دولة قطر

وزارة التعليم والتعليم العالي

الصف الحادي عشر علمي وتكنولوجي

الـــريـــاضيـــات

الفصل الدراسي الأول 2021-2022

الوحدة 1 المتتاليات والمتسلسلات

1.1 المتتاليات

1.2 المتتاليات الحسابية

1.3 المتتاليات الهندسية

1.4 المجموع والمتسلسلات

اسم الطا

اعداد\ .....

المتتالية

المتتالية $\{a_n\}$ هي دالة مجالها الأعداد الطبيعية أو مجموعة جزئية منها، ومداها مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

قيم المجال لدالة المتتالية المنتهية هي أرقام الحدود 1, 2, 3, 4, ..., n وقيم المدى يرمز لها كما يلي: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$

1. 5, 10, 15, 20, 25 **متتالية منتهية**

2. 2, 4, 8, 16, 32, ..., 2^n, ... **متتاليات غير منتهية**

3. $\left\{\frac{1}{n} : n = 1, 2, 3, \ldots\right\}$ **متتاليات غير منتهية**

القاعدة **الحد العام** للمتتالية

إيجاد حدود متتالية باستعمال الحد العام

لتكن المتتالية $\{a_n\}$ حيث $a_n = n^2 - 1$ لكل $n \geq 1$

A. هل هذه المتتالية منتهية؟ وضّح إجابتك.

B. أوجد الحدود الستة الأولى من المتتالية $\{a_n\}$ والحد رقم 100

C. مثّل المتتالية $\{a_n\}$ بيانيًا.

$a_n = n^2 - 1$

$a_1 = 1^2 - 1 = 0$

$a_2 = 2^2 - 1 = 3$

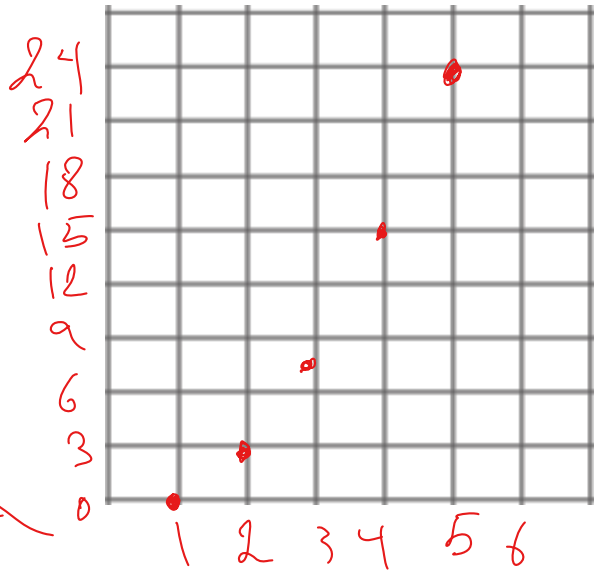
$a_3 = 3^2 - 1 = 8$

$a_4 = 4^2 - 1 = 15$

$a_5 = 5^2 - 1 = 24$

$a_6 = 6^2 - 1 = 35$

$a_{100} = 100^2 - 1 = 10000 - 1 = 9999$



أوجد الحد الذي يلي مباشرة آخر حد مبيّن

1. 2, 5, 8, 11, ...

2. 5, 10, 15, 20, 25, ...

3. 4, 7, 12, 19, ...

في التمارين 5-7، أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتتالية باستعمال الحد العام.

5. $a_n = 2n - 5$

$a_1 = 2(1) - 5 = -3$

$a_2 = 2(2) - 5 = -1$

$a_3 = 2(3) - 5 = 1$

$a_4 = 2(4) - 5 = 3$

$a_5 = 2(5) - 5 = 5$

7. $a_n = 4 \times (n + 2)$

$a_1 = 4 \times (1+2)$

$= 12$

$a_2 = 4 \times 4 = 16$

$a_3 = 4 \times 5 = 20$

$a_4 = 4 \times 6 = 24$

$a_5 = 4 \times 7 = 28$

الصيغة الارتدادية للمتتالية

هي تعبير عن المتتالية يربط الحدّ a_n بحدّ أو أكثر من الحدود التي تسبقه، بمعلومية قيمة الحدّ الأول أو قيم أكثر من حدّ.

