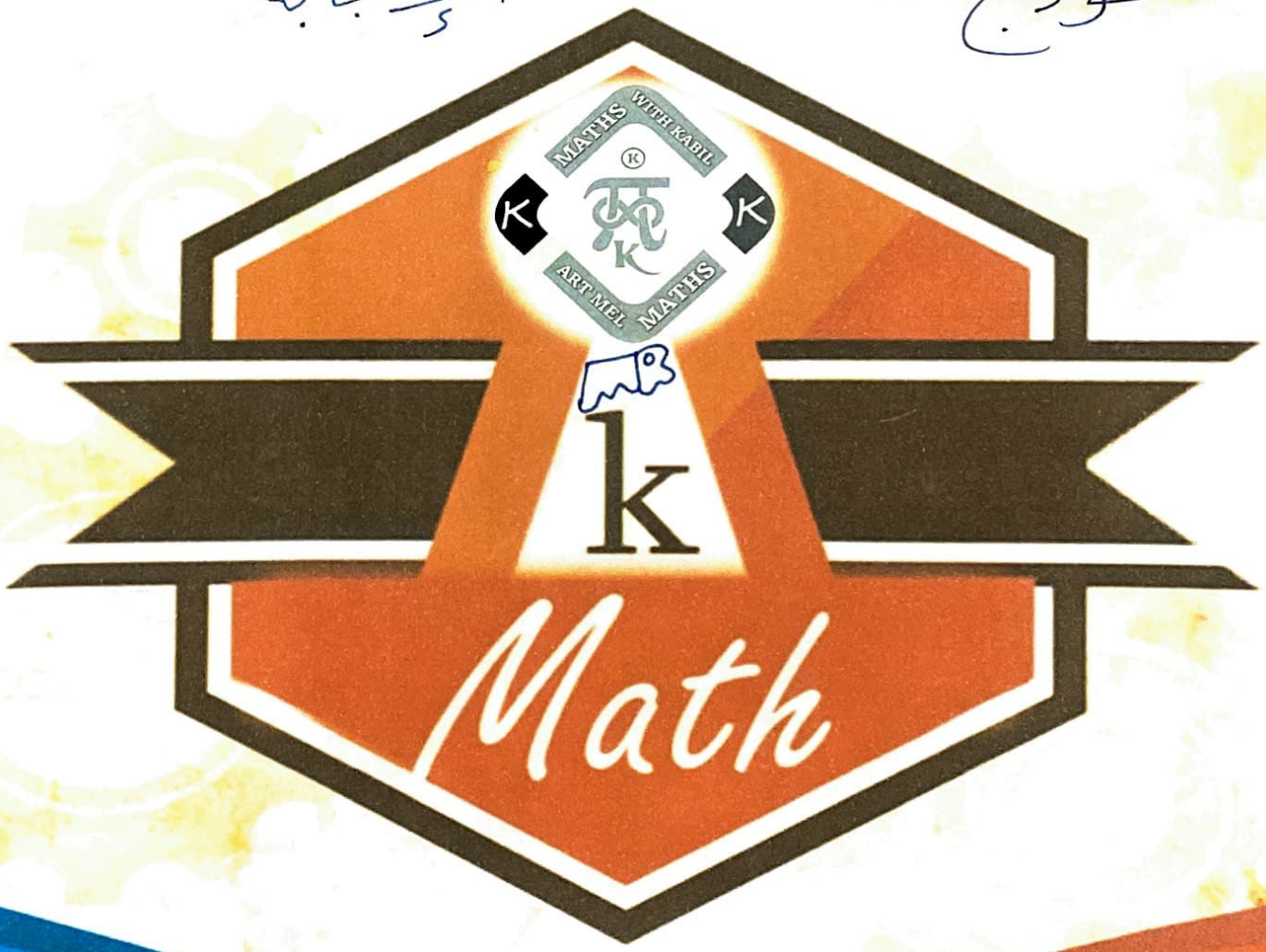
الوحدة الثالثة

X الرياضيات

نموذج الإجابة



الصف الثاني عشر متقدم

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة التالية وذلك بوضع علامة × داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة :

1 أوجد فترة التناقص للدالة $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

A $]1, \infty[$

B $]-1, \infty[$

X $]-\infty, 1[$

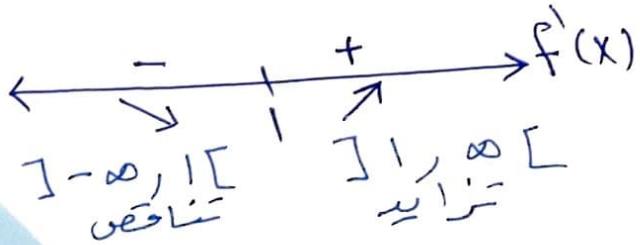
D $]-\infty, -1[$

$f'(x) = 2x - 2$

$2x - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$



2 إذا علمت أن $f(x)$ دالة كثيرة حدود، وكانت $f'(x) = x(3 - x)$. جاهزة

ما الفترة التي تكون فيها الدالة متزايدة؟

X $]0, 3[$

B $]3, \infty[$

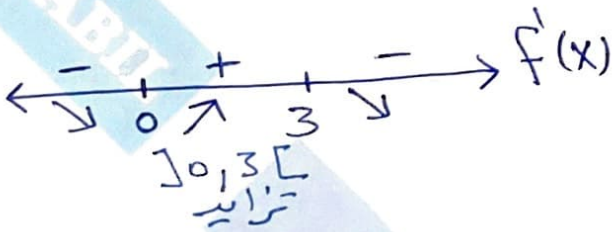
C $]-3, \infty[$

D $]-\infty, \infty[$

$x(3 - x) = 0$

$x = 0$ ، $3 - x = 0$

$x = 3$



3 إذا علمت أن $f(x)$ دالة كثيرة حدود، وكانت $f'(x) = x^2(x - 1)$.

ما الفترة التي تكون فيها $f(x)$ متزايدة؟

A $]0, \infty[$

X $]1, \infty[$

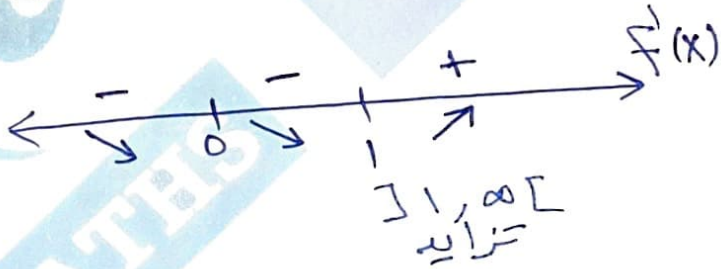
C $]-\infty, 0[$

D $]-\infty, 1[$

$x^2(x - 1) = 0$

$x^2 = 0$ ، $x - 1 = 0$

$x = 0$ ، $x = 1$



4 أي من الدوال الاتية لديها نقطة ثبات عند $(1, f(1))$ ؟

A $f(x) = x - 1$

X $f(x) = x^2 - 2x$

C $f(x) = \frac{1}{x-1}$

D $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$

A $f'(x) = 1$ لا يوجد

B $f'(x) = 2x - 2$

$2x - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

C $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ المجال $\neq 1$

D $f'(x) = \frac{(2)(x^2-1) - (2x)(2x)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{2x^2 - 2 - 4x^2}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{-2x^2 - 2}{(x^2-1)^2}$ المجال $\neq 1$

