مذكرة بولين في الرياضيات

الصف الثاني عشر – آداب وانسانيات

الفصل الدراسي الأول

2022-2021

إعداد ا / محمد علي

77548490

الوحدة الأولى (الدوال الأسية واللوغاريتمية)

خصائص الدوال الأسية

الدالة الأسية : هي أي دالة في الصورة $f(x) = a \cdot b^x$ حيث a , b عددان ثابتان و $a \neq 0$ و $b \neq 0$ و $b > 0$.

a هي قيمة المقطع y .

b هي قيمة الأساس وتكون :-

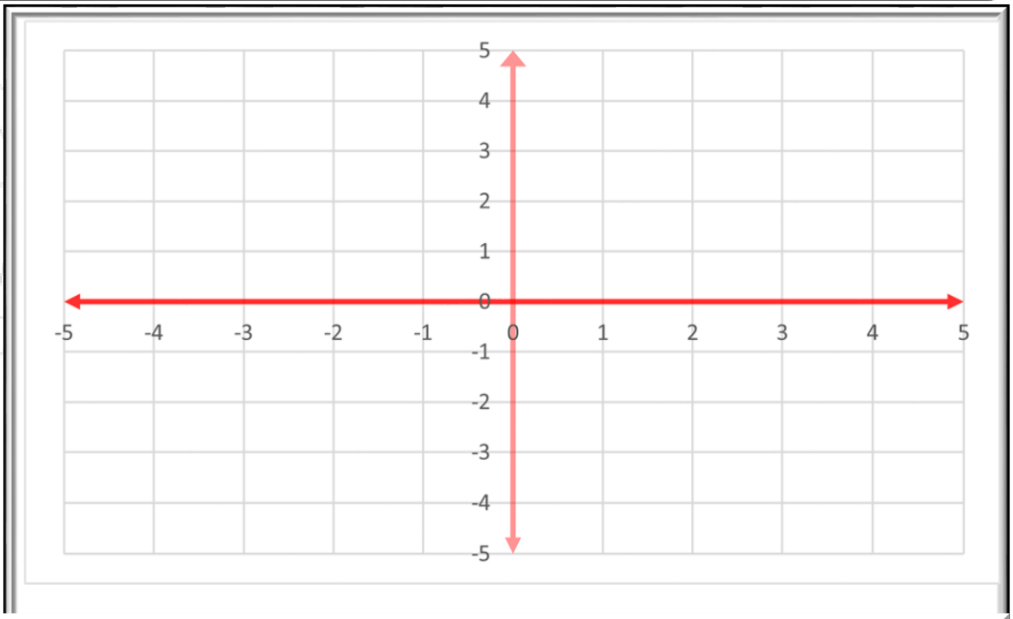
الدالة متزايدة (دالة نمو أسي) اذا كانت قيمة ال $b > 1$.

الدالة متناقصة (دالة إضمحلال أسي) إذا كانت قيمة ال $0 < b < 1$.

مثل الدالة بيانيا $f(x) = 2^x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = a \cdot b^x$

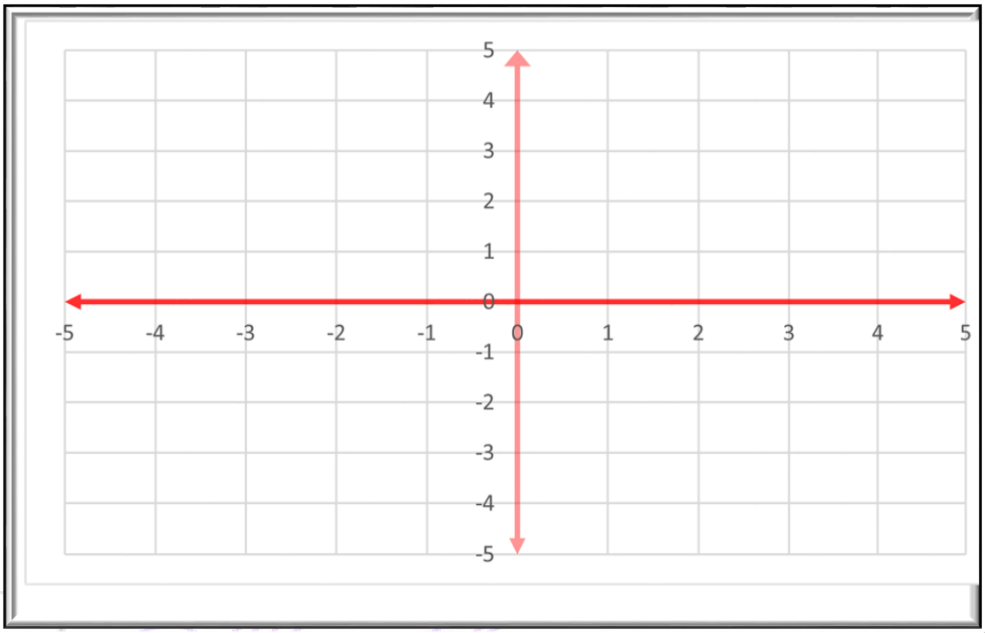
x	$f(x) = 2^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

مثل الدالة بيانيا $f(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = a \cdot b^x$	
x	$f(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



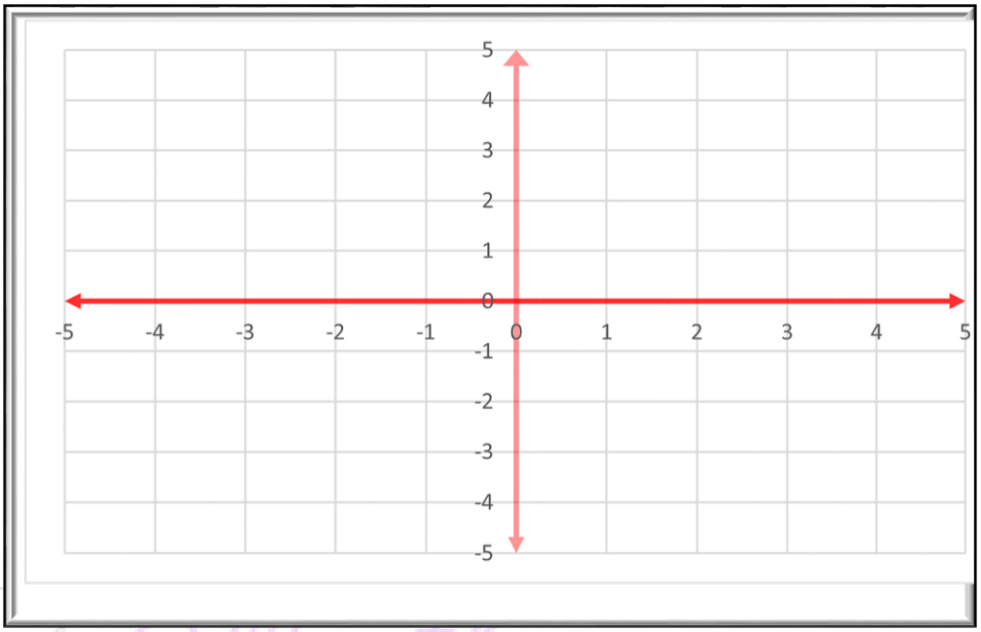
المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

Math 77548490

مثل الدالة بيانيا $f(x) = 4(0.5)^x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = a \cdot b^x$

x	$f(x) = 4(0.5)^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

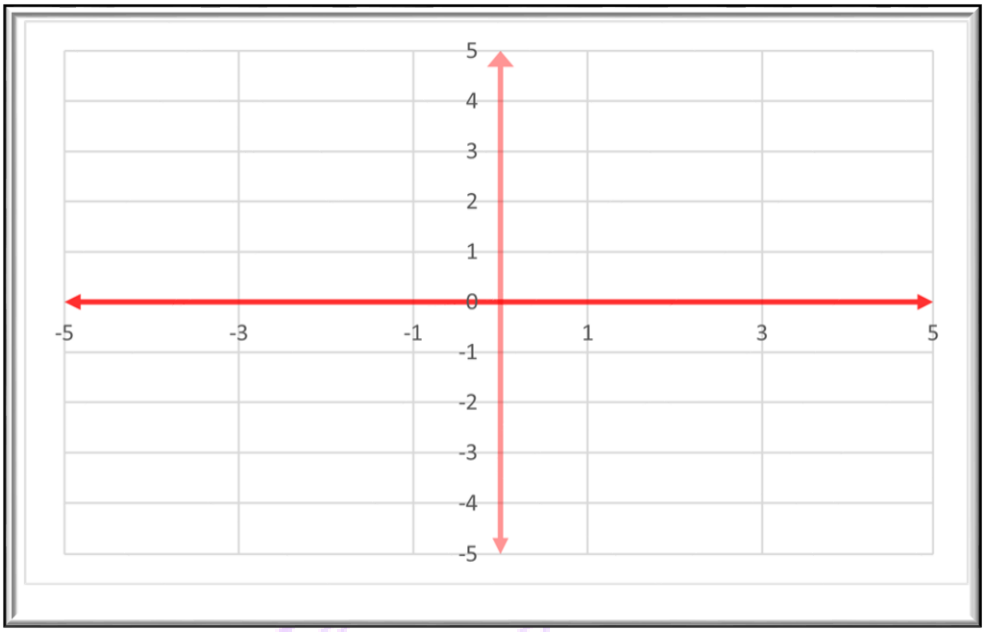


المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

Math 77548490

مثل الدالة بيانيا $f(x) = 4(3)^x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = a \cdot b^x$	
x	$f(x) = 4(3)^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

