رياضيات

للمرحلة الثانوية

The Top

الصف الثاني عشر

Mr. Ayman

In Mathematics

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 72 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

1 استعمل قيم الجدول لتقدير $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	5.7	5.97	5.997		6.003	6.03	6.3

من اليسار تقترب إلى 6   من اليمين تقترب إلى 6

- [ ] 2
- [ ] 5
- [x] 6
- [ ] غير موجودة

2 إذا كان $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2$ ، $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 3$. أوجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

$\therefore \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] 3
- [x] غير موجودة

3 إذا كان $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = -1$ و $f(2) = 5$. أوجد $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

- [x] -1
- [ ] 2
- [ ] 5
- [ ] غير موجودة

4 إذا كان $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 2$ و $f(3)$ غير معرفة . أوجد $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

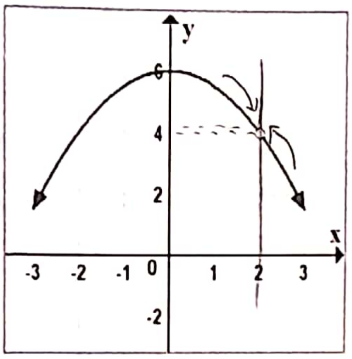
- [ ] 0
- [x] 2
- [ ] 3
- [ ] غير موجودة

5 إذا كانت $\lim_{x \to 1^{+}} f(x) = 3$ و كانت $\lim_{x \to 1} f(x)$ موجودة . ما قيمة $\lim_{x \to 1^{-}} f(x)$ ؟

اليسرى = اليمنى

- [ ] -3
- [ ] 1
- [x] 3
- [ ] غير موجودة

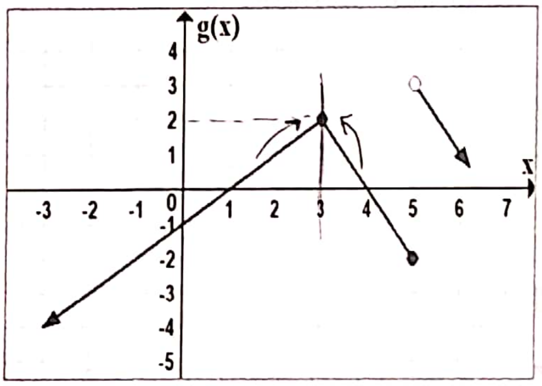
6 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



أوجد $\lim_{x \to 2} f(x)$

- [ ] 2
- [x] 4
- [ ] 6
- [ ] غير موجودة

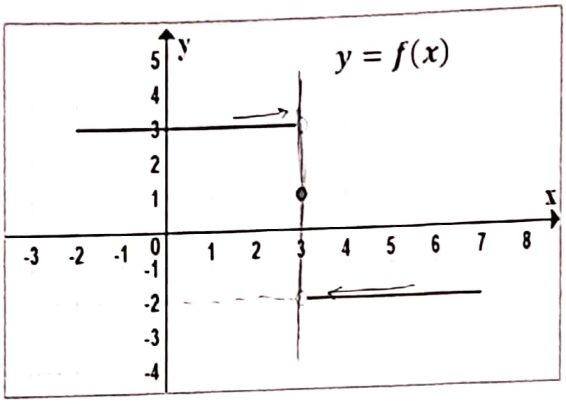
7 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = g(x)$



أوجد $\lim_{x \to 3} g(x)$

- [ ] -2
- [x] 2
- [ ] 3
- [ ] غير موجودة

8 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



أوجد $\lim_{x \to 3} f(x)$ (إن وجدت)

1) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = -2$

2) $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 3$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = D.N.E$

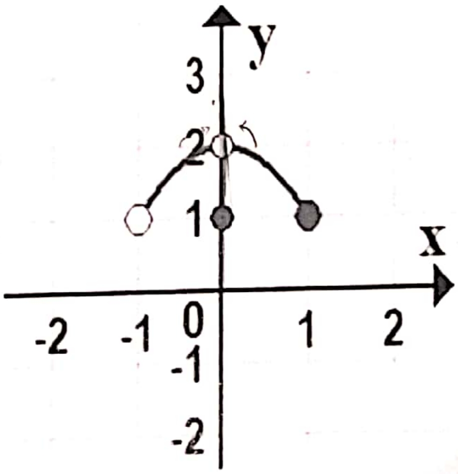
☐ -2

☐ 1

☐ 3

☒ غير موجودة

9 أي من العبارات الآتية صحيحة بالنسبة للتمثيل البياني للدالة $f(x)$ أدناه ؟



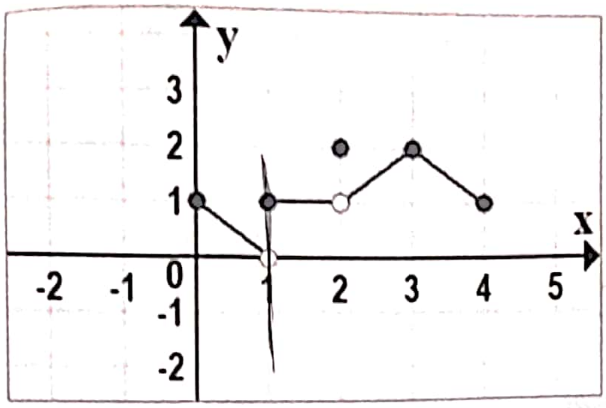
☐ $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$ $=2$

☒ $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$ ✓

☐ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1$ ✗

☐ $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -1$ ✗

10 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



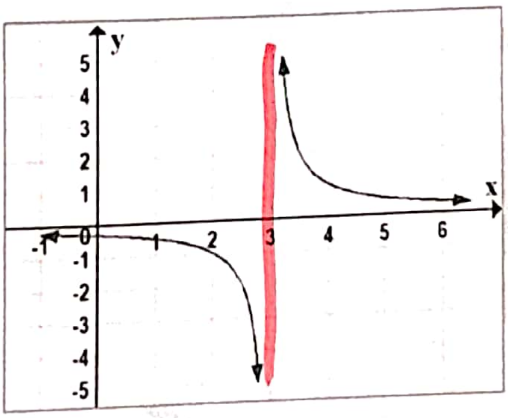
أوجد $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

من اليسار فقط (انتبه!)

- [x] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] غير موجودة

11 استعمل التمثيل البياني للدالة

$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$



أوجد $\lim_{x \to 3} \frac{1}{x-3}$

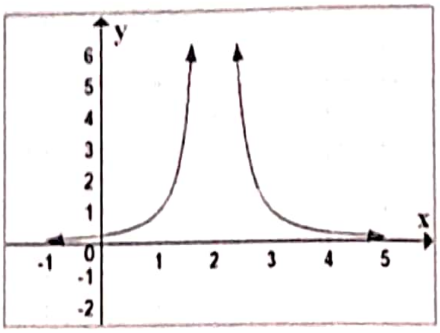
$\lim_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = D.N.E$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 3
- [ ] ∞
- [x] غير موجودة

12 استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$



أوجد $\lim_{x \to 2} f(x)$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = +\infty$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 0
- [ ] 2
- [x] ∞

13 إذا كانت $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$. أوجد $\lim_{x \to 1} f(x)$

- [x] $-\infty$
- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] ∞

14 إذا كانت $\lim_{x \to 0^+} g(x) = \infty$ ، $\lim_{x \to 0^-} g(x) = -\infty$. أوجد $\lim_{x \to 0} g(x)$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 0
- [ ] ∞
- [x] غير موجودة

