 - y\right) dy$

(D) $\int_0^1 \pi \left(y - y^6\right) dy$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله

(59) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = 2 - x$ و $y = 0$ و $x = 0$ حول المحور x.

(A) $\frac{8\pi}{3}$

(B) $\frac{5\pi}{6}$

(C) $\frac{3\pi}{2}$

(D) $\frac{64\pi}{15}$

(60) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحاطة بالمنحنيات $y = \sqrt{x}$ و $y = 2$ حول المحور y.

(A) $\frac{7\pi}{5}$

(B) $\frac{32\pi}{7}$

(C) $\frac{32\pi}{5}$

(D) 8π

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله



L6-2 الحجم: التقطيع والأقراص والحلقات

مفاتيح الإجابة



Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.
1)	A	2)	C	3)	A	4)	A	5)	A
6)	A, C	7)	A	8)	C	9)	A	10)	A, D
11)	B	12)	C	13)	B	14)	A	15)	C
16)	B	17)	A	18)	C	19)	A	20)	C
21)	D	22)	A	23)	B	24)	C	25)	C
26)	B	27)	D	28)	C	29)	A	30)	B
31)	B	32)	B	33)	B	34)	A	35)	A
36)	B	37)	D	38)	A	39)	A	40)	C
41)	B	42)	A	43)	D	44)	C	45)	B
46)	C	47)	D	48)	D	49)	A	50)	B
51)	C	52)	D	53)	C	54)	B	55)	B
56)	A	57)	B	58)	D	59)	A	60)	C

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

طول القوس

بفرض أن الدالة $y = f(x)$ تمثل منحنى متصل وقابل للاشتقاق على الفترة $[a, b]$ فإن طول القوس بين a و b يعطى من:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

وبالمثل، بالنسبة للمنحنى $x = g(y)$ منحنى متصل وقابل للاشتقاق يكون طول القوس بين c و d هو:

$$s = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2}\, dy$$

1) أوجد طول قوس جزء المنحنى $f(x) = \sin 3x$ في الفترة $0 \le x \le \frac{\pi}{3}$

2) أوجد طول القوس لجزء من المنحنى $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ في الفترة $[-1,1]$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

3) أوجد طول قوس المنحنى $y = \frac{1}{2}(x^2+3)^{3/2}$ من $x = 0$ إلى $x = 2$.

4) أوجد طول قوس المنحنى $x = \frac{1}{6}(y^2+4)^{3/2}$ من $y = 0$ إلى $y = -1$

5) أوجد طول قوس منحنى $f(x)$ حيث $f(x) = \int_1^x \sqrt{3t^2+2t-1}\,dt$

في الفترة $[2,4]$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

6) أوجد طول قوس المنحنى للدالة $f(x)$ إذا كان $f'(x) = \sqrt{9x^2 - 1}$ في الفترة $[1, 2]$

7) أوجد طول قوس المنحنى $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ حيث $1 \le x \le 2$

A) $\frac{17}{12}$

B) $\frac{17}{6}$

C) $\frac{34}{6}$

D) $\frac{17}{24}$

8) أوجد طول قوس المنحنى $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ حيث $1 \le x \le 2$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

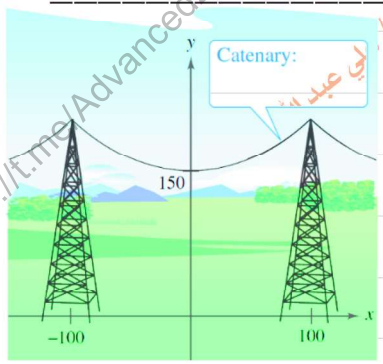
9) أي مما يلي هو التعبير الصحيح لطول قوس المنحنى $y = e^{x^2/2}$ بين النقطتين $(2, e^2)$ و $(1, \sqrt{e})$؟

---

10) كابل كهربائي معلق بين برجين البعد بينهما 200 قدم، كما هو موضح في الصورة. يأخذ الكابل شكل سلسلة معادلته:

$$y = 75\left(e^{x/150} + e^{-x/150}\right)$$

أوجد طول قوس الكابل بين البرجين.



إذا كان $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$

$1 + (y')^2 = \frac{1}{4}(e^{x/a} + e^{-x/a})^2$

$\sqrt{1 + (y')^2} = \frac{1}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$

$$y' = \frac{1}{2}(e^{x/150} - e^{-x/150})$$

$$(y')^2 = \frac{1}{4}(e^{x/75} - 2 + e^{-x/75})$$

and $1 + (y')^2 = \frac{1}{4}(e^{x/75} + 2 + e^{-x/75}) = \left[\frac{1}{2}(e^{x/150} + e^{-x/150})\right]^2$.

$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

$\frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$

$\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$

Therefore, the arc length of the cable is

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}\, dx = \frac{1}{2}\int_{-100}^{100} (e^{x/150} + e^{-x/150})\, dx$$

$$= 75\left[e^{x/150} - e^{-x/150}\right]_{-100}^{100}$$

$$= 150(e^{2/3} - e^{-2/3})$$

$$\approx 215 \text{ feet.}$$

$\frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a}) = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$

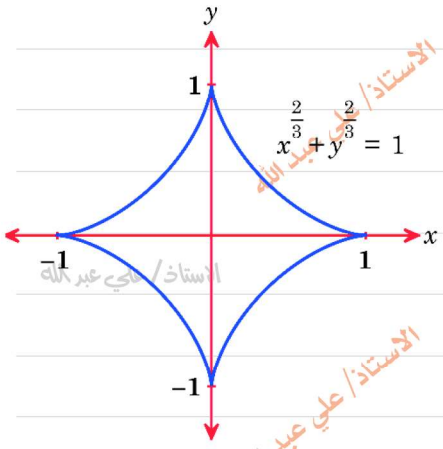
11) أوجد طول القوس لمنحنى الدالة $f(x) = \ln(\cos x)$ خلال الفترة $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$

---

12) اوجد طول القوس لمنحنى الدالة $f(x) = \ln(\sec x)$ خلال الفترة $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$

الاستاذ/ علي عبد الله
https://t.me/Advanced2024

13) أوجد طول شكل نجمي معرف بالمعادلة $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$

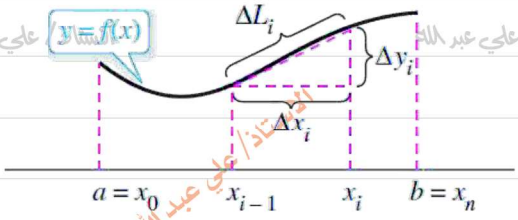


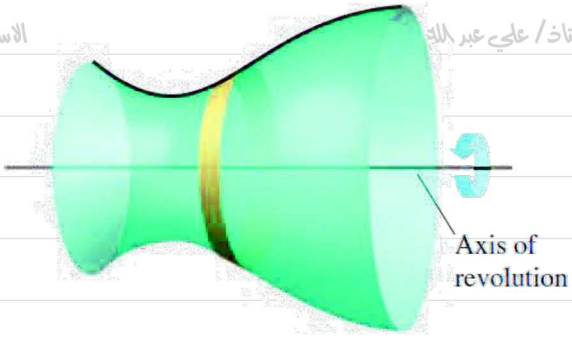
طول: $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ هو $6a$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

مساحة الاسطح الدورانية

تعريف السطح الدوراني
عندما يدور منحنى دالة متصلة دورة كاملة حول محور ما فإن السطح الناتج هو سطح دوراني.





