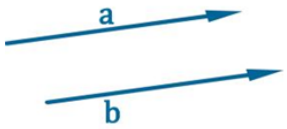
رياضيات 6

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

المتجهات

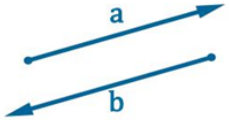
المتجهات المتساوية

لها الاتجاه و الطول نفسه



المتجهات المتوازية

لها الاتجاه نفسه أو اتجاهان متعاكسان وليس بالضرورة الطول نفسه



اتجاه المتجه

- الاتجاه الربعي
- الاتجاه الحقيقي
- الوضع القياسي مع الأفقي

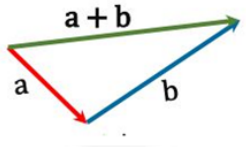
المتجه الصفري

متجه طوله صفر وليس له اتجاه

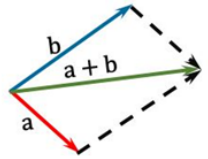
المحصلة

جمع متجهين أو اكثر

- قاعدة المثلث



- قاعدة متوازي الاضلاع



المتجهات في المستوى الإحداثي

متجه الوحدة

طوله يساوي ١ ويمكن إيجاد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه المتجه v

$$u = \frac{v}{|v|}$$

الصورة الإحداثية للمتجه

توافق خطي

$\langle a,b\rangle = ai+bj$

الصورة الإحداثية بدلالة نقطتين

$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1\rangle$

الصورة المثلثية

$\langle |v| \cos\theta, |v| \sin\theta\rangle$

الزاوية بين متجهين غير صفرين

$$\cos\theta = \frac{a\cdot b}{|a||b|}$$

الضرب الداخلي

$$a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$$

يكون المتجهان متعامدان اذا كان حاصل الضرب الداخلي صفر

نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد

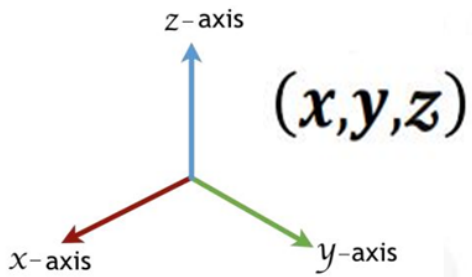
الضرب الاتجاهي

$$a \times b$$

متجه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين

الثلاثي المرتب

شكل كتابة النقطة في الفضاء



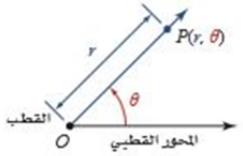
الضرب القياسي الثلاثي

$$t \cdot (u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

الإحداثيات القطبية

نظام الاحداثيات القطبية

يستخدم المسافات و الزوايا لتحديد الموقع



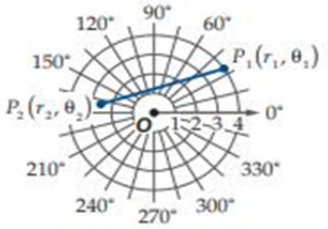
الاحداثي القطبي

هي زوج مرتب من الاعداد

(r,θ)

المسافة بالصيغة القطبية

$$P_1P_2=\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}$$



المعادلة القطبية

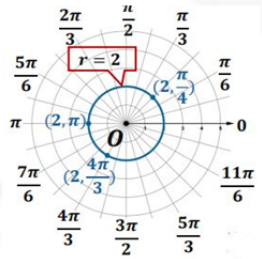
معادلة معطاة بدلالة الاحداثيات القطبية

التمثيل القطبي

مجموعة كل النقاط

(r,θ)

التي تحقق احداثياتها المعادلة القطبية



التحويل من الصورة القطبية الى الاحداثيات الديكارتية

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

التحويل من الاحداثيات الديكارتية الى الصورة القطبية

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x} \quad if \quad x>0$$

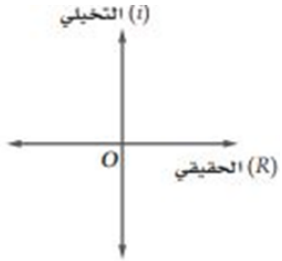
$$\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x}+180^\circ \quad if \quad x<0$$