5 أي من الفترات التالية تكون الدالة $f(x) = e^x$ متزايدة؟

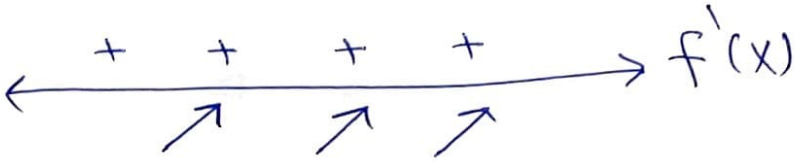
A $]-\infty, 0[$

B $]0, \infty[$

C $]1, \infty[$

D $]-\infty, \infty[$

$f'(x) = e^x \qquad e^x \neq 0$



6 أي من الفترات التالية تكون الدالة $f(x) = \ln x$ متزايدة؟

A $]-\infty, 0[$

B $]0, \infty[$

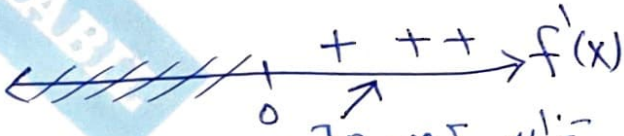
C $]1, \infty[$

D $]-\infty, \infty[$

$x > 0$ المجال

$f'(x) = \frac{1}{x}$

$x = 0 \quad \{ \quad 1 \neq 0$



$]0, \infty[$ متزايد

7 أوجد القيم الحرجة للدالة $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 24x - 4$

A $x = -3, x = -4$

B $x = -3, x = 4$

C $x = 3, x = 4$

D $x = -1, x = 4$

$f'(x) = 0$

$f'(x) = 2x^2 - 2x - 24$

$2(x^2 - x - 12) = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0$

$x = 4 \qquad x = -3$

القيم الحرجة

8 إذا كان للدالة $f(x) = 2x^3 + bx^2 - 24x + 1$ نقطة ثبات عند $x = 1$ ، أوجد b.

A $b = 0$

B $b = 5$

C $b = 9$

D $b = 15$

$f'(1) = 0$

$f'(x) = 6x^2 + 2bx - 24$

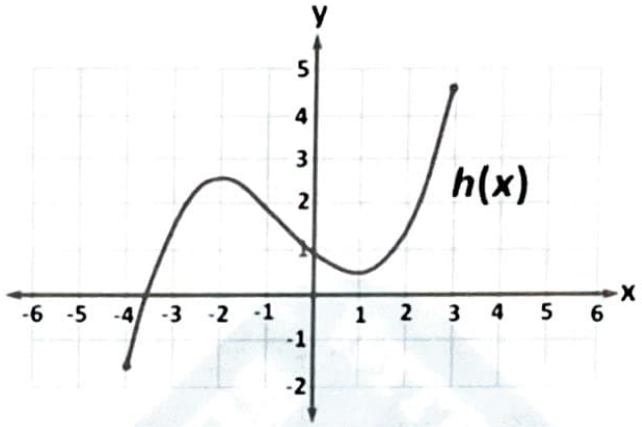
$6(1)^2 + 2b(1) - 24 = 0$

$2b - 18 = 0$

$2b = 18$

$b = 9$

9 انظر إلي منحنى الدالة $h(x)$ أدناه.



أي الفترات التالية يتحقق فيها $h'(x) > 0$ و $h''(x) > 0$ ؟

تزايد تقعر لاعلى

A $]-4,2[$

B $]-2,1[$

X $]1,3[$

D $]0,1[$

10 لديك الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$

ما هي قيمة x التي يوجد عندها قيمة عظمى محلية للدالة $f(x)$؟

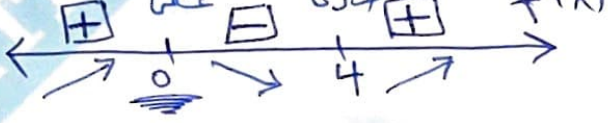
$f'(x) = 3x^2 - 12x$

$3x(x-4) = 0$

$x = 0$ | $x = 4$

$f''(x) = 6x - 12$

$f''(0) = -12$ عظمى / $f''(4) = 12$ صغرى



X $x = 0$

B $x = 2$

C $x = 4$

D $x = 0 , x = 4$

11 أعطيت الدالة $f(x) = 3x - x^3$ أياً مما يلي يمكن استخلاصه.

A الدالة متزايدة لكل $x < -1$ و متناقصة لكل $x > -1$

B الدالة متناقصة لكل $x < -1$ و متزايدة لكل $x > 1$

C الدالة متزايدة لكل $x < -1$ و متناقصة لكل $-1 < x < 1$ و متزايدة لكل $x > 1$

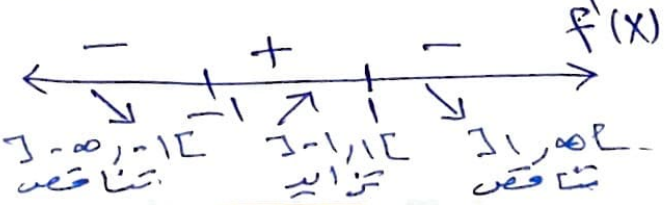
X الدالة متناقصة لكل $x < -1$ و متزايدة لكل $-1 < x < 1$ و متناقصة لكل $x > 1$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$3(1 - x^2) = 0$

$(1-x)(1+x) = 0$

$x = 1$ | $x = -1$



12 إذا كان للدالة $f(x) = x^3 + kx + 2$ قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ ، فما قيمة k؟

$f'(1) = 0$ $\quad f'(x) = 3x^2 + k$

$3(1)^2 + k = 0$

$3 + k = 0$

$k = -3$

- [X] $k = -3$
- [B] $k = -1$
- [C] $k = 3$
- [D] $k = 4$

13 إذا كان للدالة $f(x) = x^3 + 3ax + 2$ قيمة قصوى محلية عند $x = 1$ فما قيمة الثابت a؟

$f'(1) = 0$ $\quad f'(x) = 3x^2 + 3a$

$3(1)^2 + 3a = 0$

$3 + 3a = 0$

$3a = -3$

$a = -1$

- [A] $a = -3$
- [X] $a = -1$
- [C] $a = 1$
- [D] $a = 3$

14 أي من الدوال التالية لها قيمتان قصويان محليتان بالضبط في مجالها؟

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$

$3x^2 = 3$

$x^2 = 1$

$x = -1$ $\quad x = 1$

صغرى عظمى

$f'(x)$: $+$ 0 $-$ 0 $+$

- [A] $f(x) = |x - 4|$
- [B] $f(x) = 2x - 5$
- [C] $f(x) = x^2 - 9$
- [X] $f(x) = x^3 - 3x + 1$

15 لتكن الدالة f دالة متصلة ومتزايدة في الفترة $[0, 5]$ و لتكن النقطة $(2, 3)$ نقطة حرجة أي من العبارات التالية خاطئة حتماً؟