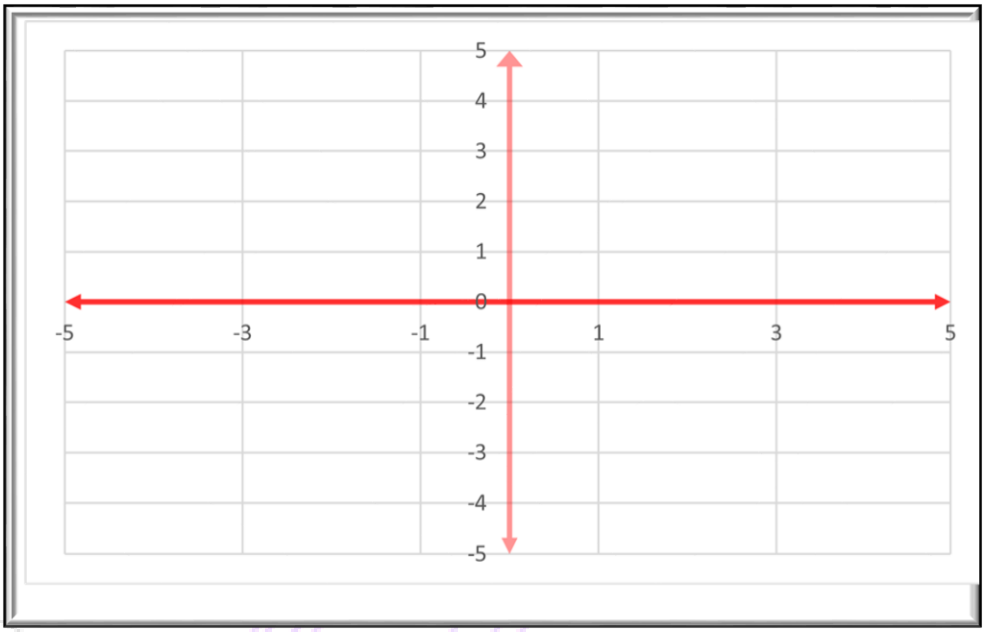


المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

Math 77548490

مثل الدالة بيانيا $f(x) = 3^x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = a \cdot b^x$	
x	$f(x) = 3^x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة $f(x) = 0.75 \left(\frac{2}{3}\right)^x$

المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة $f(x) = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^x$

المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

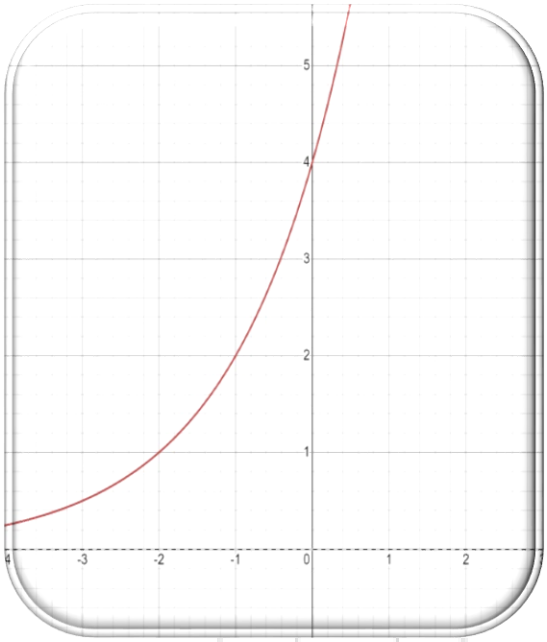
حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة $f(x) = 5 \cdot 3^x$

المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

حدد المجال والمدي والمقطع y وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة $f(x) = 7 \cdot 2^x$

المجال	
المدي	
المقطع y	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

ما قيمة a التي تكمل المعادلة $f(x) = a \cdot 2^x$ لدالة النمو الأسي الموضحة أدناه .



Math 77548490

Math 77548490

تمثيل تحويلات الدوال الأسية بيانيا

تحويلات الدوال الأسية (الإزاحة – التمدد والتضييق – الإنعكاس)

الإزاحة

$$f(x) = a\,b^{x-h} + k$$

الإزاحة الراسية (أعلي – أسفل)
اذا كانت ال $k > 1$ بتكون الي أعلي .
اذا كانت ال $K < 1$ بتكون الي أسفل

الإزاحة الأفقية (يمين – يسار)
اذا كانت ال $h > 0$ بتكون الي اليمين
اذا كانت ال $h < 0$ بتكون الي اليسار

إزاحة رأسية ل أعلي 3 وحدات إزاحة أفقية الى اليمين 5 وحدات	$f(x) = a\,b^{x-5} + 3$
إزاحة رأسية ل أسفل 3 وحدات إزاحة أفقية الى اليسار 5 وحدات	$f(x) = a\,b^{x-(-5)} - 3$
إزاحة رأسية ل أعلي 1 وحدات إزاحة أفقية الى اليمين 0.5 وحدات	$f(x) = a\,b^{x-(0.5)} + 1$
إزاحة رأسية ل أسفل 1 وحدات إزاحة أفقية الى اليسار 5 وحدات	$f(x) = a\,b^{x+5} - 1$
إزاحة رأسية ل أعلي 2 وحدات إزاحة أفقية الى اليسار0.5 وحدات	$f(x) = a\,b^{x+0.5} + 2$
إزاحة رأسية ل أسفل 2 وحدات إزاحة أفقية الي اليسار 1 وحدات	$f(x) = a\,b^{x+1} - 2$

الإنعكاس

انعكاس علي المحور x	$g(x) = -a \cdot b^x$
انعكاس علي المحور y	$g(x) = a \cdot b^{-x}$

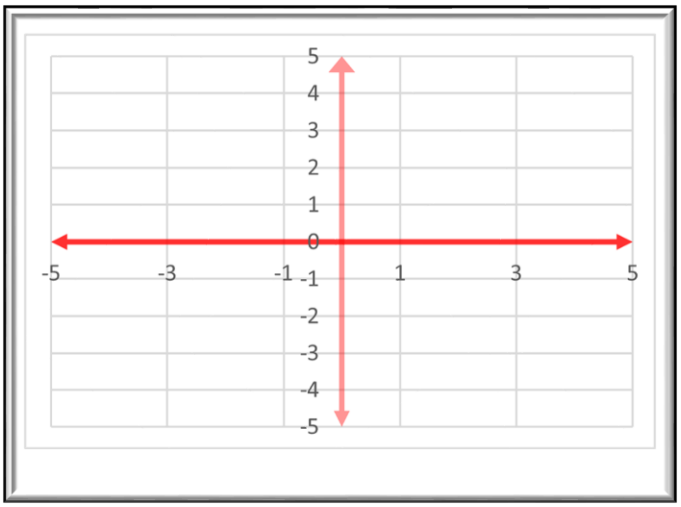
التمدد والتضييق

$$f(x) = a \cdot b^x$$

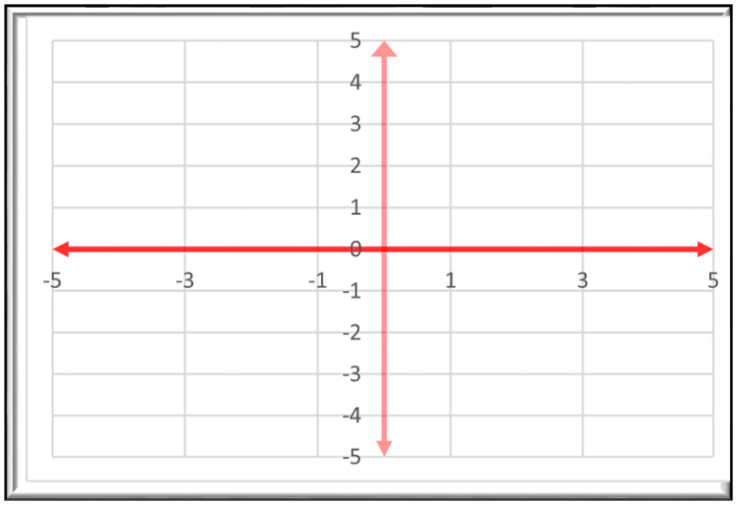
تمدد رأسي اذا كان	تضييق رأسي اذا كان
$\|a\| > 1$	$0 < \|a\| < 1$

مثل الدالتين الدالتين بيانيا ثم صف التمثيل البياني بدلالة التحويلات التي أجريتها علي الدالة الرئيسية $f(x) = 3^x$ وما وجه المقارنة بين خط التقارب والمقطع y لكل من الدالة المعطاة والدالة الرئيسية ؟

$f(x) = 3^x - 4$



$f(x) = -3^x$



ما وجه المقارنة بين خط التقارب والمقطع لكل من الدالة المعطاة والدالة $f(x) = 5^x$