$$\theta=90^\circ \quad or \quad 270^\circ \quad if \quad x=0$$

الصورة القطبية والمركبة

المستوى المركب

هو مستوى يحوي محورين ، محور أفقي للجزء الحقيقي و محور رأسي للجزء التخيلي



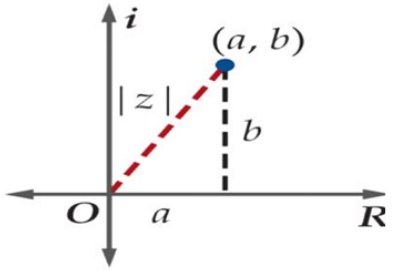
الصورة القطبية للعدد المركب

هي احدى طرق كتابة العدد المركب

$$z = r(cos\theta + i\, sin\theta)$$

القيمة المطلقة للعدد المركب

$$|z| = |a + bi|$$



السعة

هي الزاوية بين الاتجاه الموجب للمحور R والقطعة المستقيمة الواصلة بين نقطة الأصل و النقطة التي تمثل العدد المركب حيث

$$-2\pi \le \theta \le 2\pi$$

المقياس

القيمة المطلقة للعدد المركب وهو يمثل r

نظرية ديموافر

القوة النونية للعدد المركب

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$$

الجذور النونية للعدد ا

جذور تقع على دائرة الوحدة لها المقياس نفسه ويساوي ا

أنواع الدراسات الإحصائية

الدراسات المسحية

يقصد بها جمع البيانات من أفراد حول موضوع معين

تعداد عام

إذا شملت الدراسة جميع المجتمع

العينة

إذا اختير عدد محدود من الأفراد لإجراء الدراسة

متحيزة

اذا تم تفضيل مجموعة على مجموعة

غير متحيزة

اذا تم اختيارها بشكل عشوائي

الدراسات القائمة على الملاحظة

ملاحظة افراد العينة دون التأثير على النتائج

الدراسات التجريبية

اجراء معالجة خاصه على افراد العينة و ملاحظة النتائج

المجموعة التجريبية

هم من خضعوا للمعالجة

المجموعة الضابطة

هم من لم يخضعوا الى أي معالجة او خضعوا لمعالجة شكلية

التحليل الإحصائي

مقاييس النزعة المركزية

يقصد بالنزعة المركزية نزعة القيم نحو قيمة عددية تمثلهم

المتوسط لحسابي
مجموع القيم مقسوما على عددها

يستخدم اذا لم توجد قيمة متطرفة

المنوال
هي القيمة الأكثر تكرارا بين القيم

الوسيط
العدد الأوسط او المتوسط للعددين الاوسطين بعد ترتيب القيم تنازليا او تصاعديا

يستخدم عند وجود قيمة متطرفة

هامش خطأ العينة

عند سحب عينة حجمه n فإن هامش الخطأ يعطى بالقانون

$$\pm \frac{1}{\sqrt{n}}$$

مقاييس التشتت

هي مقاييس تصف مقدار تباعد البيانات عن بعضها أو تقاربها عن المتوسط

الانحراف المعياري

قوانينه

المجتمع

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

العينة

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

التباين
هو مربع الانحراف المعياري

الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية

التوزيع الاحتمالي المنفصل

هو توزيع احتمالي متغيره العشوائي منفصل

القيمة المتوقعة

$$E(x) = \sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

احتمال النجاح و الفشل

احتمال النجاح $P(s) = \frac{s}{s+f}$

احتمال الفشل $P(f) = \frac{f}{s+f}$

فضاء العينة $s + f$

يستخدم فيها

التوافيق
اذا كان عشوائيا و الترتيب غير مهم

$$nCr = \frac{n!}{r!\,(n-1)!}$$

التباديل
اذا كان الترتيب مهم

$$nPr = \frac{n!}{(n-1)!}$$

الاحتمال المشروط

هو احتمال حدوث الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A رمزه $P(BIA)$