$f'(2)$ غير موجودة $\quad$ أو $\quad f'(2) = 0$

- [A] $f(2)$ هي ليست قيمة صغرى محلية و لا قيمة عظمى محلية للدالة
- [X] $f(5)$ هي قيمة عظمى محلية للدالة
- [C] $f'(2) = 0$
- [X] $f'(2) > 0$

16 أوجد فترة التقعر لأعلى للدالة $f(x)$ ، إذا كان $f''(x) = 2x - 6$. جاهزة

A $]-\infty, 3[$

B $]3, \infty[$

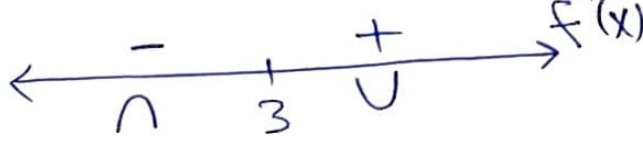
C $]-3,3[$

D $]-\infty, \infty[$

$2X-6=0$

$2X=6$

$X=3$



17 أي من القيم التالية تمثل قيمة عظمى مطلقة للدالة $f(x) = -x^2 + 4x + 6$ في الفترة $[0, 4]$ ؟

$f'(X) = -2X + 4$

$-2X+4=0$

$-2X=-4$

$X=2$

A 2

B 4

C 8

D 10

x	0	2	4
y	6	10	6

أكبر قيمة لـ y

18 أي من الدوال التالية لها قيمة عظمى مطلقة؟

A $f(x) = 1 - x^2$ (سالب ← زوجي)

B $f(x) = x^2 - 4$

C $f(x) = x^3 - 1$

D $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

الباور زوجي — عظمى

المعامل سالب

$f'(X) = X^2 - 2X$

19 إذا كانت $f'(x) = x(x-2)$ أي من العبارات التالية صحيح؟

A $x = 0$ للدالة f قيمة صغرى محلية عند

B $x = 0$ للدالة f نقطة انعطاف عند

C $x = 1$ للدالة f نقطة انعطاف عند

D $x = 2$ للدالة f نقطة انعطاف عند

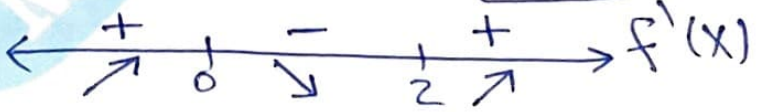
$X(X-2)=0$

$X=0$ | $X=2$

$f''(X) = 2X-2$

$2X=2$

$X=1$



20 أي مما يلي صحيح للدالة $f(x) = 3x^2$؟

A الدالة مقعرة لأعلى على مجالها

B الدالة مقعرة لأسفل على مجالها

C الدالة مقعرة لأعلى في الفترة $]0, \infty[$ و مقعرة لأسفل في الفترة $]-\infty, 0[$

D الدالة مقعرة لأسفل في الفترة $]0, \infty[$ و مقعرة لأعلى في الفترة $]-\infty, 0[$

$f'(X) = 6X$

$f''(X) = 6$

21 إذا علمت أن $f(x)$ دالة كثيرة حدود وكان $f(1) = 8$ ، $f'(1) = 0$ ، $f''(1) = 2$ فأي الجمل التالية صحيحة؟

A للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ هي 2

B للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ هي 8

C للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ هي 2

D للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ هي 8

22 ما هو الإحداثي x لنقطة انعطاف الدالة $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 24$ ؟

A -10

B -5

C 0

D 5

$f'(x) = x^2 + 10x$

$f''(x) = 2x + 10$

$2x + 10 = 0$

$2x = -10$

$x = -5$

23 إذا علمت أن $f(x)$ دالة كثيرة حدود وكان $f'(2) = 0$ ، $f''(2) = -10$ فأي الجمل التالية صحيحة؟

A للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = -10$

B للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = 2$

C للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = -10$

D للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = 2$

24 إذا كانت النقطة $(-2, 3)$ تقع على منحنى الدالة $f(x) = x^3 - 12x - 13$.
أي مما يلي صحيح للنقطة $(-2, 3)$ ؟

A النقطة $(-2,3)$ نقطة عظمى محلية للدالة $f(x)$

B النقطة $(-2,3)$ نقطة صغرى محلية للدالة $f(x)$

C النقطة $(-2,3)$ نقطة انعطاف للدالة $f(x)$

D النقطة $(-2,3)$ ليست نقطة قيمة قصوى للدالة $f(x)$

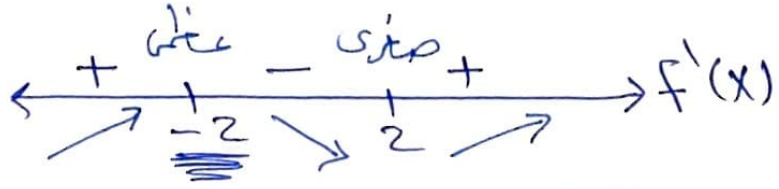
$f'(x) = 3x^2 - 12$

$3x^2 - 12 = 0$

$3x^2 = 12$

$x^2 = 4$

$x = 2$ $\quad x = -2$



$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) - 13 = 3$

25 إذا كان لمنحنى الدالة $f(x)$ نقطة انعطاف عند $x = 2$ حيث $f(x) = x^3 + kx^2 + 4$ فأوجد قيمة k .

$f''(2)=0$

$f'(x)=3x^2+2kx$

$f''(x)=6x+2k$

$6(2)+2k=0$

$2k=-12$

$k=-6$

- [X] A $k = -6$
- [ ] B $k = -3$
- [ ] C $k = 3$
- [ ] D $k = 6$

26 أي من الدوال الآتية لا تحوي نقطة انعطاف؟

$f(x)=-x^4+5$

$f'(x)=-4x^3$

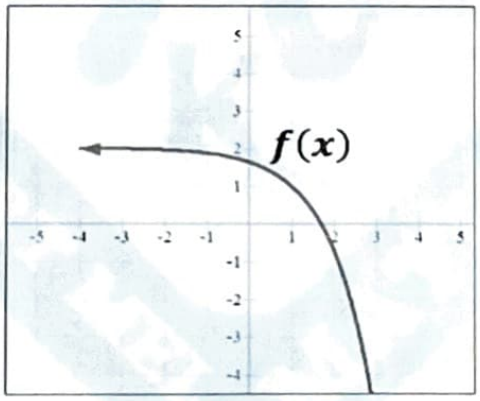
$f''(x)=-12x^2$

$-12x^2=0$

$x=0$

- [ ] A $f(x) = -(x+1)^3$
- [X] B $f(x) = -x^4 + 5$
- [ ] C $f(x) = x^5 + 1$
- [ ] D $f(x) = x^3$

27 إذا علمت أن الدالة $y = f(x)$ الموضحة أدناه متصلة وقابلة للاشتقاق على جميع قيم $x \in R$ أي الشروط التالية يتحقق في الدالة $y = f(x)$ لجميع قيم $x \in R$ ؟



