

# الشامل في الرياضيات

الصف العاشر

2022 – 2021

$$\pi r^2$$

الوحدة الأولى : الدوال التربيعية

$$a^2 + b^2 =$$
$$2 \times 2 = 4$$

اعداد

Mr: Mostafa Elnazhawy

TEL: 55320728

الصف العاشر

الوحدة الاولى

الفصل الدراسي الاول

## الدوال التربيعية

الوحدة

1

مشروع STEM

1-1 المميزات الأساسية للدالة التربيعية

1-2 الدوال التربيعية في صيغة الرأس

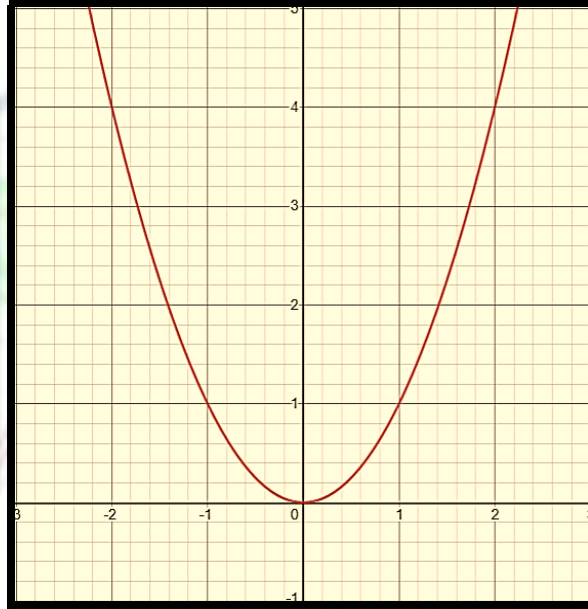
1-3 الدوال التربيعية في الصيغة القياسية

1-4 النمذجة باستعمال الدوال التربيعية **اثراني**

## 1-1 : المميزات الأساسية للدالة التربيعية

## الدالة التربيعية الرئيسية – قطع مكافئ

x	$f(x) = x^2$	(x, y)
-2	4	(-2, 4)
-1	1	(-1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)



الدالة التربيعية الأساسية

$$f(x) = x^2$$

اتجاه المنحنى الى اعلى

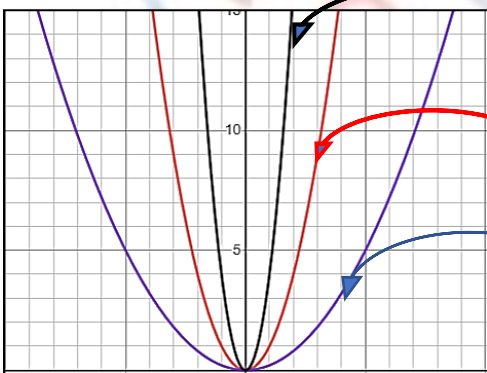
محور التناظر ( y )

$$x=0$$

رأس المنحنى (0, 0)

هو اعلى او ادنى نقطة في المنحنى

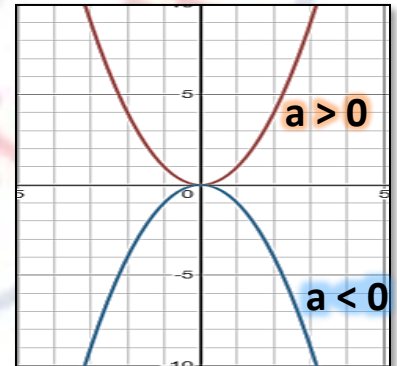
$$f(x) = ax^2$$

كيف تؤثر قيمة  $a$   
على التمثيل البياني

$$f(x) = 4x^2$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = 0.2x^2$$

كيف تؤثر إشارة  $a$   
على التمثيل البياني $a > 0$  اتجاه فتحة القطع لأعلى $a < 0$  اتجاه فتحة القطع لأسفل

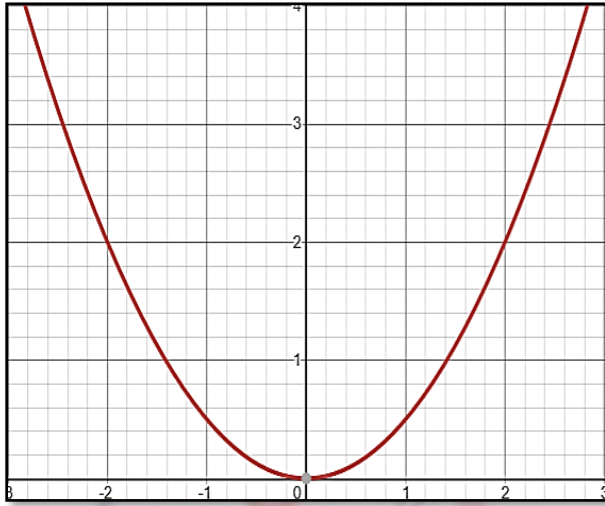
أكثر اتساعا من المنحنى الرئيسي

عندما  $0 < |a| < 1$

أقل اتساعا من المنحنى الرئيسي

عندما  $|a| > 1$

تناسب عكسي



$$f(x) = a x^2$$

في الشكل :  $a > 0$

من خصائص الدالة

مجال الدالة =  $R$  ( الاعداد الحقيقية )

