تشابه المضلعات

رابط الدرس الرقمي

أهداف الدرس

- تحديد المضلعات المتشابهة
- إيجاد القياسات الناقصة

المعرفة السابقة

التَّناسُبُ

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$$

$$٤ \times ٦ = ٣ \times ٨$$

$$٢٤ = ٢٤$$

$$\frac{٩}{١٠} = \frac{س}{٤}$$

$$\frac{١٠ س}{١٠} = \frac{٣٦}{١٠}$$

سنتعلم اليوم:

تحديد المضلعات المتشابهة

إيجاد القياسات الناقصة باستعمال التناسب

إيجاد القياسات الناقصة باستعمال عامل المقياس

حساب المحيط باستعمال عامل المقياس

ماجد الحربي

نسب مكافئة

$$\frac{١}{٣} = \frac{٦}{١٨} = \frac{٣}{٩}$$

تساوي نسبتين أو أكثر يسمى **تناسباً**

رياسة الهدال

تذكر: ضع الكسر في أبسط صورة — نقسم على (ع.م.أ)

$$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{٦}{١٢}$$

(٣÷ ، ٢÷ ، ٦÷)

$$\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$$

(٦÷)

رياسة الهدال

تذكر: أوجد كسر مكافئاً للكسر التالي

$$\frac{٣}{٩} = \frac{\quad}{\quad}$$

(٣÷)

باستخدام القسمة

$$\frac{٣}{٩} = \frac{\quad}{\quad}$$

(٢×)

باستخدام الضرب

رياسة الهدال

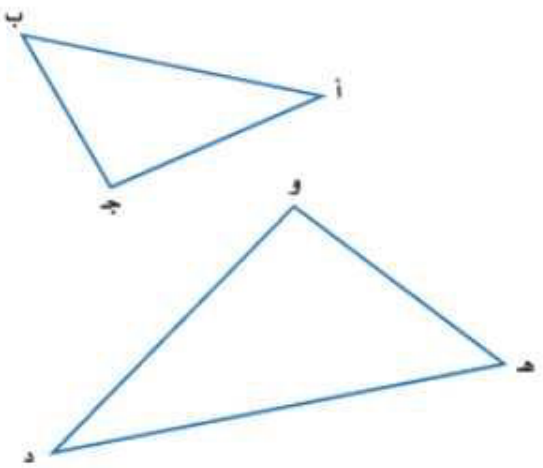
تمهيد

نفذ الخطوات الآتية لاكتشاف العلاقة بين المثلثات:

الخطوة ١ انسخ كِلا المثلثين على ورق شفاف.

الخطوة ٢ قس أطوال أضلاع كل مثلث وسجّلها.

الخطوة ٣ قص كِلا المثلثين.

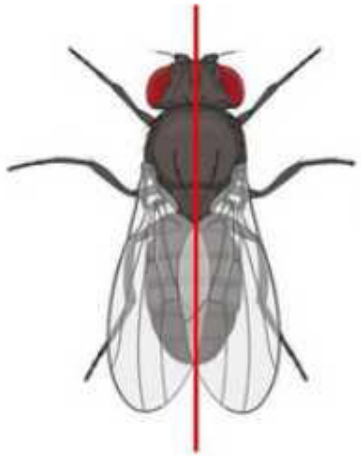


١ قارن بين زوايا المثلثين بالمقابلة.
وعيّن أزواج الزوايا التي لها القياس نفسه.

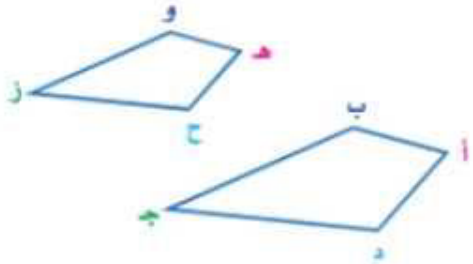
٢ عبّر عن النسب الآتية: $\frac{أب}{دهـ}$ ، $\frac{ب جـ}{هـ و}$ ، $\frac{جـ أ}{ود}$
في صورة كسور عشرية إلى أقرب جزء من عشرة.