15 إذا كان $\lim_{x \to 4} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \to 4} g(x) = 2$. أوجد $\lim_{x \to 4} [f(x) + g(x)]$

$\lim_{x \to 4} f(x) + \lim_{x \to 4} g(x)$

$3+2=5$

- [ ] 1
- [x] 5
- [ ] 6
- [ ] 9

16 لنفترض أن $\lim_{x \to 2} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \to 2} g(x) = 4$. أوجد $\lim_{x \to 2} [\, 5 f(x) - g(x) \,]$

$= 5 \lim_{x \to 2} f(x) - \lim_{x \to 2} g(x)$

$= 5(3) - 4$

$= 11$

- ☐ 1
- ☐ 5
- ☒ 11
- ☐ 17

17 إذا كان $\lim_{x \to 2} f(x) = 6$ ، $\lim_{x \to 2} 4g(x) = 8$. أوجد $\lim_{x \to 2} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]$

1) $\lim_{x \to 2} g(x) = 2$ | 2) $\frac{\lim_{x \to 2} f(x)}{\lim_{x \to 2} g(x)} = \frac{6}{2} = 3$

- ☒ 3
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 8

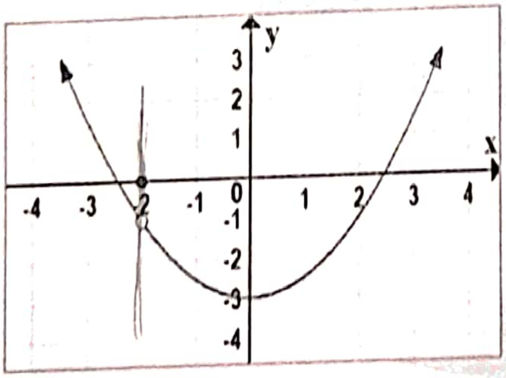
18 لنفترض أن $\lim_{x \to 2} f(x) = 9$ ، $\lim_{x \to 2} g(x) = 3$. أوجد $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - g(x)}{2\, g(x)}$

1) $= \frac{\lim f(x) - \lim g(x)}{2 \lim g(x)}$

2) $= \frac{9 - 3}{2(3)} = 1$

- ☒ 1
- ☐ 3
- ☐ 6
- ☐ 9

19 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



أوجد $\lim_{x \to -2} (\, f(x) + 1 \,)$

$= \lim_{x \to -2} f(x) + 1$

$= (-1) + 1$

$= 0$

- ☐ −2
- ☐ −1
- ☒ 0
- ☐ 1

20 إذا كانت $\lim_{x \to 3} f(x) = 9$. أوجد $\lim_{x \to 3} \sqrt{f(x)+16}$

$= \sqrt{\lim f(x) + 16}$
$= \sqrt{9+16}$
$= 5$

- [ ] 3
- [ ] 4
- [x] 5
- [ ] 7

21 إذا كانت $\lim_{x \to 4} f(x) = 2$ فأوجد قيمة $\lim_{x \to 4} (3f(x) - x)^2$

$= \left(3 \lim_{x \to 4} f(x) - \lim_{x \to 4} x\right)^2$
$= (3(2) - 4)^2$
$= 4$

- [x] 4
- [ ] 5
- [ ] 25
- [ ] 49

22 إذا كانت $\lim_{x \to 2} f(x) = 10$. أوجد $\lim_{x \to 2} (\log f(x))$

$= \log \lim_{x \to 2} f(x)$
$= \log(10)$
$= 1$

- [x] 1
- [ ] 2
- [ ] 3
- [ ] 6

23 إذا كانت $\lim_{x \to 2} f(x) = e$. أوجد $\lim_{x \to 2} [\ln f(x) + 2]$

$= \ln \lim f(x) + 2$
$= \ln(e) + 2$
$= 3$

- [ ] 1
- [ ] 2
- [x] 3
- [ ] $e+2$

24 إذا كان $\lim_{x \to 4} f(x) = 3$. أوجد $\lim_{x \to 4} 2^{f(x)}$

$= 2^{\lim_{x \to 4} f(x)}$
$= 2^3$
$= 8$

- [ ] 6
- [x] 8
- [ ] 9
- [ ] 16

25 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+1}}$

× تعويض مباشر

- ☐ 1
- ☒ 2
- ☐ 3
- ☐ 4

26 إذا كانت $\lim_{x \to 2} (3x^2 + bx + 1) = 5$ فما قيمة الثابت b ؟

$1)\ 3(2)^2 + b(2) + 1 = 5$

$2)\ \cancel{13} + 2b = 5$
$\quad -\cancel{13} \qquad -13$

$3)\ \frac{\cancel{2}b}{\cancel{2}} = \frac{-8}{2} \longrightarrow b = -4$

- ☐ $b = -8$
- ☒ $b = -4$
- ☐ $b = 4$
- ☐ $b = 8$

27 أوجد النهاية الآتية : $\frac{0}{0} != \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$1) = \lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

$2) = \lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}}$

$3) = \lim_{x \to 2} (x+2)$

$= (2+2)$

$= 4$

- ☐ 2
- ☒ 4
- ☐ 6
- ☐ 8

28 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 3} \frac{3 - x}{x^2 - 9}$

$\lim_{x \to 3} \frac{\cancel{3-x}}{\cancel{(x-3)}(x+3)}$

$\lim_{x \to 3} \frac{-1}{(x+3)}$

$= \frac{-1}{(3+3)} = \frac{-1}{6}$

- ☒ $\frac{-1}{6}$
- ☐ $\frac{-1}{3}$
- ☐ $\frac{1}{6}$
- ☐ $\frac{1}{3}$

29 أوجد النهاية الآتية : $\frac{0}{0} != \lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 2x}{x}$

$1) = \lim_{x \to 0} \frac{x^2-2x}{x}$

$2) = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}(x-2)}{\cancel{x}}$

$3) = \lim_{x \to 0} (x-2)$

$4) = (0-2)$

$= -2$

- ☒ -2
- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

30 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} = \frac{0}{0}!$

- [ ] 1
- [x] 2
- [ ] 3
- [ ] 4

$\boxed{1} = \lim_{x\to4} \frac{x^2-16}{x^2-4x}$

$\boxed{2} = \lim_{x\to4} \frac{(\cancel{x-4})(x+4)}{x(\cancel{x-4})}$

$\boxed{3} = \lim_{x\to4} \frac{(x+4)}{x}$

$\boxed{4} = \frac{(4+4)}{4}$

$= 2$

31 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \frac{0}{0}!$

- [ ] −5
- [x] −1
- [ ] 5
- [ ] 6

$\boxed{1} = \lim_{x\to2} \frac{x^2-5x+6}{x-2}$

$\boxed{2} = \lim_{x\to2} \frac{(\cancel{x-2})(x-3)}{\cancel{x-2}}$

$\boxed{3} = \lim_{x\to2} (x-3)$

$\boxed{4} = 2-3$

$= -1$

32 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = \frac{0}{0}!$

- [ ] $\frac{1}{6}$
- [ ] $\frac{1}{3}$
- [ ] $\frac{2}{3}$
- [x] $\frac{3}{2}$

$\boxed{1} = \lim_{x\to1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

$\boxed{2} = \lim_{x\to1} \frac{(\cancel{x-1})(x+2)}{(\cancel{x-1})(x+1)}$

$\boxed{3} = \lim_{x\to1} \frac{(x+2)}{(x+1)}$

$\boxed{4} = \frac{(1+2)}{(1+1)}$

$= \frac{3}{2}$

33 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{2x - 6} = \frac{0}{0}!$

- [ ] −4
- [x] −2
- [ ] 2
- [ ] 5

$\boxed{1} = \lim_{x\to3} \frac{x^2-10x+21}{2x-6}$

$\boxed{2} = \lim_{x\to3} \frac{(\cancel{x-3})(x-7)}{2(\cancel{x-3})}$

$\boxed{3} = \lim_{x\to3} \frac{(x-7)}{2}$

$\boxed{4} = \frac{(3-7)}{2}$

$= -2$

34 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{0}{0}!$

- [ ] −2
- [x] 0
- [ ] 1
- [ ] 2

$\boxed{1} = \lim_{x\to2} \frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$

$\boxed{2} = \lim_{x\to2} \frac{(\cancel{x-2})(x-2)}{x(\cancel{x-2})}$

$\boxed{3} = \lim_{x\to2} \frac{(x-2)}{x}$

$\boxed{4} = \frac{(2-2)}{2}$

$= 0$

35 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} = \frac{0}{0}$!