بفرض أن $y = f(x)$ دالة متصلة وقابلة للاشتقاق على الفترة $[a, b]$. مساحة السطح الدوراني الناتج من دوران منحنى الدالة f حول المحور x هو:

$$S = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$ y هي دالة في المتغير x

إذا كان $x = g(y)$ على الفترة $[c, d]$, إذن مساحة السطح الدوراني تساوي:

$$S = 2\pi \int_c^d g(y)\sqrt{1 + [g'(y)]^2}\, dy$$ x هي دالة في المتغير y

1) أوجـد مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = \sin x$ لكل $0 \le x \le \pi$ المحور x.

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

2) أوجـد مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = x^3$ لكل $0 \le x \le 1$ المحور x.

3) بفرض $f(x) = y = \sqrt[3]{3x}$ وجزء من المنحنى حيث $0 \le y \le 2$. أوجد مساحة سطح المجسم الناتج من دوران هذا الجزء من منحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y.

4) أوجـد مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = \ln x$ لكل $1 \le x \le 2$ المحور x

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

5) أوجـد مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = e^x$ لكل $0 \le x \le 1$ المحور x

6) أوجـد مساحة سطح متولد من تدوير منحنى $y = \sqrt{x}$ لكل $1 \le x \le 2$ المحور x

7) أوجد طول القوس لجزء المنحنى $y = 4x^{3/2} + 1$ حيث $1 \le x \le 2$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

8) عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 40 ft. إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادلته $y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20})$ و $-20 \le x \le 20$ فاحسب طول الحبل.

9) احسب الطول الدقيق للقوس من المنحنى: $x = e^{y/2} + e^{-y/2}$ حيث $-1 \le y \le 1$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

10) على فرض انه تم تدوير مثلث رؤوسه $(-1,1)$ و $(0,1)$ و $(-1,-1)$ حول المحور y احسب مساحة السطح.

11) على فرض أنه تم دوران المربع المكون من جميع (x,y) مع $-1 \leq x \leq 1$ و $-1 \leq y \leq 1$ حول المحور y. احسب مساحة السطح

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

في التمارين 12-16، اكتب التكامل الذي يعبر عن طول القوس ثم قم بتقريب التكامل بطريقة عددية.

12) $y = x^3 \ , \ -2 \le x \le 2$.

13) $y = \tan x \ , \ 0 \le x \le \frac{\pi}{4}$

14) $y = \ln x \ , \ 1 \le x \le 3$

15) $y = \int_0^x u \sin u \, du \quad , 0 \le x \le \pi$

16) $y = \int_0^x e^{-u} \sin u \, du \quad , 0 \le x \le \pi$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

في التمارين 17-22 اكتب التكامل الذي يعبر عن مساحة السطح الدواني وتقريب التكامل بطريقة عددية.

17) $y = \sin x$ ، $0 \le x \le \pi$ تم دورانها حول المحور x.

18) $y = x^3 - 4x$ ، $-2 \le x \le 0$ تم دورانها حول المحور x.

19) $y = e^x$ ، $0 \le x \le 1$ تم دورانها حول المحور x.

20) $y = \ln x$ ، $1 \le x \le 2$ تم دورانها حول المحور x .

21) $y = \cos x$ ، $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ تم دورانها حول المحور x .

22) $y = \sqrt{x}$ ، $1 \le x \le 2$ تم دورانها حول المحور x .

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

في التدريبين 23 و 24 ، احسب طول قوس المنحنى وطول الخط القاطع الذي يربط نقاط نهاية المنحنى. L_1L_2

احسب النسبة $\frac{L_2}{L_1}$؛ كلما اقترب هذا الرقم من 1، كان المنحنى أكثر استقامة.

23) (أ) $y = \sin x$ ، $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ (ب) $-\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{6}$

24) (أ) $y = e^x$ ، $3 \le x \le 5$ (ب) $-5 \le x \le -3$

الاستاذ/ علي عبد الله
https://t.me/Advanced2024

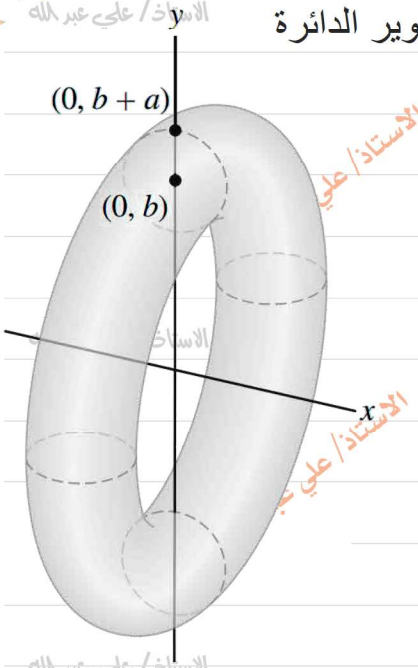
25) احسب الطول الدقيق للقوس: $y = 2\ln(4 - x^2)$ و $0 \le x \le 1$

the arc length of $y = \ln(f(x))$ for $a \le x \le b$ is

$$\int_a^b \frac{\sqrt{f(x)^2 + f'(x)^2}}{f(x)}\,dx$$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

26) أوجد مساحة سطح الطارة التي تم الحصول عليها من خلال تدوير الدائرة $x^2 + (y-b)^2 = a^2$ حول المحور x.



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

4-6 طول القوس ومساحة السطح

أسئلة الاختيار من متعدد

(1 أوجد طول قوس المنحنى $y = 4x^{3/2}$ على الفترة $[1\ ,2]$.

(A $s = \pi \int_1^2 \sqrt{1+36x}\ dx$

(B $s = \int_1^2 \sqrt{1+36x}\ dx$

(C $s = 8\pi \int_1^2 x^{2/3} \sqrt{1+36x}\ dx$

(D $s = \int_1^2 \sqrt{1+36x^2}\ dx$

(2 أوجد طول قوس المنحنى $y = \ln(\cos x)$ على الفترة $\left[0\ ,\ \frac{\pi}{4}\right]$.

(A $s = \int_0^{\pi/4} \sec x\ dx$

(B $s = \int_0^{\pi/4} \sec^2 x\ dx$

(C $s = \int_0^{\pi/4} \tan x\ dx$

(D $s = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1-\tan^2 x}\ dx$

(3 أوجد مساحة السطح الناتج عن طريق تدوير منحنى الدالة $y = x^3$ على الفترة $[0, 1]$ حول المحور السيني x.

(A $S = 2\pi \int_0^1 x^3\sqrt{1+3x^4}\ dx$

(B $S = 6\pi \int_0^1 x^2\sqrt{1+3x^4}\ dx$

(C $S = 2\pi \int_0^1 x^3\sqrt{1+9x^4}\ dx$

(D $S = 6\pi \int_0^1 x^2\sqrt{1+9x^4}\ dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

(4 أوجد طول قوس المنحنى $y = \sin x$ على الفترة $[0, \pi]$.

(A $S = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

(B $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos x}\ dx$

(C $S = \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

(D $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

(5 أوجد مساحة السطح الناتج عن طريق تدوير التمثيل البياني $y = \cos x$ على الفترة $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ حول المحور السيني x.