مدى الدالة : كل الاعداد الحقيقية الأكبر من او تساوي

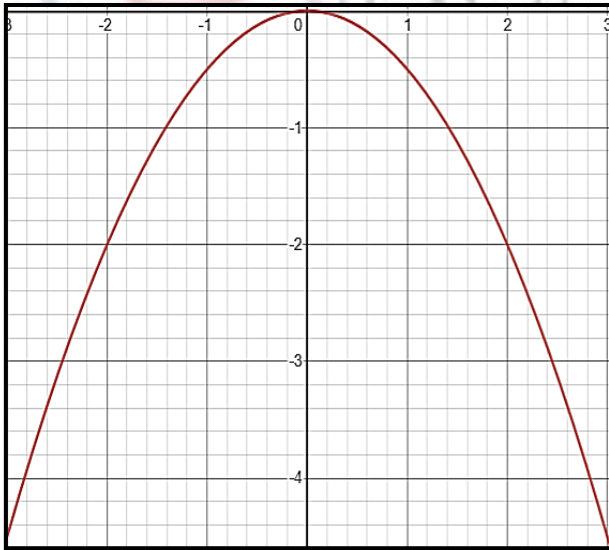
صفر

منحنى الدالة مفتوح لأعلى

للدالة قيمة صغرى - رأس المنحنى لأسفل

فترة تناقص الدالة :  $-\infty < x < 0$

فترة تزايد الدالة :  $0 < x < \infty$



$$f(x) = a x^2$$

في الشكل :  $a < 0$

من خصائص الدالة

مجال الدالة =  $R$  ( الاعداد الحقيقية )

مدى الدالة : كل الاعداد الحقيقية الاصغر من او

تساوي صفر

منحنى الدالة مفتوح لأسفل

للدالة قيمة عظمى - رأس المنحنى لأسفل

فترة تزايد الدالة :  $-\infty < x < 0$

فترة تناقص الدالة :  $0 < x < \infty$



## تمارين

كيف تؤثر قيمة وإشارة على التمثيل البياني لكل دالة معطاة عند مقارنته بالتمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسية؟

$$g(x) = 4x^2$$

$$h(x) = 0.8x^2$$

$$j(x) = -5x^2$$

$$k(x) = -0.4x^2$$

$$g(x) = 6x^2$$

$$f(x) = 0.6x^2$$

$$f(x) = -7x^2$$

$$h(x) = -0.15x^2$$

$$c(x) = 0.04x^2$$

$$g(x) = 4.5x^2$$

في أي فترة تكون كل دالة متزايدة وفي أي فترة تكون كل دالة متناقصة؟

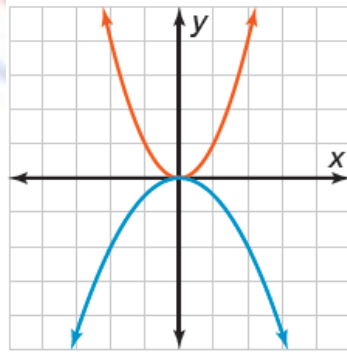
$x$	$f(x) = -0.3x^2$	$(x, y)$
-2	-1.2	$(-2, -1.2)$
-1	-0.3	$(-1, -0.3)$
0	0	$(0, 0)$
1	-0.3	$(1, -0.3)$
2	-1.2	$(2, -1.2)$

$x$	$f(x) = 13x^2$	$(x, y)$
-2	52	$(-2, 52)$
-1	13	$(-1, 13)$
0	0	$(0, 0)$
1	13	$(1, 13)$
2	52	$(2, 52)$

$x$	$f(x) = 15x^2$	$(x, y)$
-2	60	$(-2, 60)$
-1	15	$(-1, 15)$
0	0	$(0, 0)$
1	15	$(1, 15)$
2	60	$(2, 60)$

$x$	$f(x) = 4x^2$	$(x, y)$
-2	16	$(-2, 16)$
-1	4	$(-1, 4)$
0	0	$(0, 0)$
1	4	$(1, 4)$
2	16	$(2, 16)$

**عمم** بين الشكل أدناه التمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسة  $f(x) = x^2$ ، والتمثيل البياني لدالة ثانية صيغتها  $g(x) = ax^2$ . ماذا يمكن أن تعرف عن قيمة  $a$  في معادلة الدالة الثانية؟



**مهارات التفكير العليا** بين ما إذا كانت كل عبارة مما يلي حول دالة بالصيغة  $f(x) = ax^2$  صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة مطلقاً.

a. التمثيل البياني هو قطع مكافئ فتحته متجهة إلى الأعلى.

b. رأس التمثيل البياني هو  $(0, 0)$ .

c. محور التناظر للتمثيل البياني هو  $x = 0$ .