$\boxed{1} = \lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

$\boxed{2} = \lim_{x \to 3} \frac{(\cancel{x-3})(x^2+3x+9)}{\cancel{x-3}}$

$\boxed{3} = \lim_{x \to 3} (x^2+3x+9)$

$\boxed{4} = (3^2+3(3)+9)$

$= 27$

- ☐ 3
- ☐ 9
- ☐ 21
- ☒ 27

36 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

$\boxed{1} = \lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

$\boxed{2} = \lim_{x \to 2} \frac{(\cancel{x-2})(x^2+2x+4)}{(\cancel{x-2})(x+2)}$

$\boxed{3} = \lim_{x \to 2} \frac{(x^2+2x+4)}{x+2}$

$\boxed{4} = \frac{(2^2+2(2)+4)}{2+2}$

$= 3$

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☒ 3
- ☐ 4

37 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 1} \frac{(x+2)^2 - 9}{x - 1} = \frac{0}{0}$!

$\boxed{1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x^2+4x+4) - 9}{x - 1}$

$\boxed{2} = \lim_{x \to 1} \frac{(x^2+4x-5)}{x - 1}$

$\boxed{3} = \lim_{x \to 1} \frac{(\cancel{x-1})(x+5)}{\cancel{x-1}}$

$\boxed{4} = \lim_{x \to 1} (x+5)$

$\boxed{5} = 1+5$

$= 6$

- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5
- ☒ 6

38 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1}$

$\boxed{1} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1}$

$\boxed{2} = \lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{x-1}\right)$

$\boxed{3} = \lim_{x \to 1} \left(\frac{\cancel{1-x}}{x}\right)\left(\frac{1}{\cancel{x-1}}\right)$

$\boxed{4} = \lim_{x \to 1} \left(\frac{-1}{x}\right)$

$\boxed{5} = \frac{-1}{1}$

$= -1$

- ☒ -1
- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

39 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 4} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}{x - 4}$

$\boxed{1} = \lim_{x \to 4} \left(\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}{x - 4}\right)$

$\boxed{2} = \lim_{x \to 4} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{x-4}\right)$

$\boxed{3} = \lim_{x \to 4} \left(\frac{\cancel{4-x}}{4x}\right)\left(\frac{1}{\cancel{x-4}}\right)$

$\boxed{4} = \lim_{x \to 4} \left(\frac{-1}{4x}\right)$

$\boxed{5} = \frac{-1}{4(4)}$

$= \frac{-1}{16}$

- ☒ $\frac{-1}{16}$
- ☐ $\frac{-1}{8}$
- ☐ $\frac{-1}{4}$
- ☐ $\frac{1}{16}$

40 أوجد قيمة الثابت k الذي يجعل $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 5x + k}{x - 3}$ موجودة

$3 - 3 = 0$

إذا =

1) $x^2 - 5x + k = 0$

2) $(3)^2 - 5(3) + k = 0$

3) $\cancel{-6} + k = 0$
$\cancel{+6}$ $+6$

$\boxed{k = 6}$

- [ ] -6
- [ ] -3
- [ ] 3
- [x] 6

41 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ $= \frac{0}{0}$!

1) $= \lim_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$

2) $= \lim_{x \to 9} \frac{\cancel{x - 9}}{(\cancel{x - 9})(\sqrt{x} + 3)}$

3) $= \lim_{x \to 9} \frac{1}{(\sqrt{x} + 3)}$

4) $= \frac{1}{\sqrt{9} + 3}$

$= \frac{1}{6}$

- [ ] $\frac{1}{9}$
- [x] $\frac{1}{6}$
- [ ] $\frac{1}{3}$
- [ ] 6

42 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$ $= \frac{0}{0}$!

1) $= \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x} \times \frac{\sqrt{x + 4} + 2}{\sqrt{x + 4} + 2}$

2) $= \lim_{x \to 0} \frac{x + 4 - 4}{(x)(\sqrt{x + 4} + 2)}$

3) $= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(\sqrt{x + 4} + 2)}$

4) $= \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x + 4} + 2}$

5) $= \frac{1}{\sqrt{0 + 4} + 2}$

$= \frac{1}{4}$

- [x] $\frac{1}{4}$
- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] 4

43 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$

1) $= \lim_{x \to 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{\sqrt{x} + \sqrt{5}}$

2) $= \lim_{x \to 5} \frac{(\cancel{x - 5})(\sqrt{x} + \sqrt{5})}{\cancel{x - 5}}$

3) $= \lim_{x \to 5} (\sqrt{x} + \sqrt{5})$

4) $= \sqrt{5} + \sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$

- [ ] $\frac{1}{2\sqrt{5}}$
- [ ] $\sqrt{5}$
- [x] $2\sqrt{5}$
- [ ] 5

44 إذا كانت : $\lim_{x \to k} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} = 6$ فما قيمة الثابت k ؟

1) $= \lim_{x \to k} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$

2) $= \lim_{x \to k} \frac{(\cancel{x - 9})(\sqrt{x} + 3)}{\cancel{x - 9}}$

3) $= \lim_{x \to k} (\sqrt{x} + 3)$

$= (\sqrt{k} + 3)$

$\sqrt{k} \cancel{+3} = 6$
$\cancel{-3}$ -3

$(\sqrt{k})^{\cancel{2}} = (3)^2$

$k = 9$

- [ ] $k = 3$
- [ ] $k = 6$
- [x] $k = 9$
- [ ] $k = 81$

45 ما قيمة النهاية $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ حيث :

$$g(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \geq 0 \quad \text{يمنى} \\ -1 & , \quad x < 0 \quad \text{يسرى} \end{cases}$$

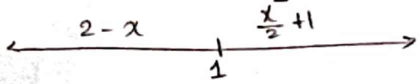
$\lim\limits_{x \to 0^+} (1) = 1$

- ☐ -1
- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ غير موجودة

46 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & , \quad x \leq 1 \quad \text{يسرى} \\ \dfrac{x}{2} + 1 & , \quad x > 1 \quad \text{يمنى} \end{cases}$$

ما قيمة النهاية $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ ؟



$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 2 - 1$
$= 1$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2} + 1$
$= \frac{3}{2}$

$\therefore \lim\limits_{x \to 1} f(x) = \text{D.N.E}$

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ $\frac{3}{2}$
- ☒ غير موجودة

47 إذا كانت الدالة g معرفة كما يلي :