قانونه

$$P(BIA) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

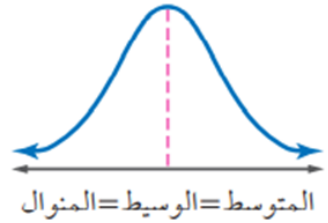
, $P(A) \neq 0$

الجداول التوافقية

هي جداول تكرارية ذات بعدين تسجل فيها البيانات ضمن خلايا

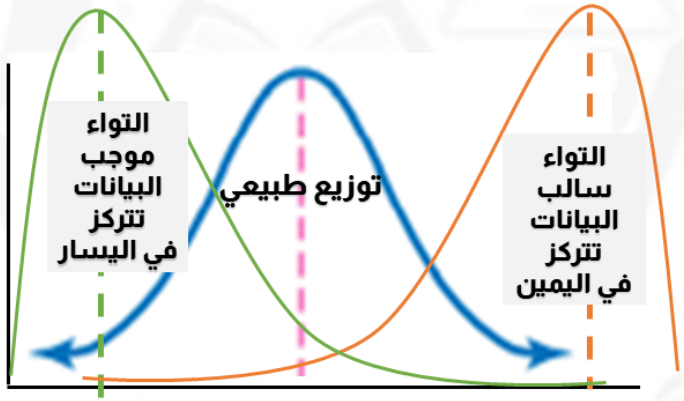
التوزيع الطبيعي

خصائصه

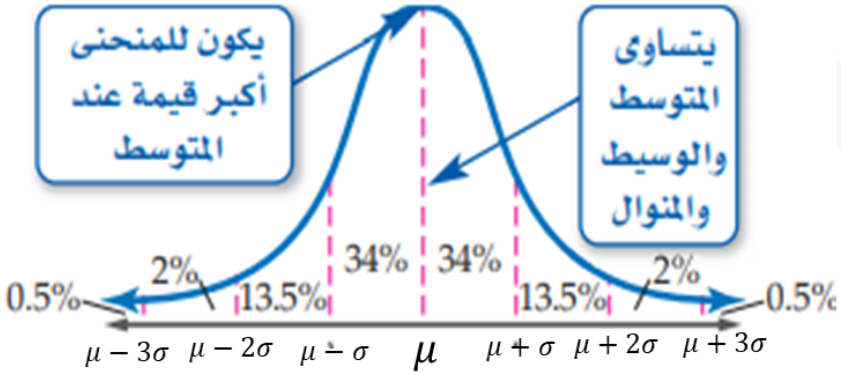


١- منحنى على شكل جرس ومتماثل حول مستقيم رأسي يمر بالمتوسط
٢- المنحنى متصل
٣- يقترب من منحنى x بجزئيه الموجب و السالب ولكن لا يمسه

