رياضيات 4

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

العمليات على العبارات النسبية

ضرب العبارات النسبية وقسمتها

الضرب

- تحليل كل من البسط و المقام
- اختصار العوامل المشتركة
- إجراء عملية الضرب ← $\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$
- تبسيط الناتج

ملاحظة:

- ممكن تقديم عملية الضرب على الاختصار

القسمة

- نحول عملية القسمة إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني
- نجري عملية الضرب بنفس الخطوات السابقة في ضرب العبارات النسبية
- تبسيط الناتج

جمع العبارات النسبية و طرحها

- نوجد LCM للمقامات
- توحيد المقامات من خلال ضرب البسط و المقام فيما ينقص المقام حتى يصبح مساوياً لـLCM
- بعد توحيد المقامات يجمع البسط والمقام يبقى كما هو
- تبسيط الناتج إن أمكن

ملاحظة

لايجاد LCM

- تحليل كل من الأعداد أو كثيرات الحدود إلى عوامل أولية
- ضرب جميع العوامل المختلفة أما العوامل المشتركة فيؤخذ منها ذا الأس الأكبر

تبسيط العبارات النسبية

تبسيط الكسور البسيطة

- تحليل كل من البسط و المقام
- نختصر العوامل المشتركة

تبسيط الكسور المركبة

- تبسط من خلال قسمة كسر البسط على كسر المقام

دوال المقلوب و الدوال النسبية

تحديد أصفارها، وخطوط التقارب لها

الأصفار

جميع قيم x التي يكون عندها $a(x) = 0$

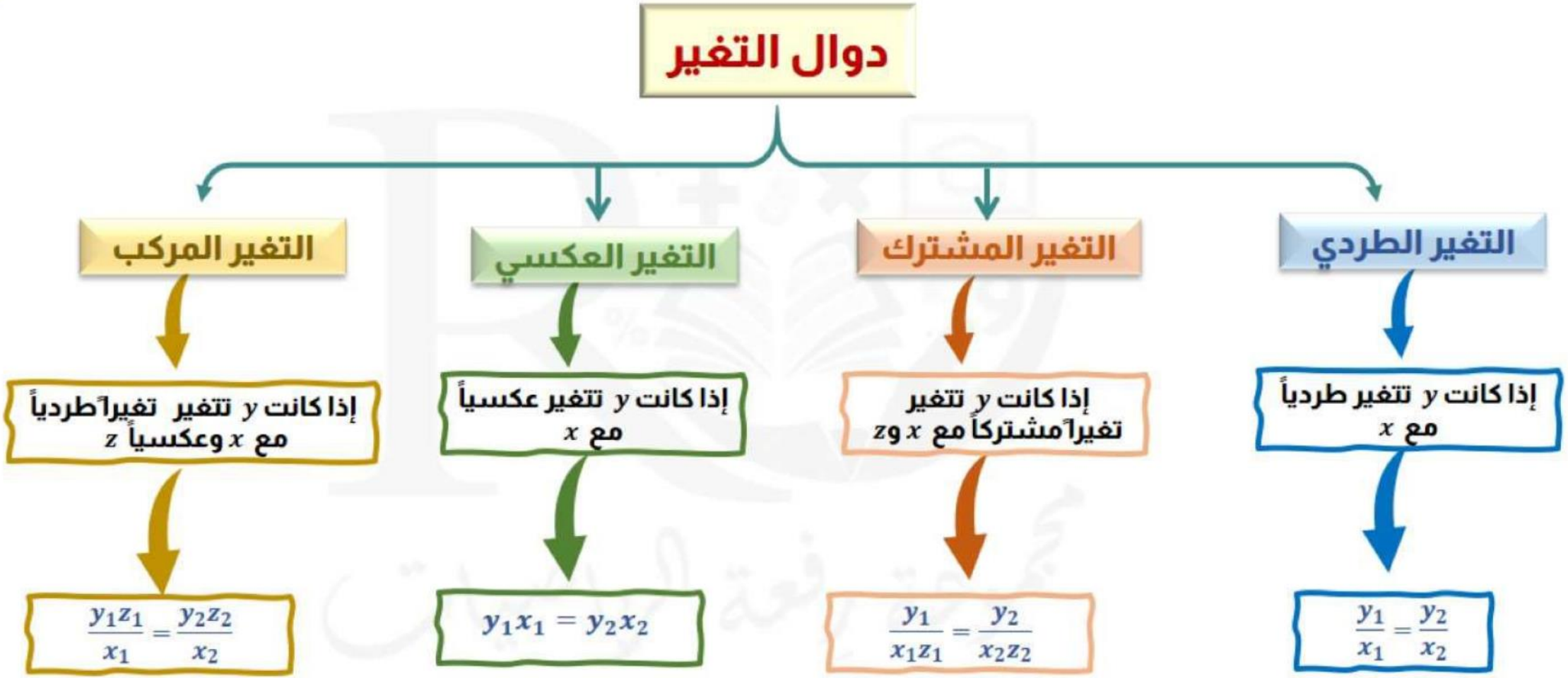
خطوط التقارب

الدوال النسبية $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$

- أفقي
  - درجة البسط < درجة المقام ← لا يوجد
  - درجة البسط = درجة المقام ← المعامل الرئيس للبسط / المعامل الرئيس للمقام
  - درجة البسط > درجة المقام ← $y = 0$
- رأسي: قيمة x التي تجعل المقام = صفر

دوال المقلوب $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$

- أفقي: القيمة المضافة للكسر النسبي ← القيم المستثناة من المدى
- رأسي: قيمة x التي تجعل المقام = صفر ← القيم المستثناة من المجال


دوال التغير
التغير الطردي
إذا كانت y تتغير طردياً مع x
$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$