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 6 & , \quad x \leq 3 \quad \text{يسرى} \\ kx & , \quad x > 3 \quad \text{يمنى} \end{cases}$$

و كانت $\lim\limits_{x \to 3} g(x)$ موجودة . فما قيمة الثابت k ؟

$\lim\limits_{x \to 3^-} (x^2+6) = \lim\limits_{x \to 3^+} (kx)$

$(3)^2 + 6 = k(3)$

$\frac{15}{3} = \frac{\cancel{3}k}{\cancel{3}}$

$K = 5$

- ☐ 3
- ☐ 4
- ☒ 5
- ☐ 6

48 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & , \quad x\le 1 \text{ يسرى} \\ kx-5 & , \quad x>1 \text{ يمين} \end{cases}$$

و كانت $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ موجودة . فما قيمة الثابت k ؟

- [ ] $k=0$
- [ ] $k=1$
- [ ] $k=2$
- [ ] $k=3$
- [x] $K=10$

1. $\lim\limits_{x\to 1^+}(kx-5) = \lim\limits_{x\to 1^-}(x^3+4)$
2. $k(1)-5=(1)^3+4$
3. $K\cancel{-5}=5$ $\cancel{+5}$ $+5$

$K=10$

49 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & , \quad x\le 2 \text{ يسرى} \\ 3x+a & , \quad x>2 \text{ يمين} \end{cases}$$ و كانت $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة

فما قيمة الثابت a ؟

- [x] $a=2$
- [ ] $a=3$
- [ ] $a=4$
- [ ] $a=6$

1. $\lim\limits_{x\to 2^-}(ax^2) = \lim\limits_{x\to 2^+}(3x+a)$
2. $a(2)^2=3(2)+a$
3. $4a=6\cancel{+a}$ $-a$ $\cancel{-a}$
4. $\frac{\cancel{3}a}{\cancel{3}}=\frac{6}{3} \longrightarrow a=2$

50 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\frac{1}{x^2}+3\right)$

$=0+3$

$=3$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 1
- [x] 3
- [ ] ∞

51 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6}{3x+5}$

- [ ] $-\infty$
- [x] 0
- [ ] 2
- [ ] ∞

52 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{6x^2 + 15x + 12}{3x^2 + 1}$

$= \frac{6}{3}$

$= 2$

- [ ] $-\infty$
- [x] 2
- [ ] 3
- [ ] ∞

53 احسب النهاية الآتية $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x(3x + 2)}{x^2 + 5}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^2 + 2x}{x^2 + 5}$

$= \frac{3}{1}$

$= 3$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 0
- [x] 3
- [ ] ∞

54 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x + 2}{x^3 + x + 5}$

- [ ] $-\infty$
- [x] 0
- [ ] 3
- [ ] ∞

55 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x - 3}$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 2
- [ ] 3
- [x] ∞

56 احسب النهاية الآتية $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4x^3 + 2}{x + 5}$

- [ ] $-\infty$
- [ ] 0
- [ ] 4
- [x] ∞

57 احسب النهاية الآتية $\lim_{x \to -\infty} \frac{(x-2)(x+2)}{x+3}$ ← * توزيع أولاً

$= \frac{x^2 + \cancel{2x} - \cancel{2x} - 4}{x+3}$

$= \frac{+x^2 - 4}{-x^1 + 3}$

* درجة البسط > درجة المقام
إذاً ∞ ، ونضرب إشارة الأكبرين

بما إن الأس الأكبر في المقام فردي
إذاً نضع إشارته بسالب ، ثم نضرب
إشاراتهم فتكون الإشارة الأخيرة
هي سالب

- $-\infty$
- 0
- $\frac{1}{3}$
- ∞

58 إذا كانت $\lim_{x \to \infty} \frac{kx^2 + 6x - 1}{2x^2 + 5} = 4$ فما قيمة الثابت k ؟

بما إن الناتج عدد ، إذاً درجة
البسط = درجة المقام .
للحصول على K ، نقسم معاملات الأكبرين

$\frac{K}{2} = 4$

$8 = K$

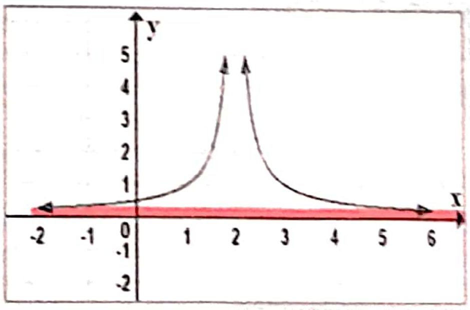
- $k = 0$
- $k = 2$
- $k = 3$
- $k = 8$

59 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^{-2} + 3x^0}{2x^{-3} - x^{-1} + 1x^0}$

$\frac{3x^0}{1x^0} = \frac{3}{1} = 3$

- $-\infty$
- 0
- 3
- ∞

60 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$

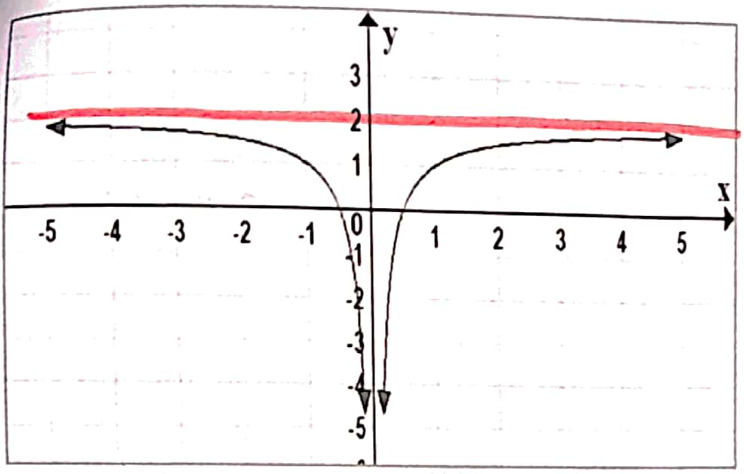


أوجد $\lim_{x \to \infty} f(x)$

المسطرة الأفقية .

- 0
- 2
- $-\infty$
- ∞

61 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$

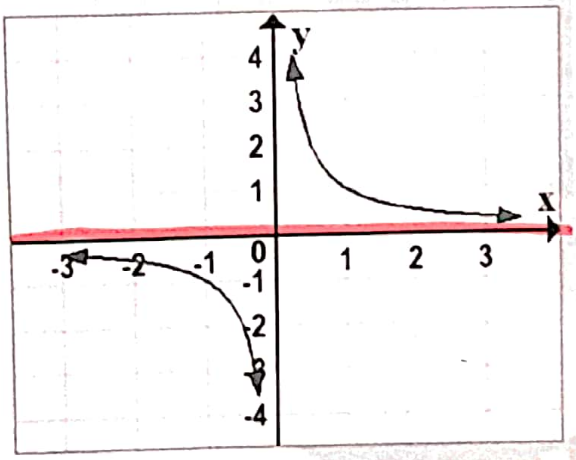


أوجد $\lim_{x \to \infty} f(x)$

المسطرة الأفقية

- ☐ 0
- ☒ 2
- ☐ $-\infty$
- ☐ ∞

62 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



أوجد $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

المسطرة الأفقية

- ☒ 0
- ☐ 1
- ☐ $-\infty$
- ☐ ∞

63 يمكن نمذجة مستوى تركيز الدواء في دم المريض بعد مرور h ساعة على تناوله بالدالة A