٣ ماذا تلاحظ على النسب بين أطوال الأضلاع المتقابلة في المثلثين؟

يتكون **المضلع** من مجموعة من القطع المستقيمة في مستوى، متقاطعة في نهاياتها، بحيث تُكوِّن شكلًا مغلقًا. وتسمى المضلعات التي لها الشكل نفسه **مضلعات متشابهة**. ففي الشكل أدناه يشبه المضلع أب جـ د المضلع هـ و ز ح ، ويعبّر عن ذلك بالرموز كما يأتي: المضلع أب جـ د ~ المضلع هـ و ز ح.



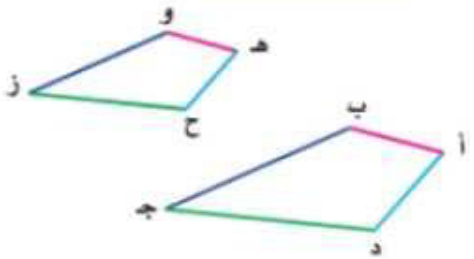
تسمى الأجزاء المتقابلة في الأشكال المتشابهة **أجزاءً متناظرة**.



الزوايا المتناظرة

∠أ ↔ ∠هـ، ∠ب ↔ ∠و

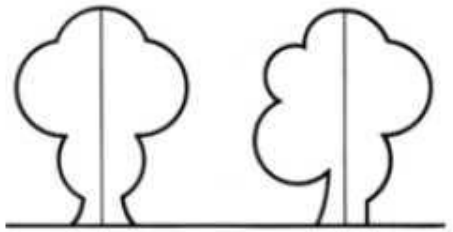
∠جـ ↔ ∠ز، ∠د ↔ ∠ح



الأضلاع المتناظرة

$\overline{أب}$ ↔ $\overline{هـو}$، $\overline{ب جـ}$ ↔ $\overline{و ز}$

$\overline{جـ د}$ ↔ $\overline{زح}$، $\overline{أ د}$ ↔ $\overline{هـ ح}$



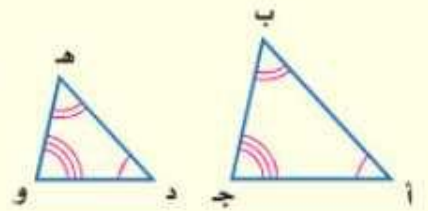
المضلعات المتشابهة

مفهومٌ أساسيّ

التعبير اللفظي : إذا تشابه مضلعان فإن :

- زواياهما المتناظرة **متطابقة**، أي أن لها القياس نفسه.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

النموذج :



△ أب جـ ~ △ دهـ و

الرموز : ∠ أ ≅ ∠ د، ∠ ب ≅ ∠ هـ، ∠ جـ ≅ ∠ و

$$\frac{\text{أب}}{\text{دهـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{و د}}$$

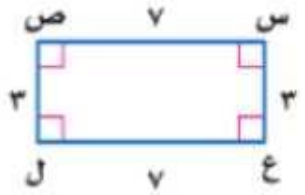
لغة الرياضيات:

التطابق: يقرأ الرمز ≅ يطابق. ويستخدم لتوضيح تطابق الزوايا.

تحديد المضلعات المتشابهة

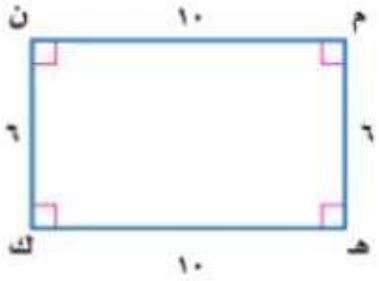
مثال

حدِّد ما إذا كان المستطيلان س ص ل ع ، م ن ك هـ متشابهين. وضّح إجابتك.



أولًا: تأكد من أنَّ الزوايا المتناظرة متطابقة.

بما أن المضلعين مستطيلان، فإن جميع زواياهما قائمة؛ لذا فالزوايا المتناظرة تكون متطابقة.



ثانيًا: اختبر الأضلاع المتناظرة للتأكد مما إذا كانت متناسبة:

$$\frac{\text{س ص}}{\text{م ن}} = \frac{٧}{١٠} \qquad \frac{\text{ص ل}}{\text{ن ك}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} \qquad \frac{\text{ل ع}}{\text{ك هـ}} = \frac{٧}{١٠} \qquad \frac{\text{ع س}}{\text{هـ م}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

بما أن النسبتين $\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ غير متكافئتين فالمستطيلان س ص ل ع، م ن ك هـ غير متشابهين.

