

نماذج أجابة امتحان تقييمي أول

فصل أول 2026 / 2027

عمل / أ . أحمد نصار

((مذكره مجانية ... المرجع: الكتاب المدرسي وكراسة التمارين وزارة التربية والتعليم الكويتية))

النموذج الأول

1-a

أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} &= \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)} \\ &= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)} \\ &= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x} \\ &= \frac{2+4}{2} = 3 \end{aligned}$$

-b

أوجد : $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2 + 4$

a $(f \circ g)(x)$ **b** $(f \circ g)(2)$ **c** $(g \circ f)(x)$ **d** $(g \circ f)(2)$

الحل:

a $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 + 4}$

b $(f \circ g)(2) = \sqrt{(2)^2 + 4} = \sqrt{8}$

c $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 + 4 = (\sqrt{x})^2 + 4 = x + 4$

d $(g \circ f)(2) = 2 + 4 = 6$

2-

عند التعويض المباشر عن x بـ 1 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معيّنة.

اكتب البسط دون استخدام رمز القيمة المطلقة وحلّ المقام إلى عوامل $(x-1)$ عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$\frac{|x-1|}{x^2-1} = \begin{cases} \frac{\cancel{x-1}}{(x-1)(x+1)} & : x > 1 \\ \frac{\cancel{1-x}}{(x-1)(x+1)} & : x < 1, x \neq -1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \frac{-1}{(x+1)} & : x < 1, x \neq -1 \end{cases}$$

لايجاد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1}$

نتحقق من نهاية المقام $0 \neq 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$, $2 \neq 0$

استخدم الصيغة المبسطة وعوّض عن x بـ 1 (النهاية من جهة اليمين)

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

استخدم الصيغة المبسطة وعوّض عن x بـ 1 (النهاية من جهة اليسار)

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x+1) = -(1+1) = -2 , \quad -2 \neq 0$$

استخدم الصيغة المبسطة وعوّض عن x بـ 1 (النهاية من جهة اليسار)

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)} = \frac{-1}{(1+1)} = -\frac{1}{2}$$

غير موجودة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1} \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x^2-1}$

غير موجودة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1}$

الموضوعي

3-

$$\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$$

(a)

2

(b)

-2

(c)

0

(d)

∞

5-

(a)

(b)

الدالة $f: f(x) = x^2 + |x - 1|$ متصلة عند $x = 3$

النموذج الثاني

1-a

عند التعويض المباشر عن x بـ 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معيّنة.

$$\frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \frac{(2+x-2)((2+x)^2 + 2(2+x) + (2)^2)}{x}$$

$$= \frac{x^1(4 + 4x + x^2 + 4 + 2x + 4)}{x^1}$$

x عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$= x^2 + 6x + 12, \quad x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 6x + 12) = 12$$

استخدم الصيغة المبسطة

-b

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

عند التعويض المباشر عن x بـ 1 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معيّنة.

$$\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x}-1)}$$

حلل البسط: الفرق بين مكعبين

$$= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1, \quad x \neq 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$$

استخدم الصيغة المبسطة

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x^2} + \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x^2} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x} + 1$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

عوّض عن x بـ 1

2-

لكن: $g(x) = 2x + 3$, $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$. ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = 1$

الحل

① $g(x) = 2x + 3$

و دالة مستمرة عند $x = 1$

② $g(1) = 2(1) + 3 = \underline{5}$

③ $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$

بفرض: $f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$

① $f_1(x) = |x|$

② $f_2(x) = x + 2$

f_1 دالة مطلقة مستمرة عند $x = \underline{5}$

f_2 دالة مستمرة عند $x = \underline{5}$

شروط المتأ:

③ $f_2(\underline{5}) = 5 + 2 = 7 \neq 0$

من 1 2 3 6 6 3 6 2 6 1

$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ مستمرة عند $x = \underline{5}$

من 1 2 3 6 6 3 6 2 6 1

$f \circ g$ مستمرة عند $x = 1$

الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} = 0$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} =$$

(a)

3

(b)

9

(c)

0

(d)

∞

5-

(a)

(b)

الدالة $f: f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x = 0$.