## تدرب على اختبار

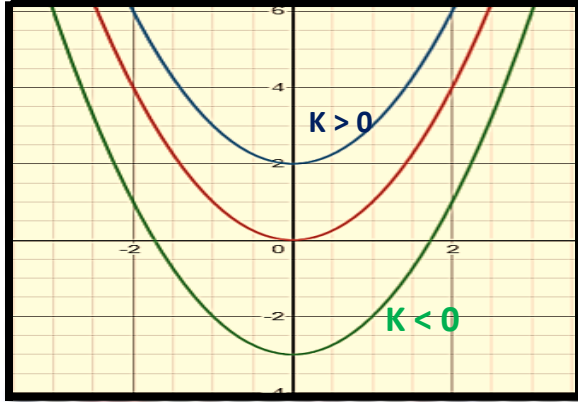
**اختبار SAT/ACT** إذا كان اتجاه فتحة التمثيل البياني للدالة  $f(x) = ax^2$  إلى الأسفل، والتمثيل البياني أقل اتساعًا من التمثيل البياني للدالة التربيعية الرئيسة، أي مما يلي يمكن أن يكون قيمة  $a$ ؟

- 1 -2
- 2 -0.5
- 3 -0.5
- 4 1
- 5 2

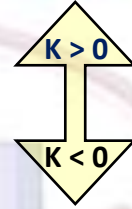
يمكن تحديد التكلفة الإجمالية لسجادة مرتعة، بالريال، باستعمال الدالة  $f(x) = 60x^2$ ، حيث يمثل  $x$  طول الضلع بالياردة. أي مما يلي صواب؟ اختر كل ما ينطبق.

- 1 تزداد تكلفة السجادة ثم تقل مع ازدياد طول الضلع.
- 2 سعر الyarدة المربعة الواحدة من السجادة هو QR 60.
- 3 سعر سجادة طول ضلعها 3 yd هو QR 540.
- 4 سعر سجادة طول كل ضلع من أضلاعها 6 yd يساوي ضعف سعر سجادة طول كل ضلع من أضلاعها 3 yd.
- 5 يزداد سعر السجادة بمعدل ثابت مع ازدياد طول الضلع.

## 1-2 : الدوال التربيعية بصيغة الرأس

التمثيل البياني للدالة  $f(x) = x^2 + k$ \* رأس المنحنى :  $(0, k)$ \* محور التناظر :  $x = 0$  ( لم يتغير )

\* الازاحة رأسية :

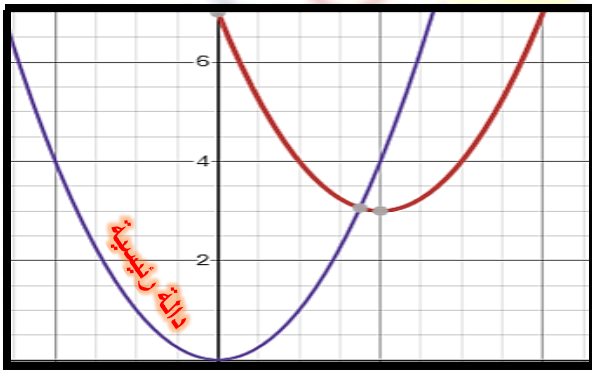
 $k > 0$  إذا كانت $k < 0$  إذا كانتالتمثيل البياني للدالة  $g(x) = (x - h)^2$ \* رأس المنحنى :  $(h, 0)$ \* محور التناظر :  $x = h$  ( يتغير )

\* الازاحة افقية :

لليمين إذا كانت إشارة القوس سالبة

( وهي تعني ان  $h > 0$  )

لليسار إذا كانت إشارة القوس موجبة

( وهي تعني ان  $h < 0$  )وتسمى هذه صيغة الرأس  $g(x) = a(x - h)^2 + k$  التمثيل البياني للدالة\* رأس المنحنى :  $(h, k)$ \* محور التناظر :  $x = h$  ( يتغير )

\* الازاحة مركبة :

افقية حسب إشارة القوس وبمقدار  $h$  ( كما سبق )رأسية : حسب إشارة ومقدار  $k$  ( كما سبق )



الدالة	h	k	رأس المنحنى	محور التناظر
$f(x) = x^2 + 5$				
$f(x) = x^2 - 3$				
$f(x) = (x - 3)^2$				
$f(x) = (x + 7)^2$				
$f(x) = (x - 3)^2 + 9$				
$f(x) = (x + 3)^2 - 9$				
$f(x) = (x - 3)^2 - 9$				