إرشادات للدراسة

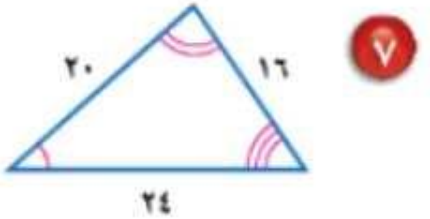
خطأ شائع

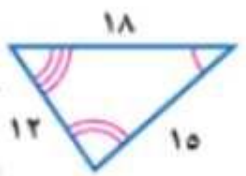
لا يكفي أن تكون الزوايا المتناظرة للمضلعين متطابقة حتى يكونا متشابهين، بل عليك التأكد أيضًا من أن أطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة.

تقويم

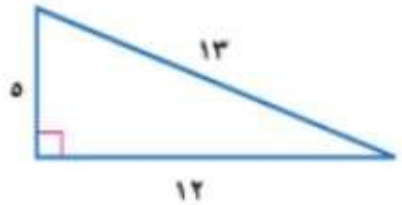
حدِّد ما إذا كان كل زوج من أزواج المضلعات الآتية متشابهًا، ووضّح إجابتك.

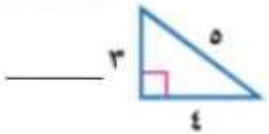
٦





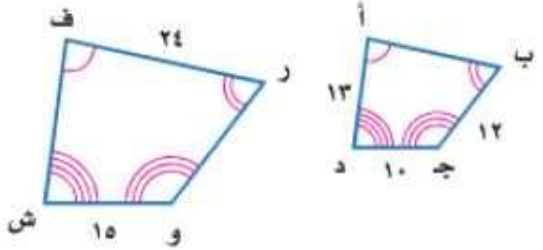
٧





مثال

هندسة : إذا كان المضلع ف ر و ش ~ أ ب جـ د ، فأوجد ر و.



إرشادات للدراسة

عامل المقياس

في المثال؟ عامل المقياس من المضلع أ ب جـ د إلى المضلع ف ر و ش هو $\frac{٢}{٣}$ ، وهذا يعني أن الطول على المضلع أ ب جـ د يساوي $\frac{٢}{٣}$ من الطول على المضلع ف ر و ش.

الطريقة الأولى كتابة تناسب

افترض أن م هي قيمة طول $\overline{ر و}$. اكتب تناسبًا:

المضلع ف ر و ش ← $\frac{ر و}{ب جـ} = \frac{و ش}{جـ د}$ ← المضلع ف ر و ش
المضلع أ ب جـ د ← ← المضلع أ ب جـ د

$\frac{م}{١٢} = \frac{١٥}{١٠}$ ر و = م، ب جـ = ١٢، و ش = ١٥، جـ د = ١٠

م × ١٠ = ١٢ × ١٥ اضرب ضربًا تبادليًا.

١٠ م = ١٨٠ أوجد ناتج الضرب.

م = ١٨ اقسم كلا الطرفين على ١٠.

الطريقة الثانية استعمال عامل المقياس في كتابة معادلة

أوجد عامل المقياس بين المضلعين ف ر و ش، أ ب جـ د.

عامل المقياس : $\frac{و ش}{جـ د} = \frac{١٥}{١٠} = \frac{٣}{٢}$ عامل المقياس هو ثابت التناسب.

التعبير اللفظي طول الضلع في المضلع ف ر و ش يساوي $\frac{٣}{٢}$ طول الضلع المناظر له في المضلع أ ب جـ د

المتغيّر لتكن م تمثل طول $\overline{ر و}$

المعادلة م = $\frac{٣}{٢}$ × ١٢

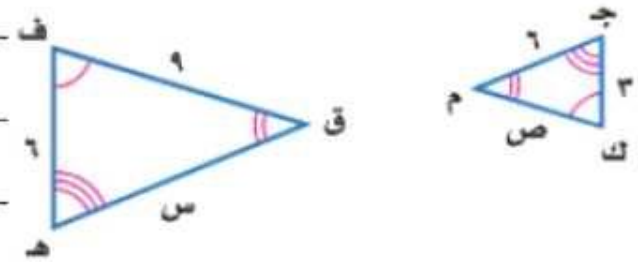
م = $\frac{٣}{٢}$ × ١٢ اكتب المعادلة.