توزيعات ملتوية



القانون التجريبي



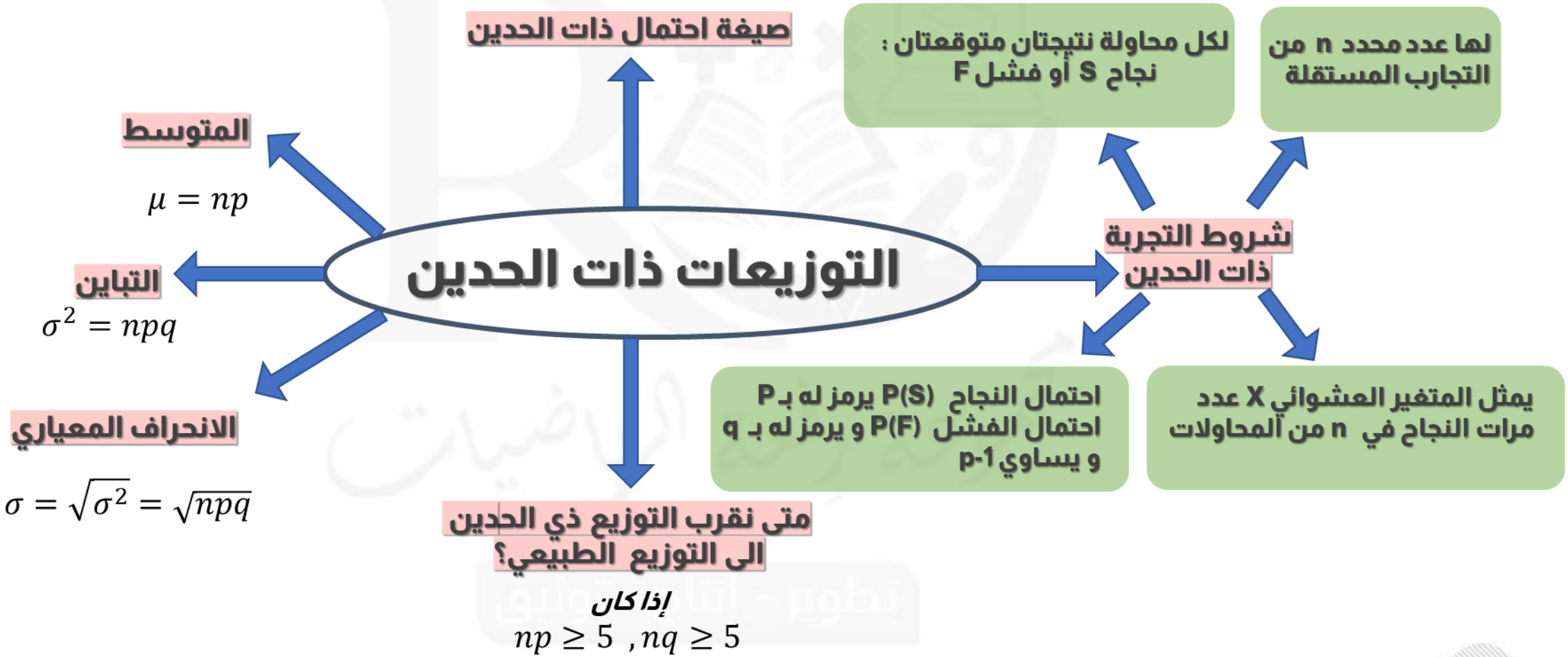
الاحتمال

أن تزيد قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا عن n $\Leftarrow P(X>n)$

أن تقع قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا بين n و m $\Leftarrow P(m<X<n)$

أن تقل قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا عن n $\Leftarrow P(X<n)$

$$P(X) = nC_X p^X q^{n-x}$$
$$= \frac{n!}{(n-X)!\,X!} p^X q^{n-x}$$



النهايات بيانياً

وجود النهاية

النهاية اليمنى $\lim_{x\to c^+} f(x)$

النهاية اليسرى $\lim_{x\to c^-} f(x)$

إذا كان :

$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$

فإن النهاية موجودة

عدم وجود النهاية

١- $\lim_{x\to c^+} f(x) \neq \lim_{x\to c^-} f(x)$

٢- تناقص قيم $f(x)$ من جهة وتزايدها من الجهة الأخرى.

٣- تذبذب قيم $f(x)$ بين قيمتين مختلفتين .

النهايات جبرياً

النهاية عند نقطة

$\lim_{x \to C} f(x)$

بالتعويض المباشر

= عدد حقيقي

$\frac{0}{0}$ = صيغة غير محددة

تحليل البسط و المقام و اختصار العوامل المشتركة

انطاق البسط أو المقام و اختصار العوامل المشتركة

النهاية عند المالانهاية

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$

دوال كثيرات الحدود

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} a_n x^n$

اذا كانت n زوجية

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty$

اذا كانت n فردية

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

الدوال النسبية $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

درجة البسط < درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty$ او $-\infty$

درجة البسط > درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

درجة البسط = درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{\text{معامل الحد الرئيس للبسط}}{\text{معامل الحد الرئيس للمقام}}$

المتتابعات

= نهاية الحد النوني

المشتقات

ميل مماس المنحنى

و السرعة المتجهة اللحظية :

يمكن ايجادها بإحدى الطريقتين

- قواعد الاشتقاق
- بقانون النهايات

القيم القصوى :

١- نوجد المشتقة

٢- نساوي المشتقة بالصفر و نوجد النقطة الحرجة

٣- نوجد قيم الدالة عند النقطة الحرجة و الأطراف

أكبر قيمة هي القيمة العظمى و اصغر قيمة هي القيمة الصغرى

مشتقة الدالة بقانون النهايات

$$\dot{f}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

قواعد الإشتقاق

$f(x) = x^n$	$f(x) = c$	$f(x) = cx^n$	$f(x) = g(x) \pm h(x)$	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)]$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$
$\dot{f}(x) = nx^{n-1}$	$\dot{f}(x) = 0$	$\dot{f}(x) = cnx^{n-1}$	$\dot{f}(x) = \dot{g}(x) \pm \dot{h}(x)$	$= \dot{f}(x)g(x) + f(x)\dot{g}(x)$	$\frac{\dot{f}(x)g(x) - f(x)\dot{g}(x)}{[g(x)]^2}$

التكامل

قواعد الدوال الأصلية

$f(x) = x^n \longrightarrow F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

$f(x) = kx^n \longrightarrow F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$

النظرية الأساسية في التفاضل و التكامل

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

مجموع ريمان

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \quad , \quad x_{i=} a + i\Delta x$$

التكامل الغير محدود

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

حيث : $F(x)$ الدالة الأصلية

C ثابت