**انتبه 1 : لرسم منحنى الدالة التربيعية بصيغة الرأس**

$$f(x) = -2(x + 1)^2 + 5$$

تتبع الخطوات التالية

1 - تعيين الرأس ومحور التناظر

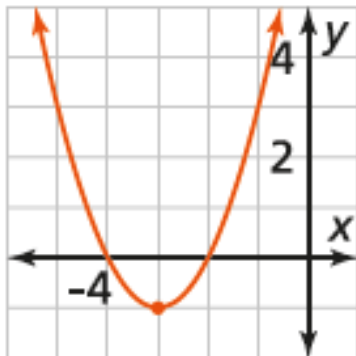
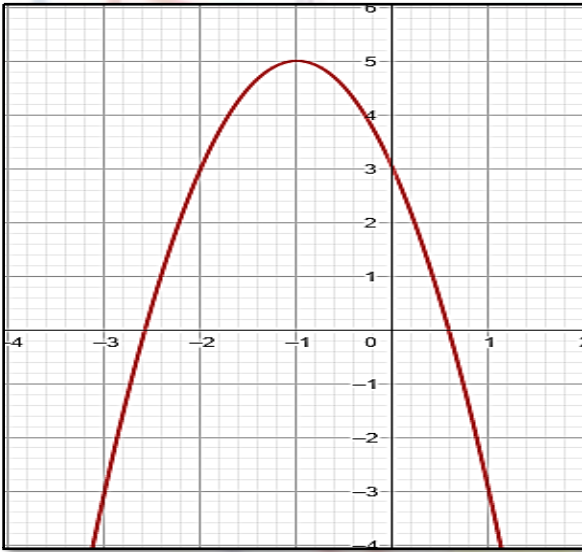
الرأس  $(-1, 5)$  , المحور  $x = -1$ 

2 - اوجد نقطتين على احد جانبي المحور

-1	0	1
5	3	-3

3 - اعكس النقاط على المحور

4 - قم بتوصيل النقاط لتحصل على القطع المكافئ

**انتبه 2 : لاستنتاج معادلة المنحنى من الرسم :**1- نستنتج رأس المنحنى من الشكل  $(h, k)$ 2- نعوض في الصيغة  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ 3- نقوم باختيار نقطة من الرسم والتعويض عن  $x, y$ 4- نحل المعادلة للحصول على قيمة  $a$  ثم كتابة المعادلة

## تمارين

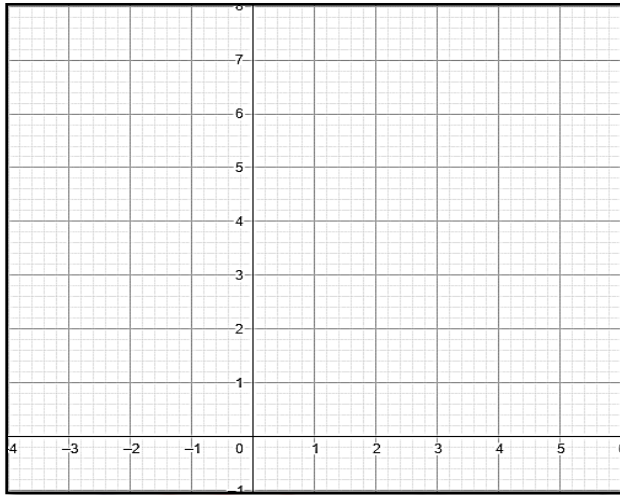
حدّد الرأس ومحور التناظر لكل دالة.		
الدالة	الرأس	محور التناظر
$f(x) = x^2 + 2$		
$f(x) = x^2 - 5$		
$g(x) = x^2 - 1$		
$h(x) = x^2 + 0.5$		
$g(x) = (x - 1)^2$		
$g(x) = (x + 2)^2$		

حدد الرأس ومحور التناظر لكل دالة		
الدالة	الرأس	محور التناظر
$f(x) = (x - 9)^2$		
$f(x) = (x + 9)^2$		
$f(x) = (x - 1)^2$		
$f(x) = x^2 + 1$		
$f(x) = x^2 + 5$		

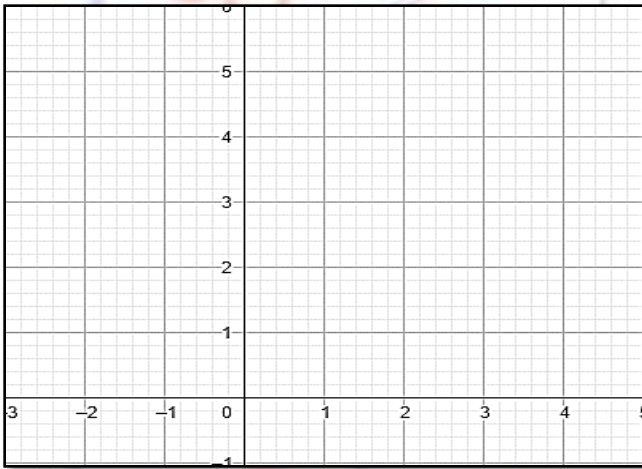
حدّد الرأس ومحور التناظر واتجاه التمثيل البياني لكل دالة. قارن اتساع التمثيل البياني باتساع التمثيل البياني للدالة الرئيسية  $f(x) = x^2$