م = ١٨ اضرب.

تقويم

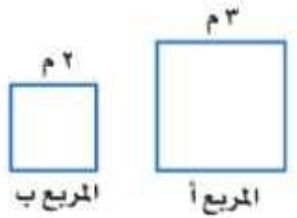
٣ في الشكل المجاور،

△ ف ق هـ ∽ △ ك م جـ، اكتب تناسبًا وحُلَّه لإيجاد القياسات الناقصة.



إذا كان المربع أ ∽ المربع ب، وعامل المقياس بينهما يساوي ٣ : ٢، فإن النسبة بين طولي محيطي المربعين تساوي ١٢ : ٨ = ٣ : ٢ .

المربع	المحيط
أ	١٢ م
ب	٨ م



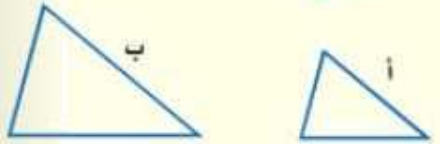
يؤدي هذا المثال إلى النتيجة الآتية:

النسب بين الأشكال المتشابهة

مفهوم أساسي

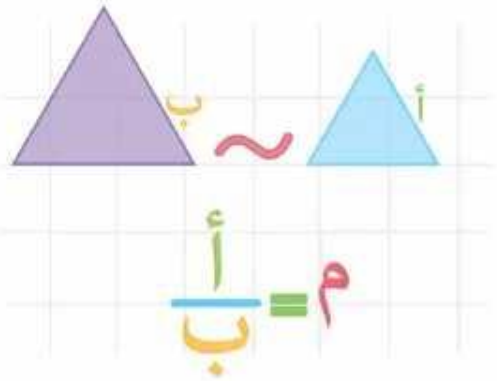
التعبير اللفظي : إذا تشابه شكلان وكان عامل المقياس بينهما يساوي $\frac{أ}{ب}$ ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي $\frac{أ}{ب}$.

النموذج:

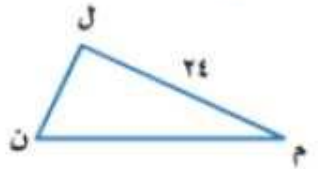


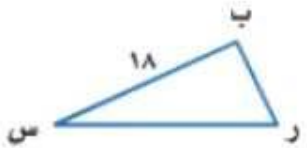
الشكل ٢

الشكل ١



مثال





△ ل م ن ∽ △ ب س ر،
إذا كان محيط △ ل م ن يساوي
٦٤ وحدة، فما محيط △ ب س ر؟

△ ل م ن ∽ △ ب س ر، وعامل المقياس يساوي $\frac{٢٤}{١٨} = \frac{٤}{٣}$، إذن يجب أن تكون النسبة بين محيطي المثلثين مساوية $\frac{٤}{٣}$.

$\frac{٤}{٣} = \frac{٦٤}{س}$ ← محيط △ ل م ن
← محيط △ ب س ر

عامل المقياس بين المثلثين ل م ن ، ب س ر.

$٦٤ \times ٣ = ٤ \times س$ اضرب ضربًا تبادليًا.

$١٩٢ = ٤ س$ أوجد نواتج الضرب.

$\frac{٤ س}{٤} = \frac{١٩٢}{٤}$ اقسم كلا الطرفين على ٤.

$٤٨ = س$ بسّط.

إذن محيط △ ب س ر = ٤٨ وحدة

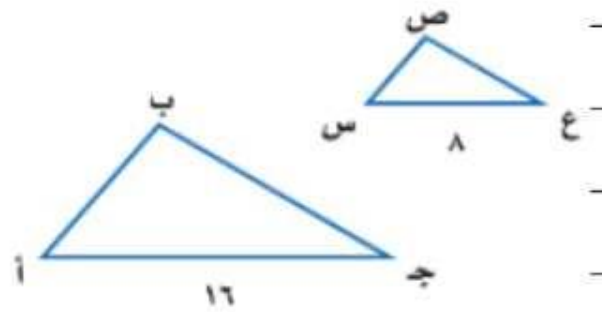
إرشادات للدراسة

عبارات التشابه

في تسمية المثلثات المتشابهة يراعي ترتيب الرؤوس للدلالة على العناصر المتناظرة. اقرأ عبارات التشابه جيدًا، للتأكد من أنك تقارن بين العناصر المتناظرة.