النموذج الثالث

1-a

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}}$$

عند التعويض عن x بـ -2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}} &= \frac{(x^2 - 4)}{\sqrt[3]{x+2}} \times \frac{\sqrt[3]{(x+2)^2}}{\sqrt[3]{(x+2)^2}} \\ &= \frac{(x^2 - 4) \times \sqrt[3]{(x+2)^2}}{x+2} \\ &= \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)\sqrt[3]{(x+2)^2}}{\cancel{(x+2)}} \end{aligned}$$

مرافق $\sqrt[3]{a^2}$ هو $\sqrt[3]{a}$

$$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} = a$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$= (x - 2)\sqrt[3]{(x+2)^2}, \quad x \neq -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -2} ((x - 2)\sqrt[3]{(x+2)^2})$$

استخدم الصيغة المبسطة

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) \cdot \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt[3]{(x+2)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) \cdot \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2} \\ &= (-2 - 2) \cdot \sqrt[3]{(-2 + 2)^2} \\ &= (-4) \times (0) = 0 \end{aligned}$$

-b

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

الحل
عند التعويض عن x بـ -2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+1}{x-2} \quad : x \neq -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x-2} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow -2} (x+1)}{\lim_{x \rightarrow -2} (x-2)} = \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

نواة المقام: $\lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -2-2 = -4 \neq 0$

2-

ابحث اتصال الدالة f : $f(x) = |\sqrt{x} - 3|$ عند $x = 4$

الحل

بفرض: $f_1(x) = \sqrt{x} - 3$ و $f_2(x) = |x|$

$$\therefore f(x) = (f_2 \circ f_1)(x)$$

$$\textcircled{I} f_1(x) = \sqrt{x} - 3$$

بفرض: $f_1(x) = g(x) - h(x)$

$$\textcircled{1} g(x) = \sqrt{x}$$

و دالة مستمرة عند $x = 4 \in \mathbb{R}^+$ دالة جذرية (n=2 زوجي)

$$\textcircled{2} h(x) = -3$$

h دالة مستمرة عند $x = 4$ دالة ثابتة

من I و II ينتج أن

$$f_1(x) = g(x) - h(x) \text{ مستمرة عند } x = 4$$

$$\textcircled{II} f_1(4) = \sqrt{4} - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$\textcircled{III} f_2(x) = |x|$$

f_2 دالة مستمرة عند $x = \underline{\underline{-1}}$

من I و II و III ينتج أن

$$f(x) = (f_2 \circ f_1)(x) \text{ مستمرة عند } x = 4$$

الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$$

☒ a

☐ b

4-

إذا كان: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + nx + 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = -2$ فإن قيم m, n هي:

☒ a

$m = 0, n = -2$

☐ b

$m = 0, n = 2$

☐ c

$m = 1, n = -1$

☐ d

$m = 1, n = 1$

5-

☒ a

☐ b

الدالة $f: f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$

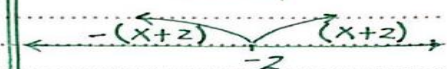
النموذج الرابع

1-a

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2| - 7}{x^2 - 25} = \frac{0}{0}$$

الحل
عند التعويض عن x بـ 5 نحصل على صيغة غير معنوية

إعادة تعريف المثلث
 $|x+2|$



$$f(x) = \frac{|x+2| - 7}{x^2 - 25} = \frac{x+2-7}{x^2 - 25}$$

$$= \frac{x-5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x+5} \quad ; x \neq 5$$

$$\therefore |x+2| = x+2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x+5}$$

$$= \frac{1}{10}$$

نهاية للمثلث :

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x+5) = 5+5 = 10 \neq 0$$

-b

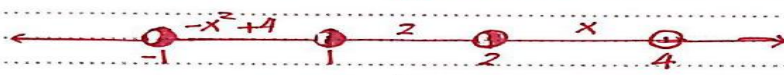
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & -1 \leq x < 1 \\ 2, & 1 \leq x < 2 \\ x, & 2 \leq x < 4 \end{cases} \quad \text{لتكن الدالة } f:$$

أوجد إن أمكن:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

الحل



(a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 4) = -(-1)^2 + 4 = 3$ يسار $\parallel \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2) = 2$ يمين

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ غير موجود

(b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2) = 2$ يسار $\parallel \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x) = 2$ يمين

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$$

2-

ابحث اتصال الدالة g : $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} - |x - 3|$ عند $x = 3$

الحل

بفرض أن : $g(x) = h(x) - f(x)$

① $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

② $f(x) = |x - 3|$

بفرض : $h(x) = \sqrt{a(x)}$

بفرض :