التغير المشترك
إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع x و z
$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$
التغير العكسي
إذا كانت y تتغير عكسياً مع x
$y_1 x_1 = y_2 x_2$
التغير المركب
إذا كانت y تتغير تغيراً طردياً مع x وعكسياً z
$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$

حل المعادلات النسبية

المعادلات النسبية

١) نوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقام
٢) نضرب جميع حدود المعادلة في LCM (للتخلص من المقام)
٣) فك الأقواس (إما بالتوزيع أو التحليل)
٤) تجميع الحدود المتشابهة
٣) حل المعادلة وإيجاد قيمة المجهول
٤) التحقق من صحة الحل بالتعويض أو باستبعاد أصفار المقام

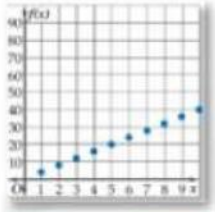
المتباينات النسبية

١) نوجد القيم المستثناة بمساواة المقام بالصفر
٢) نحول المعادلة إلى متباينة
٣) حل المعادلة
٤) نتحقق برسم خط الأعداد و نحدد عليه الحلول و القيم المستثناة ثم نختار قيم بينها و نعوض في المتباينة في كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

المتتابعات والمتسلسلات

حسابية

- تعريفها: متتابعة يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- الأساس: الفرق المشترك = الأساس = d
- الحد النوني: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- الحد التالي: يمكن إيجاد أي حد بإضافة الأساس d للحد السابق
- تمثيلها: تمثل بخط مستقيم



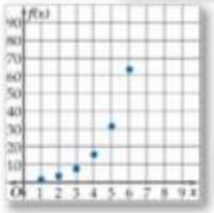
- المتسلسلات الحسابية: مجموع حدود متتابعة حسابية

الصيغة العامة: $S_n = \frac{n}{2}[a_n + q]$

الصيغة البديلة: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

هندسية

- تعريفها: متتابعة تكون فيها النسبة بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- الأساس: النسبة الثابتة = الأساس = r
- الحد النوني: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
- الحد التالي: نوجد أي حد بضرب r في الحد السابق
- تمثيلها: تمثل بدالة أسية