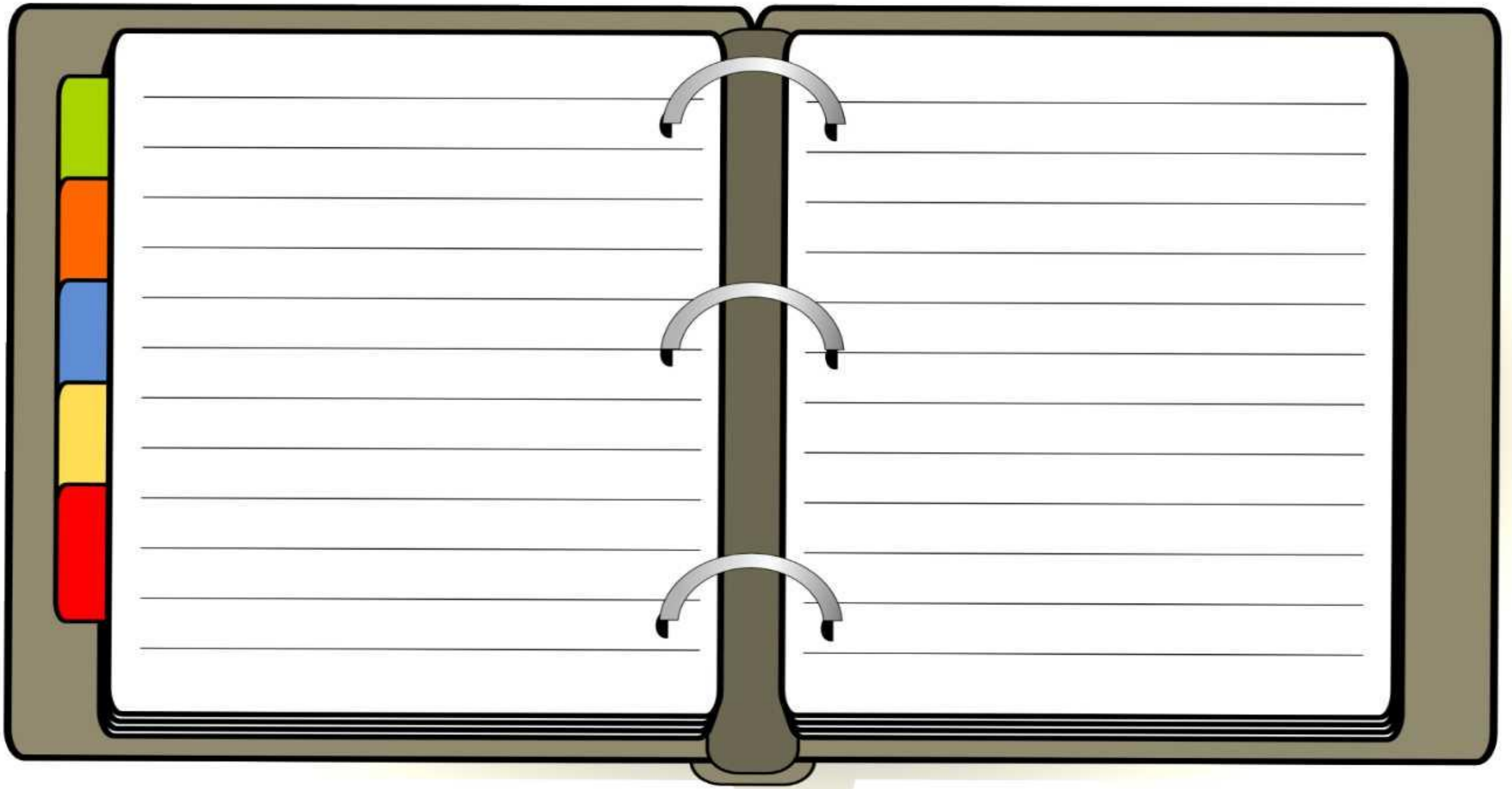
تقويم

٤ إذا كان △ أ ب جـ ~ △ س ص ع، ومحيط △ أ ب جـ يساوي ٤٠ وحدة، فما محيط △ س ص ع؟



تقويم

١٥ **تحدٍّ:** افترض أن مستطيلين متشابهان بعامل مقياس مقداره ٢ ، فما النسبة بين مساحتيهما؟ وضّح إجابتك.



