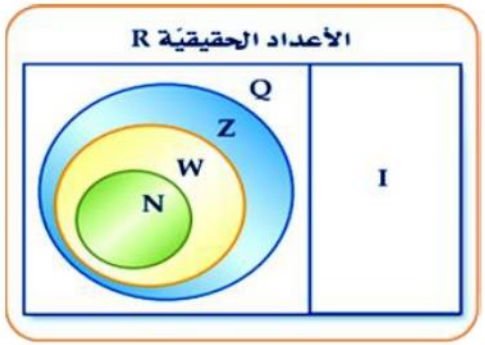
رياضيات 3

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

الأعداد الحقيقية

خواص الأعداد الحقيقية لكل $a, b, c \in R$ فإن		
الخاصية	عملية الجمع	عملية الضرب
الانغلاق	$a + b \in R$	$a . b \in R$
الإبدال	A + b = b + a	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
النظير	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$
التوزيع	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$	

مجموعة الأعداد الحقيقية



$N = \{1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \dots \dots\}$

$Q = \{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

$Q =$ كسور عشرية منتهية أو دورية

$I =$ كسور عشرية غير منتهية وغير دورية (الجذور الصماء) + العددان π و e

تبسيط العبارات الجبرية:

١) فك الأقواس (التوزيع).

٢) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال).

٣) تبسيط.

العلاقات و الدوال

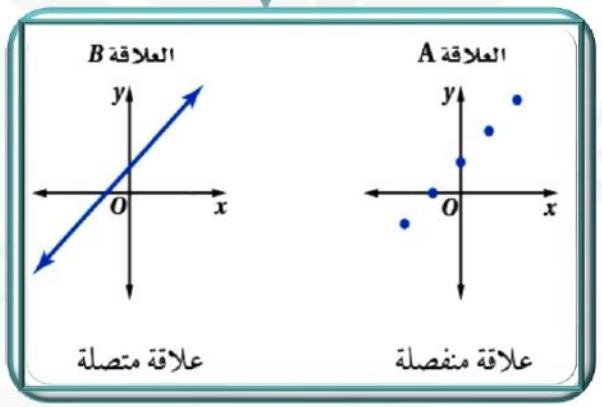
المجال

مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى

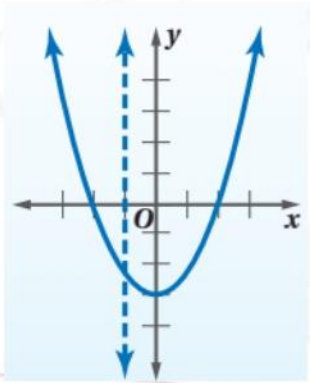
مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

أنواع العلاقات

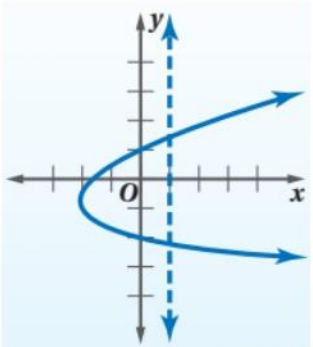


اختبار الخط الرأسي

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة فالعلاقة دالة.



إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



دوال خاصة

تمثيل دالة متعددة التعريف

١) نكون جدول بفرض قيم x حسب شروط التعريف

٢) نعوض في الدالة المناسبة حسب التعريف

٣) نمثل الدالة في الفترات المختلفة

دالة القيمة المطلقة

١) نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر لإيجاد صفرها

٢) نكون جدول نضع فيه صفر القيمة المطلقة و نختار نقاط حوله.