$h(x) = 5^{-x}$

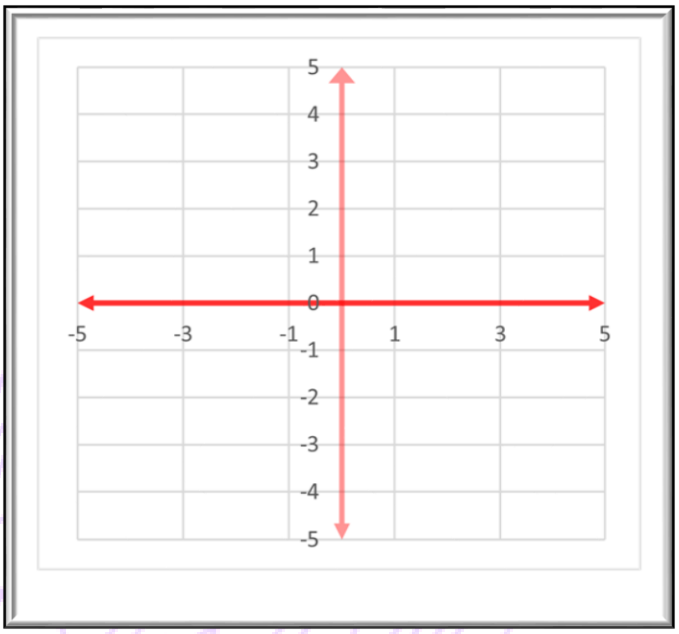
$f(x) = 5^{x+3}$

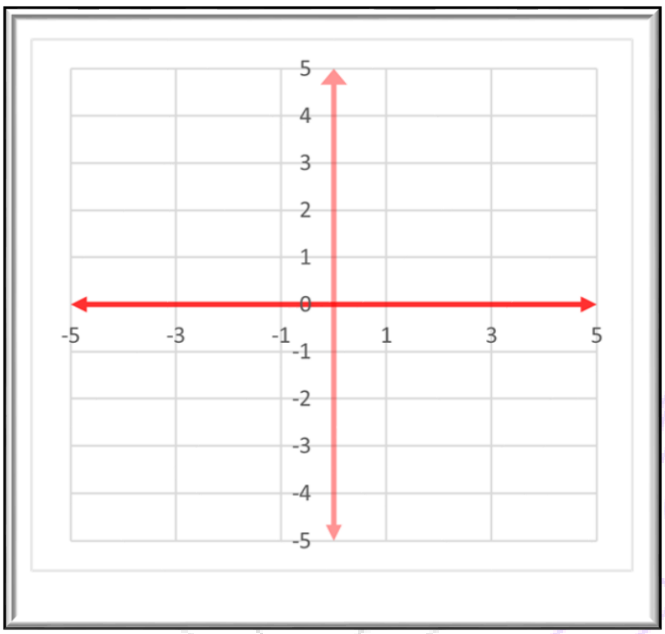
صف التمثيل البياني للدالة $g(x) = 4(0.5)^{x-3}$ بدلالة التحويلات علي الدالة $f(x) = 4(0.5)^x$

وضح كيف يمكن أن نحصل علي التمثيل البياني للدالة $g(x) = 6 \cdot 2^{x+1} - 4$ من التمثيل البياني للدالة $f(x) = 6 \cdot 2^x$

77548490

اوجد الدالة $g(x)$ التي تمثل الدالة $f(x) = 2^x$ بعد تمدد رأسي معامله 6 وانعكاس حول المحور x ثم مثل الدالتين بيانيا .





النمذجة باستعمال الدوال الأسية

نماذج النمو والإضمحلال الأسي

نموذج النمو الأسي

$$A(t) = a\,(1+r)^t$$

$a > 0 , b > 1 , b = 1+ r$

نموذج الإضمحلال الأسي

$$A(t) = a\,(1-r)^t$$

$a > 0 , 0 > b , b = 1- r$

حيث a القيمة الابتدائية و r معدل التزايد أو التناقص و $A(t)$ القيمة بعد فترة من الزمن

معامل النمو

$b = 1 + r$

معامل الإضمحلال

$b = 1 - r$

بلغ عدد سكان مدينة كبيرة 4.6 مليون نسمة تقريبا عام 2010 ، ثم تزايد بمعدل 1.3% في السنوات الأربع التالية :-

- أوجد الدالة الأسية التي تنمذج عدد سكان المدينة خلل فترة الأربع سنوات .

- اذا استمر عدد السكان في النمو بنفس المعدل ، اوجد عدد السكان عام 2040 .

$f(x) = 30(0.93)^x$

اشتري صاحب مصنع طابعة ثلاثية الأبعاد عام 2010 تنمذج الدالة قيمة الطابعة ، حيث x عدد السنوات ابتداءا من عام 2010 :

1- اوجد قيمة الطابعة بعد 10 سنوات .

2- هل تفقد الطابعة قيمتها أكثر في العشرات السنوات الأولي أم في السنوات العشر الثانية بعد شرائها .

بلغ عدد سكان إحدي القري 4007 نسمة عام 2000 ، ومن المتوقع أن يتنافص هذ العدد بمعدل 0.36 % كل سنة .أكتب دالة إضمحلال أسي واستعملها لإيجاد التقدير التقريبي لعدد سكان القرية عام 2020 .

تفسير دالة أسية

اشتري خالد سيارة بمبلغ QR 96000 يمكن استعمال الدالة $y = 96 . 0.8^x$ لنمذجة قيمة السيارة (بالآف الريالات) بعد x سنة من شرائها.

1- هل تمثل الدالة نموا أم إضمحلالا أسيا ؟

2- اوجد معدل الإضمحلال في هذه الدالة وماذا يعني؟

3- مثل الدالة بيانيا في مجال معقول . ماذا يمثل كل من المقطع y وخط التقارب ؟ ومتي ستبلغ قيمة السيارة QR 20000 تقريبا؟

أطلق مئتان وعشرون صقرا في إحدي المناطق في 2 يناير عام 2016 ، تنمذج الدالة $f(x) = 220(1.05)^x$ عدد الصقور في المنطقة بعد x سنة ابتداءا من عام 2016 .

1- هل يتزايد عدد الصقور أم يتناقص ، وضح إجابتك؟

2- في أي عام سيبلغ عدد الصقور 280 صقرا ؟

تنمذج الدالة $f(x) = 2500\ (0.4)^x$ رصيد يوسف في حساب التوفير خلال العشر سنوات الأخيرة .

1- هل يتزايد رصيد يوسف أم يتناقص ؟

2- أكتب الأساس بدلالة معدل النمو أو الإضمحلال .

في الدوال الأتية :-

1- حدد ما إذا كانت الدالة تمثل دالة نمو أو إضمحلال أسي ؟
2- اكتب الأساس بدلالة معدل النمو أو الإضمحلال .
3- أوجد قيمة r .
4- فسر معدل النمو أو الإضمحلال .

$f(x) = 10200\left(\frac{3}{5}\right)^x$

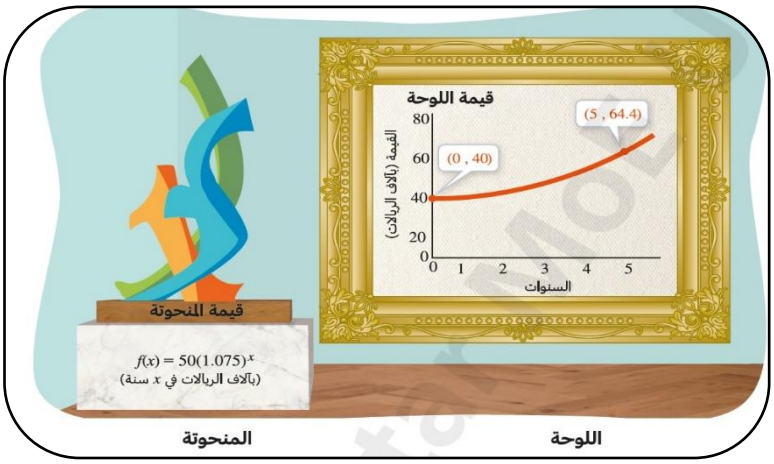
$f(x) = 12000\left(\frac{7}{10}\right)^x$

$y = 100\ (2.5)^x$

$y = 450\ (2)^x$

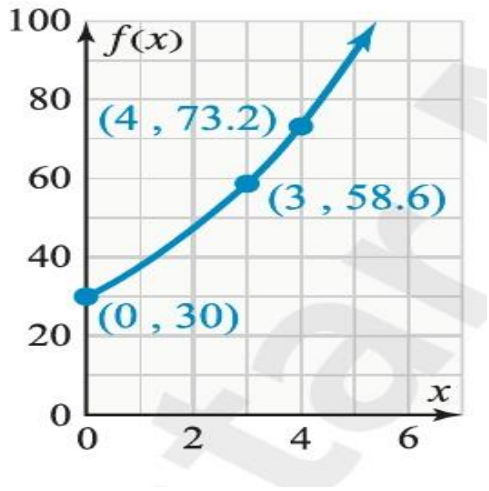
مقارنة دالتين أسيتين

اشتري متحف لوحة ومنحوتة في نفس السنة .التغير في قيمتي العملين الفنيين مبين في الشكل أدناه ، أوجد متوسط معدل تغير قيمة كل من هذين العملين الفنيين علي مدي 5 سنوات ، ثم حدد العمل الفني الذي تتزايد قيمته بوتيرة أسرع؟