ملخص مفهوم

تشابهُ المُضلَّعاتِ

إذا تشابه مُضلعانِ فإنَّ:

زواياهُما المتناظرةَ مُتطابقةٌ

أيْ أنَّ لها القياسَ نفسَه

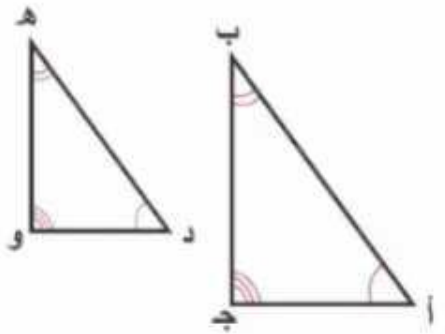
∠أ ≅ ∠د ، ∠ب ≅ ∠هـ ، ∠جـ ≅ ∠و

أطوالُ أضلاعِهما

المُتناظرةِ مُتناسبةٌ

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{و د}}$$

عاملُ المقياسِ



△أ ب جـ ~ △د هـ و

ملخص مفهوم

عامِلُ المِقياسِ للتَّشابُهِ

إذا تشابه مُضلَّعانِ فإنَّ:

زواياهُما المتناظرةَ مُتطابقةٌ
أيْ أنَّ لها القياسَ نفسَه

أطوالُ أضلاعِهما المُتناظرةِ مُتناسبةٌ

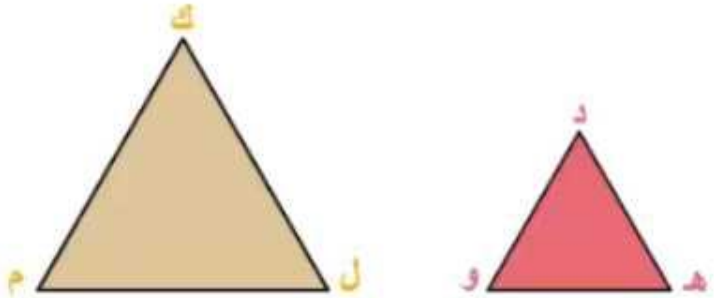
عاملُ المقياسِ

$$\frac{\text{د هـ}}{\text{ك ل}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ل م}} = \frac{\text{و د}}{\text{م ك}}$$

إذا تشابه شكلانِ وكان

عاملُ المقياسِ = $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

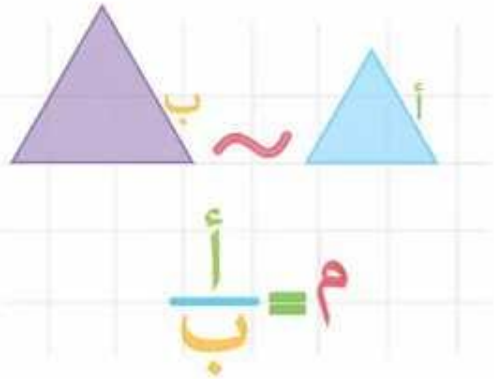
فإنَّ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{محيط الشكل الكبير}}{\text{محيط الشكل الصغير}}$



Δ د هـ و ~ Δ ك ل م

$\angle$ د $\cong \angle$ ك ، $\angle$ هـ $\cong \angle$ ل ، $\angle$ و $\cong \angle$ م

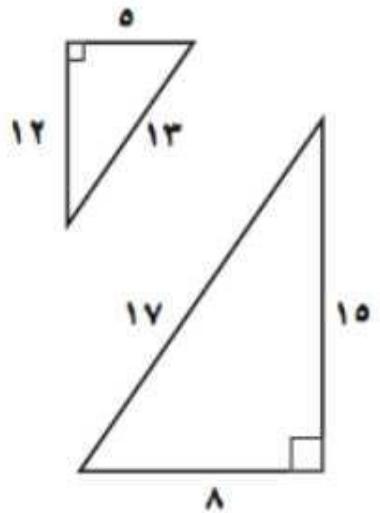
$$\frac{\text{د هـ}}{\text{ك ل}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ل م}} = \frac{\text{و د}}{\text{م ك}}$$



قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

المثلثان في الشكل المقابل غير متشابهين.



صواب

خطأ