(A $S = 2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

(B $S = 2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + \sin x}\ dx$

(C $S = 2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

(D $S = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

(6 أوجد طول قوس من منحنى $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ على الفترة $[1,2]$

(A $\frac{17}{12}$

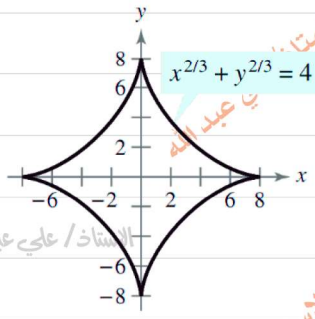
(B $\frac{17}{6}$

(C $\frac{34}{6}$

(D $\frac{17}{24}$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله

7) أوجد الطول الكلي للتمثيل البياني للشكل النجمي $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$



A) 48

B) 12

C) 24

D) 36

معادلة الشكل النجمي هي:
$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$
الطول الإجمالي للشكل النجمي هو:
$L = 6a$

8) طول قوس $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ من $x = 0$ إلى $x = \frac{1}{2}$ هو

A) $s = \frac{\pi}{6}$

B) $s = \frac{\pi}{2}$

C) $s = \frac{\pi}{3}$

D) $s = \frac{\pi}{5}$

9) إذا كان طول قوس $f(x)$ في الفترة $[1,4]$ هو $\int_1^4 \sqrt{1 + 9x^4}\, dx$ والنقطة $(1,6)$ تقع على منحنى $f(x)$. أي مما يلي يمثل الدالة $f(x)$

A) $f(x) = 3 + 3x^2$

B) $f(x) = 5 + x^3$

C) $f(x) = 5 - x^3$

D) $f(x) = 6 - x^3$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(10 طول قوس $y = \sin(\sqrt{x})$ في الفترة $[a, b]$ يعطى بواسطة:

(A $\int_a^b \sqrt{x + \cos^2(\sqrt{x})}\, dx$

(B $\int_a^b \sqrt{1 + \cos^2(\sqrt{x})}\, dx$

(C $\int_a^b \sqrt{\sin^2(\sqrt{x}) + \frac{1}{4x}\cos^2(\sqrt{x})}\, dx$

(D $\int_a^b \sqrt{1 + \frac{1}{4x}\cos^2(\sqrt{x})}\, dx$

(11 أوجد طول القوس من المنحنى $x = e^{\frac{1}{2}y} + e^{-\frac{1}{2}y}$ حيث $-1 \le y \le 1$

(A $s = \frac{e-1}{e}$

(B $s = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$

(C $s = 2\left(\frac{e-1}{\sqrt{e}}\right)$

(D $s = 2\left(\frac{e+1}{\sqrt{e}}\right)$

(12 افترض أن الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$ تدور حول المحور y. احسب مساحة السطح.

(A $S = 4\pi r^2$

(B $S = 4\pi r$

(C $S = 2\pi r^2$

(D $S = \frac{4}{3}\pi r^3$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(13 أوجد مساحة السطح الناتج عن طريق تدوير التمثيل البياني $y = \ln x$ على الفترة $[1,2]$ حول المحور *السيني* x.

(A $\int_1^2 \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

(B $\int_1^2 2\pi \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

(C $\int_1^2 \pi \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

(D $\int_1^2 2\pi \ln x \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\, dx$

(14 أوجد طول قوس التمثيل البياني للدالة $f(x) = \ln(\cos x)$ خلال الفترة $[0, \pi/4]$

(A $\ln(\sqrt{2}-1)$

(B $\ln(\sqrt{2}-1)+1$

(C $\ln(\sqrt{2}+1)$

(D $\ln(\sqrt{2}+1)-1$

(15 أوجد طول قوس الرسم البياني للدالة $f(x)$ إذا كان $f'(x) = \sqrt{9x^2-1}$ في الفترة $[1,2]$

(A $\int_1^2 \sqrt{2-9x^2}\, dx$

(B $\int_1^2 3x\, dx$

(C $-\int_1^2 3x\, dx$

(D $\int_1^2 9x\, dx$

(16 أوجد طول قوس الرسم البياني للدالة $f(x)$ إذا كان $f'(x) = \sqrt{9x^2 - 1}$ في الفترة $[-2, -1]$.

(A $\int_{-2}^{-1} \sqrt{2 - 9x^2}\, dx$

(B $\int_{-2}^{-1} 3x\, dx$

(C $-\int_{-2}^{-1} 3x\, dx$

(D $\int_{-2}^{-1} 9x\, dx$

(17 أي مما يلي يمثل طول قوس التمثيل البياني للدالة $f(x) = \ln(\sec x)$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

(A $\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 + \sec^2 x}\, dx$

(B $\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 + \cos^2 x}\, dx$

(C $\int_{0}^{\pi/4} \sec x\, dx$

(D $\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 - \tan^2 x}\, dx$

(18 أوجد طول قوس المنحنى $y = -2x^{3/2}$ من $x = 0$ إلى $x = 3$

(A $\int_{0}^{3} \sqrt{1 + 3x}\, dx$

(B $\int_{0}^{4} \sqrt{1 - 9x}\, dx$

(C $\int_{0}^{3} \sqrt{1 - 9x^2}\, dx$

(D $\int_{0}^{3} \sqrt{1 + 9x}\, dx$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله

(19) أوجد مساحة السطح الناتج عن دوران $y = \sqrt{1+x}$ و $0 \le x \le -1$ حول المحور x
مساحة السطح التقريبية هي

(A) 4.47

(B) 28.07

(C) 5.33

(D) 7.02

(20) $\int_0^1 \sqrt{1+\sec^2 x \tan^2 x}\, dx$ يمثل طول القوس لأي من التمثيلات البيانية الآتية؟

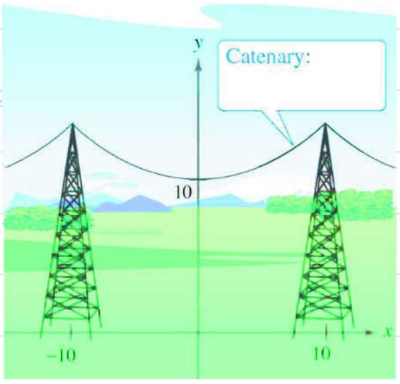
(A) $y = \sec x \ , 0 \le x \le 1$

(B) $y = \sec x \tan x \ , 0 \le x \le 1$

(C) $y = \sec^2 x \ , 0 \le x \le 1$

(D) $y = \tan^2 x \ , 0 \le x \le 1$

(21) يتم تعليق كابل كهربائي بين برجين البعد بينهما 20 ft ، كما هو موضح في الشكل التالي. يأخذ الكابل شكل سلسلة معادلته هي $y = 5\left(e^{x/10} + e^{-x/10}\right)$ أوجد طول قوس الكابل بين البرجين



(A) $10(e - e^{-1})$

(B) $5(e - e^{-1})$

(C) $10(e^{-1} - e)$

(D) $5(e^{-1} - e)$

(22 أوجد طول قوس $f(x)$ إذا كان $f(x)=\int_1^x \sqrt{36t^2-1}\,dt$ في الفترة $[2,4]$

(A 72

(B 36

(C 36π

(D 72π

(23 على فرض أنه تم تدوير المثلث الذي رؤوسه $(1,-1)$ و $(0,1)$ و $(-1,-1)$ حول المحور y. احسب مساحة السطح.