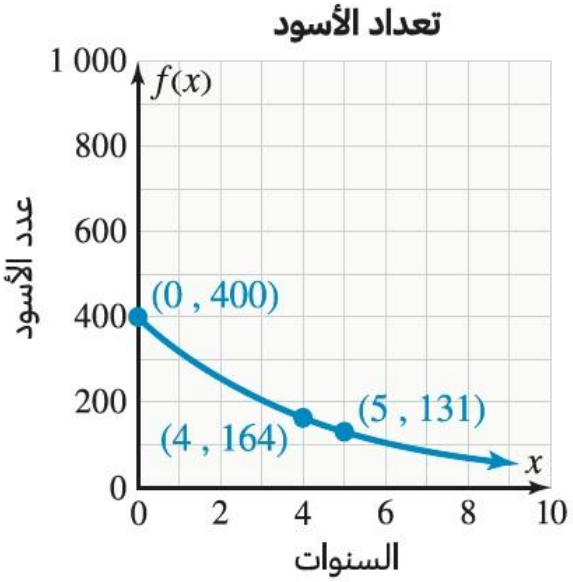
هل ستتجاوز قيمة اللوحة يوما ما قيمة المنحوتة بحسب النموذجين ؟ وضح إجابتك.

تمثل الدالة $f(x)$ ، الممثلة بيانيا أدناه، دالة نمو أسي . قارن بين متوسط معدل التغير للدالة $f(x)$ ومتوسط معدل التغير لدالة النمو الأسي $g(x) = 25\ (1.4)^x$. استعمل الفترة $[\ 0\ ,\ 4\ ]$



تمثل الدالة المبينة في التمثيل البياني عدد الأسود في إحدي المناطق بعد x سنة ، حيث معدل الإضمحلال هو 20% ، يمكن نمذجة عدد حيوانات الحمار الوحشي في نفس المنطقة بعد xسنة باستعمال الدالة $f(x) = 300\ (0.95)^x$. يدعي ممثل إحدي مجموعات حماية البيئة

ان عدد الأسود سيصبح أقل من عدد حيوانات الحمار الوحشي بعد سنتين . هل هو علي صواب ؟ برر إجابتك.



الدرس الثاني / النماذج الأسية

إعادة كتابة دالة أسية لتحديد معدل

في سنة 2015 ، بلغ عدد سكان بلدة صغيرة 8000 نسمة . يتزايد عدد السكان بمعدل % 2.5 في السنة . اكتب دالة نمو أسي لإيجاد معدل النمو الشهري لعدد السكان .

يتزايد عدد سكان بلدة صغيرة بمعدل % 1.8 ما معدل التزايد الربع سنوي لعدد السكان ؟

77548490

فهم الفائدة المركبة

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث

P المبلغ الأصلي .

r معدل الفائدة السنوية في الصورة العشرية .

n عدد فترات استخدام الفائدة المركبة في السنة .

A جملة المبلغ بعد t سنة .

تريد ثريا استثمار مبلغ 5000 QR في حساب مصرفي بفائدة سنوية معدلها 4% ، كم سيصبح رصيد ثريا في حسابها المصرفي بعد 3 سنوات اذا كانت الفائدة مركبة سنوية أو نصف سنوية أو ربع سنوية أو شهرية ؟

الحل

سنوية :-

نصف سنوية :-

ربع سنوية :-

شهرية :-

يريد جاسم استثمار مبلغ 3000QR في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة معدلها 3% ، تستحق شهريا .

ما قيمة رصيد جاسم بعد 10 سنوات .

ما قيمة رصيد جاسم بعد 100 سنة .

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة شهرية مركبة اذا كان :-

r = 3%

t = 5 سنوات

P = 5000 QR

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة شهرية مركبة اذا كان :-

r = 3.5%

t = 20 سنة

P = 3750 QR

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة ربع سنوية مركبة اذا كان :-

r = 6%

t = 9 سنوات

P = 800 QR

77548490

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة نصف سنوية مركبة اذا كان :-

r = 5.25%

t = 12 سنوات

P = 2400 QR

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة يومية مركبة اذا كان :-

r = 4.5 %

t = 3 سنوات

P = 1500 QR

فهم الفائدة المركبة المتصلة

$$A = pe^{rt}$$

حيث :-
P المبلغ الأصلي
e الأساس الطبيعي
r معدل الفائدة السنوية في الصورة العشرية
A جملة المبلغ بعد t سنة

تريد ريم استثمار مبلغ 00622 QR في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة معدلها 3.2% ، أوجد جملة المبلغ في حساب ريم المصرفي بعد مرور 12سنة مقربًا إلى أقرب ريال.

استثمر منصور 125000 QRفي حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة معدلها 4.75%
- أوجد جملة المبلغ في الحساب بعد 15 سنة
- أوجد جملة المبلغ في الحساب بعد 30 سنة

77548490

استثمر بدر 6450 QR في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة معدلها 2.8% أوجد جملة المبلغ بعد مرور 8 سنوات.

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة اذا كان :-
r = 1.5 %
t = 6 سنوات
P = 1500 QR

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة اذا كان :-

r = 2.5 %

t = 5 سنوات

P = QR 1000

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة اذا كان :-

r = 4 %

t = 25 سنوات

P = QR 16000

اوجد إجمالي المبلغ في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة اذا كان :-

r = 1.5 %

t = 6 سنوات

P = QR 1500

استثمر جمال QR 3500 في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة معدلها 2.25% ابتداء من عام 2010

1. كم ستبلغ جملة المبلغ عام 2025 .

2. كم ستبلغ قيمة الفائدة بحلول عام 2025 .

استعمال نقطتين لإيجاد نموذج أسي

تعرف دانة أن أعداد الرسائل الالكترونية التي ترسلها تزداد بشكل أسي ، وقد سجلت الرسائل الالكترونية التي ارسلتها سنويًا ابتداءً من عام 2009 ، أوجد النموذج الأسي الذي يصف البيانات

قدر مثمن قيمة قطعة أرض خلال عدة سنوات ابتداءً من سنة 1950 ، كانت قيمة قطعة الأرض QR 31000 سنة 1954 ، و QR 35000 سنة 1955 ، استعمل هذه البيانات لكتابة نموذج أسي يصف قيمة قطعة الأرض.

اكتب نموذجًا أسيًا باستعمال النقطتين (12 , 7) و (25 , 8)

اكتب نموذجًا أسيًا باستعمال النقطتين (55 , 3) و (70 , 4)

اكتب نموذجًا أسيًا باستعمال النقطتين (85 , 6) و (92 , 7)

اكتب نموذجًا أسيًا باستعمال النقطتين (43 , 10) و (67 , 11)

اكتب نموذجًا أسيًا باستعمال النقطتين (140 , 9) و (250 , 10)

الدرس الثالث / اللوغاريتمات

الصورة الأسية والصورة اللوغاريتمية

الصورة الأسية

حيث :-

a الأساس

B الأس

C الناتج

$a^b = c$

الناتج $=$ الأساس$^{\text{الأس}}$

الصورة اللوغاريتمية

حيث :-

a الأساس

B الأس

C الناتج

$\log_a c = b$

الأس $=$ $\log_{\text{الأساس}}$ الناتج

حيث $b > 0 , b \neq 1 , c > 0$

اللوغاريتم الإعتيادي

اللوغايتم ل الأساس 10 ويكتب كالتالي :-

$\log_x$ $\quad$ $\log_{10} x$

اللوغاريتم الطبيعي

اللوغايتم ل الأساس e ويكتب كالتالي :-

$\ln_x$ $\quad$ $\log_e x$

اوجد الصورة اللوغاريتمية للعبارة :-

$3^4 = 81$

$7^3 = 343$

$2^{-6} = \frac{1}{64}$

$e^4 = 54.6$

$3^8 = 9561$

$e^{-3} = 0.0498$

اوجد الصورة الأسية للعبارة :

$\log_4 16 = 2$

$\log_8 64 = 2$

$ln35 = 3.22$

$ln148.41 = 5$

$\log_2 \frac{1}{32} = -5$

$\log 200 = 2.301$

اوجد قيمة كل مقدار لوغاريتمي أدناه بدون إستخدام الحاسبة :-

$\log_5 125$

$\log_{\frac{1}{4}} 16$

$\log 30$

$\log_7 -7$

$\log_3 \frac{1}{81}$

$\log_5 5^9$

اوجد قيمة كل مقدار لوغاريتمي أدناه باستخدام الحاسبة :-

$\log 321$

$\log 0.17$

$\ln 1215$

$\ln(-37)$

حل المعادلات الأتية وقرب الإجابة الي أقرب جزء من مئة :-

$10^{x+1} = 25$

$ln(2x + 3) = 4$

$log(3x - 2) = 2$

$1.5e^{t} = 27$

$log(x - 3) = -1$

$10^{t+1} = 50$

$ln(3x - 1) = 2$

حل مسائل باستخدام اللوغاريتمات

اذا أودع المبلغ 250 QR في حساب مصرفي بفائدة سنوية متصلة معدلها 4% ، ما الزمن الأزم ليصبح المبلغ 600 QR ؟ وقرب إجابتك الي أقرب سنة .