أوجد الحدود الستة الأولى والحدّ الذي رتبته 100 للمتتالية التالية المعرّفة بالصيغة الارتدادية.

$b_1 = 3 \ , b_n = b_{n-1} + 2 \ , \ n > 1$

$b_2 = 3 + 2 = 5$

$b_3 = 5 + 2 = 7$

$b_4 = 7 + 2 = 9$

$b_5 = 9 + 2 = 11$

$b_6 = 11 + 2 = 13$

$a_{100} = 3 + (99 \times 2)$

$= 201$

12. أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتتالية. ماذا تلاحظ؟

a. $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = a_{n-1} + 2 \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

$a_1 = 5$

$a_2 = 5 + 2 = 7$

$a_3 = 7 + 2 = 9$

$a_4 = 9 + 2 = 11$

$a_5 = 11 + 2 = 13$

أن كل حد يأتي بعد قبله + 2.

12. أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتتالية. ماذا تلاحظ؟

b. $b_n = 2n + 3$

$b_1 = 2(1) + 3 = 5$

$b_2 = 2(2) + 3 = 7$

$b_3 = 2(3) + 3 = 9$

$b_4 = 2(4) + 3 = 11$

$b_5 = 2(5) + 3 = 13$

الحدود متتابعة

أوجد الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية:

$$\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = 2\,a_{n-1} + 1\ ,\ n > 1 \end{cases}$$

$a_1 = -1$

$a_2 = 2(-1) + 1 = -1$

$a_3 = 2(-1) + 1 = -1$

أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتتالية.

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 3 \\ a_{n+1} = 2\,a_n - a_{n-1} \quad ,\ n \geq 2 \end{cases}$$

$a_{2+1} = 2(3) - 1 = 5$

$a_{3+1} = 2(5) - 3 = 8$

$a_{4+1} = 2(8) - 5 = 11$

$a_{5+1} = 2(11) - 8 = 14$

إيجاد الصيغة الارتدادية لمتتالية ليست هندسية او حسابية

A. إذا كانت ... 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, الحدود الأولى من متتالية فيبوناتشي،
أوجد الصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

$a_3 = a_1 + a_2 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 = 2+1 = 3$

$a_5 = a_4 + a_3 = 3+2 = 5$

$a_6 = a_5 + a_4 = 5+3 = 8$

B. استعمل الصيغة الارتدادية لمتتالية فيبوناتشي لإيجاد a_{12}.

$a_7 = a_6 + a_5 = 8+5 = 13$

$a_8 = a_7 + a_6 = 13+8 = 21$

$a_9 = a_8 + a_7 = 21+13 = 34$

$a_{10} = a_9 + a_8 = 34+21 = 55$

$a_{11} = a_{10} + a_9 = 89$

$a_{12} = a_{11} + a_{10} = 144$

إذا كانت 2, 3, 5, 8, ~~21, 71~~ 13 21 الحدود الأولى من المتتالية
أوجد الصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_1 = 2 \quad , \quad a_2 = 3$

$n \geq 3$

b. استعمل الصيغة الارتدادية لهذه المتتالية لتوجد a_{10}.

$a_7 = 21+13 = 34$

$a_8 = 34+21 = 55$

$a_9 = 55+34 = 89$

$a_{10} = 55+89 = 144$

صواب أم خطأ تقول لطيفة إن الصيغة الارتدادية للمتتالية:
2, 5, 8, 11, 14, ... هي $u_1 = 2 \, , \, u_n = 4u_{n-1} - 3$
هل هذا صواب أم خطأ؟ برّر إجابتك.