٣) نمثل الدالة و يكون مجالها R و يكون على شكل حرف V

كتابة دالة متعددة التعريف

١) نختار نقطتين و اضحتين على كل جزء مرسوم

٢) نوجد الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

٣) نوجد معادلة المستقيم $y - y_1 = m(x - x_1)$ بالتعويض بقيمة الميل و أحدى النقطتين

٤) نكتب الدالة المتعددة التعريف

$$f(x) = \begin{cases} \dots x < \cdots \\ \dots < x < \cdots \\ \cdots x > \cdots \end{cases}$$

دوال خاصة

المجال
R
مجموعة الأعداد الحقيقية

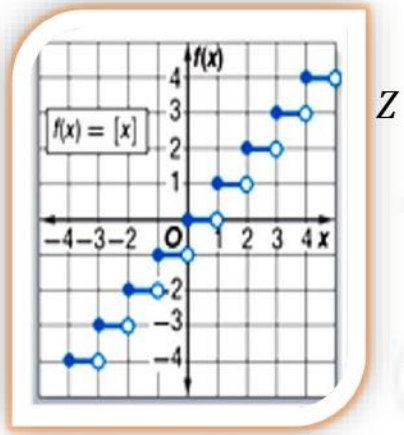
$[x]$ دالة الصحيح (الدرجية)

المدى

مجموعة الأعداد الصحيحة Z

أو مجموعة جزئية منها

المنحنى البياني



$|x|$ دالة القيمة المطلقة

المدى

$y = a|mx + b| + c$

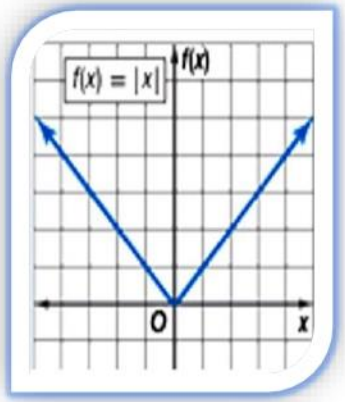
a موجب

$y \geq c$

a سالب

$y \leq c$

المنحنى البياني على شكل ∨ أو ∧



تمثيل المتباينات الخطية

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدول و نختار قيم x ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدولا بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

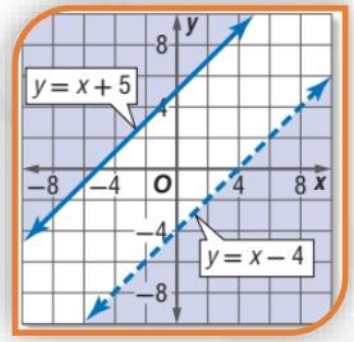
نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

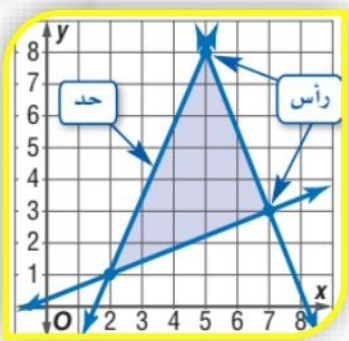
نمثل كل متباينة بيانيا و نظلل منطقة حلها.

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام.

منطقة حل غير متقاطعة تعني أنه لا يوجد حل للنظام



منطقة مغلقة نحدد رؤوس منطقة الحل و هي إحداثيات نقط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة



البرمجة الخطية والحل الأمثل

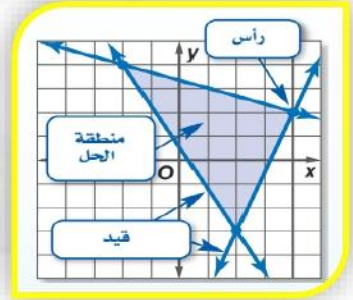
إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

١) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل.

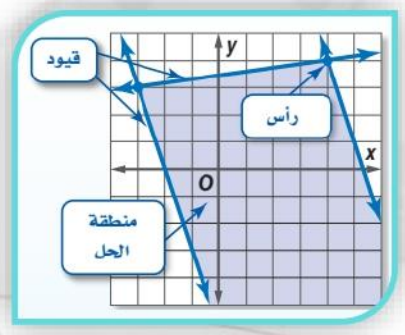
٢) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى.