(A 10π

(B $\sqrt{10}\pi$

(C 5π

(D $\sqrt{5}\pi$

(24 أي مما يلي هو التعبير الصحيح لطول قوس المنحنى $y=e^{x^2/2}$ بين النقطتين $(1,\sqrt{e})$ و $(2,e^2)$؟

(A $\int_1^2 \sqrt{1+x^2e^{x^2}}\,dx$

(B $\int_1^2 \sqrt{1-x^2e^{x^2}}\,dx$

(C $\int_{\sqrt{e}}^{e^2} \sqrt{1+x^2e^{x^2}}\,dx$

(D $\int_{\sqrt{e}}^{e^2} \sqrt{1+e^{x^2}}\,dx$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(25 طول المنحنى $y=\frac{x^3}{6}+\frac{1}{2x}$ حيث $\frac{1}{2}\le x\le 1$ ، يعطى بواسطة:

(A $\frac{1}{2}\int_{1/2}^{1}\sqrt{1+(x^2+x^{-2})^2}dx$

(B $\frac{1}{2}\int_{1/2}^{1}\sqrt{(x^2+x^{-2})}dx$

(C $\frac{1}{2}\int_{1/2}^{1}(x+x^{-1})dx$

(D $\frac{1}{2}\int_{1/2}^{1}(x^2+x^{-2})dx$

(26 احسب المسافة التي يقطعها جسيم يتحرك على طول المنحنى $y=\frac{2}{3}x^{3/2}$ من النقطة $(0,0)$ إلى النقطة $(4,\frac{16}{3})$.

(A $\frac{2}{3}(5\sqrt{5}-1)$

(B $(5\sqrt{5}-1)$

(C $\frac{1}{5\sqrt{5}}$

(D $\ln 4$

(27 طول المنحنى $y=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ حيث $0\le x\le 1$ هو:

(A $\frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)$

(B $e-\frac{1}{e}$

(C $\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)$

(D $e+\frac{1}{e}$

28) طول قوس المنحنى $x = \frac{1}{6}(y^2+4)^{3/2}$ من $y=-1$ إلى $y=0$ هو:

(A) $\frac{5}{6}$

(B) $\frac{7}{6}$

(C) $\frac{5}{3}$

(D) 4

29) إذا كان $F(x) = \int_1^{x^2} \sqrt{t+1}\,dt$ ، ما طول منحنى F في الفترة $[1,2]$

(A) $\frac{8}{3}$

(B) $\frac{10}{3}$

(C) $\frac{14}{3}$

(D) $\frac{17}{3}$

30) إذا كان طول منحنى من $(0,-3)$ إلى $(3,3)$ يعطى بالعلاقة: $\int_0^3 \sqrt{1+(x^2-1)^2}\,dx$

أي من الآتي يمكن أن يكون معادلة هذا المنحنى؟

(A) $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x - 3$

(B) $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x - 3$

(C) $y = \frac{1}{3}x^3 - x - 3$

(D) $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 3$

https://t.me/Advanced2024 الاستاذ/ علي عبد الله

(31 أي من التكاملات الآتية يعطي طول المنحنى $y = \frac{1}{3}x^{3/2} - x^{1/2}$ بين $x = 1$ و $x = 4$؟

(A $\frac{1}{2}\int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

(B $\frac{1}{2}\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

(C $\frac{1}{2}\int_1^4 \left(1 + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

(D $\frac{1}{2}\int_1^4 \left(1 + \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

(32 أي التكاملات الآتية يعطي طول المنحنى $y = \ln(\sin x)$ من $x = \frac{\pi}{3}$ إلى $x = \frac{2\pi}{3}$

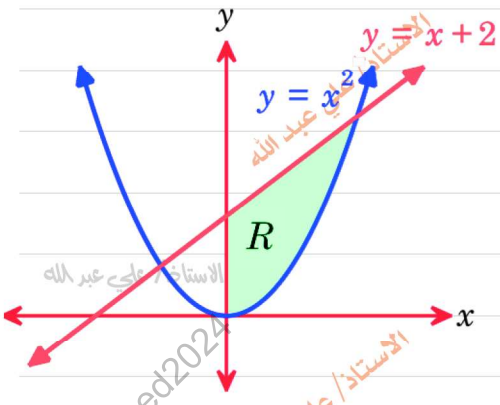
(A $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \csc^2 x\, dx$

(B $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{1 + \cot x}\, dx$

(C $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \csc x\, dx$

(D $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{1 + \csc^2 x}\, dx$

(33 لتكن R هي المنطقة التي يحدها المحور y والتمثيل البياني لكل من $y = x^2$ و $y = x + 2$. أوجد محيط المنطقة R.



(A 4.647

(B $2\sqrt{2}$

(C $4\sqrt{2}$

(D 9.475

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(34 أي التكاملات الآتية يعطي طول التمثيل البياني $y = \frac{2}{3}(x^2+1)^{3/2}$ في الفترة $[0,1]$

(A $\int_0^1 (x^2+1)\,dx$

(B $\int_0^1 \sqrt{2x^2-1}\,dx$

(C $\int_0^1 \sqrt{2x^2+1}\,dx$

(D $\int_0^1 (2x^2+1)\,dx$

(35 أوجد مساحة السطح الناتج عن دوران $y = -2x$ ، $0 \le x \le 1$ حول المحور *السيني* x.
مساحة السطح التقريبية هي:

(A 4.47

(B 14.05

(C 28.10

(D 88.28

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

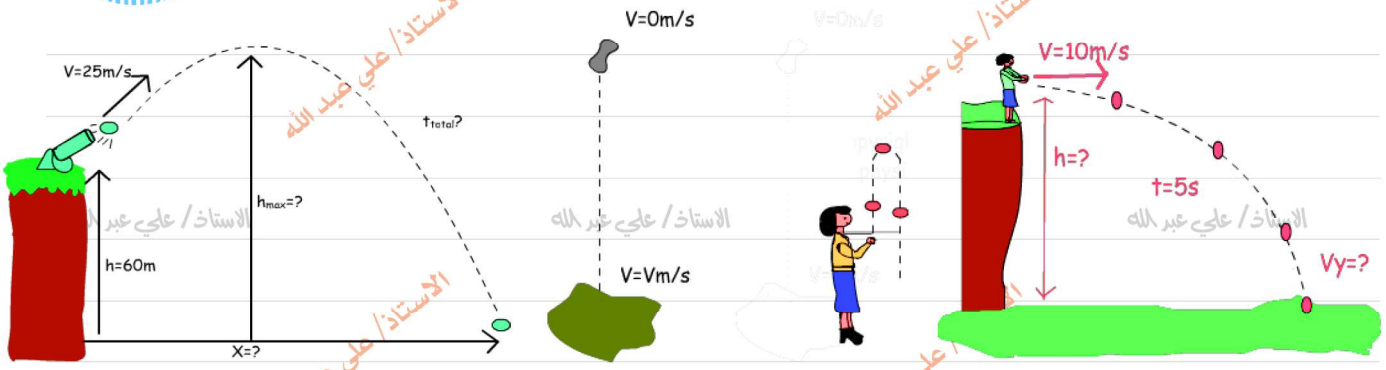
L6-4 طول القوس ومساحة السطح

مفاتيح الإجابة

Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.	Q	key.
1)	B	2)	A	3)	C	4)	A	5)	C
6)	A	7)	A	8)	A	9)	B	10)	D
11)	C	12)	A	13)	D	14)	C	15)	B
16)	C	17)	C	18)	D	19)	C	20)	A
21)	A	22)	B	23)	D	24)	A	25)	D
26)	A	27)	C	28)	B	29)	D	30)	C
31)	A	32)	C	33)	D	34)	D	35)	B