استثمر خليفة 1000QR في حساب مصرفي بفائدة مركبة سنوية متصلة معدلها 4.75 % ، واستثمر بدر 1200 Qr في حساب مصرفي بفائدة مركبة سنوية متصلة معدلها 4.25 %، حساب أي منهما سينمو بسرعة ليصل الي 1800 QR أولا؟

استثمر راشد مبلغا من المال في حساب مصرفي بفائدة مركبة متصلة معدلها 3% ، ما الزمن الازم ليتضاعف رصيد راشد في حسابه المصرفي ؟

يقول حمد أن $\log_3(\frac{1}{27})$ يبسط الي -3 ، هل هو علي صواب ؟ وضح إجابتك.

اذا كانت الدالة $c(t) = 108e^{-0.08t} + 75$ تعطي درجة حرارة كوب من القهوة بالفهرنهايت، قدم الي سائق من نافذة مقهي قبل 3 دقيقة .

اوجد درجة حرارة القهوة لحظة تقديمها الي السائق من النافذة .

بعد كم دقيقة تصبح درجة حرارة القهوة 98 درجة فهرنهيت ؟ قرب الإجابة الي أقرب دقيقة .

صف خطأ جاسم في حل المعادلة الأسية التالية وصححه .

$16e^t = 98$

$e^t = 6.125$

$6.125t = \ln e$

$t = \frac{\ln e}{6.125}$

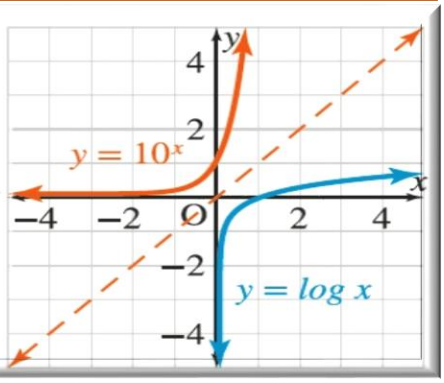
X

الدوال اللوغاريتمية

تحديد الخصائص الأساسية للدوال اللوغاريتمية

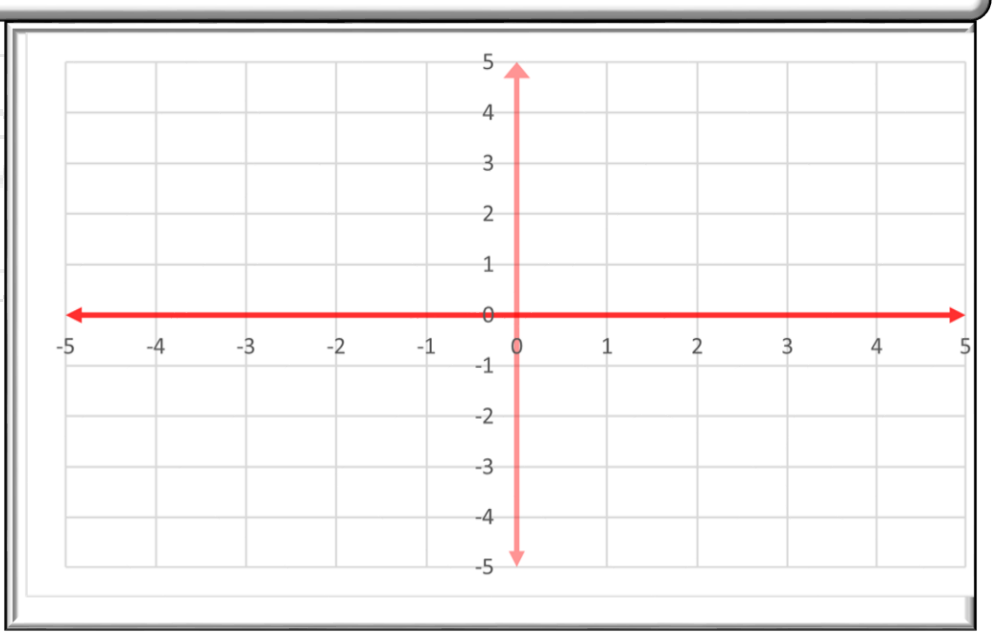
الدالة اللوغاريتمية $y = \log_b x$ هي معكوس للدالة الأسية $y = b^x$

كل من الدالتين معكوس للدالة الأخرى، لذا فإن التمثيل البياني لكل منهما هو انعكاس للتمثيل البياني للدالة الأخرى في المستقيم الذي معادلته $y = x$.



مثل الدالة بيانيا $y = \log_2 x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع x وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

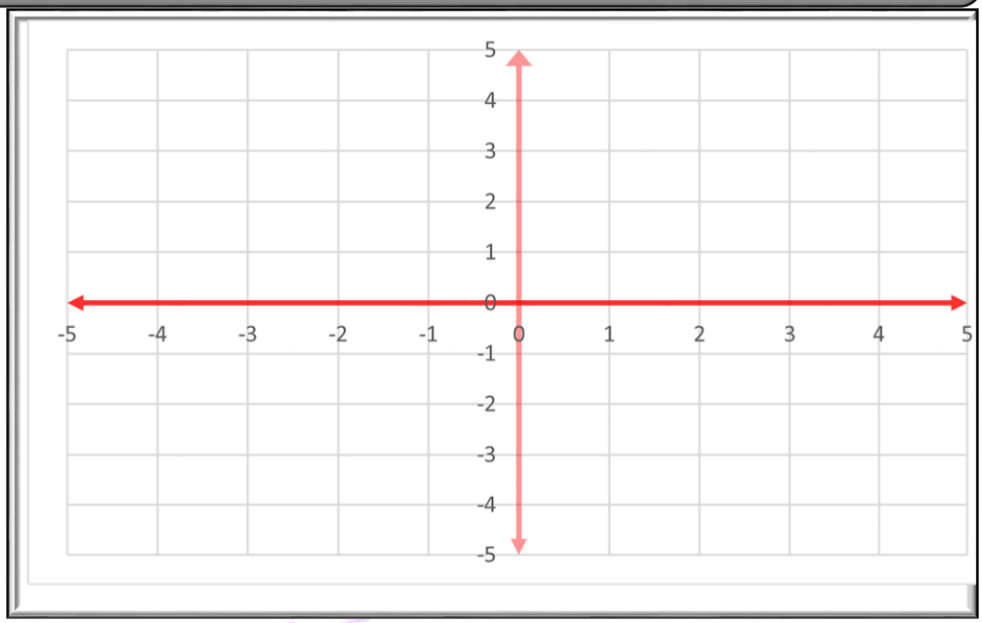
$y = \log_2 x$	
x	$y = \log_2 x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



المجال	
المدي	
المقطع x	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

مثل الدالة بيانيا $y = ln\ x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع x وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = ln\ x$	
x	$y = ln\ x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

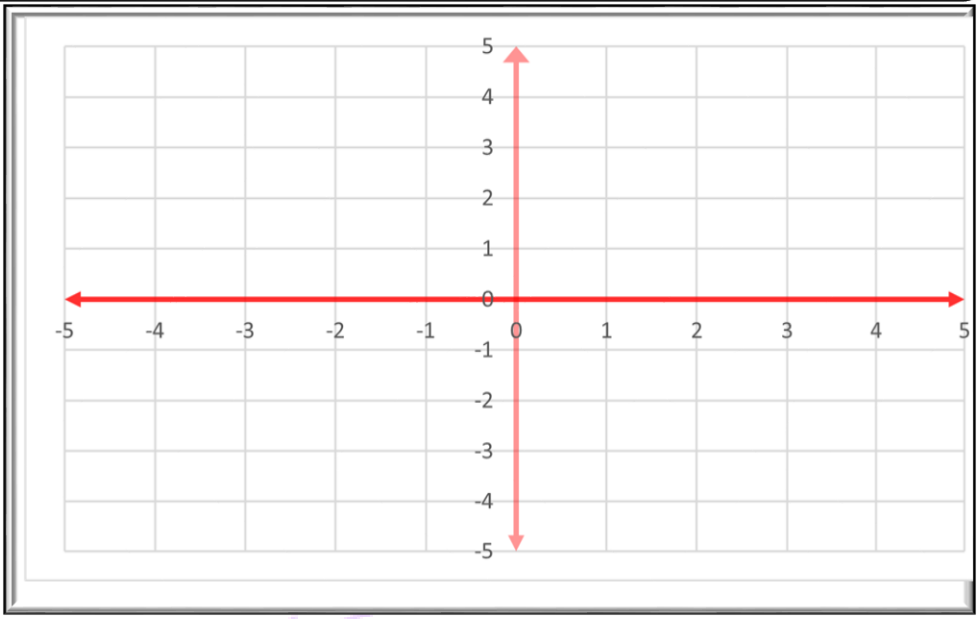


المجال	
المدي	
المقطع x	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

Math 77548490

مثل الدالة بيانيا $y = \log_{0.5} x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع x وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