الدالة متزايدة

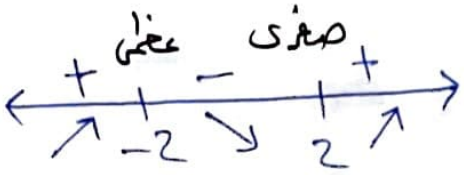
الدالة ثابتة

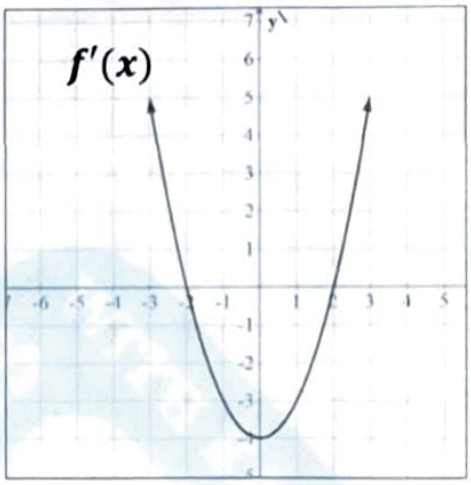
الدالة مقعرة للاعلى

الدالة مقعرة للاسفل

- [ ] A $f'(x) > 0$
- [ ] B $f'(x) = 0$
- [ ] C $f''(x) > 0$
- [X] D $f''(x) < 0$

28 معتمداً على بيان الدالة $f'(x)$ الموضح أدناه
أوجد فترات التزايد للدالة $f(x)$.





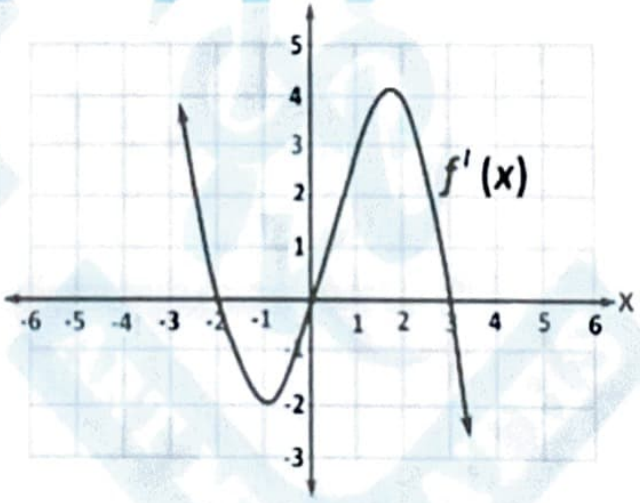
A $]2,\infty[$

B $]-4,\infty[$

C $]-\infty,-2[\cup]2,\infty[$

D $]-\infty,0[\cup]0,\infty[$

29 إذا علمت أن الدالة $f(x)$ دالة كثيرة حدود معرفة على R وأن التمثيل البياني أدناه يمثل مشتقتها الأولى $f'(x)$ أي الشروط التالية يتحقق في الدالة $y=f(x)$ لجميع قيم $x\in$ ؟



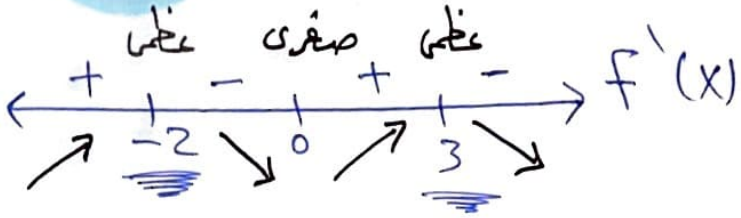
أوجد جميع قيم x التي يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم عظمى محلية.

A $x=0$

B $x=2$

C $x=-2\,,x=0$

C $x=-2\,,x=3$



30 عددان موجبان مجموعهما 30 ما القيمة الكبرى لناتج ضرب العدد الأول في مربع العدد الثاني؟

A 100
B 400
C 1000
~~D~~ 4000

[1] $x+y=30$

[2] $x=30-y$

[3] $A=x\cdot y^2$

$A=(30-y)\cdot y^2$

$A=30y^2-y^3$

[4] $A'=60y-3y^2$

$60y-3y^2=0$

$3y(20-y)=0$

$y=0$ مرفوض | $y=20$

العدد الاول x
العدد الثاني y

A' (عظمى) + 0 − 20

$x=30-20$

$x=10$

العدد الاول 10
العدد الثاني 20

$A=10(20)^2=4000$

31 إذا كان $y=2x-8$ ، فأوجد أصغر قيمة لحاصل الضرب xy .

~~A~~ −8
B −4
C 0
D 2

$A=xy$

$A=x(2x-8)$

$A=2x^2-8x$

$A'=4x-8$

$4x-8=0$

$4x=8$

$x=2$ | $y=-4$

A' − 0 + (صغرى) 2

$y=2(2)-8=-4$

$A=(2)(-4)$

$A=-8$

32 إذا كان $xy=24$ ، أوجد أقل قيمة للمقدار $2x+3y$, حيث x, y عددان موجبان .

A 4
B 6
C 12
~~D~~ 24

$y=\frac{24}{x}$

$A=2x+3y$

$=2x+3\cdot\frac{24}{x}$

$=2x+\frac{72}{x}$

$A=2x+72x^{-1}$ ⟹

$A'=2-72x^{-2}$

$A'=\frac{2x^2-72}{x^2}$

$A'=\frac{2x^2-72}{x^2}$

$x=0$ مرفوض

$2x^2-72=0$

$2(x^2-36)=0$

$(x-6)(x+6)=0$

$x=6$ | $x=-6$ مرفوض

$x=6$

$y=4$

$A=2(6)+3(4)$

$=12+12$

$A=24$

⟸

2 (صغرى) 6 A'

عند الإجابة على الأسئلة التالية ، اكتب إجاباتك في المساحات المخصصة لذلك مع توضيح خطوات الحل:

1

لديك الدالة $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$

A. أوجد فترات تزايد وتناقص الدالة $f(x)$.

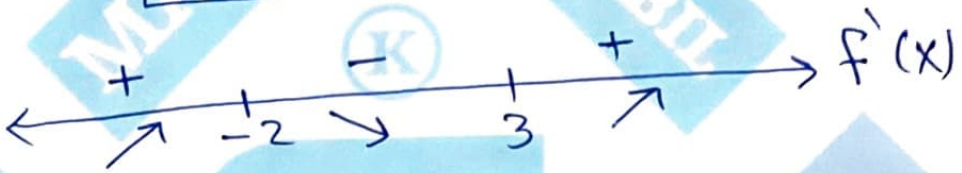
(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$

$6(x^2 - x - 6) = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x = 3$ $\quad x = -2$



فترات التزايد $]-\infty, -2[$, $]3, +\infty[$

فترات التناقص $]-2, 3[$

B. أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$ و حدد نوعها (إن وجدت) .

(وضح خطوات الحل)

$f(3)$

$y = -74$ قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ و قيمتها

$f(-2)$

$y = 51$ قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و قيمتها

لتكن الدالة $f(x) = -x^3 + 12x + 1$

A. أوجد فترات التزايد والتناقص للدالة $f(x)$.

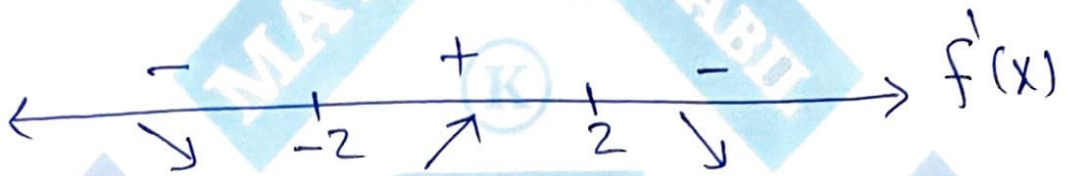
(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = -3x^2 + 12$