- المتسلسلات الهندسية: مجموع حدود متتابعة هندسية

منتهية:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$$

غير منتهية:

- $|r| < 1$: متقاربة و لها مجموع

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

- $|r| \geq 1$: متباعدة و ليس لها مجموع

الحد الأول = a_1

الحد الأخير = a_n

عدد الحدود = n

رمز المجموع

$$\sum_{k=1}^{n} f(k)$$

- $k=1$: أول قيمة لـ k
- n: آخر قيمة لـ k
- $f(k)$: صيغة حدود المتسلسلة

مثلث باسكال

$(a+b)^0$ 1

$(a+b)^1$ 1 1

$(a+b)^2$ 1 2 1

$(a+b)^3$ 1 3 3 1

$(a+b)^4$ 1 4 6 4 1

1 + 3 + 3 + 1

4 6 4

نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}\, a^{n-k}\, b^k$$

أي حد $= {}_nC_k$. (الحد الأول) $^{n-k}$ (الحد الثاني) ^{k}

k = ترتيب الحد - 1

لإيجاد حد معين من المفكوك

الاحتمال

عدد نواتج التجربة
جميع النواتج الممكنة

فضاء العينة

تعريفه : مجموعة جميع النواتج الممكنة

تمثيله:
- ✓ الرسم الشجري
- ✓ القائمة المنظمة
- ✓ الجدول

إيجاده من خلال:

- ❑ **مبدأ العد الأساسي** ضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة
- ❑ **التباديل** اختيار لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً

تباديل خطية

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\times 2\times 1$$

- تباديل n من العناصر ← المضروب (حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة تنازلياً) ← $n!$
- تباديل n من العناصر مأخوذة منها r ← $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- تباديل مع التكرار ← $\frac{n!}{r_1!\cdot r_2!\ldots\ldots r_k!}$

تباديل دائرية

- بدون نقطة مرجعية ← $(n-1)!$
- وفق نقطة مرجعية ثابتة ← $n!$ (تحولت إلى خطية)

- ❑ **التوافيق** اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب غير مهم ← $nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

الحوادث المركبة

الحوادث المستقلة

مفهوم: وقوع الحادثة A لا يؤثر في وقوع الحادثة B

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

الحوادث المتنافية

مفهوم : حادثتان لا توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

الحوادث الغير مستقلة

مفهوم: وقوع إحدى الحادثتين يؤثر في وقوع الأخرى

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B|A)$$

الحوادث الغير متنافية

مفهوم : حادثتان توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الحادثة المشروطة

مفهوم : احتمال وقوع الحادثة A بشرط أن B قد وقعت

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ بشرط } P(B) \neq 0$$

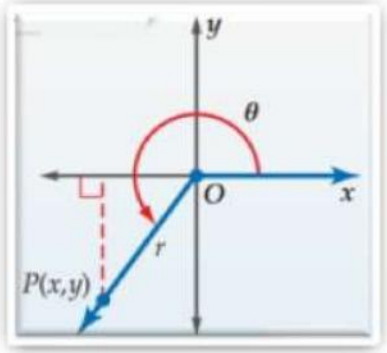
الحوادث المتممة

مفهوم : جميع نواتج فضاء العينة التي ليست من نواتج الحادثة الأصلية

$$P(A') = 1 - P(A)$$

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

θ زاوية في وضع قياسي و $p(x,y)$ نقطة على ضلع الانتهاء



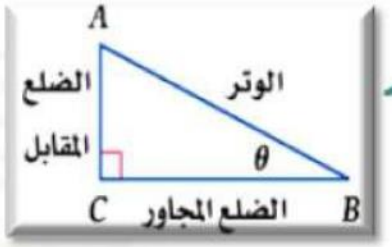
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$tan\theta = \frac{y}{x}$$