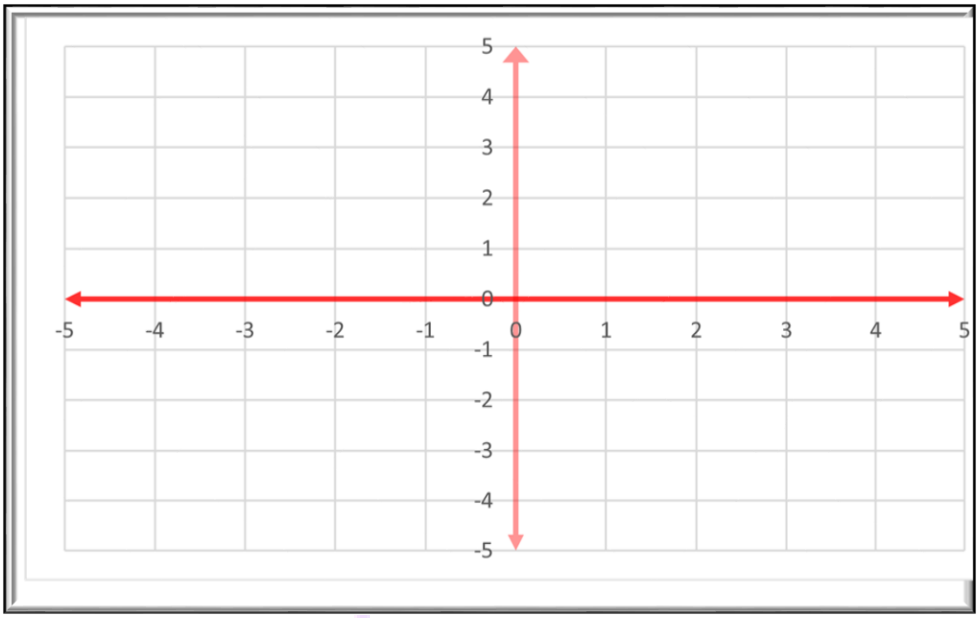
$y = \log_{0.5} x$	
x	$y = \log_{0.5} x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



المجال	
المدي	
المقطع x	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

مثل الدالة بيانيا $y = \log_4 x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع x وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

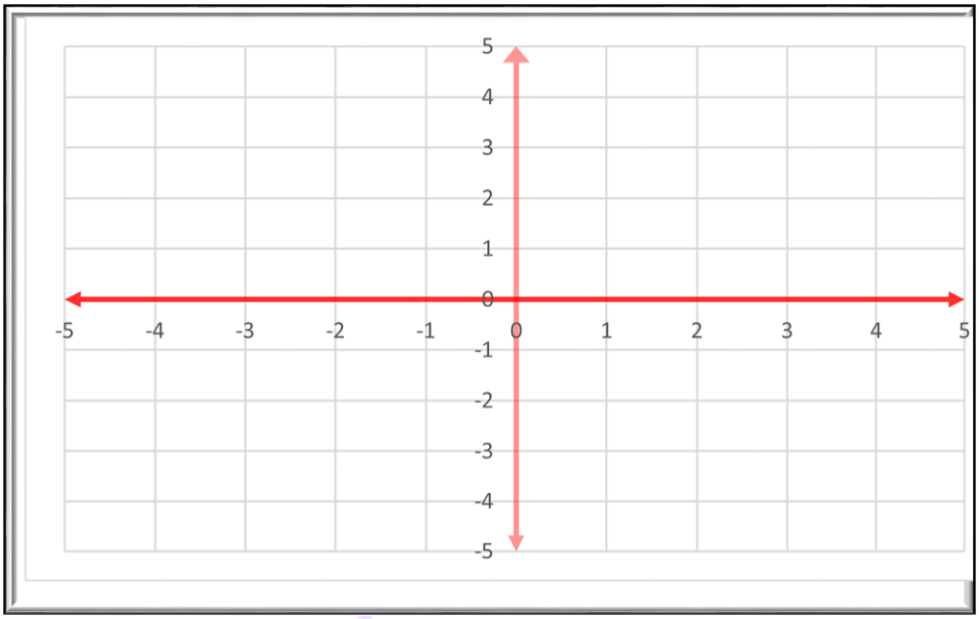
$y = \log_4 x$	
x	$y = \log_4 x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



المجال	
المدي	
المقطع x	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

مثل الدالة بيانيا $y = \log_{0.25} x$ ثم حدد المجال والمدي والمقطع x وخطوط التقارب والسلوك الطرفي للدالة .

$y = \log_{0.25} x$	
x	$y = \log_{0.25} x$
-2	
-1	
0	
1	
2	



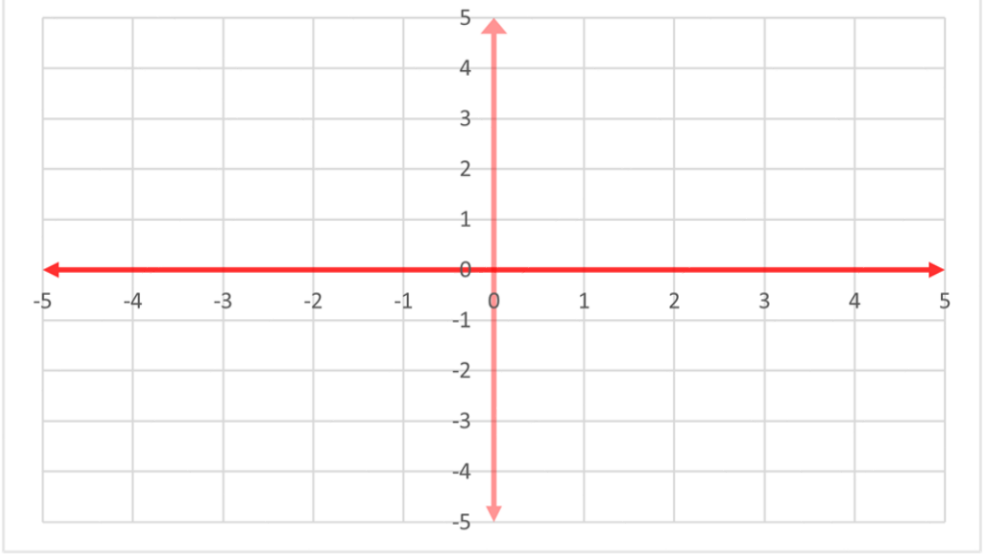
المجال	
المدي	
المقطع x	
خط التقارب	
السلوك الطرفي للدالة	

تمثيل تحويلات الدوال اللوغاريتمية بيانيا

اذا كانت الدالة $f(x) = \log_b x$ دالة رئيسية فان الدالة $g(x) = \log_b(x \pm h) \pm k$ هي إزاحة للتمثيل البياني للدالة $f(x)$ بمقدار h وحدة أفقيا (بعكس الإشارة) و K وحدة رأسيا

أجري تحويل علي الدالة $f(x) = \log_2 x$ لتصبح الدالة $g(x) = \log_2(x+3)$

1- مثل الدالة $f(x)$ بيانيا .
2- مثل الدالة $g(x)$ بيانيا .
3- ما وجه المقارنة بين خط التقارب والمقطع x للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ ؟



الدالة	خط التقارب	المقطع x
$f(x)$		
$g(x)$		

صف العلاقة بين التمثيل البياني للدالة $f(x)$ و $g(x)$

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني لكل دالة أدناه والتمثيل البياني للدالة $f(x) = lnx$:

$g(x) = \ln x + 4$

$h(x) = 5ln\, x$

ما العلاقة بين التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log_5 x$ والتمثيل البياني للدالة $g(x) = -\log_5 x$

اكتب معادلة الدالة g التي يمكن وصفها أنها إزاحة رأسية بمقدار $1\frac{1}{2}$ وحدة الي أعلي للدالة $f(x) = lnx - 1$

ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني لكل دالة أدناه والتمثيل البياني للدالة $f(x) = \log_6 x$:

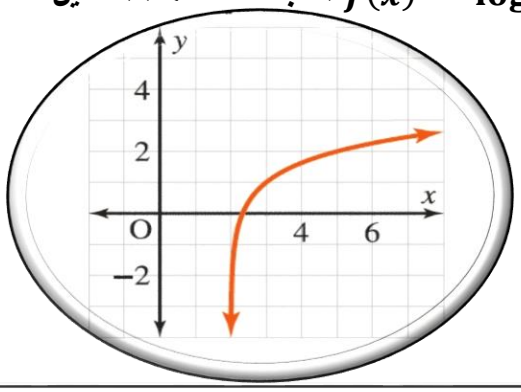
$g(x) = \frac{1}{2}\log_6 x$

$h(x) = \log_6 -x$

ما العلاقة بين التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log_2 x$ والتمثيل البياني للدالة $g(x) = \log_2(x-7)$

ما العلاقة بين التمثيل البياني للدالة $f(x) = ln\, x$ والتمثيل البياني للدالة $g(x) = -ln(x+0.5)$

التمثيل البياني أدناه هو تحويل للتمثيل البياني للدالة الرئيسة $f(x) = \log_3 x$ أكتب معادلة هذا التمثيل البياني.