$-3(x^2 - 4) = 0$

$(x-2)(x+2) = 0$

$x = 2$ $\quad$ $x = -2$



فترات التزايد $]-2, 2[$

فترات التناقص $]-\infty, -2[\ ,\ ]2, \infty[$

B. حدد النقاط التي يكون عندها للدالة $f(x)$ مماس أفقي. $f'(x) = 0$

(وضح خطوات الحل)

$x = -2$ $\quad f(-2) = -(-2)^3 + 12(-2) + 1 = -15$

$(-2, -15)$

$x = 2$ $\quad f(2) = -(2)^3 + 12(2) + 1 = 17$

$(2, 17)$

لديك الدالة $f(x) = -6x^3 + 9x^2 - 18$

A. أوجد فترات تزايد وتناقص الدالة $f(x)$.

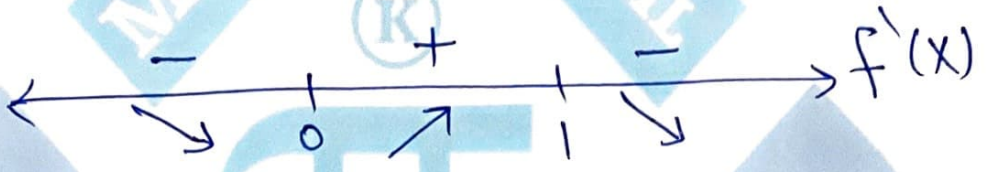
(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = -18x^2 + 18x$$

$$-18x(x-1) = 0$$

$$-18x = 0 \quad | \quad x - 1 = 0$$

$$\boxed{x = 0} \quad | \quad \boxed{x = 1}$$



فترات التزايد $]0,1[$

فترات التناقص $]-\infty,0[\ ,\ ]1,\infty[$

B. أوجد القيم القصوى للدالة $f(x)$ وحدد نوعها (إن وجدت).

(وضح خطوات الحل)

$f(1)$

$y = -15$ وقيمة عظمى محلية عند $x = 1$

$f(0)$

$y = -18$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

لتكن الدالة $f(x) = xe^x$

A. أوجد فترات التزايد والتناقص للدالة $f(x)$.

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = (1)(e^x) + (x)(e^x)$$

$$= e^x + xe^x$$

$$= e^x(1+x)$$

$$e^x(1+x) = 0$$

$$e^x \neq 0 \quad \{ \boxed{x = -1}$$

$]-1, \infty[$ فترات التزايد

$]-\infty, -1[$ فترات التناقص

B. أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$ وحدد نوع تلك القيم.

(وضح خطوات الحل)

$f(-1)$

$y = \frac{-1}{e}$ وقيمتها $x = -1$ قيمة صغرى محلية عند

5

أوجد القيم القصوى المحلية و حدد نوعها إن وجدت للدالة التالية .

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$3x(x-2) = 0$

$x = 0$ | $x = 2$

قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ وقيمتها $y = -2$

قيمة عظمى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $y = 2$

6

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$ في الفترة $[0, 5]$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$3(x^2 - 4x + 3) = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

$x = 3$ | $x = 1$

x	0	1	3	5
y	-8	-4	-8	12

النقط عند الأطراف

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 5$ وقيمتها $y = 12$

قيمة صغرى مطلقة عند $x = 0, x = 3$ وقيمتها $y = -8$

7

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = x^4 - 18x^2 + 1$ في الفترة $[-2, 3]$

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = 4x^3 - 36x$$

$$4x(x^2 - 9) = 0$$

$$4x(x-3)(x+3) = 0$$

$x = 0$ $\quad$ $x = 3$ $\quad$ $x = -3$ $\rightarrow$ $\notin$ للفترة $[-2,3]$

x	-2	0	3
y	-55	1	-80

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 0$ وتساوي $y = 1$

قيمة صغرى مطلقة عند $x = 3$ وتساوي $y = -80$

8

حدد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = -x^4 - x^3 - 3x^2 + 1$ إن وجدت.

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = -4x^3 - 3x^2 - 6x$$

$$-x(4x^2 + 3x + 6) = 0$$

$x = 0$ $\quad$ $a = 4$, $b = 3$, $c = 6$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

المميز

$$= (3)^2 - 4(4)(6) = -87$$

$\nexists$ يوجد حلول

x	0
y	1

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 0$ وقيمتها $y = 1$

صغرى مطلقة

موجب بالورقة

9

حدد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 1$ إن وجدت.

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$$

$$12x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$12x(x-2)(x+1) = 0$$

$x=0$ $x=2$ $x=-1$

x	-1	0	2
y	-4	1	-31

قيمة صغرى مطلقة عند $x=2$ وقيمتها $y=-31$

10

أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$ وحدد نوعها باستعمال اختبار المشتقة الثانية

$$f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5$$

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = 12x^2 - 6x$$

$$6x(2x-1) = 0$$

$x=0$ $\quad$ $x=\frac{1}{2}$

$$f''(x) = 24x - 6$$

$$f''(0) = 24(0) - 6 = -6$$

$$f''\left(\frac{1}{2}\right) = 24\left(\frac{1}{2}\right) - 6 = 6$$

(نحكم بالعكس)

قيمة عظمى محلية عند $x=0$ وتساوي $y=5$

قيمة صغرى محلية عند $x=\frac{1}{2}$ وتساوي $y=\frac{19}{4}$

التقويض الأحمر

11

أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$ وحدد نوعها باستعمال اختبار المشتقة الثانية

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

$-3(x^2 - 4x + 3) = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

$\boxed{x=3}$ $\boxed{x=1}$

$f''(x) = -6x + 12$

$f''(1) = -6(1) + 12 = 6$

$f''(3) = -6(3) + 12 = -6$

عكس

قيمة صغرى محلية عند $x=1$ وقيمتها $y=-5$ التقويس للأعلى

قيمة عظمى محلية عند $x=3$ وقيمتها $y=-1$

12

باستخدام اختبار المشتقة الثانية أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$3x(x-2) = 0$

$\boxed{x=0}$ $\boxed{x=2}$

$f''(x) = 6x - 6$

$f''(0) = 6(0) - 6 = -6$

$f''(2) = 6(2) - 6 = 6$

عكس

قيمة عظمى محلية عند $x=0$ وقيمتها $y=5$ التقويس للأعلى

قيمة صغرى محلية عند $x=2$ وقيمتها $y=1$

لديك الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2$

A. ادرس تقعر منحنى الدالة $f(x)$.

(وضح خطوات الحل)