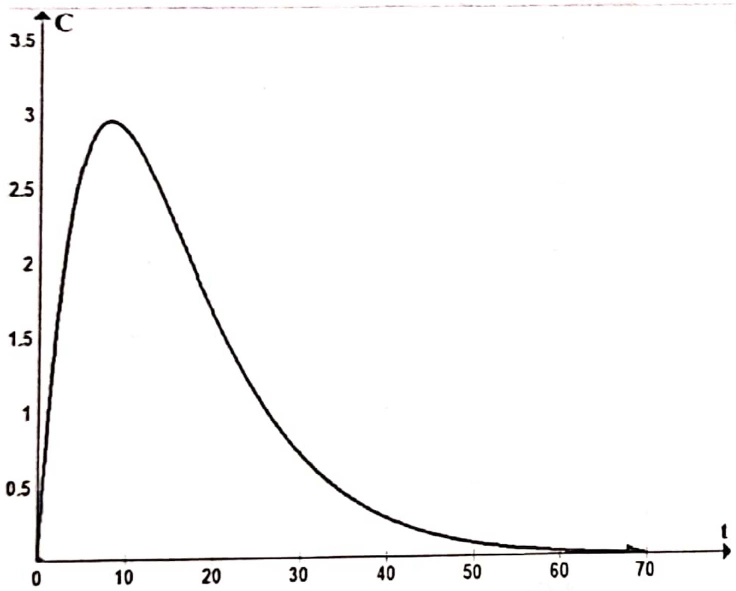
حيث $A(h) = \frac{0.2\,h}{h^2+1}$ أوجد $\lim_{h \to \infty} A(h)$.

درجة المقام > درجة البسط

إذاً = 0

- [x] 0
- [ ] 1
- [ ] $-\infty$
- [ ] ∞

64 الشكل المجاور يمثل تركيز دواء C في دم مريض بوحدة المليجرام حيث t الزمن بالساعات بعد حقن المريض



قدر تركيز الدواء في دم المريض بعد مرور زمن غير محدد من الحقن

- [x] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] ∞

Scanned with CamScanner

65 أنظر إلى الدالة أدناه :

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & , \quad x \neq 2 \\ x + k & , \quad x = 2 \end{cases}$$

أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة f متصلة عند $x = 2$

- ☒ $k = -1$
- ☐ $k = -2$
- ☐ $k = 1$
- ☐ $k = 2$

$\lim_{x \to 2} (3x-5) = f(2)$

$3(2) - 5 = 2 + k$

$1 = \cancel{2} + k$

$-2 \quad \cancel{-2}$

$k = -1$

66 أوجد قيمة الثابت k بحيث تكون الدالة f متصلة عند $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x \neq 1 \\ 2k & , \quad x = 1 \end{cases}$$

- ☐ -1
- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ 2

$\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2-1}{x-1}\right)$

$\lim_{x \to 1} \frac{(\cancel{x-1})(x+1)}{\cancel{x-1}}$

$f(2k) = \lim_{x \to 1} (x+1)$

$2k = x + 1$

$2k = 1 + 1$

$\frac{\cancel{2}k}{\cancel{2}} = \frac{2}{2} \rightarrow k = 1$

67 إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ فأوجد قيمة الثابت k

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} & , \quad x \neq 1 \\ k & , \quad x = 1 \end{cases}$$

- ☐ $k = -1$
- ☐ $k = -2$
- ☐ $k = 1$
- ☒ $k = 2$

$= \lim_{x \to 1} \left(\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right)$

$= \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

$= \lim_{x \to 1} \frac{(\cancel{x-1})(\sqrt{x}+1)}{\cancel{x-1}}$

$= \lim_{x \to 1} (\sqrt{x}+1)$

$f(1) = \lim_{x \to 1} (\sqrt{x}+1)$

$k = \sqrt{x} + 1$

$k = \sqrt{1} + 1$

$k = 2$

68 أوجد قيمة الثابت b بحيث تكون الدالة f متصلة عند $x = \mathrm{b}$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - \mathrm{b}^2}{x - \mathrm{b}} & , \quad x \neq \mathrm{b} \\ 4 & , \quad x = \mathrm{b} \end{cases}$$

1) $\lim_{x \to b} \left(\frac{x^2 - b^2}{x - b} \right) = f(4)$
2) $\lim_{x \to b} \frac{\cancel{(x-b)}(x+b)}{\cancel{x-b}} = f(4)$
3) $\lim_{x \to b} (x+b) = f(4)$
4) $b + b = 4$
5) $\frac{\cancel{2}b}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$

$b = 2$

- ☐ 0
- ☒ 2
- ☐ 4
- ☐ 8

69 أوجد قيمة الثابت a التي تجعل الدالة f متصلة عند $x = -1$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & , \quad x < -1 \\ ax^2 - 1 & , \quad x \geq -1 \end{cases}$$

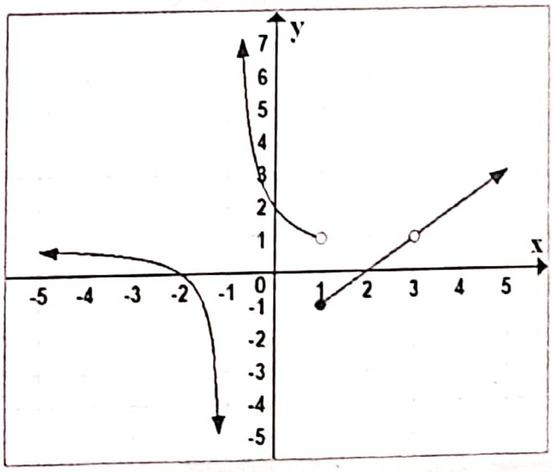
يسرى
يمنى

1) $\lim_{x \to -1^+} (ax^2 - 1) = \lim_{x \to -1^-} (4 - x^2)$
2) $a(-1)^2 - 1 = 4 - (-1)^2$
3) $a \cancel{-1} = 3$
$\quad \cancel{+1} \quad +1$

$a = 4$

- ☐ 0
- ☐ 2
- ☒ 4
- ☐ 8

70 انظر إلى الرسم البياني أدناه



أي من العبارات الآتية غير صحيح بالنسبة للدالة المرسومة؟

- ☐ للدالة عدم اتصال لا نهائي عند $x = -1$ ✓
- ☒ للدالة عدم اتصال لا نهائي عند $x = 1$ ✗
- ☐ للدالة عدم اتصال قفزي عند $x = 1$ ✓
- ☐ للدالة عدم اتصال نقطي عند $x = 3$ ✓

71 أي من قيم x التالية يكون للدالة $f(x)=\frac{x(x-1)(x-2)^2(x-3)^2}{x(x-1)(x-2)^2(x-3)^3}$ عندها نقاط عدم اتصال لا يمكن إزالتها ؟

$f(x)=\frac{\cancel{x}\cancel{(x-1)}\cancel{(x-2)^2}\cancel{(x-3)^2}}{\cancel{x}\cancel{(x-1)}\cancel{(x-2)^2}(x-3)^3}$

$f(x)=\frac{1}{x-3}$

$x-3=0 \longrightarrow x=3$

- ☐ $x=0$
- ☐ $x=1$
- ☐ $x=2$
- ☒ $x=3$

72 لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} 2x & , \quad 0<x<1 \\ 1 & , \quad x=1 \\ -x+3 & , \quad 1<x<2 \end{cases}$$