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$	
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18	
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0	← قيمة عظمى
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12	
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20	← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة



إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط



المصفوفات

تعريف المصفوفات	هي ترتيب للأعداد أو المتغيرات على شكل صفوف أفقية وأعمدة رأسية وتكتب بين القوسين [ ] أو ( ). ويرمز لها بأحرف كبيرة مثل: ....، $\underline{B}$ ، $\underline{A}$	$\underline{A} = \begin{bmatrix} 8 & 22 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ثلاثة صفوف أربعة أعمدة العنصر 1- موجود في الصف 2 والعمود 1 . ويرمز له بالرمز a_{21} العنصر 8- موجود في الصف 3 والعمود 2 . ويرمز له بالرمز a_{32}.
رتبة المصفوفة	عدد الصفوف وعدد الأعمدة على الترتيب. $\underline{A} = n \times m$ رتبة المصفوفة حيث n عدد الصفوف و m عدد الأعمدة	
أنواع المصفوفات	مصفوفة صف: وتحتوي على صف واحد.	مثال: $A_{1\times4} = [2\ 0\ 4\ 6]$
	مصفوفة عمود: وتحتوي على عمود واحد.	مثال: $B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة صفرية: جميع عناصرها أصفار وهي المصفوفة المحايدة في عملية جمع المصفوفات.	مثال: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مستطيلة: عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $F_{3\times4} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $E_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مربعة: عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $C_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
	مصفوفة قطرية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ماعدا عناصر القطر الأساسي على الأقل أحدها لا يساوي صفر.	مثال: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & o \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة وحدة: هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي تساوي واحد.	مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

المصفوفات

مقدمة في المصفوفات

يتم تحديد عنصر في المصفوفة بتحديد رقم الصف ثم العمود الموجود فيه العنصر.

العنصر a_{21} موجود في الصف ٢، والعمود ١

$a_{21} = 9$

$$\begin{array}{c} \text{صف ٢} \rightarrow \\ \\ \end{array}\begin{bmatrix} -8 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$$

عمود ١

إذا كان عدد صفوف المصفوفة n وعدد أعمدتها m فإن رتبة المصفوفة $n \times m$

$$\text{صف} \left\{ \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix} \right.$$

عمود

شروط تساوي المصفوفات:

١/ تساوي الرتبة.

٢/ العناصر المتناظرة متطابقة.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان

العمليات على المصفوفات

عند ضرب مصفوفة بعدد ثابت يتم ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت.

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

شرط جمع أو طرح المصفوفات:

١/ تساوي الرتب.

٢/ نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ C+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ C-g & d-h \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

شرط ضرب مصفوفتين:

عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية.

$$\underline{A}_{m\times r} \cdot \underline{B}_{r\times n} = \underline{AB}_{m\times n}$$

متساويان

رتبة $\underline{A} \cdot \underline{B}$

يمكن إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

المحددات

محددات الدرجة الثانية

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - c \cdot b$$

حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس مطروحًا منها حاصل ضرب عناصر القطر الآخر.

محددات الدرجة الثالثة

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

محدد الدرجة الثانية

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \cdot \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \cdot \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

قاعدة الأقطار

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

١/ أعد كتابة العمود الأول و الثاني يمين المحدد

٢/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وموازيته و أجمعها.

٣/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر و موازيته و أجمعها.

٤/ نطرح الناتجين في الخطوتين ٣ من ٢.

تطوير - إنتاج - توثيق

مساحة المثلث

مساحة المثلث الذي رؤوسه

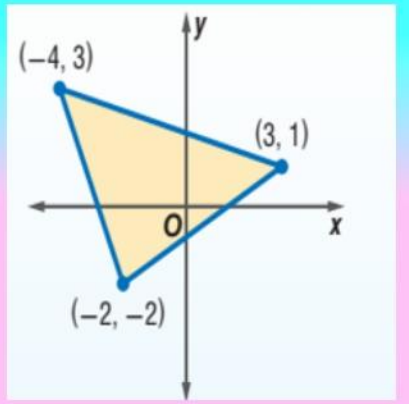
(a, b) ، (c, d) ، (e, f)

هي القيمة المطلقة للمقدار A.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مثال:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$



خطوات إيجاد النظير الضربي للمصفوفة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

١/ نوجد محدد:

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ويجب أن لا يساوي الصفر.