θ زاوية في مثلث قائم الزاوية



الدوال الأساسية

$\sin\theta$ (جيب θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\cos\theta$ (جيب تمام θ) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

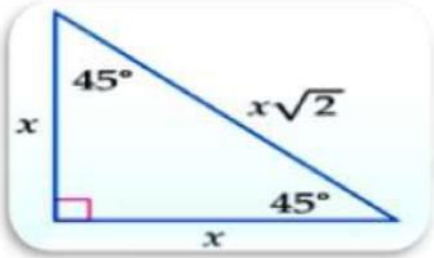
$\tan\theta$ (ظل θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

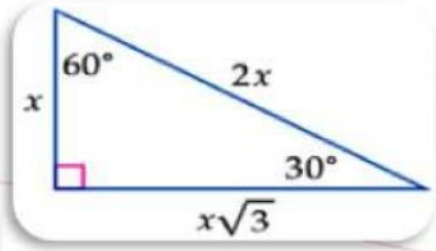
المقلوبات

$\csc\theta$ (قاطع تمام θ) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

$\sec\theta$ (قاطع θ) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

$\cot\theta$ (ظل تمام θ) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$





قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

θ	30	45	60
$sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

الدوال العكسية للدوال المثلثية

دالة الجيب العكسية

إذا كان $sinA = x$ فإن $sin^{-1}x = m\angle A$

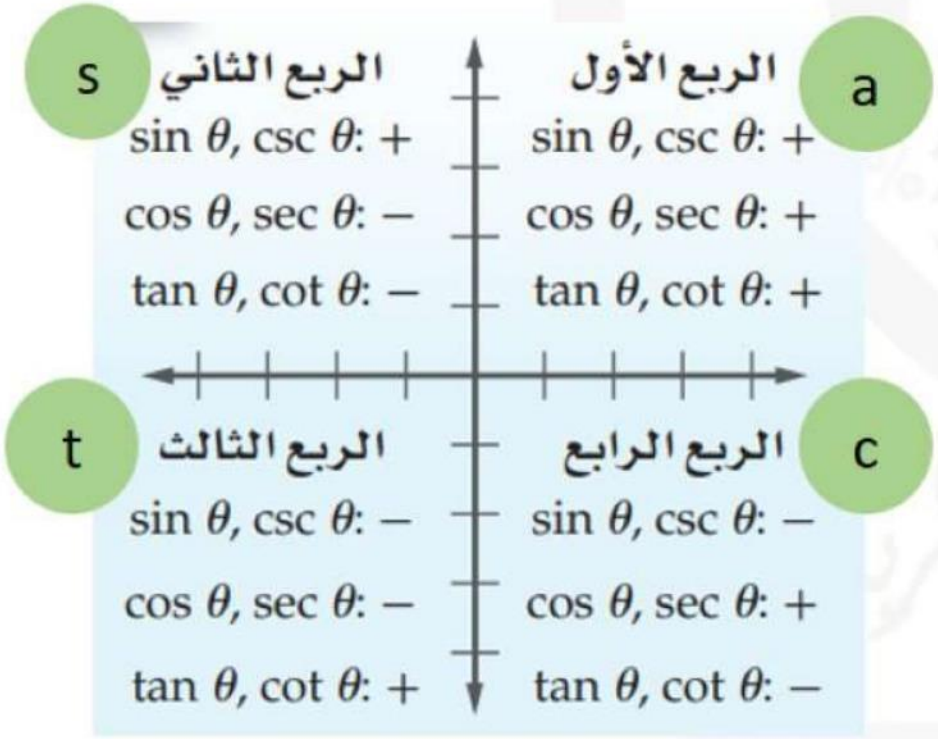
دالة جيب التمام العكسية

إذا كان $cosA = x$ فإن $cos^{-1}x = m\angle A$

دالة الظل العكسية

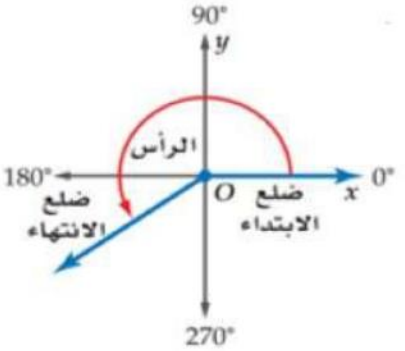
إذا كان $sinA = x$ فإن $tan^{-1}x = m\angle A$