الدالة	الرأس	محور التناظر	المقارنة
$h(x) = 2(x + 1)^2 + 4$			
$g(x) = (x - 3)^2 - 3$			
$g(x) = -0.75(x - 5)^2 + 6$			
$h(x) = -3(x + 2)^2 - 5$			

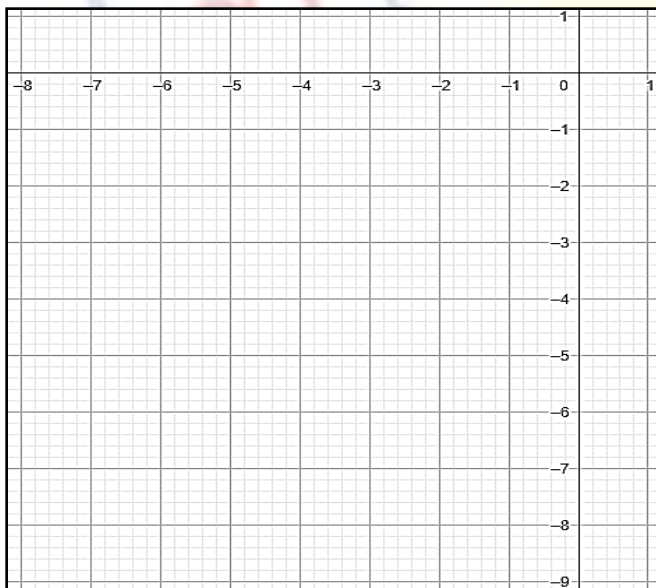
## مثل كل دالة بيانيًا.



$$g(x) = x^2 + 5$$

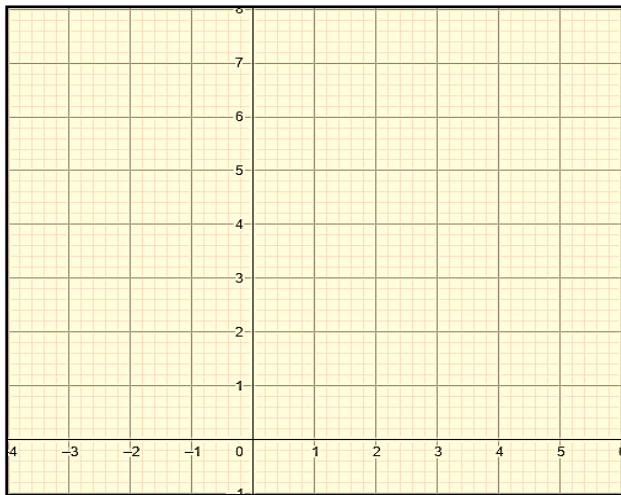


$$f(x) = (x - 2)^2$$

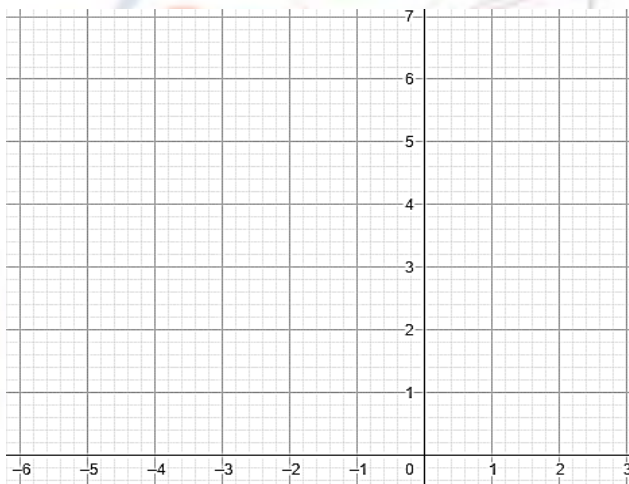


$$h(x) = -2(x + 4)^2 + 1$$

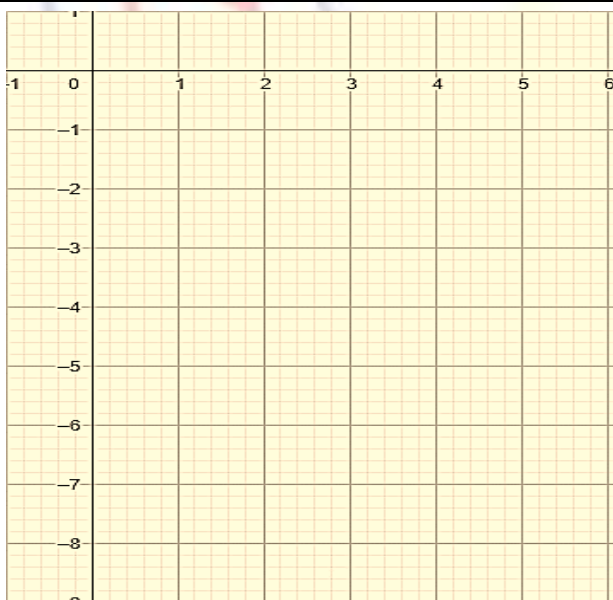
## مثل كل دالة بيانيًا.