لا / لان النتيجة الثانية +3

$u_n = u_{n-1} + 3 \quad n \geq 2$

$u_1 = 2$

تدريب على اختبار أوجد الصيغة الارتدادية للمتالية:

$$1200, 200, 1000, -800, 1800, -2600, \ldots$$

A $a_1 = 1200, a_2 = 200 \ , \ a_n = a_{n-2} - a_{n-1} \ , \ n \geq 3$

B $a_1 = 1200, a_2 = 200 \ , \ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \ , \ n \geq 3$

C $a_1 = 1200, a_2 = 200 \ , \ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \ , \ n \geq 3$

D $a_1 = 1200, a_2 = 200 \ , \ a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} \ , \ n \geq 3$

1.2 المتتاليات الحسابية

الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية

اذا كانت المتتالية حسابية فان الصيغة الارتدادية هي $a_n = a_{n-1} + d$ حيث d = الاساس

تكون المتتالية $\{a_n\}$ متتالية حسابية إذا كان الفرق بين كل حدّ والحدّ الذي يسبقه مباشرةً ثابتًا، ويُسمى الفرق الثابت ويُرمز له بالرمز d، أي إنّ $d = a_n - a_{n-1}$

يُعبّر عن الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية: $a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d \ , \ n > 1 \end{cases}$

في التمارين 3-6، حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابية. إذا كانت كذلك،أوجد الفرق الثابت فيها....

3. 1, 15, 29, 43, 57, …

6. 93, 86, 79, 72, 65, ….

أوجد تعريفًا ممكنًا بالصيغة الارتدادية للمتتالية:

1, 5, 9, 13, ... باحتساب الفرق بين كل حدٍ والحد الذي يسبقه مباشرة.

أوجد تعريفًا ممكنًا بالصيغة الارتدادية للمتتالية:

... 18, 15, 12, 9 باحتساب الفرق بين كل حدٍ والحد الذي يسبقه مباشرة.

$a_n = a_{n-1} - 3$

$n \geq 2 \quad a_1 = 18$

17. الأعداد الفردية أوجد الصيغة الارتدادية لمتتالية الأعداد الطبيعية الفردية ... 1, 3, 5, 7,

$a_n = a_{n-1} + 2$

$a_n \geq 2$

$a_1 = 1$

هل المتتالية ... 4, 7, 10, 13, 16, متتالية حسابية؟ إن كانت كذلك، اكتب الصيغة الارتدادية للمتتالية.

$a_n = a_{n-1} + 3$

$n \geq 2 \quad , a_1 = 4$

5. أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية: 1, 4, 7, 10, 13, ...

$a_n = a_{n-1} + 3$

$n \geq 2 \quad , a_1 = 1$

6. أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية، ثم أوجد حدها السادس.

2, −5, −12, −19, ...

$n \geq 2 \quad a_1 = 2$

$a_n = a_{n-1} - 7$

$a_5 = -19 - 7 = -26$

$a_6 = -26 - 7 = -33$

$d = -7$

$a_1 = 2$

الحصالة حصل أحمد يوم العيد على ما مجموعه QR 140 ووضع المبلغ في حصالة جديدة. وعدته أمه بإعطائه QR 50 إضافيًا كل شهر. هل تشكل المبالغ المتراكمة متتالية ما؟ ناقش الموضوع واكتب صيغة الحد العام والصيغة الارتدادية للمتتالية إن استطعت.

تراجعية / تزايدية

$a_n = a_{n-1} + 50 \quad n \geq 2$

$a_1 = 140$

حسابية ؟

$a_n = 140 + (n-1)50$

صيغة الحد العام للمتتالية الحسابية

حيث: $a_n = a_1 + (n-1)d$

- a_1 : الحد الأول للمتتالية.
- d : الفرق الثابت.
- n : رتبة الحد.
- a_n : الحد الذي رتبته n.

أوجد الحد العام لمتتالية الأعداد الصحيحة الفردية.

ثم اوجد الحد العشرين

1, 3, 5, 7, ...

$a_n = 1 + (n-1)2$

$a_{20} = 1 + (20-1)2$

$a_{20} = 39$

أوجد الحد العام لمتتالية الأعداد الصحيحة الزوجية. **ثم أوجد الحد الثلاثين**

2, 4, 6, 8, ...

$a_n = a_1 + (n-1)2$

$a_{30} = 2 + (30-1)2$

$= 2 + 58 = 60$

أوجد الحد العام لمتتالية الأعداد الصحيحة **ثم اوجد الحد العشرين**

10. 29, 25, 21, 17, ...