إيجاد قيم الدوال المثلثية

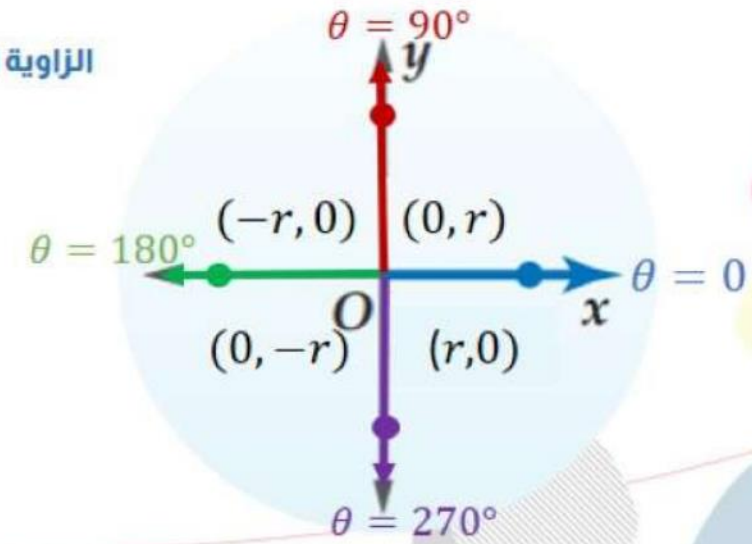


الزوايا وقياساتها

الوضع القياسي للزاوية

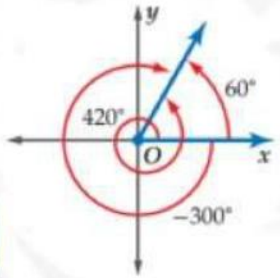


الزوايا الربعية



الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

ايجادها من خلال جمع أو طرح أحد مضاعفات 360°

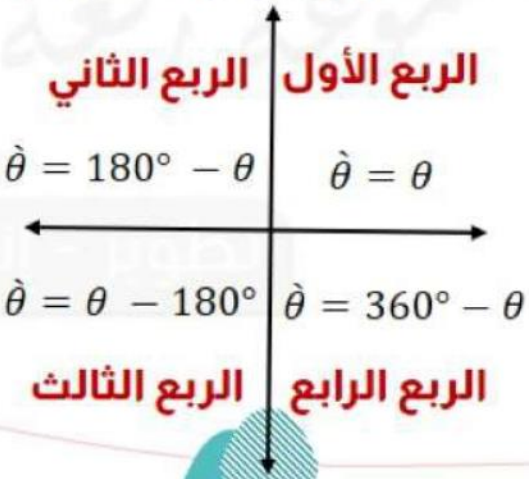


60° + °360 = 420°

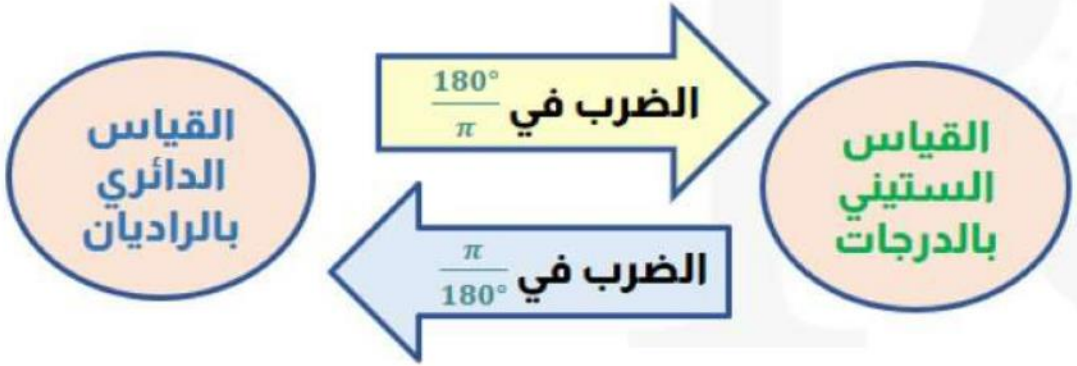
60° - 360° = - 300°

الزوايا المرجعية

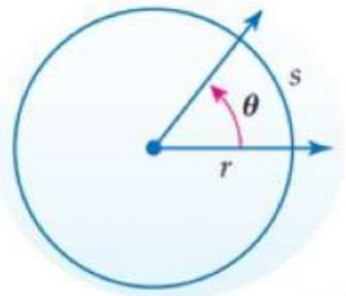
الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x