$$f(x) = 2(x - 1)^2 + 4$$



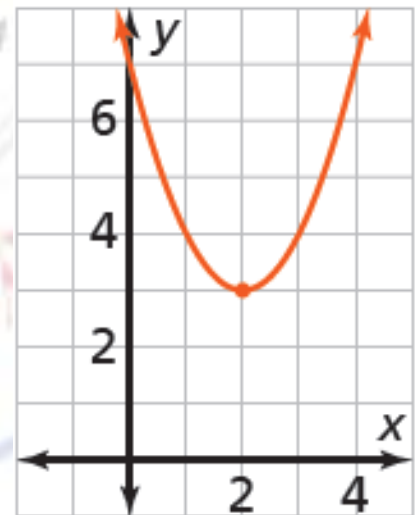
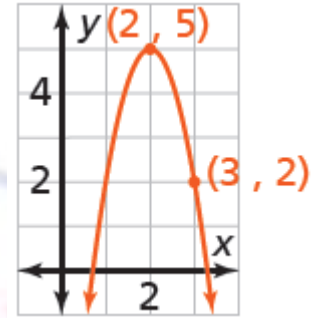
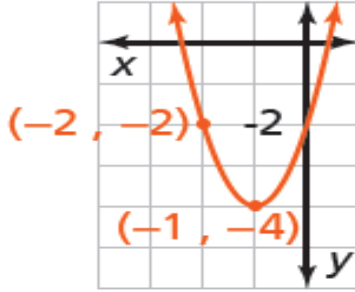
$$f(x) = 0.5(x + 2)^2 + 2$$



$$h(x) = -2(x - 2)^2 - 2$$



يمثل كل تمثيل بياني دالة تربيعية. اكتب كل دالة بصيغة الرأس



## تدرّب على اختبار

أي مما يلي ينطبق على التمثيل البياني للدالة  
 $f(x) = 2(x - 3)^2 + 9$  في المستوى الإحداثي؟  
 اختر كل ما ينطبق.

- Ⓐ التمثيل البياني قطع مكافئ مفتوح للأسفل.  
 Ⓑ يقع رأس التمثيل البياني عند النقطة  $(-3, 9)$ .  
 Ⓒ محور تناظر التمثيل البياني هو  $x = 3$ .  
 Ⓓ المقطع  $y$  للتمثيل البياني هو 9  
 Ⓔ القيمة الصغرى للدالة هي 9

**اختبار SAT/ACT** تَمَّتْ إِزَاحَةُ التَّمْثِيلِ البَيَانِي لِلدَّالَةِ  $g(x) = x^2$   
 وِحدَتَيْنِ إِلَى الِيَمِينِ وَ 10 وَحدَاتٍ إِلَى الْأَسْفَلِ.  
 أَي مِنَ الدَّوَالِ التَّالِيَةِ تَمَثِّلُ دَالَةَ التَّمْثِيلِ البَيَانِي الْجَدِيدِ؟

- Ⓐ  $f(x) = (x + 2)^2 - 10$   
 Ⓑ  $f(x) = (x - 2)^2 - 10$   
 Ⓒ  $f(x) = 2x^2 - 10$   
 Ⓓ  $f(x) = -2x^2 - 10$   
 Ⓔ  $f(x) = -2(x - 10)^2$

**بزر منطقيًا** لتمثيل الدالة  $f(x) = (x - 5)^2 - 8$  بيانًا،  
أزاح أحد الطلاب التمثيل البياني للدالة التربيعية 5 وحدات  
إلى اليمين و 8 وحدات إلى الأسفل.  
هل يمكن للطلاب إنشاء التمثيل البياني للدالة  
 $f(x) = 2(x + 3)^2 - 5$  من خلال مجرد إزاحة التمثيل البياني  
للدالة التربيعية؟ وضح إجابتك.

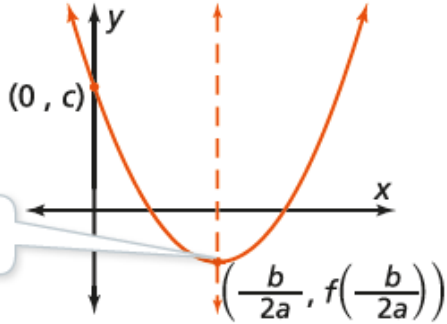
**حلل الخطأ** قام أحد الطلاب بالخطوات المبينة أدناه لتمثيل الدالة  
 $f(x) = (x - 1)^2 + 6$  بيانًا. بين خطأ الطالب وضح.

1. عيّن الرأس عند  $(-1, 6)$ .
2. عيّن النقطتين  $(-2, 15)$  و  $(-3, 22)$ .
3. ارسم انعكاس النقطتين حول  
محور التناظر  $x = -1$ .
4. صل النقاط بقطع مكافئ.