$a_n = 29 + (n-1)(-4)$

$a_{20} = 29 + (19)(-4)$

$a_{20} = 29 - 76 = -47$

أوجد الحد العام للمتتالية الحسابية: **ثم اوجد الحد السابع عشر**

100, 97, 94, 91, ...

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{17} = 100 + (16)(-3)$

$a_{17} = 100 - 48 = 52$

<u>استخدامات الحد العام</u> **1- إيجاد قيمة أي حد باستخدام** $a_n = a_1 + (n-1)\,d$

2- إيجاد رتبة أي حد

حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابية. إذا كانت كذلك، أوجد الفرق الثابت وحدّها الخمسين.

1. $a_n = 2n - 3$

حسابية

$a_1 = 2(1) - 3 = -1$

$a_2 = 2(2) - 3 = 1$

$a_3 = 2(3) - 3 = 3$

$a_4 = 2(4) - 3 = 5$

$d = 2$

$a_{50} = 2(50) - 3 = 97$

2. $b_n = n + 2$

$b_1 = 1 + 2 = 3$

$b_2 = 2 + 2 = 4$

$b_3 = 3 + 2 = 5$

$d = 1$

$b_{50} = 50 + 2 = 52$

حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابية. إذا كانت كذلك، أوجد الفرق الثابت وحدّها الخمسين.

$$\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = a_{n-1} + 15 \ , n > 1 \end{cases}$$

$a_2 = 8 + 15 = 23$

$a_3 = 23 + 15 = 38$

$a_4 = 38 + 15 = 53$

$d = 15$

$a_{50} = 8 + (49 \times 15)$

$= 743$

حسابية

ربط الحد العام للمتتالية بالصيغة الارتدادية

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d \ , n > 1 \end{cases}$$

1- نوجد الحدود ومنها نجد الأساس d

2- نعوض في القانون

أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية.

$a_n = 10 + 8n$

$a_1 = 10 + 8(1) = 18$

$a_2 = 10 + 8(2) = 26$

$a_3 = 10 + 8(3) = 34$

$d = 8$

$a_n = a_{n-1} + d$

$a_n = a_{n-1} + 8$

$n \geq 2 \ , a_1 = 18$

$a_n = 108 - n$

$a_1 = 107$

$a_2 = 106$

$a_3 = 105$

$a_n = a_{n-1} + d$

$a_n = a_{n-1} - 1$

$n \geq 2 \ , a_1 = 107$

صيغة متتالية حسابية بمعلومية حدّين منها

$a_5 = a_1 + 4d$ $a_7 =$ .....

$a_8 = a_1 + 7d$ $a_{15} =$.....

$a_{12} = a_1 + 11d$ $a_4 =$.....

أوجد الحد العام للمتتالية الحسابية الذي يحقق $a_1 = 13$ و $a_7 = -23$.

$a_7 = a_1 + (7-1)d$

$-23 = 13 + 6d$

$\frac{6d}{6} = \frac{-10}{6}$ $d = \frac{-10}{6} = -\frac{5}{3}$

$a_n = 13 + (n-1)-\frac{5}{3}$

أوجد الحد العام للمتتالية الحسابية الذي يحقق $a_1 = 299$ و $a_5 = 300$.

$a_5 = a_1 + (5-1)d$

$300 = 299 + 4d$

$\frac{1}{4} = \frac{4d}{4}$ $d = \frac{1}{4}$

$a_n = 299 + (n-1)\frac{1}{4}$

أوجد الحد العام للمتتالية الحسابية الذي يحقق $a_5 = 6$ و $a_{14} = 42$.