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

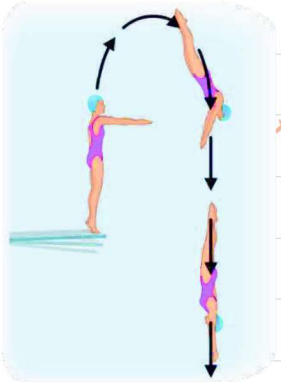
L 6.5 حركة المقذوفات



تذكر أن:

الموضع		السرعه		التسارع
$s(t)$	اشتقاق	$\frac{ds}{dt}=v(t)$	اشتقاق	$\frac{dv}{dt}=a(t)$
التسارع		السرعه		الموضع
$a(t)$	تكامل	$\int a(t)dt=v(t)$	تكامل	$\int v(t)dt=s(t)$

قانون نيوتن الثاني للحركة:



الذي يقول أن: $F=ma$

، حيث F هو مجموع القوى المؤثرة على جسم ما،

m هي كتلة الجسم، و a هي عجلة الجسم.

القوة الناتجة عن الجاذبية هي وزنك ، والتي ترتبط بالكتلة من خلال:

$$W=mg$$

، حيث g هي ثابت الجاذبية.

التقديرات التقريبية الشائعة ل g ، دقيقة بالقرب من مستوى سطح البحر، هي

$9.8\ m/sec^2$ و $32\ ft/sec^2$

للحفاظ على المسألة بسيطة رياضيا، سنتجاهل أي قوى أخرى، مثل مقاومة الهواء.

دعنا نمثل $h(t)$ طولك فوق الماء t ثوان بعد بدء الغوص. ثم القوة الناتجة عن الجاذبية هي $F=-mg$

، حيث تشير علامة الطرح إلى أن القوة تؤثر لأسفل في الاتجاه السلبي. من عملنا السابق، نعلم أن التسارع هو $a(t)=h''(t)$. ، قانون نيوتن الثاني $h''(t)=-g$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

بطريقة أخرى، يمكننا تحديد قانون نيوتن الثاني $h''(t) = -g$ (باستخدام التكامل والشروط الأولية)

$h'(t) = -gt + v_0$ حيث $v_0 = h'(0)$ و

$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ حيث $h_0 = h(0)$

ملاحظات: $32\ ft/sec^2$ أو $9.8\ m/sec^2$

1) بالنسبة للأمثلة التالية ، سنحدد الارتفاع الابتدائي $h(0)$ والسرعة الابتدائية $h'(0)$

أ) يسقط جسم من ارتفاع 100 ft

ب) جسم انطلق من ارتفاع 60 ft بسرعة تصاعدية مقدارها 10ft/sec

ج) جسم انطلق من ارتفاع 20 ft بسرعة هبوطية مقدارها 4ft/sec

د) يسقط جسم من ارتفاع 64 ft

تذكر ما يلي: إذا تم إسقاط جسم من ارتفاع h فعندئذ:

$y(0) = h$, $y'(0) = 0$

$y''(t) = -9.8\ m/s^2$ أو $y''(t) = -32\ ft/s^2$

عند الاصطدام (الوصول إلى الأرض أو الماء) عندما: $y(t) = 0$

تذكر أن: إذا تم إلقاء جسم عموديا لأعلى من الأرض، فعندئذ:

$y(0) = 0$, $y'(0) = v_0$

$y''(t) = -9.8\ m/s^2$ أو $y''(t) = -32\ ft/s^2$

يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع عندما: $y'(t) = 0$

---

2) غواص يسقط من ارتفاع 30 ft فوق الماء. ما سرعة الغواص عند الاصطدام؟

3) تم قذف كرة للأعلى بشكل مستقيم من الأرض بسرعة متجهة ابتدائية 64 ft/s . بتجاهل مقاومة الهواء، أوجـد معادلة لارتفاع الكرة عند أي زمن t. وأيضا حدد القيمة العظمى للارتفاع ومقدار الزمن الذي قطعته الكرة في الهواء

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبدالله

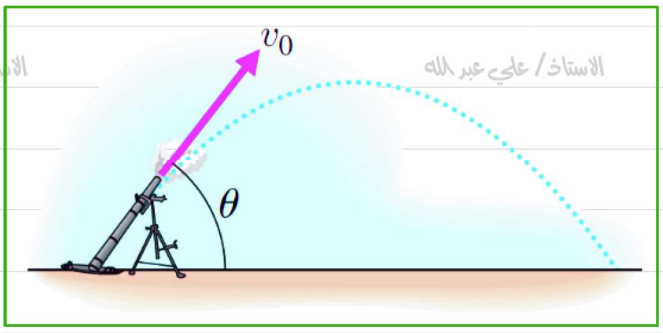
4) أحد اللاعبين له "قفزة" رأسية تبلغ 20. in ما السرعة المتجهة الابتدائية الضرورية للقفز بهذا الارتفاع؟

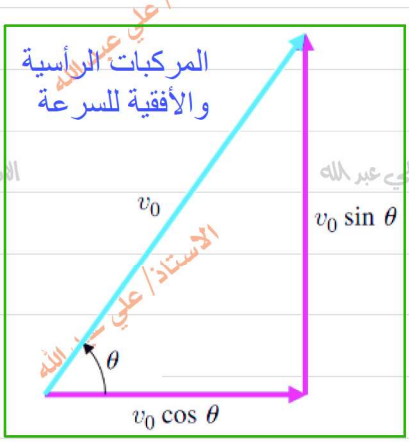
5) لنفترض أن قطرة مطر سقطت من سحابة على ارتفاع 3000 ft فوق سطح الأرض. بغض النظر عن مقاومة الهواء، ما مدى سرعة سقوط قطرة المطر عندما تصطدم بالأرض؟

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

حركة المقذوفات في بعدين

الفكرة هي تطبيق قانون نيوتن الثاني بشكل منفصل على المكونات الأفقية والرأسية للحركة.





القوة الرأسية (الجاذبية): $y''(t) = -9.8\ m/s^2$

أو: $y''(t) = -32\ ft/s^2$

السرعة الرأسية الأولية

$$y'(0) = v_y = v_0 \sin\theta$$

ثم

$$y'(t) = -gt + v_0 \sin\theta$$

والموضع الرأسي هو

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\theta)t + y_0$$

حيث y_0 هو الموضع الرأسي الأولي (الارتفاع)

أقصى ارتفاع يكون عندما $y'(t) = 0$

لا توجد قوة أفقية تؤثر على الجسم:

$$x''(t) = 0$$

السرعة الأفقية الأولية:

$$x'(0) = v_x = v_0 \cos\theta$$

ثم:

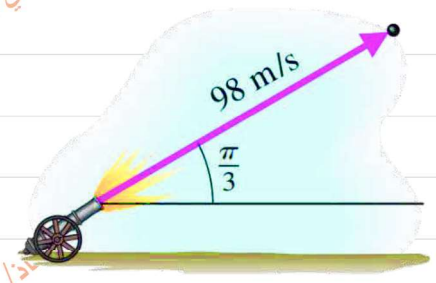
$$x'(t) = v_0 \cos\theta$$

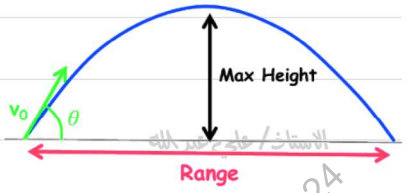
والمسافة الأفقية تساوي

$$x(t) = (v_0 \cos\theta)\, t$$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

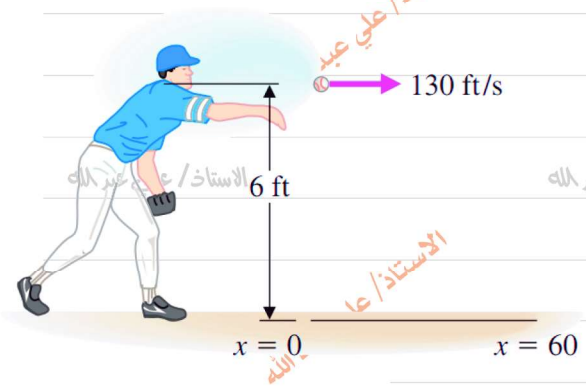
6) يطلق جسم ما بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان من الأفقي مع سرعة ابتدائية مقدارها 98 m/s. حدد زمن التخليق والمدى الأفقي.