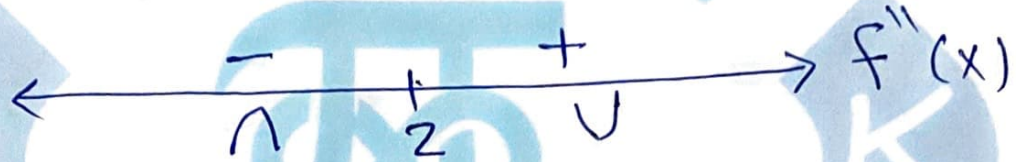
$f'(x) = 3x^2 - 12x$

$f''(x) = 6x - 12$

$6x - 12 = 0$

$6(x-2) = 0$

$\boxed{x = 2}$



$]2,\infty[$ تقعر على

$]-\infty,2[$ تقعر على سفل

B. جد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$ إن وجدت.

(وضح خطوات الحل)

نقطة انعطاف عند $x=2$ وقيمتها $y=-16$

لديك الدالة $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$

A. ادرس تقعر منحنى الدالة $f(x)$.

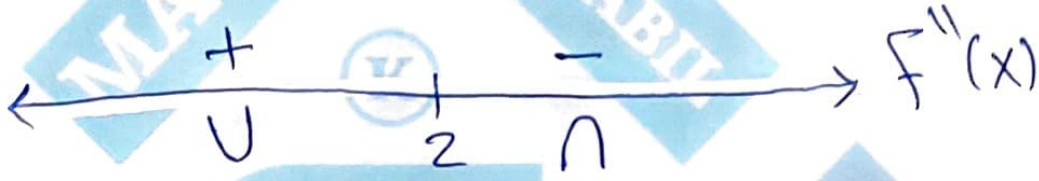
(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

$f''(x) = -6x + 12$

$-6(x-2) = 0$

$\boxed{x = 2}$



تقعر لأعلى $]-\infty, 2[$

تقعر لأسفل $]2, \infty[$

B. أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$ إن وجدت.

(وضح خطوات الحل)

نقطة انعطاف عند $x=2$ ومقدارها $y=0$

15

حدد تقعر الدالة $y = \sin x$ في الفترة $]0, 2\pi[$ باستعمال اختبار التقعر.

(وضح خطوات الحل)

زوايا ربعية (جرب)

$\sin 0 = 0$ ∄ للاشتقاق

$\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ✗

$\sin \pi = 0$

$\sin \frac{3\pi}{2} = -1$ ✗

$\sin 2\pi = 0$ ∄ للاشتقاق

$y' = \cos x$

$y'' = -\sin x$

$-\sin x = 0$

$x = \sin^{-1}(0) = \pi$

$f''(x)$	+	0	−	0
	0	∪	π	∩ 2π

$]0, \pi[$ تقعر لأعلى

$]\pi, 2\pi[$ تقعر لأسفل

16

أوجد فترات التقعر و نقطة الانعطاف للدالة (إن وجدت) للدالة الآتية .

$$f(x) = x^3 + 5x$$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 3x^2 + 5$

$f''(x) = 6x$

$6x = 0$ $\quad x = 0$

$f''(x)$	−	0	+
	∩	0	∪

$]-\infty, 0[$ تقعر لأسفل $\quad]0, \infty[$ تقعر لأعلى

نقطة انعطاف عند $x = 0$ وقيمتها $y = 0$

ادرس تقعر المنحنى للدالة الاتية وأوجد نقاط الانعطاف للدالة إن وجدت.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

(وضح خطوات الحل)

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

$6(x-1) = 0$

$\boxed{x = 1}$

$]1, \infty[$ تقعر لأعلى

$]-\infty, 1[$ تقعر لأسفل

نقطة انعطاف عند $x = 1$ وقيمتها $y = -1$

لديك الدالة $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$

A. ادرس تقعر منحنى الدالة $f(x)$.

(وضح خطوات الحل)

$$f'(x) = \frac{(1)(x-4) - (x-3)(1)}{(x-4)^2}$$

$$= \frac{x-4-x+3}{(x-4)^2} = \frac{-1}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = -(x-4)^{-2}$$

$$f''(x) = 2(x-4)^{-3} = \frac{2}{(x-4)^3}$$

البسط $= 0$

$2 \neq 0$

المقام $= 0$

$x - 4 = 0$

$x = 4$

	$-$	4	$+$
$f''(x)$		$\nexists$	
	$\cap$		$\cup$

تقعر لأعلى $]4, \infty[$ تقعر لأسفل $]-\infty, 4[$

B. جد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$ إن وجدت.

(وضح خطوات الحل)

$4 \notin$ للمجال

لا يوجد نقاط انعطاف

عددان موجبان مجموع العدد الأكبر مضافاً إليه ثلاثة أمثال الثاني يساوي 36 ،
أوجد العددين لكي يكون حاصل ضربهما أكبر ما يمكن.

(وضح خطوات الحل)

$x+3y=36$

$x=36-3y$

$A=xy$

$A=y(36-3y)$

$=36y-3y^2$

$A'=36-6y=0$

$36=6y$

$y=6$

$A'(5)$, $A'(7)$ → A'

$+$ 6 $-$

صغرى عظمى

$y=6 \quad x=18$ *

$A=6\times18=108$ *

أوجد أكبر قيمة للمقدار xy^2 إذا كان x و y عددين موجبين ويحققان المعادلة $2x+y=20$

(وضح خطوات الحل)

$2x+y=20$

$y=20-2x$

$A=xy^2$

$A=x(20-2x)^2$

$=x(400-80x+4x^2)$

$=400x-80x^2+4x^3$

$=4x^3-80x^2+400x$

$A'=12x^2-160x+400=0$

$\div 4$

$3x^2-40x+100=0$

$(3x-10)(x-10)=0$

$x=\frac{10}{3} \mid x=10$

$+$ $-$ $+$ → A'

$\frac{10}{3}$, 10

صغرى عظمى

$x=\frac{10}{3}$, $y=\frac{40}{3}$ *

$A=\left(\frac{10}{3}\right)\left(\frac{40}{3}\right)^2$ *

$=\frac{16000}{27}$

21

عددان موجبان مجموعهما 18 ، أوجد العددين إذا كان حاصل ضربهما أكبر ما يمكن .

(وضح خطوات الحل)

$x+y=18$

$y=18-x$

$A=xy$

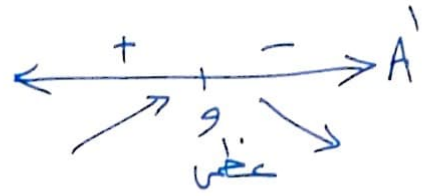
$A=x(18-x)$

$=18x-x^2$

$A'=18-2x=0$

$2x=18$

$x=9$



$x=9\ ,\ y=9$ *

$A=9\times9$ *

$=81$

22

سياج طوله $400\ m$ ، أوجد مساحة أكبر قطعة مستطيلة يمكن إحاطتها من ثلاث جهات بذلك السياج.

(وضح خطوات الحل)

$2x+y=400$

$y=400-2x$

$A=xy$

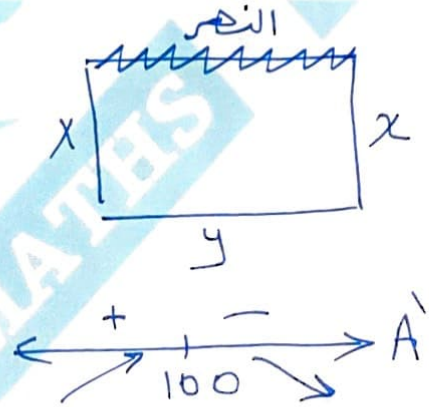
$A=x(400-2x)$

$=400x-2x^2$

$A'=400-4x=0$

$4x=400$

$x=100$



$x=100\ ,\ y=200$ *

$A=100\times200$ *

$=20000\ m^2$

23

يراد استغلال سياج طوله 220 متراً لإحاطة جزء مستطيل من قطعة أرض.