أي العبارات التالية صحيحة ؟

$2x$ 1 $-x+3$

0 1 2

$2(0)$
$=0$

$\lim_{x\to 1^-}(2x)=2(1)$
$=2$

$\lim_{x\to 1^+}(-x+3)=(-(1)+3)$
$=4$

- ☐ $f(1)$ غير موجودة ×
- ☐ $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ غير موجودة ×
- ☒ $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ موجودة ✓
- ☐ $\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$ ×

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 56 ، مع توضيح خطوات الحل

1 إذا كانت $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

اكمل الجدول ثم استعمل قيم الجدول لتقدير $\lim_{x \to 1} f(x)$

x	0.9	0.99	0.999	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	2.71	2.9701	2.997001	3.003001	3.0301	3.31

تقترب من 3 (يسرى) تقترب من 3 (يمنى)

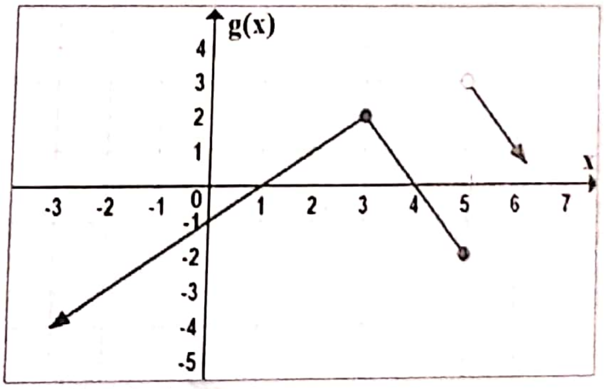
وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 3$

2) $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$

3) $\therefore \lim_{x \to 1} f(x) = 3$

2 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = g(x)$



A. أوجد $g(5)$

الإجابة : $\boxed{-2}$

B. أوجد $\lim_{x \to 5} g(x)$ (إن وجدت)

وضح خطوات الحل

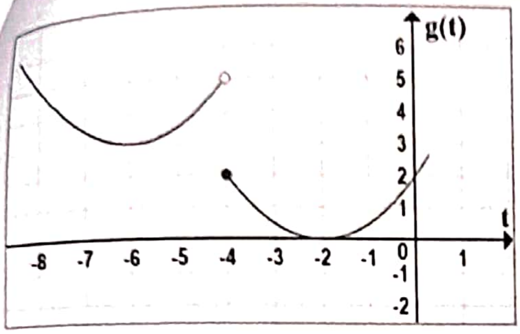
1) $\lim_{x \to 5^-} g(x) = -2$

2) $\lim_{x \to 5^+} g(x) = 3$

3) $\therefore \lim_{x \to 5} g(x) = D.N.E$

5

3 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = g(t)$



A. أوجد $g(-4)$

الإجابة : 2

B. أوجد $\lim\limits_{t \to -4} g(t)$ (إن وجدت)

وضح خطوات الحل

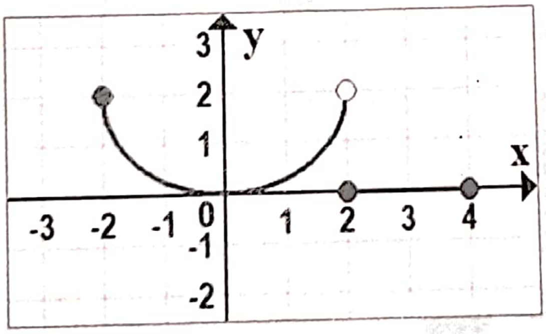
1 $\lim\limits_{t \to -4^-} g(t) = 5$

2 $\lim\limits_{t \to -4^+} g(t) = 2$

3 $\lim\limits_{t \to -4} g(t) = D.N.E$

ذلك لأن :-
$\lim\limits_{t \to -4^-} g(t) \neq \lim\limits_{t \to -4^+} g(t)$

4 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



A. أوجد $f(2)$

الإجابة : 0

B. أوجد $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ (إن وجدت)

وضح خطوات الحل

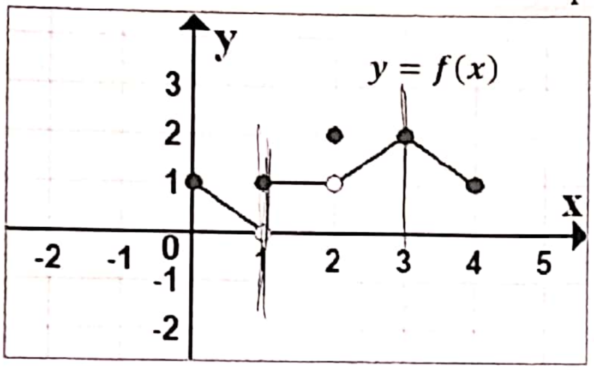
1 $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 2$

2 $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 0$

3 $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = D.N.E$

ذلك لأن :-
$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$

5 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$



أوجد $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ لكل c في الفترة] 1 , 3 [

وضح خطوات الحل

1) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 0$

2) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 1$

3) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \text{D.N.E}$

1) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 1$

2) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 1$

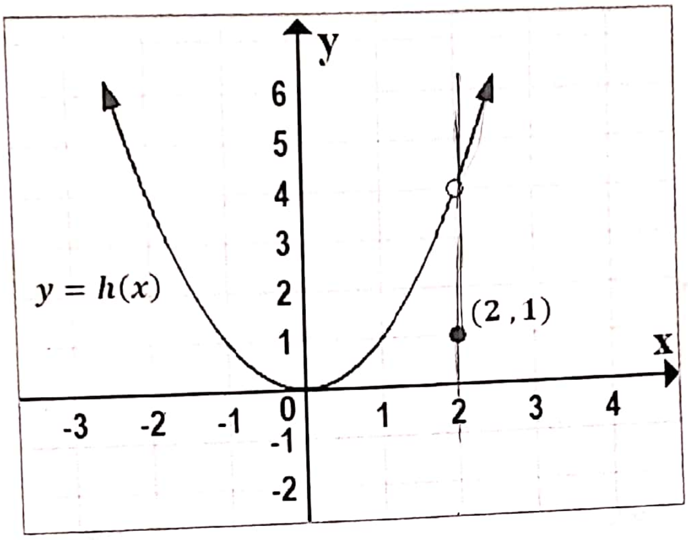
3) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 1$

1) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 2$

2) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 2$

3) $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = 2$

6 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = h(x)$ حيث
$$h(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \neq 2 \\ 1 & , \quad x = 2 \end{cases}$$



A. أوجد $h(2)$

الإجابة : $\boxed{1}$

B. أوجد $\lim_{x \to 2} h(x)$ (إن وجدت)

وضح خطوات الحل

1. $\lim_{x \to 2^-} h(x) = 4$

2. $\lim_{x \to 2^+} h(x) = 4$

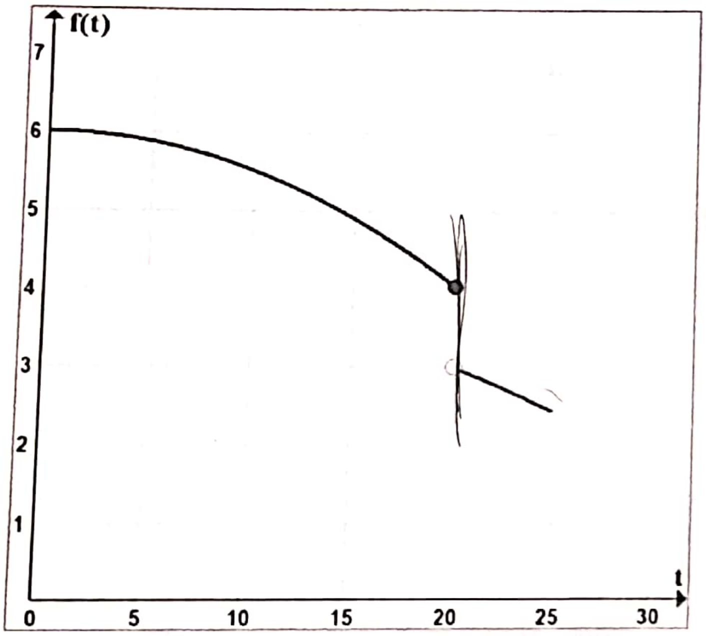
3. $\therefore \lim_{x \to 2} h(x) = 4$

ذلك لأن :