٢/ نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|\underline{A}|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر.

٣/

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$ax + by = n$$
$$cx + dy = m$$

٢/ نوجد محدد المصفوفة.

$$\Delta = |\underline{c}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

٣/ لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

٤/ لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين
باستخدام المعادلات المصفوفية

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$ax + by = n$$
$$cx + dy = m$$

٢/ المعادلة المصفوفية للنظام.

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

٣/ حل النظام.

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

خطوات حساب قوى i (i^n)

i^n

n عدد زوجي

$(i^2)^{\frac{n}{2}}$ ١/ نجزئ الأسس.

$(-1)^{\frac{n}{2}}$ ٢/ نعوض عن $(i^2 = -1)$

١ إذا كان $\frac{n}{2}$ زوجيًا.

$1-$ إذا كان $\frac{n}{2}$ فرديًا.

n عدد فردي

$(i^{n-1} \cdot i)$

$\left((i^2)^{\frac{n-1}{2}} \cdot i\right)$

$\left((-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot i\right)$

i إذا كان $\frac{n-1}{2}$ زوجيًا.

$-i$ إذا كان $\frac{n-1}{2}$ فرديًا.

طريقة أخرى

لإيجاد (i^n) نقسم n على 4

- إذا كان باقي القسمة صفر ← $i^n = 1$
- إذا كان باقي القسمة 1 ← $i^n = \mathrm{i}$
- إذا كان باقي القسمة 2 ← $i^n = -1$
- إذا كان باقي القسمة 3 ← $i^n = -\mathrm{i}$

الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i \;, \qquad \sqrt{-1} = i$

نضرب المتشابه

$ai \cdot bi = ab \cdot i^2 = -ab$

مثال:

$3i \cdot 4i = 12i^2 = -12$

$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{a}\mathrm{i} \cdot \sqrt{b}\mathrm{i}$

$= \sqrt{ab} \cdot \mathrm{i}^2 = -\sqrt{ab}$

مثال:

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}\, i \cdot \sqrt{15}\, i$

$\sqrt{6.15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$

العمليات على الأعداد المركبة $(a + ib)$

الجمع و الطرح

نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي وكذلك الطرح بالمثل.

مثال على الجمع

$(-2 + 5i) + (1 - 7i)$

$= (-2 + 1) + (5 - 7)I$

$= -1 - 2i$

الضرب

توزيع وفك أقواس وعند ظهور i^2 نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

مثال على الضرب

$(-2 + 5i) . (1 - 7i)$

$= (-2 \times 1) + (-2 \times (-7i)) + (5i \times 1) + (5i \times (-7i))$

$= -2 + 14i + 5i + 35$

$= 33 + 19i$

القسمة

١/ نضرب في مرافق المقام.

٢/ في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس وفي المقام

$(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$

٣/ نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

٤/ نكتب الناتج على الصورة.

مثال على القسمة

$$\frac{3+4i}{2-3i} \cdot \frac{2+3i}{2+3i}$$

$$\frac{(3+4i)(2+3i)}{2^2+3^2}$$

$$= \frac{6+9i+8i+12i^2}{13}, \quad i^2 = -1$$

$$= \frac{6+17i-12}{13} = -\frac{6}{13} + \frac{17}{13}i$$

القانون العام

لحل المعادلة التربيعية
$ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$
بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية.

a معامل x^2 ، b = معامل x
c = الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال : حل المعادلة الآتية باستعمال القانون العام:

$x^2 - 6x = -10$

الحل: $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$x = 3 \pm i$$

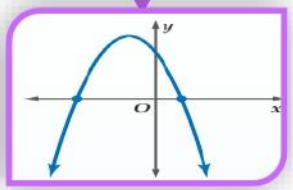
لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية
نوجد المميز: $b^2 - 4ac$

موجب $b^2 - 4ac > 0$

للمعادلة جذران حقيقيان.