$a_5 = a_1 + (5-1)d$

$6 = a_1 + 4d$

$a_{14} = a_1 + (14-1)d$

$42 = a_1 + 13d$

$6 = a_1 + (-4)(4)$

$-16 + 6 = a_1$

$-10 = a_1$

$a_n = -10 + (n-1)4$

$42 = a_1 + 13d$

$6 = a_1 + 4d$

$36 = 9d$

$\frac{36}{9} = \frac{9d}{9}$

$d = 4$

متتالية حسابية حدّاها الثاني والخامس هما 3 و 24 على التوالي. أوجد الحد العام والصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$a_5 = a_1 + (n-1)d$

$24 = a_1 + 4d$

$a_2 = a_1 + (2-1)d$

$3 = a_1 + d$

$24 = a_1 + 4d$

$-\ 3 = a_1 + d$

$21 = 3d$

$\frac{21}{3} = \frac{3d}{3}$

$d = 7$

$a_n = -4 + (n-1)7$

$3 = a_1 + 7$

$a_1 = -4$

$a_n = a_{n-1} + 7$

$n \geq 2,\ a_1 = -4$

إيجاد عدد الحدود في متتالية حسابية

نستخدم القانون $a_n = a_1 + (n-1)d$

أوجد عدد حدود المتتالية الحسابية 6, 2, −2, ..., −194

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$-194 = 6 + (n-1)-4$

$-194 = 6 - 4n + 4$

$-194 = 10 - 4n$

$\frac{-204}{-4} = \frac{-4n}{-4}$

$n = 51$

أوجد عدد حدود المتتالية. 3, 9, 15, ..., 525

$525 = 3 + (n-1)6$

$= 3 + 6n - 6$

$525 = 6n - 3$

$\frac{528}{6} = \frac{6n}{6}$

$n = 88$

$d = 6$

$a_1 = 3$

$a_n = 525$

$n = ?$

. أوجد عدد حدود المتتالية.

2 , 7 , 12 , 17 , ..., 402

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$402 = 2 + (n-1)5$

$402 = -2 + 5n - 5$

$\frac{410}{5} = \frac{5n}{5}$ $\quad n = 81$

$a_1 = 2$

$a_n = 402$

$n = ?$

$d = 5$

. أوجد عدد حدود المتتالية.

15 , 19 , 23 , 27 , ..., 95

$95 = 15 + (n-1)4$

$95 = 11 + 4n$

$\frac{84}{4} = \frac{4n}{4}$ $\quad n = 21$

1.3 المتتاليات الهندسية

تكون المتتالية $\{a_n\}$ هندسية إذا كانت النسبة بين كل حدّ والحدّ الذي يسبقه مباشرةً ثابتة وتسمّى "النسبة الثابتة" ويُرمز لها بالرمز r، أي أن $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية:

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ r \times a_{n-1}, \ n > 1 \end{cases}$$

الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية $a_n = r\, a_{n-1}$

هل المتتالية ... 4, 12, 36, 108, متتالية هندسية؟

إذا كانت كذلك، اكتب الصيغة الارتدادية للمتتالية ثم أوجد الحد التالي.

$a_n = a_{n-1} \times r$ $\quad n \geq 2$ $\quad a_1 = 4$

$a_5 = 108 \times 3 = 324$

$r = 3$

هل المتتالية ... 12, 9.6, 7.68, 6.144, متتالية هندسية؟
إذا كانت كذلك، اكتب الصيغة الارتدادية للمتتالية.

$r = \frac{4}{5}$

$a_n = a_{n-1} \times r$

$a_n = a_{n-1} \times \frac{4}{5}$

$n \geq 2 \quad , a_1 = 12$

هل المتتالية ... 1, 4, 9, 16, 25, متتالية هندسية؟ إن كانت هندسية اكتب الصيغة الارتدادية

لا ، لان النسبة غير ثابتة

صيغة الحد العام للمتتالية الهندسية هي:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

a_1: الحدّ الأول للمتتالية
r: النسبة الثابتة.
n: رتبة الحدّ.
a_n: الحدّ الذي رتبته n.

الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية

$$a_n = r\, a_{n-1}$$

المتتالية الهندسية **3, 6, 12, 24, 48, ...**

أوجد (1) النسبة الثابتة،

$r = 2$

(2) الحدّ العاشر،

$a_{10} = 3 \times 2^9$

$= 1536$

(3) الصيغة الارتدادية،

$a_n = 2a_{n-1}$

$a_n = 2a_{n-1}$

$n \geq 2 \quad , a_1 = 3$

(4) الحد العام.

$a_n = 3 \times 2^{n-1}$

أوجد (1) النسبة الثابتة، (2) الحدّ العاشر، (3) الصيغة الارتدادية، (4) الحد العام.