**مهارات التفكير العليا** التمثيل البياني للدالة  $h$  هو التمثيل البياني  
للدالة  $g(x) = (x - 2)^2 + 6$  بعد إزاحته 5 وحدات إلى اليسار  
و 3 وحدات إلى الأسفل.  
**a.** صف التمثيل البياني للدالة  $h$  باعتباره إزاحة للتمثيل البياني  
للدالة  $f(x) = x^2$ .

**b.** اكتب الدالة  $h$  بصيغة الرأس.

## 1-3 : الدوال التربيعية في الصيغة القياسية



الصيغة القياسية :  $f(x) = ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 0$

المقطع  $y$  :  $c$

محور التناظر :  $x = -\frac{b}{2a}$

إحداثي  $x$  للرأس :  $-\frac{b}{2a}$

إحداثي  $y$  للرأس :  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

الرأس :  $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

مثال تمهيدي :

اوجد ما يلي من الدالة  $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

1- المقطع  $y$  :  $-6$

2- محور التناظر :  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(2)} = 1$

3- إحداثي  $x$  للرأس :  $1$

4- إحداثي  $y$  للرأس :  $f(1) = 2(1) - 4(1) - 6 = -8$

5- رأس المنحنى :  $(1, -8)$

6- اذا كانت النقطة  $(3, 0)$  تقع على المنحنى اوجد إحداثي نقطة انعكاس هذه النقطة على محور التناظر

انعكاس حول محور التناظر :  $x=1$

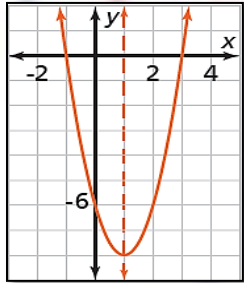
$(3, 0)$

$(2 \times 1 - 3, 0) = (-1, 0)$



أوجد كلاً من المقطع  $y$  ومحور التناظر والرأس للتمثيل البياني لكل دالة

الدالة	المقطع $y$	محور التناظر	الرأس
$f(x) = 2x^2 + 8x + 2$			
$f(x) = -2x^2 + 4x - 3$			
$f(x) = 0.4x^2 + 1.6x$			
$f(x) = -x^2 - 2x - 5$			
$f(x) = 5x^2 + 5x + 12$			
$f(x) = 4x^2 + 12x + 5$			
$f(x) = -2x^2 + 16x + 40$			



**فكر وثابر في الحل** يبين التمثيل البياني أدناه الدالة  $f(x) = 2x^2 - bx - 6$ . أوجد قيمة  $b$ . وضح إجابتك.

مثل كل دالة بيانياً أوجد محور التناظر والمقطع  $y$  وإحداثيات الرأس لكل منها

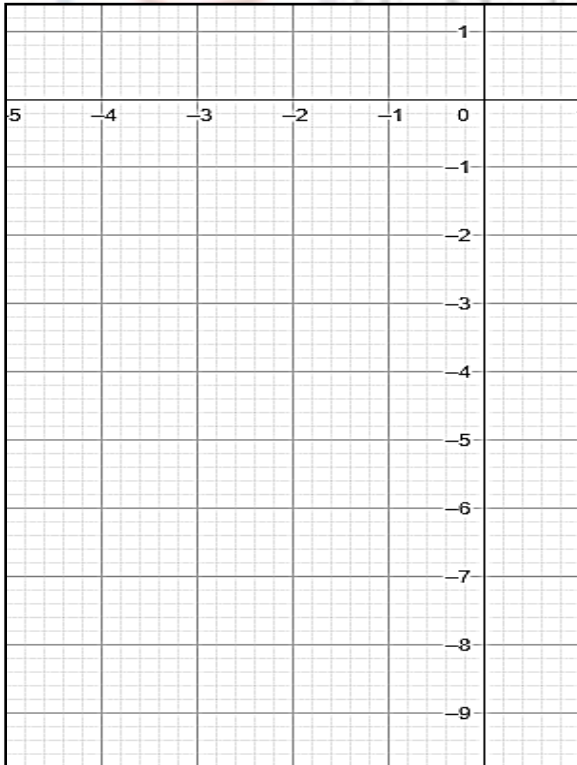
$$f(x) = 2x^2 + 8x - 1$$

1- أوجد محور التناظر

2- احداثي رأس المنحنى

3- عيّن المقطع  $y$  وانعكاسه.

4- عيّن نقطة أخرى وانعكاسها.