ما أبعاد هذا الجزء لتكون مساحته أكبر ما يمكن.

(وضح خطوات الحل)

$2x+2y=220$ $\div 2$

$x+y=110$

$y=110-x$

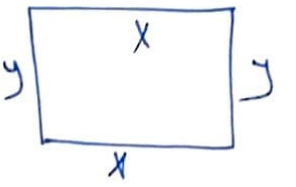
$A=xy$

$A=x(110-x)$

$=110x-x^2$

$A'=110-2x=0$

$2x=110$



$x=55$

عظمى

$x=55, y=55$ *

$A=55\times55=3025\ m^2$ *

24

مستطيل مساحته $100\ cm^2$ أوجد أقل قيمة ممكنة لمحيطه.

(وضح خطوات الحل)

$xy=100$

$y=\frac{100}{x}$

$A=2x+2y$

$A=2x+2\left(\frac{100}{x}\right)$

$=2x+200x^{-1}$

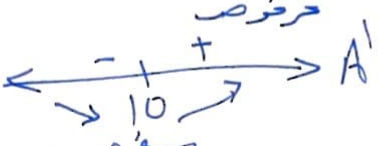
$A'=2-200x^{-2}=0$

$2=\frac{200}{x^2}$

$2x^2=200$

$x^2=100$

$x=10$ $x=-10$ مرفوض



صغرى

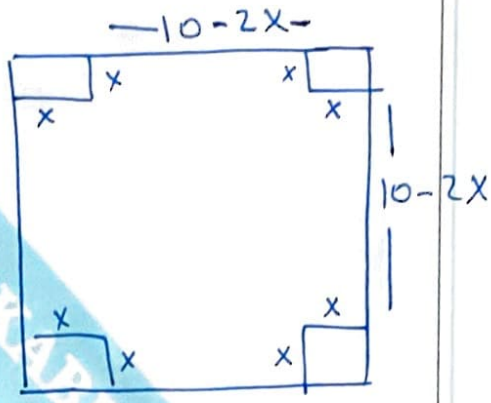
$x=10$ $y=10$ *

$A=2(10)+2(10)=40^{cm}$ *

يراد صنع صندوق مفتوح من الأعلى باستعمال صفيحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها $10\ cm$ وذلك بقص أربع مربعات متساوية من زواياها الأربع (طول ضلع كل منها x) ثم ثني الأجزاء البارزة إلى أعلى.

أوجد قيمة x التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن.

(وضح خطوات الحل)



$$V = (10-2x)(10-2x)(x)$$

$$= (100-20x-20x+4x^2)(x)$$

$$= 100x-20x^2-20x^2+4x^3$$

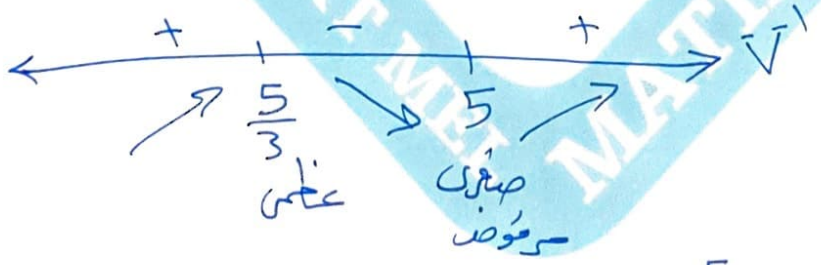
$$= 4x^3-40x^2+100x$$

$$V' = 12x^2-80x+100 = 0 \quad (\div 4)$$

$$3x^2-20x+25=0$$

$$(3x-5)(x-5)=0$$

$x=\frac{5}{3}$ | $x=5$ مرفوض

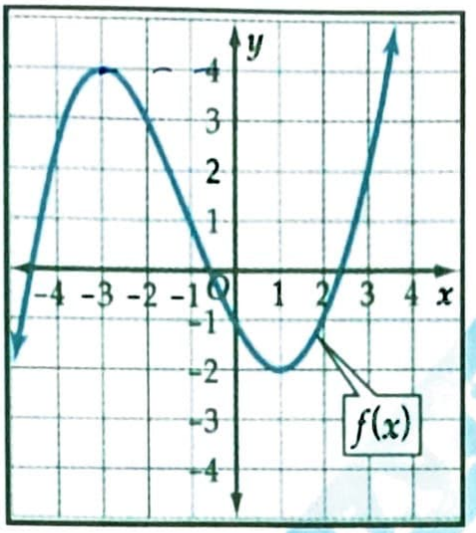


$$x=\frac{5}{3} \quad *$$

$$V = \left(10-2\left(\frac{5}{3}\right)\right)\left(10-2\left(\frac{5}{3}\right)\right)\left(\frac{5}{3}\right) \quad *$$

$$= \boxed{\frac{2000}{27}}\ cm^3$$

انظر إلى التمثيل البياني أدناه والذي يمثل منحنى الدالة لكثيرة الحدود $y = f(x)$.



قيم حرجة $x=1$ $x=-3$

A. ما قيمة $f'(1)$ ؟

الإجابة: $f'(1)=0$

B. حدد الفترات التي تكون فيها $f'(x)$ موجبة. (فترات التزايد)

الإجابة: $]-\infty,-3[\cup]1,\infty[$

C. أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$.

عند $x=-3$ قيمة عظمى محلية وهي $f(-3)=4$ (من الرسم)

الإجابة:

عند $x=1$ قيمة صغرى محلية وهي $f(1)=-2$

D. ما إشارة $f''(2)$. ← f'' تدرس التقعر عند $x=2$

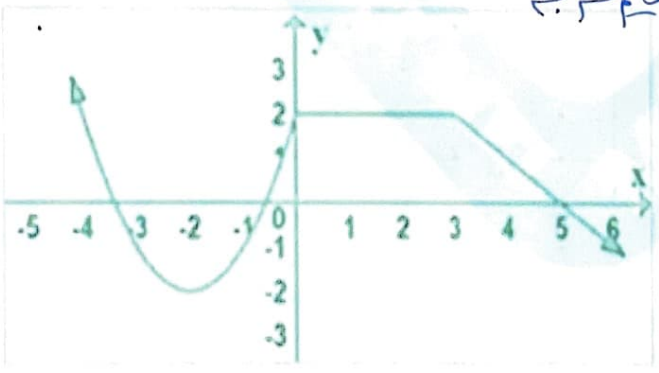
الإجابة: $f''(2)$ تقعر لأعلى (لأن إشارة موجبة)