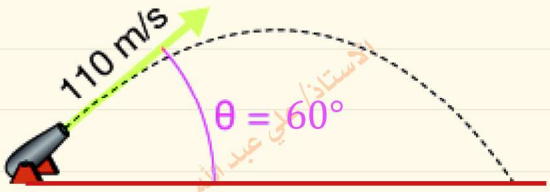
https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

7) يطلق ضارب كرة بيسبول الكرة أفقيا من ارتفاع 6 ft مع سرعة ابتدائية 130 ft/s.
أوجـد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الرئيسة على بعد 60 ft.



https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

ملخص



لجسم ما يتحرك في بعدين

- ما هي العجلة الرأسية؟

$$y''(t) = -9.8\ m/s^2$$

- ما هي العجلة الأفقية؟

$$x''(t) = 0$$

- ما القيمة الابتدائية للمركبة الرأسية للسرعة؟

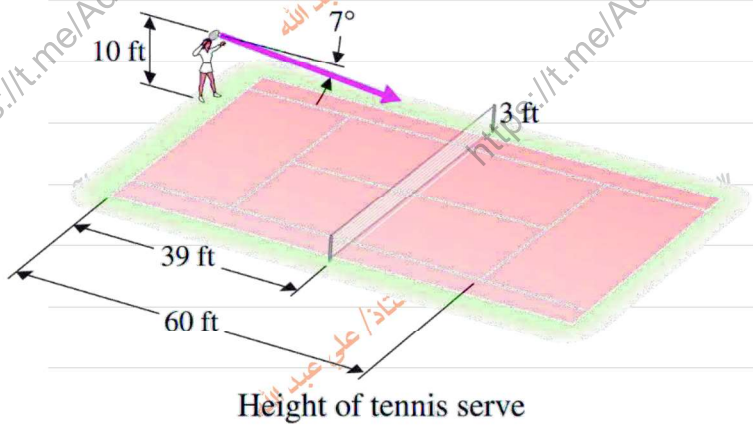
$$y'(0) = v_y = 110\sin(60°) = 55\sqrt{3}\ \ m/s$$

- ما القيمة الابتدائية للمركبة الأفقية للسرعة؟

$$x'(0) = v_x = 110\cos(60°) = 55\ m/s$$

==========

8) فينوس وليامز واحدة من أسرع الضربات في تنس السيدات. على فرض أنها سددت ضربة من ارتفاع 10 ft بسرعة ابتدائية 120 mph وبزاوية 7° تحت المركبة الأفقية. تكون الضربة موجهة "داخل الحد" إذا مرت الكرة على شبكة ارتفاعها 3 ft وتبعد مسافة 39 ft وترتطم بالأرض أمام خط التسديد على بُعد 60 ft . (كما موضح في الشكل التالي) حدد ما إذا كانت الضربة داخل أو خارج الحد



Height of tennis serve

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

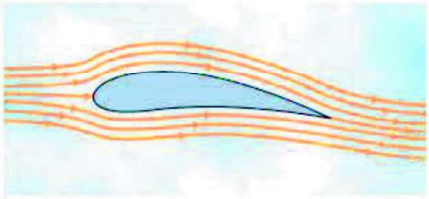
تأثير ماغنوس

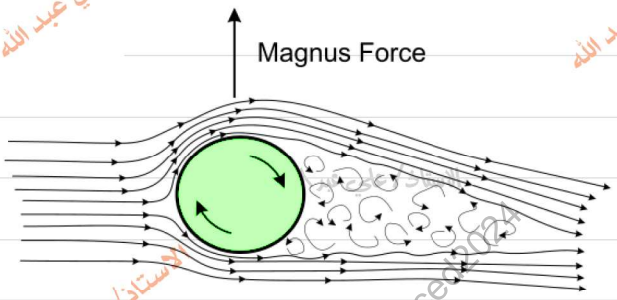
تأثير ماغنوس هو ظاهرة يمكن ملاحظتها ترتبط عادة بجسم دوار يتحرك في الهواء أو سائل آخر. ينحرف مسار الكائن الدوار بطريقة غير موجودة عندما لا يدور الجسم. يمكن تفسير الانحراف بالفرق في ضغط السائل على الجانبين المتقابلين للجسم الدوار.

يشرح هذا الفيديو تأثير ماغنوس عندما لا يمكن تجاهل مقاومة الهواء

https://www.youtube.com/watch?v=nyGg9aP0z1I

يمكن أن تتسبب **قوة ماغنوس** ، الناتجة عن دوران كائن أو عدم التماثل في شكل كائن ما ، في تغيير الكائن للاتجاهات والمنحنى.





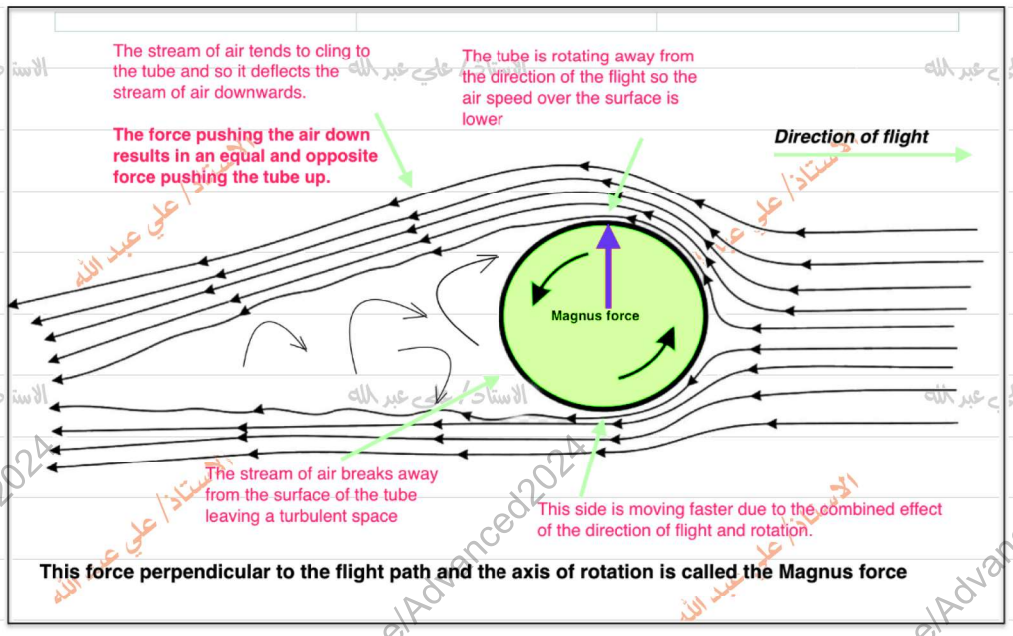
إذا كانت الكرة تدور بمعدل ω راديان لكل ثانيا $x''(t) = -10\sin(4\omega t + \theta_0)$ حيث تعتمد الزاوية الأولية θ_0 على اين سيمسك الرامي بالكرة. مع الشروط الأولية $x'(0) = 0$ و $x(0) = 0$. للحصول على سرعة قذيفة كرة جنونية عادية تبلغ 60 ميلا في الساعة ، يستغرق الأمر حوالي 0.68 ثانية للرمية لتصل إلى اللوحة الرئيسة