مثل كل دالة بيانيًا أوجد محور التناظر والمقطع  $y$  وإحداثيات الرأس لكل منها

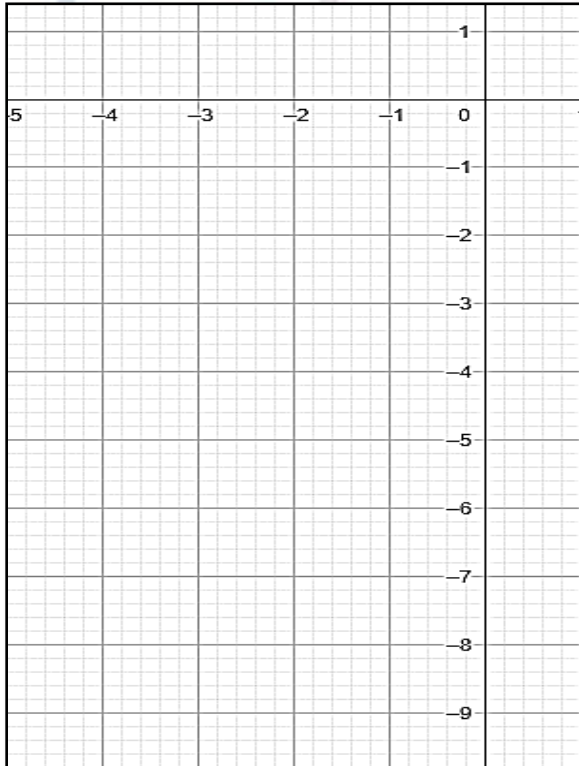
$$f(x) = -0.5x^2 + 2x + 3$$

1- أوجد محور التناظر

2- احداثي رأس المنحنى

3- عيّن المقطع  $y$  وانعكاسه.

4- عيّن نقطة أخرى وانعكاسها.

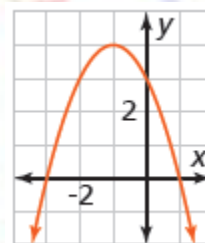


اكتب كل دالة بالصيغة القياسية

$$f(x) = 4(x + 1)^2 - 3$$

$$f(x) = 0.1(x - 2)^2 - 0.1$$

قارن بين كل دالة والدالة  $f$  الممثلة في الشكل أدناه , أي دالة لها القيمة العظمى الأكبر؟  
( ملاحظة : القيمة العظمى تعني ايجاد الاحداثي  $y$  لرأس كل منحنى ثم المقارنة )



$$g(x) = -2x^2 - 4x + 3$$

$$h(x) = -1.5x^2 - 4.5x + 1$$



قارن بين كل دالة والدالة  $f$ ، الموضحة في الجدول أدناه أي دالة لها القيمة الصغرى الأقل؟

$x$	$(x, f(x))$
1	(1, 0)
2	(2, -3)
3	(3, -4)
4	(4, -3)
5	(5, 0)

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 3$$

$$h(x) = x^2 + x - 3.5$$

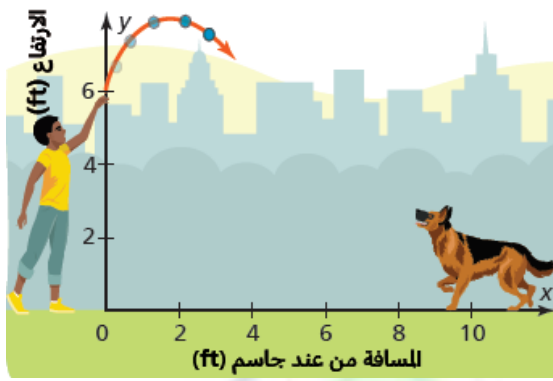
**حلل الخطأ** صف خطأ أحد الطلاب عند كتابته الصيغة القياسية للدالة التربيعية  $f(x) = 2(x + 3)^2 - 4$ ، ثم صححه.

$$f(x) = 2(x + 3)^2 - 4$$

$$f(x) = 2x^2 + 6x + 9 - 4$$

$$f(x) = 2x^2 + 6x + 5$$

**X**



يرمي جاسم كرة إلى كلبه.

تمثل الدالة

$$f(x) = -0.5(x - 2)^2 + 8$$

مسار الكرة.

A. ما الذي تبينه صيغة الرأس

للدالة في هذا الموقف؟

B. ما الذي تبينه الصيغة القياسية للدالة بالنسبة للموقف؟

افتراض أن مسار الكرة في التمرين السابق تمثله الدالة

$$f(x) = -0.25(x - 1)^2 + 6.25$$

أوجد الارتفاع الابتدائي للكرة وأقصى ارتفاع لها.

## تدرّب على اختبار

أطلق جسم في الهواء بسرعة 64 ft في الثانية من منصة مرتفعة. تمثّل الدالة  $f(x) = -16x^2 + 64x + 6$  مسار الجسم بدلالة الزمن  $x$ . أي مما يلي صواب؟ اختر كل ما ينطبق.

- Ⓐ ارتفاع المنصة 6 ft  
 Ⓑ يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع له بعد ثانيتين.  
 Ⓒ الارتفاع الأقصى يصل إليه الجسم هو 70 ft  
 Ⓓ الارتفاع الذي يصل إليه الجسم بعد مرور ثانية واحدة أقل من 40 قدمًا.  
 Ⓔ يزداد ارتفاع الجسم ثم يتناقص.

اختبار SAT/ACT ما القيمة العظمى للدالة

$$f(x) = -4x^2 + 16x + 12$$

- Ⓐ 12 Ⓑ 16 Ⓒ 24 Ⓓ 28 Ⓔ 64