التحويل بين قياسات الزوايا



طول القوس

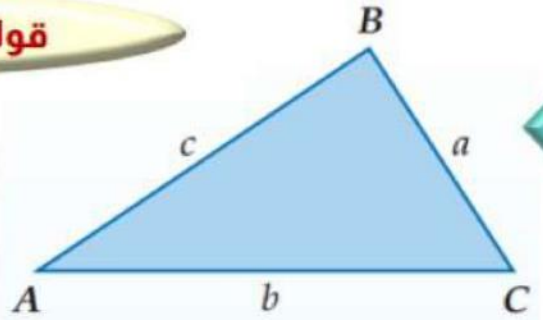


$$s = r\,\theta$$

المثلثات غير قائمة الزاوية

قوانين الجيوب وجيوب التمام

في المثلث K



طول ضلع أو قياس زاوية

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

المساحة

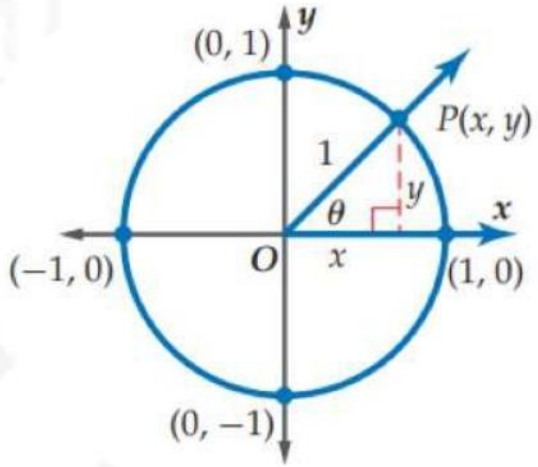
مساحة المثلث = نصف × طولي ضلعين من المثلث × جيب الزاوية المحصورة بينهما

$$k = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$k = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