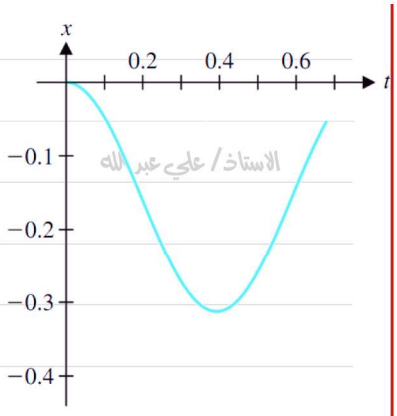
Regulation baseball, showing stitching

معادلة الحركة قذيفة كرة جنونية

$$x''(t) = -10\sin(4\omega t + \theta_0)$$



9) لمعدل دوران $\omega = 2$ الراديان في الثانية مع $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ ، أوجد معادلة للحركة الجانبية للكرة لقذيفة جنونية ومثلها بيانيا لكل $0 \le t \le 0.68$



10) اثبت أن جسما ما يسقط من ارتفاع H ft سيصطدم بالأرض عند الزمن $T = \frac{1}{4}\sqrt{H}$ ثانية مع سرعة متجهة لحظة الاصطدام تبلغ $V = -8\sqrt{H}$ ft/s

ملاحظات هامة

عندما يسقط جسم من ارتفاع H قدم حيث الوحدات بالقدم

الوقت عند الاصطدام هو $T = \frac{1}{4}\sqrt{H}$ والسرعة عند الاصطدام هي $v = -8\sqrt{H}$

11) أثبت أن جسم ما مدفوع من الأرض بسرعة متجهة ابتدائية تبلغ v_0 ft/s يحقق قيمة عظمى للارتفاع $\frac{v_0^2}{64}$ ft

12) لنأخذ قذيفة كرة جنونية لها حركة جانبية تحقق مسألة القيمة الابتدائية
$x''(t) = -25\sin(4\omega t + \theta_0)$ و $x'(0) = x(0) = 0$ مع $\omega = 1$. أوجد معادلة لـ $x(t)$ ومثل الحل بيانياً حيث $0 \le t \le 0.68$ مع $\theta_0 = 0$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله

5-6 حركة المقذوفات

اسئلة الاختيار من متعدد

تذكر أن:

الموضع		السرعة		التسارع
$s(t)$	اشتقاق	$\frac{ds}{st} = v(t)$	اشتقاق	$\frac{dv}{dt} = a(t)$
التسارع		السرعة		الموضع
$a(t)$	تكامل	$\int a(t)dt = v(t)$	تكامل	$\int v(t)dt = s(t)$

عندما يسقط الجسم من ارتفاع H قدم يكون عند لحظة الاصطدام:

$$t = \frac{1}{4}\sqrt{H} \quad \text{و} \quad y'(t) = v(t) = -8\sqrt{H}$$

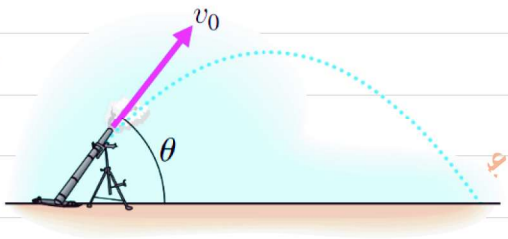
قانون نيوتن الثاني $h''(t) = -g$ يمكننا تحديده.
(باستخدام التكامل والشروط الأولية)

$h'(t) = -gt + v_0$ أين $v_0 = h'(0)$ و

$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h_0$ أين $h_0 = h(0)$

ملاحظات: $g = 32\ ft/s^2$ أو $g = 9.8\ m/s^2$

حركة المقذوفات في بعدين



القوة الرأسية (الجاذبية): $y''(t) = -9.8\ m/s^2$
أو: $y''(t) = -32\ ft/s^2$

السرعة الرأسية الأولية

$$y'(0) = v_y = v_0 \sin\theta$$

ثم

$$y'(t) = -gt + v_0 \sin\theta$$

والموضع الرأسي هو

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\theta)t + y_0$$

حيث y_0 هو الموضع الرأسي الأولي (الارتفاع)
أقصى ارتفاع يكون عندما $y'(t) = 0$

لا توجد قوة أفقية تؤثر على الجسم:

$$x''(t) = 0$$

السرعة الأفقية الأولية:

$$x'(0) = v_x = v_0 \cos\theta$$

ثم:

$$x'(t) = v_0 \cos\theta$$

والمسافة الأفقية تساوي

$$x(t) = (v_0 \cos\theta)\, t$$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(1) سقط غواص من ارتفاع 64 ft. أي من الآتي يعطي الشروط الابتدائية؟

(A) $h(0) = 64\,ft\,, \quad h'(0) = 0$

(B) $h(0) = 64\,ft\,, \quad h'(0) = 32\,ft/s$

(C) $h(0) = 64\,ft\,, \quad h''(t) = 9.8\,ft/s$

(D) $h(0) = 0\,, \quad h''(t) = -32\,ft/s$

(2) سقط غواص من ارتفاع 64 ft. ما هي السرعة عند الاصطدام؟

(A) $32\,ft/s$

(B) $23\,ft/s$

(C) $64\,ft/s$

(D) $46\,ft/s$

(3) حدد الشرط الابتدائي $y(0)$ و $y'(0)$ للحركة الرأسية، إذا قذف الجسم بسرعة 6ft/s من ارتفاع 30 ft (خذ نقطة الأصل ليكون الأرض)

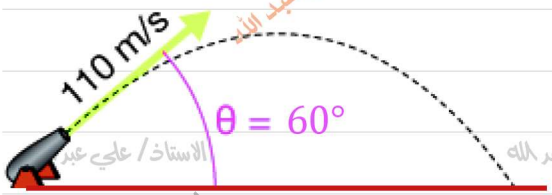
(A) $y(0) = 30\,, \quad y'(0) = -6$

(B) $y(0) = 0\,, \quad y'(0) = -6$

(C) $y(0) = 30\,, \quad y'(0) = 6$

(D) $y(0) = 0\,, \quad y'(0) = 6$

(4) لجسم يتحرك في بعدين كما هو موضح في الشكل أدناه.
ما القيمة الابتدائية للمركبة الرأسية للسرعة؟