$\lim_{x \to 2^-} h(x) = \lim_{x \to 2^+} h(x)$

7 عندما يرتفع سعر سلعة أساسية (مثل الوقود) بسرعة فإن الاستهلاك ينخفض ببطء في البدء و لكن إذا استمر السعر في الارتفاع فقد يصل الأمر إلى نقطة تحول يطرأ عندها على الاستهلاك انخفاض كبير مفاجئ

يبين التمثيل البياني استهلاك الوقود $f(t)$ بملايين الجالونات في إحدى المناطق أفترض أن السعر ارتفع بسرعة . حيث t يمثل الزمن بالأشهر بعد أن بدأ السعر بالارتفاع



بالاستعانة بالشكل المعطى :

a. أوجد $\lim_{t \to 20} f(t)$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{t \to 20^-} f(t) = 4$

2) $\lim_{t \to 20^+} f(t) = 3$

3) $\therefore \lim_{t \to 20} f(t) = D.N.E$

b. أوجد $f(20)$

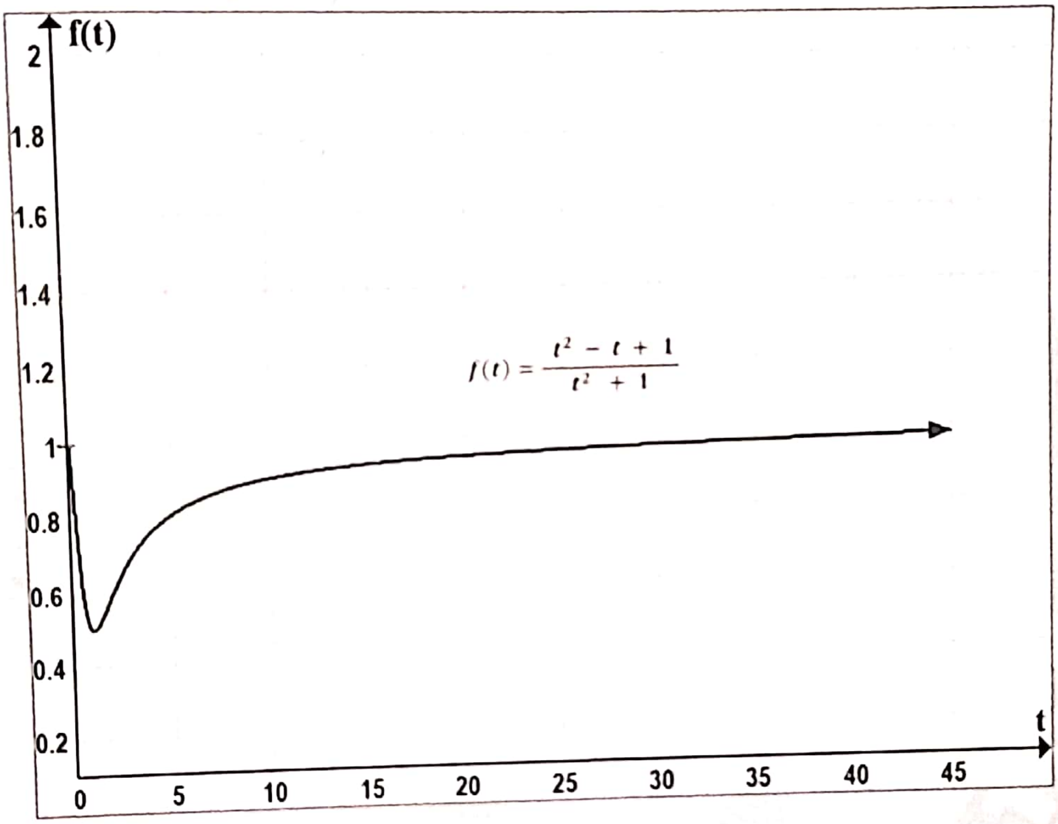
الإجابة : $\boxed{4}$ ....

c. أوجد نقطة التحول بالأشهر

الإجابة : عند $t=20$ ....

Scanned with CamScanner

8 إذا كان مستوى الاكسجين غير الملوث في بحيرة عند $t = 0$ مساويا 1 و كان مستوى الاكسجين في البحيرة بعد t أسبوعاً يعطى بالعلاقة $f(t) = \frac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}$ الممثلة في الشكل المجاور

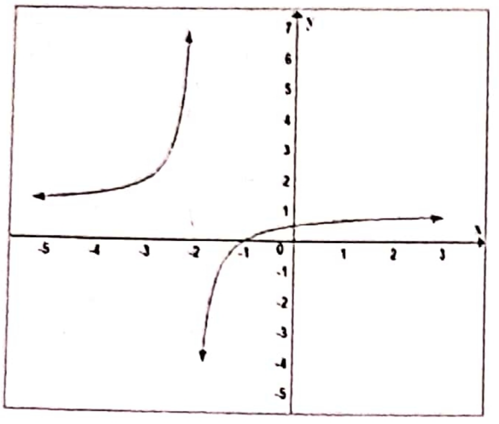


قدر مستوى الاكسجين في البحيرة بعد مرور زمن غير محدد بدءًا من المستوى الطبيعي غير الملوث للبحيرة (مع التعليل)

الإجابة : لأنه عند مرور الزمن الغير محدود سوف يتراجع مستوى الاكسجين إلى معدله الإبتدائي وهو 1

$\lim_{t \to \infty} f(t) = 1$

9 استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$



A. أوجد معادلة خط التقارب الرأسي

الإجابة : $x = -2$

B. أوجد معادلة خط التقارب الأفقي

الإجابة : $y = 1$

C. أوجد $\lim_{x \to -2} f(x)$ (إن وجدت)

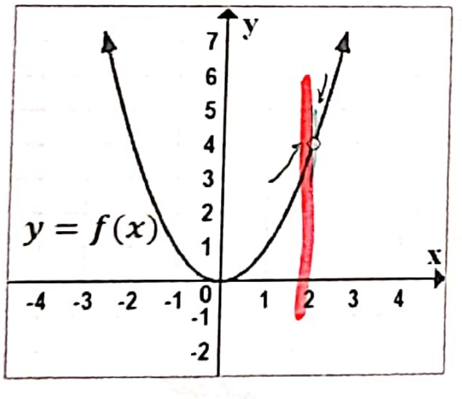
وضح خطوات الحل

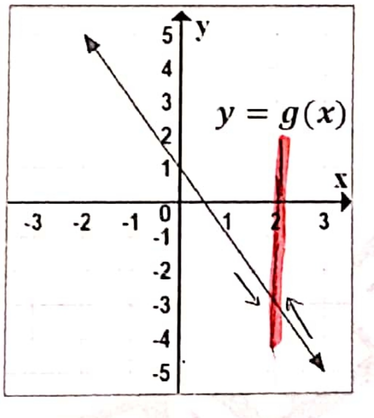
1) $\lim_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$