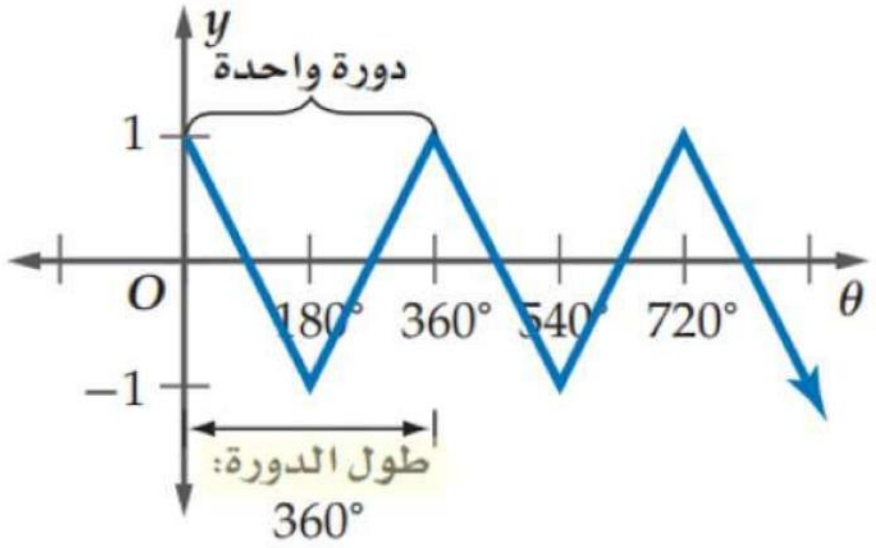
الدوال الدائرية



$$\cos\theta = x\,,\ \sin\theta = y$$

$$P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$$

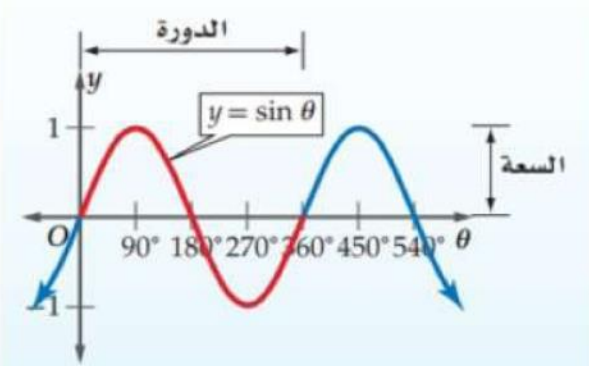
الدوال الدورية



التمثيل البياني للدوال المثلثية

دالة الجيب

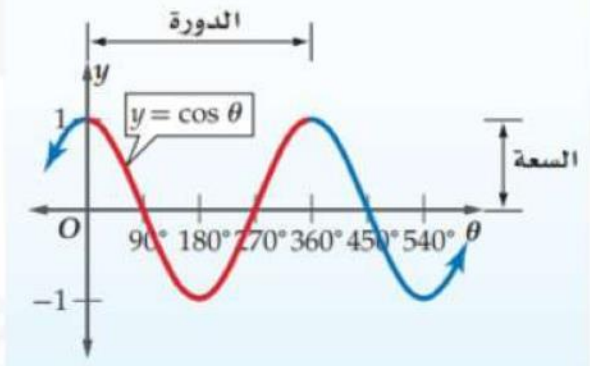
$y = \sin \theta$



المجال	مجموعة الأعداد الحقيقة
المدى	$\{y / -1 \leq y \leq 1\}$
السعة	1
طول الدورة	360°

دالة جيب التمام

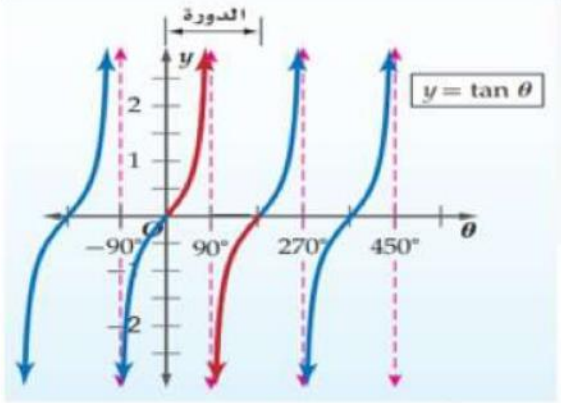
$y = \cos \theta$



المجال	مجموعة الأعداد الحقيقة
المدى	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
السعة	1
طول الدورة	360°

دالة الظل

$y = \tan \theta$



المجال	$\{\theta / \theta \neq 90° + 180°n, n \in Z\}$
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقة
السعة	غير معرفة
طول الدورة	180°