E. حدد فترات التقعر للدالة $f(x)$. $c=\frac{-3+1}{2}=-1$ نقطة الانعطاف x

الإجابة: $]-1,\infty[$ تقعر لأعلى — $]-\infty,-1[$ تقعر لأسفل

محذوف

B. حدد فترات التزايد والتناقص والثبات للدالة المعطاة من خلال تمثيلها البياني أدناه.



فواصل $x=-2$ $x=0$ $x=3$

تناقص $]-\infty, -2[$

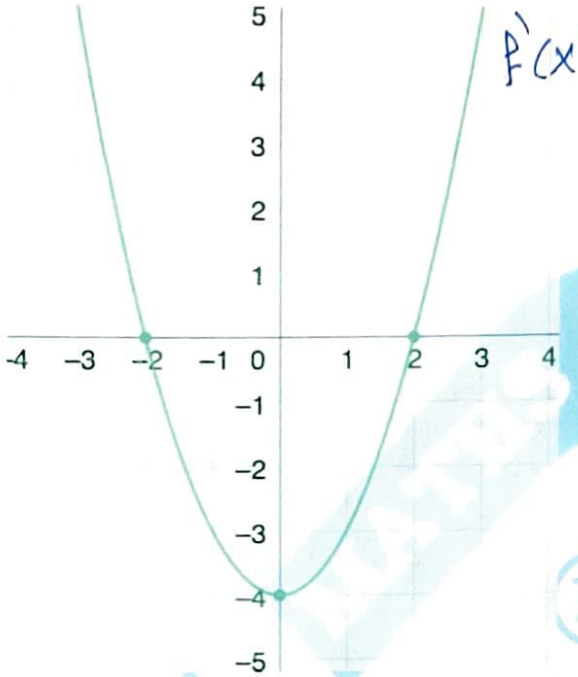
تزايد $]-2, 0[$

ثبات $]0, 3[$

تناقص $]3, +\infty[$

الإجابة: ----------

المخطط أدناه يمثل منحنى دالة المشتقة الأولى $f'(x)$.



قيم حرجة $x=-2$ $x=2$

$f'(x)$: + | − | +

-2 ↗ 2 ↘ ↗

$f''(x)$: $\frac{-2+2}{2}=0$ ، − | +

A. حدد الفترات التي تكون فيها $f'(x)$ موجبة. (متزايدة)

الإجابة: $]-\infty,-2[\ ,\ ]2,\infty[$

B. أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$.

عند $x=-2$ قيمة عظمى محلية $f(-2)$

عند $x=2$ قيمة صغرى محلية $f(2)$

الإجابة:

C. ما إشارة $f''(2)$. (تقعر لأعلى)

الإجابة: حرجة

D. حدد فترات التقعر للدالة $f(x)$

$]-\infty,0[$ تقعر لأسفل — $]0,\infty[$ تقعر لأعلى

الإجابة:

لديك منحنى الدالة $f(x) = 3x - x^3$

A. أوجد فترات التزايد والتناقص للدالة $f(x)$.

$f'(x) = 3 - 3x^2 = 0$

$3 = 3x^2$

$x^2 = 1$

$x = -1 \quad x = 1$

$f'(x)$: $-$ عند -1 $+$ عند 1 $-$

تناقص $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$

تزايد $]-1, 1[$

B. أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$ وحدد نوع القيم.

عند $x = -1$ قيمة صغرى محلية وهي $y = f(-1) = -2$

عند $x = 1$ قيمة عظمى محلية وهي $y = f(1) = 2$

C. أوجد فترات التقعر للدالة $f(x)$ و نقاط الانعطاف إن وجدت .

$f''(x) = -6x = 0$

$x = 0$

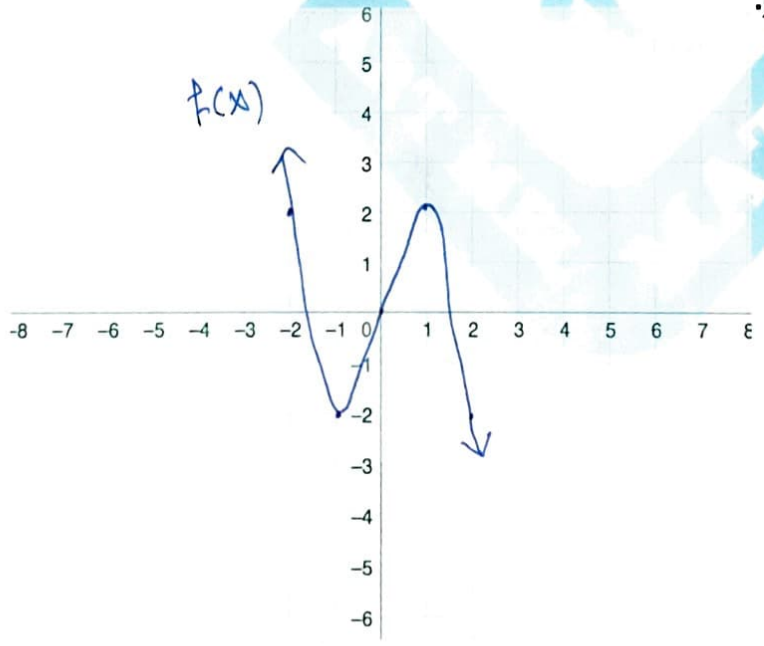
$f''(x)$: $+$ عند 0 $-$

$]-\infty, 0[$ تقعر لأعلى

$]0, \infty[$ تقعر لأسفل

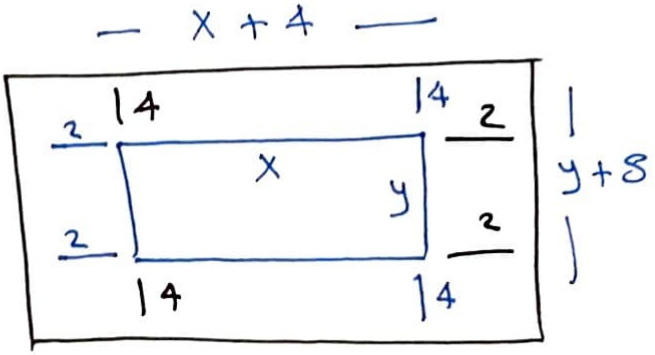
نقطة الانعطاف $(0, 0)$

D. ارسم منحنى تقريبي للدالة $f(x)$.



x	-2	-1	0	1	2
y	2	-2	0	2	-2

تريد تصميم ملصق مستطيل الشكل يتضمن مساحة للطباعة تساوي $50\ in^2$ مع هامش عرضه 4 in في الأعلى والأسفل وهامش عرضه 2 in في الجانبين الأيمن والأيسر.
أوجد أبعاد الملصق بحيث يمكن استعمال أصغر كمية من الورق لتصميمه.



$xy = 50$

$y = \frac{50}{x}$ المعادلة

الأبعاد الجديدة $\begin{cases} x+4 \\ y+8 \end{cases}$

$A = (x+4)(y+8)$

$= (x+4)(\frac{50}{x} + 8)$

$= 50 + 8x + \frac{200}{x} + 32$

$= 8x + 200x^{-1} + 82$

$A' = 8 - 200x^{-2} = 0$

$8 = \frac{200}{x^2}$

$8x^2 = 200$

$x^2 = 25$

$x = 5 \quad x = -5$

مرفوض

$A'(4) = -4.5 \quad A'(6) = 3.5 \quad A'$

$- \quad 5 \quad +$

قيمة صغرى

الأبعاد الجديدة 9, 18

$x = 5, y = 10$ *

$A = (5+4)(10+8)$ *

$= 162\ in^2$