نسبيان إذا كان المميز مربعًا كاملاً.

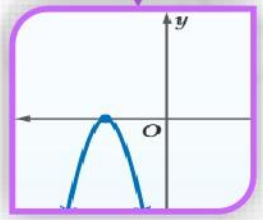
غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعًا كاملاً.



يقطع محور x في نقطتين.

$b^2 - 4ac = 0$

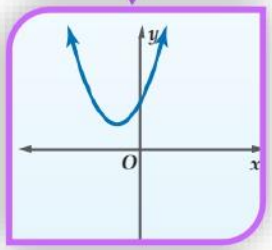
للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين.



يمس محور x في نقطة..

سالب $b^2 - 4ac < 0$

للمعادلة جذران مركبان مترافقان.



لا يقطع محور x .

تحليل كثيرات الحدود

اخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد

حدان

- الفرق بين مربعين: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- الفرق بين مكعبين: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- مجموع مكعبين: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

ثلاثة حدود

- مربع كامل: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- الصورة العامة: تحليل مقدار ثلاثي.

أربعة حدود أو أكثر

١/ تجميع مناسب للحدود.

٢/ إخراج العامل المشترك الأكبر.

٣/ إخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع.

نظرية الباقي والعوامل

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي.

باستخدام القسمة التركيبية

قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على (x – r)

نكتب معاملات f(x) مع مراعاة ترتيب القوى وحفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي ونضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق ⌋r وبإجراء القسمة يكون باقي القسمة هو قيمة الدالة عند r

مثال: إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$

فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

الحل:

⌋4	3	-2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

$f(4) = 662$

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود.

١/ نحدد ما إذا كان (x – r) عاملاً بإجراء عملية القسمة ولابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوات السابقة.

مثال: حدد ما إذ كان x - 5 عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $p(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

الحل: ١/ يكون $(x - 5)$ عاملاً إذا كان $p(5) = 0$

⌋5	1	-7	7	15
		5	-10	-15
	1	-2	-3	0

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة.

ناتج القسمة = $x^2 - 2x - 3$

$= (x + 1)(x - 3)$

3 / عوامل كثيرة الحدود هي:

$(x - 5)$ ، $(x + 1)$, $(x - 3)$

الجذور والأصفار

تحديد عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود و أنواعها.

١/ عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود يساوي درجتها أي أكبر أس فيها.
٢/ لإيجاد الجذور نساوي الدالة بالصفر ثم نحل المعادلة حسب نوعها.

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود.

١/ عدد الأصفار $n =$ (درجة كثيرة الحدود.)
٢/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٣/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٤/ لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n(درجة كثيرة لحدود).

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة بمعرفة أصفارها.

١/ من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود لكل جذر نوجد العامل حيث العامل = $x -$ الجذر
عامل $(x - r)$ ⇐ جذر r
٢/ إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن مرافقه أيضًا جذر لها.
عامل $(x - (a + ib))$ ⇐ جذر $a + ib$
عامل $(x - (a + ib))$ ⇐ جذر أيضًا $a - ib$
٣) نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود .
مثال: اكتبي عوامل كثيرة الحدود التي جذورها i - 5 ،1-
العوامل هي:
$(x + 1), (x - (5 - i)), (x - (5 + i))$

العمليات على الدوال

جمع الدوال وطرحها

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

نجمع الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

ضرب الدوال وقسمتها

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad , g(x) \neq 0$$

الضرب فك أقواس وتوزيع

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

القسمة قسمة كثيرات حدود

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين مع استبعاد أصفار المقام

تركيب دالتين

$$f \circ g\ (x) = f[\ g(x)]$$

أزواج مرتبة

مثال:

$f(x) = \{(6,1),(2,7)\}$

$g(x) = \{(5,6),(3,2)\}$

$f \circ g(x) = f[\ g(x)]$

$= \{(5,1),(3,7)\}$

قاعدة معطاة

مثال:

$f(x) = 3x$

$g(x) = x + 1$

$f \circ g(x) = f[\ g(x)]$

$= 3(x+1)$

$= 3x + 3$

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع الخطوات التالية:

١/ نضع $f(x) = y$

٢/ نبدل بين كل من x ، y

٣/ نحل المعادلة بالنسبة y

٤/ نضع $y = f^{-1}(x)$ إذا كانت العلاقة دالة.