معكوسات الدوال الأسية واللوغاريتمية

طريقة الحل :-

- اكتب المعادلة في الصورة $y = f(x)$
- بدل بين ال x وال y
- حل لإيجاد قيمة y .

اوجد معادلة معكوس كل دالة مما يلي :-

$f(x) = 3^{x+2}$

$f(x) = 10^{x+1}$

$f(x) = (\frac{1}{2})^{x-1}$

$f(x) = 6^{x+7}$

$g(x) = 4\log_2(x-3)+2$

$g(x) = \log_2(8x)$

$g(x) = \log_7(x+5)$

$g(x) = \log_7(x-2)$

$f(x) = 5^{(x-3)}$

$g(x) = ln(x+3)-1$

تفسير معكوس صيغة تتضمن لوغاريتمات

تستعمل إحدي الشركات الداله $R = 12\log(a+1) + 25$ للربط بين إيراد المبيعات R وتكاليف الإعلانات a(بالألف الريالات).

ما معادلة معكوس هذه الصيغة ؟ أي معادلة هي الأسهل استعمالا لإيجاد قيمة a المناسبة لقيمة R معينة .

تعطي الدالة $y = 5ln(x+1)$ قيمة y ، التي تمثل عدد عمليات تنزيل إحدي الألعاب بمئات المرات بعد x دقيقة من إصدارها . أوجد معادلة المعكوس وفسر معناها.

يمكن نمذجة عدد الأعضاء m الذين انضموا الي مركز تدريب جديد بعد w أسابيع من افتتاحه باستعمال المعادلة $m = 1.6^{w+2}$ ، حيث $0 \le w \le 10$ ، اوجد معكوس الدالة ، ثم اشرح ما يمثله.

يمكن تقدير ارتفاع طائرة y بالأقدام ، بعد tدقيقة من إقلاعها باستعمال الدالة . $y = 5000ln(0.5t) + 8000$

اوجد قيمة t بدلالة y . ومتي يكون من السهل استعمال المعادلة الجديدة التي كتبتها بدلا من المعادلة الأصلية .

تستعمل الدالة اللوغاريتمية $m(d) = 5logd + 2$ لإيجاد القوة القصوي لتلسكوب ، حيث d طول قطر عدسة التليسكوب (mm) الذي يستعمل للرصد.

1. أوجد القوة القصوي لتلسكوب طول قطر عدسته 40 mm .

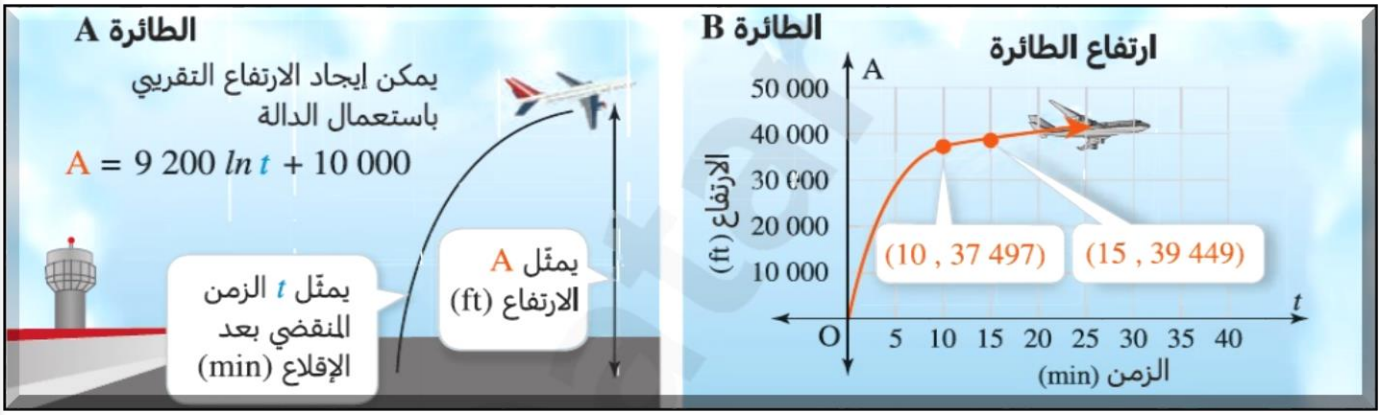
2. اوجد معادلة معكوس هذه الدالة .

3. فسر لماذا يرغب علماء الفلك باستعمال معكوس هذه الدالة . برر إجابتك.

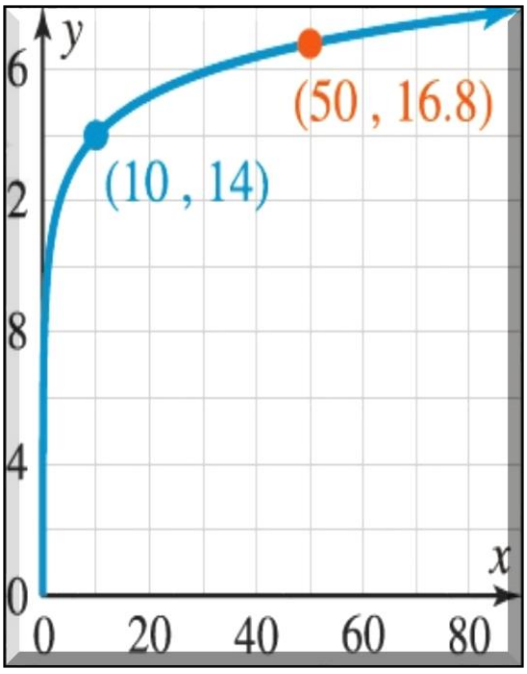
4. أوجد طول قطر عدسة تلسكوب قوتها القصوي 13.5 باستعمال معكوس هذه الدالة .

مقارنة دالتين لوغاريتميتين

يمكن استعمال الدوال اللوغاريتمية لإيجاد الإرتفاع التقريبي لطائرة بمرور الزمن . أي من الطائرتين يظهر ارتفاعها معدل التغير الأكبر في الفترة $15 \le t \le 10$ ؟



اوجد متوسط معدل التغير للدالة الممثلة بيانيا أدناه في الفترة من $50 \le x \le 10$، ثم قارن بينه وبين متوسط معدل التغير للدالة $y = 3 \log x + 12$ في نفس الفترة .



خواص اللوغاريتمات

بالنسبة للأعداد الموجبة n , m , b ، حيث $b \neq 1$ ، تطبق الخواص التالية :-

خاصية الضرب للوغاريتمات	$\log_b mn = \log_b m + \log_b n$
خاصية القسمة للوغاريتمات	$\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$
خاصية القوة للوغاريتمات	$\log_b m^n = n \log_b m$

فك المقادير اللوغاريتمية

كيف يمكنك استعمال خواص اللوغاريتمات لفك المقدارين

$\log_5 (\frac{r^3 t^4}{v})$	$\ln (\frac{7}{225})$
$\log_5 (a^2 b^7)$	$\ln (\frac{25}{3})$

$\log_5(\frac{2}{3})$

$\log_6(\frac{49}{5})$

$\log_5(2m^5 n^3)$

$\log_2(\frac{x}{5y})$

تقول أسماء أن مفكوك المقدار $\log_4(c^2d^5)$ هو $5\log_4 c + 5\log_4 d$
بين خطأ أسماء وصححه.

$ln2x^5$

كتابة مقدار في صورة لوغاريتم واحد

اكتب كل مقدار مما يلى فى صورة لوغاريتم واحد .

$4\log_4 m + 3\log_4 n - \log_4 p$

$3ln2 - 2ln5$

$2ln7 + ln2$

$5\log_2 c - 7\log_2 n$

$9lnx - 6lny$

$\frac{1}{3}ln27 - 3ln(2y)$

$$\log_5 6 + \frac{1}{2}\log_5 y$$

$$2\log 10 + 4\log(3x)$$

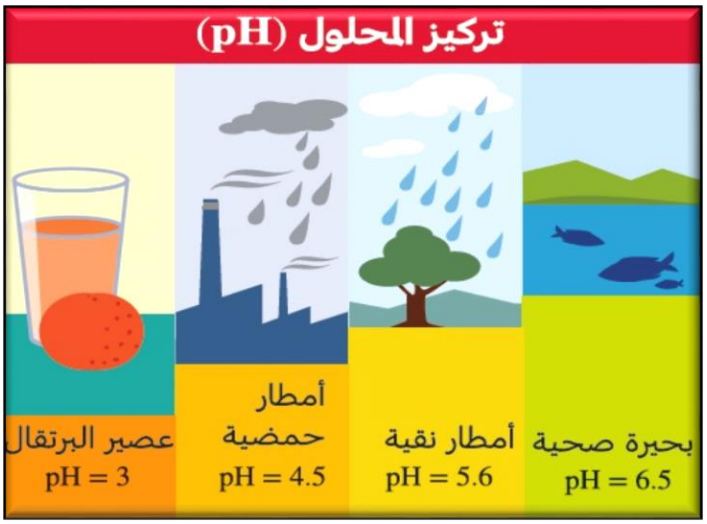
Math
77548490

$$8\log_3 2 + 5\log_3 c + 7\log_3 d$$

$$2(\log_3 20 - \log_3 4) + 0.5\log_3 4$$

تطبيق خواص اللوغاريتمات

يقيس الرقم الهيدروجيني ph تركيز أيونات الهيدروجين ، الذي يرمز له بالرمز H^+ ، في محلول معين .يقاس هذا التركيز بوحدة المول لكل لتر ، وذلك باستعمال الصيغة : $PH = \log \frac{1}{[H^+]}$ اوجد تركيز أيونات الهيدروجين في الأمطار الحمضية .