(A) $y'(0) = 110\sin(60) = 55\sqrt{3}\,m/s$

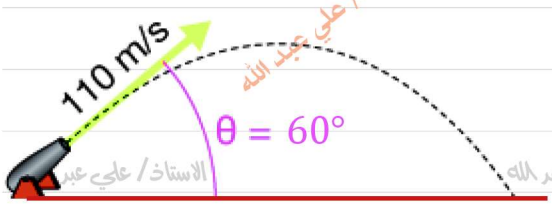
(B) $y'(0) = 110\cos(60) = 55\,m/s$

(C) $y'(0) = 110\tan(60) = 110\sqrt{3}\,m/s$

(D) $y'(0) = \frac{110}{\sin(60)} = \frac{55}{\sqrt{3}}\,m/s$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله

(5) لجسم يتحرك في بعدين كما هو موضح في الشكل أدناه.
ما هي العجلة الرأسية؟



(A) $y''(t) = -32\ ft/s^2$

(B) $y''(t) = 32\ ft/s^2$

(C) $y''(t) = -9.8\ m/s^2$

(D) $y''(t) = 0$

(6) إذا سقط جسم من ارتفاع H ft، في أي وقت t سيصطدم بالأرض؟

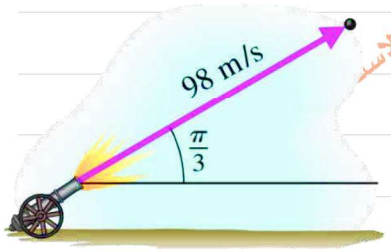
(A) $t = \frac{1}{4}\sqrt{H}$

(B) $t = \frac{1}{2}\sqrt{H}$

(C) $t = 8\sqrt{H}$

(D) $t = 4\sqrt{H}$

(7) يطلق جسم بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان من الأفقي بسرعة ابتدائية مقدارها 98 m/s. تحديد وقت الرحلة.



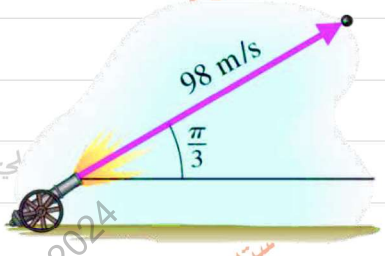
(A) 18.32

(B) 17.32

(C) 19.32

(D) 16.32

(8) يطلق جسم بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان من الأفقي بسرعة ابتدائية مقدارها 98 m/s أي مما يلي يعطي المدى الأفقي؟



(A) $x(t) = 98t$

(B) $x(t) = 49\sqrt{3}t$

(C) $x(t) = \sqrt{3}t$

(D) $x(t) = 49t$

(9) سقط غواص من ارتفاع 30 ft فوق الماء. أي مما يلي يعطي ارتفاع الغواص في الوقت t؟

(A) $h(t) = -16t^2 + 30$

(B) $h(t) = 16t^2 + 30$

(C) $h(t) = -4.9t^2 + 30$

(D) $h(t) = 4.9t^2 + 30$

(10) قذفت كرة لأعلى مباشرة من الأرض بسرعة ابتدائية $64\ ft/s$. تجاهل مقاومة الهواء ، ما هو مقدار الوقت الذي تقضيه الكرة في الهواء.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 6

(11) اكتشف ذئب بري أنه قد خطا خارج حافة جرف. بعد أربع ثوان، اصطدم بالأرض في سحابة من الغبار. ما ارتفاع الجرف بالأمتار؟

(A) الارتفاع $= 78.4\ m$

(B) الارتفاع $= 88.4\ m$

(C) الارتفاع $= 98.2\ m$

(D) الارتفاع $= 49.2\ m$

(12) يتضمن المخطط التالي للذئب البري إطلاق نفسه في الهواء باستخدام منجنيق. إذا تم دفع الذئب البري رأسيا من الأرض بسرعة متجهة ابتدائية $19.6\ m/st$ أوجد معادلة لارتفاع الذئب في أي زمن

(A) $h(t) = -16t^2 + 19.6t$

(B) $h(t) = -16t^2 + 19.6$

(C) $h(t) = -4.9t^2 + 19.6$

(D) $h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$

(13 يتضمن المخطط التالي للذئب البري إطلاق نفسه في الهواء باستخدام منجنيق. إذا تم دفع الذئب البري رأسيا من الأرض بسرعة متجهة ابتدائية $19.6\ m/st$ أوجـد اقصى ارتفاع يصل اليه.

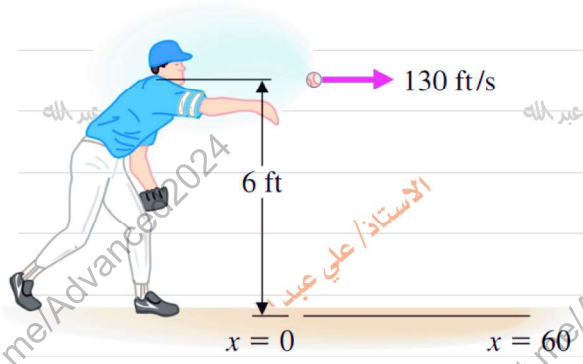
(A $h(t) = 19.6\ m$

(B $h(t) = 13.4\ m$

(C $h(t) = 29.6\ m$

(D $h(t) = 9.8\ m$

(14 يطلق ضارب كرة بيسبول الكرة أفقيا من ارتفاع 6 ft مع سرعة ابتدائية 130 ft/s أوجـد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الرئيسة على بعد 60 ft.



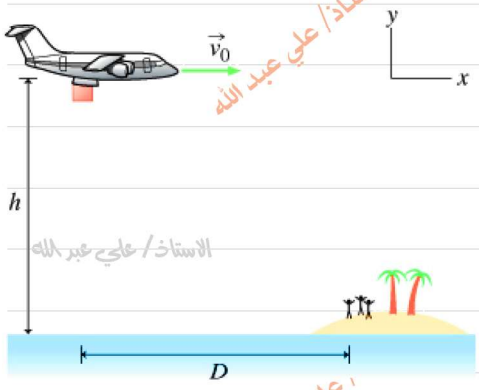
(A $y\left(\frac{6}{13}\right) \approx 1.59$ قدم

(B $y\left(\frac{6}{13}\right) = 2.95$ قدم

(C $y\left(\frac{6}{13}\right) = 2.59$ قدم

(D $y\left(\frac{6}{13}\right) = 2.89$ قدم

(15 طائرة على ارتفا 256 ft تريد إسقاط الإمدادات إلى موقع محدد على الأرض. إذا كانت السرعة الأفقية للطائرة تساوي $100\ ft/s$ ، فما المسافة التي يجب أن تطلق فيها الطائرة الإمدادات على الهدف لتصل إلى الموقع المستهدف؟



(A $D = 300$ قدم

(B $D = 400$ قدم

(C $D = 200$ قدم

(D $D = 350$ قدم

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبر الله

16) لمعدل دوران $\omega = 2$ راديان لكل ثانية و $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ أوجد معادلة للحركة الجانبية لقذيفة كرة جنونية.

تذكر:
معادلة لحركة كرة المفصل
$$x''(t) = -10\sin(4\omega t + \theta_0)$$

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله



L6-5 حركة المقذوفات

مفاتيح الإجابة



Q	key	Q	key	Q	key	Q	key	Q	key
1)	A	2)	C	3)	A	4)	A	5)	C
6)	A	7)	B	8)	D	9)	A	10)	C
11)	A	12)	D	13)	A	14)	C	15)	B

https://t.me/Advanced2024
الاستاذ/ علي عبد الله
الاستاذ/ علي عبد الله