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسية نبدل إحداثيات الأزواج المرتبة.

$$(a,b) \rightarrow (b,a)$$

$$f(x) = \{(1,2),(3,-1)\}$$
$$f^{-1}(x) = \{(2,1),(-1,3)\}$$

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي

$$f(x) = a\sqrt{mx + b} + c$$

المجال

- في البسط:
  معرفة بشرط
  ما تحت الجذر $\geq$ الصفر.
- في المقام:
  معرفة بشرط
  ما تحت الجذر $>$ الصفر.

المدى

- $c = 0$
  - $a < 0$ ← $y \leq 0$
  - $a > 0$ ← $y \geq 0$
- $c \neq 0$
  - $a < 0$ ← $y \leq c$
  - $a > 0$ ← $y \geq c$

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

١/ نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاة.

٢/ نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة عند تمثيل الدالة الجذرية.

٣/ نرسم الدالة بخط متصل إذا وجدت علامة المساواة في المتباينة ومتقطعة إذا لم توجد علامة تساوي فيها.

٤/ نختبر منطقة الحل أو نظلل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر نظلل أعلى المنحنى و إذا كانت أصغر نظلل أسفل المنحنى.

تمثيل دالة الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة بشرط ما تحت الجذر $\geq$ الصفر.

٢/ نكون جدول بفرض قيم تبدأ بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه.

٣/ نعوض في الدالة المطلوب تمثيلها لإيجاد قيم y ثم نرسم النقاط في المستوى.

الجذر النوني

ما تحت الجذر ← $\sqrt[n]{81}$ ← دليل الجذر

رمز الجذر

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

الجذر النوني الحقيقي

$a < 0$ | $a = 0$ | $\sqrt[n]{a}$

$\sqrt[n]{a}$ | $\sqrt[n]{0} = 0$ | $a > 0$

n عدد زوجي	n عدد زوجي
$\emptyset$	$\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$
n عدد فردي	n عدد فردي
$\sqrt[3]{-8} = -2$	$\sqrt[3]{8} = 2$

تبسيط الجذور

١/ حلل العدد إلى عوامله الأولية.
٢/ اكتب العدد على صورة أسية.
٣/ اقسم الأس على دليل الجذر.

إرشادات للدراسة

دليل الجذر إذا كان n عددًا فرديًا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة.

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا وأس ما تحت الجذر عددًا زوجيًا، وكان أس الناتج عددًا فرديًا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

الأسس النسبية

١/ التحويل من الصورة الجذرية إلى الأسية والعكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

٢/ $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = \left(\sqrt[y]{b}\right)^x$

٣/ نبسط الأسس السالبة باستخدام قوانين الأسس السابق لنا دراستها ولابد لنصل لأبسط صورة أن يكون الأس في المقام عددًا صحيحًا و أن تكون الأسس موجبة ودليل الجذر أصغر ما يمكن.

العمليات على العبارات الجذرية

١/ ضرب الجذور: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

٢/ قسمة الجذور: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

٣/ إنطاق المقام:

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$

٤ / جمع العبارات الجذرية وطرحها:

نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور المتشابهة.

حل معادلات الجذرية

١/ نجعل الجذر في طرف وحده.

٢/ نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر.

٣/ نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل.

حل متباينات الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة الجذرية.

٢/ نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية.

٣/ نحل المتباينة الناتجة.

٤/ نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادًا على الخطوتين السابقة.