9, 18, 36, 72, 144, ...

$r = 2$

$a_n = 9 \times 2^{n-1}$

$a_{10} = 9 \times 2^{10-1} = 4608$

$a_n = r\, a_{n-1}$

$a_n = 2\, a_{n-1}$

$n \geq 2$, $a_1 = 9$

أوجد (1) النسبة الثابتة، (2) الحدّ العاشر، (3) الصيغة الارتدادية، (4) الحد العام.

10, 20, 40, 80, …

$r = 2$

$a_n = 10 \times 2^{n-1}$

$a_{10} = 10 \times 2^{9} = 5120$

$a_n = a_{n-1} \times r$

$a_n = 2a_{n-1}$

أوجد (1) النسبة الثابتة، (4) الحد العام. (2) الحدّ العاشر، (3) الصيغة الارتدادية،

4, 12, 36, 108, ...

$r = 3$

$a_n = 4 \times 3^{n-1}$

$a_{10} = 4 \times 3^{9} = 78732$

$a_n = r a_{n-1} \quad n \geq 2 \quad , a_1 = 4$

$a_n = 3a_{n-1}$

الحد العام لمتتالية هندسية بمعلومية حدّين فيها

الحد الثاني من متتالية هندسية $a_2 = a_1 r^1$

الحد الخامس من متتالية هندسية $a_5 = a_1 r^4$

الحد العاشر من متتالية هندسية $a_{10} = a_1 r^9$

$a_4 = a_1 r^3$ $a_8 = a_1 r^7$ $a_6 = a_1 r^5$ $a_3 = a_1 r^2$

متتالية هندسية حدّاها الثاني والخامس هما 3 و 24 على التوالي

أوجد الحد العام والصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$a_2 = a_1 \times r^{n-1}$

$3 = a_1 \times r$

$a_5 = a_1 \times r^{n-1}$

$24 = a_1 \times r^4$

$a_n = 2a_{n-1}$, $a_1 = \frac{3}{2}$, $n \geq 2$

$\div \quad 24 = a_1 \times r$

$3 = a_1 \times r$

$8 = r^3$

$r = \sqrt[3]{8} = 2$

$3 = a_1 \times 2$

$a_1 = \frac{3}{2}$

$a_n = \frac{3}{2} \times 2^{n-1}$

متتالية هندسية، النسبة الثابتة لها 5 وحدّها الأول 5،
أوجد الحد العام للمتتالية ثم أوجد الحد الثالث.

$a_n = 5 \times 5^{n-1}$

$a_3 = 5 \times 5^2$

$a_3 = 125$

متتالية هندسية حدها الأول 3 وحدها السادس 96،
أوجد الحد العام والصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$\frac{96}{3} = \frac{3 \times r^5}{3}$

$32 = r^5$

$r = \sqrt[5]{32}$

$= 2$

$a_n = 3 \times 2^{n-1}$

$a_n = 2a_{n-1}$

$n \geq 2$

$a_1 = 3$

متتالية هندسية حدها الأول 7 ~~وحدها الخامس~~ 4 375 أوجد الحد العام والصيغة الارتدادية لهذه المتتالية.

$a_5 = a_1 \times r^{n-1}$

$\frac{4375}{7} = \frac{7 \times r^4}{7}$

$625 = r^4$

$r = \sqrt[4]{625} = 5$

$a_n = 7 \times 5^{n-1}$

$a_n = r a_{n-1}$

$= 5 a_{n-1}$

$n \geq 2$

$a_1 = 7$

أوجد عدد حدود المتتالية الهندسية التالية:

5, 10, 20, ..., 640

$\frac{640}{5} = \frac{5 \times 2^{n-1}}{5}$

$128 = 2^{n-1}$

$2^7 = 2^{n-1}$

$7 = n - 1$

$n = 8$

4, 12, 36, ..., 2 916

$\frac{2916}{4} = \frac{4 \times 3^{n-1}}{4}$

$729 = 3^{n-1}$

$3^6 = 3^{n-1}$

$6 = n - 1$

$n = 7$

اختيار من متعدد الحد العام للمتتالية الهندسية 360, 180, 90, 45, 22.5 .... هو:

A. $a_n = \frac{1}{2}(360)^{n-1}$

B. $a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1})$

C. $a_n = 360\ (a_{n-1})$

D. $a_n = 360\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$a_1 = 360$

$r = \frac{1}{2}$

1.4 رمز المجموع والمتسلسلات

يُرمز لمجموع حدود المتتالية $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ بالرمز: $\sum_{k=1}^{n} a_k$

أوجد قيمة كل مما يلي:

$$\sum_{i=1}^{9} (2i - 6)$$

$d = 2$

$a_1 = 2(1) - 6 = -4$

$a_2 = 2(2) - 6 = -2$

$a_9 = 2(9) - 6 = 12$

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$= \frac{9}{2}(-4 + 12) = 36$

$$\sum_{k=3}^{6} (2k^2 + 1) = (2(3)^2 + 1) + (2(4)^2 + 1) + (2(5)^2 + 1) + (2(6)^2 + 1) = 176$$

$$\sum_{k=4}^{6} \frac{2k - 6}{k} = \left(\frac{2(4) - 6}{4}\right) + \left(\frac{2(5) - 6}{5}\right) + \left(\frac{2(6) - 6}{6}\right) = 2.3$$

صيغة مجموع المتسلسلة الحسابية المنتهية

إذا كانت $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$ متسلسلة حسابية فإن مجموع أول n حد من حدود المتتالية الحسابية $\{a_n\}$ يُعطى بالصيغة

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

أو

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

n: عدد حدود المتسلسلة

d: الفرق الثابت

a_1: الحد الأول

a_n: الحد الأخير

أوجد مجموع المتتالية الحسابية.

$-7, -3, 1, 5, 9, 13$

$S_n = \frac{6}{2}(-7 + 13)$

$= 3(6)$

$= 18$

$d = 4$

$a_1 = -7$

$a_n = 13$

$n = 6$

$-8, -1, 6, 13, 20, 27$

$S_n = \frac{6}{2}(-8 + 27)$

$= 3(19)$

$= 57$

أوجد مجموع المتسلسلة الحسابية، بدلالة عدد الحدود وقيم a_1 و a_n المعطاة:

1- عشرة حدود، $a_{10} = 31, a_1 = 4$

$S_n = \frac{10}{2}(31 + 4)$

$= 5(35)$

$= 175$

أوجد مجموع المتسلسلة الحسابية، بدلالة

خمسة عشر حدًّا، $a_{15} = 129, a_1 = 17$

$$S_n = \frac{15}{2}(129+17)$$

$$S_n = 1095$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية.

1, 2, 3, 4, …, 80

$$80 = 1 + (n-1)1$$

$$80 = n$$

$$S_n = \frac{n}{2}(1+80)$$

$$S_n = \frac{80}{2}(1+80)$$

$$= 40(81)$$

$$= 3240$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية.

2, 4, 6, 8, …, 70

$$70 = 2 + (n-1)2$$

$$70 = 2 + 2n - 2$$

$$\frac{70}{2} = \frac{2n}{2}$$

$$n = 35$$

$$S_n = \frac{35}{2}(2+70)$$

$$= 1260$$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية.

117, 110, 103, …, 33

$S_n = \frac{13}{2}(33+117)$

$= 975$

$33 = 117 + (n-1)-7$

$= 117 - 7n + 7$

$7n = 124 - 33$

$\frac{7n}{7} = \frac{91}{7}$

$n = 13$

يتألف الصف الأمامي من القسم الجانبي في أحد الملاعب الرياضية من 8 مقاعد. وكل صف من الصفوف التي تليه يتألف من مقعدين أكثر من الصف الذي يسبقه مباشرةً. إذا كان الصف الأخير يتألف من 24 مقعدًا، فما عدد المقاعد التي يتألف منها هذا القسم؟

$24 = 8 + (n-1)2$

$24 = 6 + 2n$

$\frac{18}{2} = \frac{2n}{2}$

$n = 9$

$S_n = \frac{9}{2}(2(8) + (9-1)2)$

$= 144$

صيغة مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

مجموع أول n حد من حدود المتتالية $\{a_n\}$ يعطى بالصيغة

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

حيث a_1 الحد الأول للمتتالية الهندسية و r النسبة الثابتة للمتتالية الهندسية و n عدد حدود المتسلسلة الهندسية.