$f_1(x) = x - 3$ و $f_2(x) = |x|$

① $a(x) = x^2 + 1$

a دالة متصلة عند $x = 3$

∴ $f(x) = (f_2 \circ f_1)(x)$

② $a(3) = (3)^2 + 1 = 10 > 0$

① $f_1(x) = x - 3$

f_1 دالة متصلة عند $x = 3$

من ا. 2. 6. 2 ينتج أن

② $f_1(3) = 3 - 3 = \underline{0}$

الدالة h متصلة عند $x = 3$

③ $f_2(x) = |x|$

f_2 دالة متصلة عند $x = \underline{0}$

من ا. 2. 6. 3. 6. 2 ينتج

f متصلة عند $x = 3$

∴ من I. 6. 2. 6. 2 ينتج

$g(x) = h(x) - f(x)$ متصلة عند $x = 3$

الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} = -2$$

☒ a

☐ b

4-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 1}{\sqrt{4x^2 - x + 3}}$$

☐ a

-1

☐ b

$-\frac{1}{2}$

☐ c

$\frac{1}{2}$

☒ d

1

5-

☒ a

☐ b

الدالة f : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$

النموذج الخامس1-a

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt[3]{x+1}} = \frac{0}{0}$$

الحل

عند التعويض عن $x = 0$ نحصلنا على صيغة غير معينة

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt[3]{x+1}} = \sqrt[3]{\frac{x^3+1}{x+1}} = \sqrt[3]{\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)}} \\ = \sqrt[3]{x^2-x+1} \quad ; x \neq -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^2-x+1} \\ = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -1} (x^2-x+1)}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)^2 - (-1) + 1} = \sqrt[3]{3}$$

b-

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \\ = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x, \quad x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \\ = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

2-

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}, \quad x \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 1, \quad 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1 = 1 + 1 = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$



الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - 3}{x + 3} = -1$$



4-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x + 3}{\sqrt{9x^2 - 2x + 4}} =$$

(a) $\frac{5}{3}$

(b) $-\frac{5}{3}$

(c) $\frac{5}{9}$

(d) $-\frac{5}{9}$

5-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2}$$



النموذج السادس

1-a

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2}$$

$$\frac{x^5 + 32}{x + 2}$$

عند التعويض عن x بـ -2 في كل البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$x^5 + 32 = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 32$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \\ & & -2 & 4 & -8 & 16 & -32 \\ \hline & 1 & -2 & 4 & -8 & 16 & 0 \end{array}$$

أقسم البسط على المقام وأوجد الناتج باستخدام القسمة التركيبية

الناتج: $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16$ والباقي صفر

$$\frac{x^5 + 32}{x + 2} = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16, \quad x \neq -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

$$= (-2)^4 - 2(-2)^3 + 4(-2)^2 - 8(-2) + 16$$

عوض عن x بـ -2

$$= 16 + 16 + 16 + 16 + 16$$

$$= 80$$

بسط

b-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x \cos x} = \frac{0}{0} \quad \text{أوجد:}$$

الحل

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{3x} \cdot \frac{1}{\cos x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 \neq 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

2-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad \text{عندما } x < 0 \text{ يكون } |x| = -x \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = -\frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3, 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3, \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \\ &= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - \frac{5}{x})} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5] \end{aligned}$$

الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{|x|+1} =$$

(a) 0

(b) 1

(c) ∞

(d) $\frac{1}{2}$

5-

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} =$$

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

النموذج السابع

1-

أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

بفرض أن

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \quad \text{عندما } x > 0 \text{ يكون } |x| = x$$

$$= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \quad \text{بشرط } x \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2} \\ = 1 + 0 - 0 = 1, \quad 1 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \\ = \frac{1}{1} = 1$$

2-a

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 &= (1)^2 \times (1 + 1) \\
 &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$

b-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$$

إذا كان
فاوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

الحل

$$\therefore -1 \neq 0$$

درجة البسط = درجة المقام

$$ax^2 = 0 \rightarrow a = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1$$

$$\frac{1}{b} = -1 \rightarrow b = -1$$

الموضوعي

3-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2}$$

(a)

(b)

4-

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} + 1 \right) \left(\frac{5x^2 - 1}{x^2} \right) =$$

(a) 0

(b) 5

(c) 1

(d) $-\infty$

5-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$$

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

حالة خاصة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{0}{0} \quad \text{أوجد :-}$$

الحل

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} \times \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{\sin 2x (1 + \cos 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin 2x (1 + \cos 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

نهاية المقام :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x \cos x)}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)}$$

$$= 1 + 1 = 2 \neq 0$$

$$= \frac{2 \cdot 0 \cdot 1}{2} = 0$$