اوجد تركيز أيونات الهيدروجين في ليتر واحد من عصير البرتقال .

إيجاد قيم المقادير بتغيير الأساس

صيغة تغيير الأساس :-

بالنسبة للأعداد الموجبة a , b , m عندما $b \neq 1$ و $a \neq 1$ فان

$$\log_b m = \frac{\log_a m}{\log_a b}$$

قدر قيمة كل لوغاريتم أدناه ، ثم استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة اللوغاريتم ، قرب الإجابة الي اقرب جزء من ألف.

$\log_5 3$

$\log_2 7$

استعمل صيغة تغيير الأساس لإيجاد قيمة اللوغاريتم ، وقرب ألي أقرب جزء من ألف :-

$\log_4 9$

$\log_9 12$

$\log_2 7$

$\log_6 5$

$ln3$

$ln23$

استعمال صيغة تغيير الأساس

ما حل المعادلة $2^x = 7$ أكتب الحل في صورة لوغاريتم ثم أوجد قيمته وقرب الإجابة الي اقرب جزء من ألف.

ما حل المعادلة $3^x = 15$ أكتب الحل في صورة لوغاريتم ثم أوجد قيمته وقرب الإجابة الي اقرب جزء من ألف.

استعمل صيغة تغيير الأساس لحل المعادلة وإيجاد قيمة x .أعط الحل الدقيق في صورة لوغاريتم ، ثم حلا تقريبيا مقربا الي اقرب ألف .

$3^x = 4$

$8^x = 10$

$7^x = 100$

$5^x = 11$

$2^x = 30$

$4^x = 55$

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

خاصية المساواة للمعادلات الأسية

اذا كان $b > 0$ ، $b \neq 1$ ، فان $b^x = b^y$ اذا وفقط اذا $x = y$

اذا تساوت قوتان لهما نفس الأساس ، فان أسيهما متساويان ، إذا تساوي أسا قوتين لهما نفس الأساس فان القوتين متساويتان .

حل المعادلات الأسية باستعمال أساس مشترك

$$(\frac{1}{2})^{x+7} = 4^{3x}$$

$$25^{3x} = 125^{x+2}$$

$$0.001 = 10^{6x}$$

اوجد جميع حلول المعادلة ، قرب إجابتك الي أقرب جزء من عشرة الأف

$3^{2-3x} = 3^{5x-6}$

$7^{3x} = 54$

$25^{x^2} = 125^{x+3}$

$4^{2x+1} = 4^{3x-5}$

$4^{3x-1} = (\frac{1}{2})^{x+5}$

$6^{x-2} = 216$

إعادة كتابة المعادلات الأسية باستعمال اللوغاريتمات

أعد كتابة المعادلات الأتية باستعمال اللوغاريتمات

$4^x = 17$

$5^x = 12$

حل المعادلات الأسية باستعمال اللوغاريتمات

$3^{x+1} = 5^x$

$2^{3x} = 7^{x+1}$

خاصية المساواة للمعادلات اللوغاريتمية

اذا كان $x > 0$ ، $y > 0$ فان $\log_b x = \log_b y$ اذا وفقط اذا $x = y$
اذا تساوي لوغاريتمان (أو أسان) لهما نفس الأساس تكون النتيجتان (اللتان نحسب لوغاريتميهما) متساويتين ، واذا تساوي نتيجتان لهما نفس الأساس ، يكون لوغاريتما الكميتين (أو أساهما) متساويين.

اوجد جميع حلول المعادلة ، قرب الإجابة الي أقرب جزء من عشرة ألاف.

$4 + 5^{6-x} = 5^x$

$2^{3x-2} = 5$

$-3 = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 12$

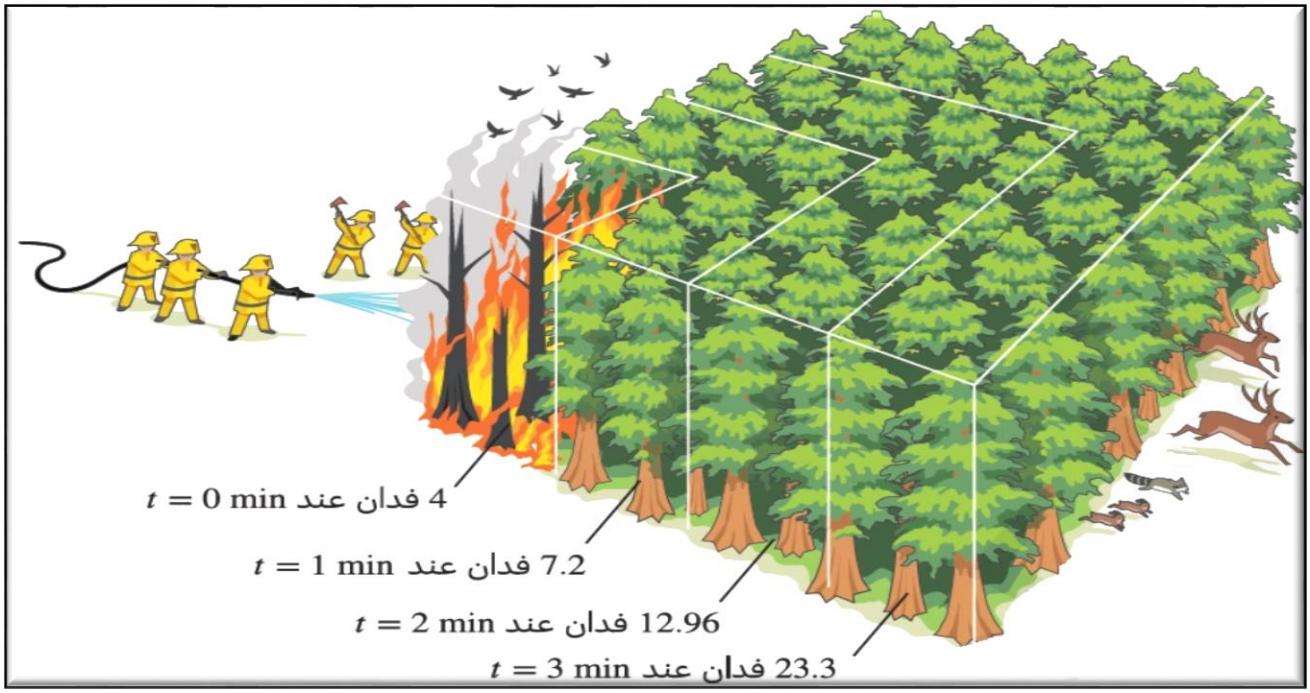
$6^{3x+1} = 9^x$

$4^{x+2} = 8^{x-1}$

$3^{2x-3} = 4^x$

استعمال نموذج أسي

يبين الشكل أدناه معدل انتشار النار لأحد حرائق الغابات مع مرور الزمن يستطيع فريق الإطفاء السيطرة علي نيران لا تزيد سعة انتشارها عن 160 فدان من دون الاستعانة بفرق إطفاء اخري أوجد الزمن بالدقائق الازم لخروج النار عن السيطرة في حال لم يستعين فريق الإطفاء بفرق إطغاء أخري ، قرب إجابتك الي أقرب دقيقة .



كم دقيقة يستغرق انتشار النيران في مساحة مقدارها 100 فدان

حل المعادلات اللوغاريتمية

اوجد جميع حلول المعادلة ، قرب إجابتك الي أقرب جزء من الف .

$\ln(x^2 - 16) = \ln(6x)$

$\ln(-4x - 1) = \ln(4x^2)$

$\log_5(x^2 - 45) = \log_5(4x)$

$\log_2(4x + 5) = \log_2 x^2$

$\log_2(4x + 5) = \log_2 x^2$

$2\ln(3x - 2) = \ln(5x + 6)$

$\ln(5x-2)=\ln(x-1)$	$\log_4(x^2-2x)=\log_4(3x+8)$
$2\log(x+1)=\log(x+1)$	$\ln(2x^2+5x)=\ln(2x+7)$
$\log_2(3x-2)=\log_2(x-1)+4$	$\log_2 x+\log_2(x-3)=2$

$$\log_6(x^2 - 2x) = \log_6(2x - 3) + \log_6(x + 1)$$

حل المعادلات اللوغاريتمية والأسية بتمثيلها بيانيا

حل المعادلات الأتية بتمثيلها بيانيا وقرب إجابتك الي أقرب جزء من ألف

$$\log(2x + 1)^5 = x - 2$$

$$3(2)^{x+2} - 1 = 3 - x$$

$$ln(3x - 1) = x - 5$$

$$\log(5x-3)^2 = x-4$$

$$ln(2x) = 3x-5$$

$$\log(4x) = x + \log x$$

77548490