أوجد مجموع الحدود n الأولى من المتتالية.

4, −2, 1, $\frac{-1}{2}$, …, $n = 12$

$r = -\frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{4\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = 2.66$$

6, −3, $\frac{3}{2}$, $\frac{-3}{4}$, …, $n = 11$

$$S_n = \frac{6\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{11}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} \approx 4.0019$$

مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية

تكون المتسلسلة الهندسية $a \neq 0,\ ar^{k-1}$ $\sum_{k=1}^{\infty}$ متقاربة إذا وفقط إذا كانت $|r| < 1$.

ويكون مجموعها $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

a : الحد الأول

r : النسبة الثابتة

لكل مما يلي بيّن ما إذا كانت المتسلسلة متقاربة، ثم أوجد مجموعها إذا كانت متقاربة.

$6 + 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \ldots$

$r = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ متقاربة

$S_\infty = \frac{6}{1-\frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$

$r = \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2}$ متقاربة

$S_\infty = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \cdots$

$r = \frac{4}{3} \div 4 = \frac{1}{3}$ متقاربة

$S_\infty = \frac{4}{1-\frac{1}{3}} = 6$

لكل مما يلي بيّن ما إذا كانت المتسلسلة متقاربة، ثم أوجد مجموعها إذا كانت متقاربة.

$$\sum_{j=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{4}\right)^j$$

$3(\frac{1}{4})^1 = \frac{3}{4}$

$3(\frac{1}{4})^2 = \frac{3}{16}$

$r = \frac{3}{16} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

متقاربة

$S_\infty = \frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{1}{4}} = 1$

اكتب 0.234234234... في صورة كسر اعتيادي.

$0.234 , 0.000234$

$r = \frac{0.000234}{0.234} = \frac{1}{1000}$

$S_\infty = \frac{0.234}{1-\frac{1}{1000}} = \frac{26}{111}$

اكتب الكسر العشري الدوري في صورة كسر

$0.\overline{52}$

$0.52 , 0.0052$

$r = \frac{0.0052}{0.52} = \frac{1}{100}$

$S_\infty = \frac{0.52}{1-\frac{1}{100}} = \frac{52}{99}$

$0.4\overline{53}$

$0.4 , 0.053 , 0.00053$

$r = \frac{0.00053}{0.053}$

$S_\infty = \frac{0.053}{1-\frac{1}{100}}$

$= \frac{53}{990} + \frac{4}{10} = \frac{449}{990}$

ملخص القوانين

المتتالية $\{a_n\}$ متتالية حسابية ويسمى الفرق الثابت ويرمز له بالرمز d

الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية: $a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d \ , n > 1 \end{cases}$

صيغة الحد العام للمتتالية الحسابية

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

a_1 : الحد الأول للمتتالية.
d : الفرق الثابت.
n : رتبة الحد.
a_n : الحد الذي رتبته n.

صيغة مجموع المتسلسلة الحسابية المنتهية

S_n متسلسلة حسابية فإن مجموع أول n حد

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

أو $$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

n: عدد حدود المتسلسلة
d: الفرق الثابت
a_1: الحد الأول
a_n: الحد الأخير

المتتاليات الهندسية

"النسبة الثابتة" ويرمز لها بالرمز r، أي أن $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية

$$a_n = r\, a_{n-1}$$

صيغة الحد العام للمتتالية الهندسية هي:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

a_1: الحدّ الأول للمتتالية
r: النسبة الثابتة.
n: رتبة الحدّ.
a_n: الحدّ الذي رتبته n.

صيغة مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

حيث a_1 الحد الأول للمتتالية الهندسية و r النسبة الثابتة للمتتالية الهندسية و n عدد حدود المتسلسلة الهندسية.

مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية

إذا وفقط إذا كانت $|r| < 1$.

ويكون مجموعها

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

a : الحد الأول
r : النسبة الثابتة