2) $\lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

3) $\lim_{x \to -2} f(x) = D.N.E$

10 استعمل التمثيل البياني للدالتين $g(x)$ ، $f(x)$ أدناه في إيجاد $\lim_{x \to 2} (3f(x) + 5\, g(x))$





وضح خطوات الحل

1) $= 3 \lim_{x \to 2} f(x) + 5 \lim_{x \to 2} g(x)$

2) $= 3(4) + 5(-3)$

3) $= \boxed{-3}$

11 إذا كان $\lim_{x \to 4} f(x) = 6$ ، $\lim_{x \to 4} g(x) = 5$. أوجد $\lim_{x \to 4} \frac{3\,g(x) - 2x}{1 + f(x)}$

وضح خطوات الحل

1] $= \dfrac{3 \lim_{x \to 4} g(x) - \lim_{x \to 4} 2x}{1 + \lim f(x)}$

2] $= \dfrac{3(5) - 2(4)}{1 + 6}$

3] $= \boxed{1}$

12 الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , \quad x \neq 2 \\ 5 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

A. أوجد $f(2)$

الإجابة : $\boxed{5}$

B. أوجد $\lim_{x \to 2} f(x)$ (إن وجدت)

وضح خطوات الحل

1] $\lim_{x \to 2} (x^3+1) = (2^3+1)$

$= 9$

13 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} = \frac{(2)^4 - 16}{2 - 2} = \frac{0}{0}$!

2) $\lim_{x \to 2} \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 4)}{x - 2}$

3) $\lim_{x \to 2} \frac{(\cancel{x-2})(x+2)(x^2+4)}{\cancel{x-2}}$

4) $\lim_{x \to 2} (x+2)(x^2+4)$

5) $= (2+2)(2^2+4)$

$= 32$

14 أوجد $\lim_{x \to 2} g(x)$ حيث $g(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2} = \frac{(2)^3 - 2(2)^2}{2 - 2} = \frac{0}{0}$!

2) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2(\cancel{x-2})}{\cancel{x-2}}$

3) $\lim_{x \to 2} (x^2)$

4) $= (2)^2$

$= 4$

15 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x} = \frac{(1)^2 - 4(1) + 3}{(1)^2 - 1} = \frac{0}{0}$!

2) $\lim_{x \to 1} \frac{(\cancel{x-1})(x-3)}{x(\cancel{x-1})}$

3) $\lim_{x \to 1} \frac{(x-3)}{x}$

4) $= \frac{(1-3)}{1}$

$= -2$

16 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 64}$

وضح خطوات الحل

1. $\lim_{x \to 4} \frac{x^2-16}{x^3-64} = \frac{(4)^2-16}{(4)^3-64} = \frac{0}{0}!$
2. $\lim_{x \to 4} \frac{\cancel{(x-4)}(x+4)}{\cancel{(x-4)}(x^2+4x+16)}$
3. $\lim_{x \to 4} \frac{(x+4)}{x^2+4x+16}$
4. $= \frac{(4+4)}{(4)^2+4(4)+16}$

$= \frac{1}{6}$

17 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x^2 - x}$

وضح خطوات الحل

1. $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{4x^2-1}{2x^2-x} = \frac{4(\frac{1}{2})^2-1}{2(\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}} = \frac{0}{0}!$
2. $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\cancel{(2x-1)}(2x+1)}{x\cancel{(2x-1)}}$
3. $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{(2x+1)}{x}$
4. $= \frac{(2(\frac{1}{2})+1)}{\frac{1}{2}}$

$= 4$

18 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 3x}$

وضح خطوات الحل

1. $\lim_{x \to 3} \frac{2x^2-7x+3}{x^2-3x} = \frac{2(3)^2-7(3)+3}{(3)^2-3(3)} = \frac{0}{0}!$
2. $\lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}(2x-1)}{x\cancel{(x-3)}}$
3. $\lim_{x \to 3} \frac{(2x-1)}{x}$
4. $= \frac{2(3)-1}{3} = \frac{5}{3}$

$2x^2 - 7x + 3$

$x^2 - 7x + 6$

$(x - \frac{6}{2})(x - \frac{1}{2})$ نوع

$(x-3)(2x-1)$

تحليل البسط *

19 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 1} \frac{(x+3)^2 - 16}{x-1}$

وضح خطوات الحل

1 $\lim_{x \to 1} \frac{(x+3)^2 - 16}{x-1} = \frac{(1+3)^2 - 16}{1-1} = \frac{0}{0}$!

2 $\lim_{x \to 1} \frac{(x^2+6x+9) - 16}{x-1}$

3 $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+6x-7}{x-1}$

4 $\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+7)}{\cancel{x-1}}$

5 $\lim_{x \to 1} (x+7)$

6 $= 1+7$

$= 8$

20 إذا كان $\lim_{x \to k} \frac{x^2 - 49}{x-7} = 5$ أوجد قيمة الثابت k

وضح خطوات الحل

1 $\lim_{x \to k} \frac{x^2 - 49}{x-7}$

2 $\lim_{x \to k} \frac{\cancel{(x-7)}(x+7)}{\cancel{x-7}}$

3 $\lim_{x \to k} (x+7)$

4 $= k+7$

5 $k + \cancel{7} = 5$

$\cancel{-7} \quad -7$

$k = -2$

21 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x}$

وضح خطوات الحل

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}}{x} = \frac{\frac{1}{0+2} - \frac{1}{2}}{0} = \frac{0}{0}!$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}\right)$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\cancel{2} - x - \cancel{2}}{2(x+2)}\right)\left(\frac{1}{x}\right)$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{-\cancel{x}}{2(x+2)}\right)\left(\frac{1}{\cancel{x}}\right)$

$\boxed{5}$ $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{-1}{2(x+2)}\right)$

$\boxed{6}$ $= \frac{-1}{2(0+2)}$

$= \frac{-1}{4}$

22 أوجد النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

وضح خطوات الحل

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} = \frac{\sqrt{9} - 3}{9 - 9} = \frac{0}{0}!$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{x \to 9} \frac{\cancel{x - 9}}{\cancel{x - 9}(\sqrt{x} + 3)}$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{x \to 9} \frac{1}{(\sqrt{x} + 3)}$

$\boxed{5}$ $= \frac{1}{\sqrt{9} + 3}$

$= \frac{1}{6}$

23 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{2-\sqrt{x}}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{2-\sqrt{x}} = \frac{4-4}{2-\sqrt{4}} = \frac{0}{0}$!

2) $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{2-\sqrt{x}} \times \frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

3) $\lim_{x \to 4} \frac{\cancel{x-4}(2+\sqrt{x})}{\cancel{4-x}}$

4) $\lim_{x \to 4} \frac{2+\sqrt{x}}{-1}$

5) $= \frac{2+\sqrt{4}}{-1}$

$= -4$

24 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \frac{\sqrt{2+2}-2}{2-2} = \frac{0}{0}$!

2) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} \times \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2}$

3) $\lim_{x \to 2} \frac{\cancel{x-2}}{\cancel{x-2}(\sqrt{x+2}+2)}$

4) $\lim_{x \to 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2}$

5) $= \frac{1}{\sqrt{2+2}+2}$

$= \frac{1}{4}$

25 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{x+4} - 2}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{x+4} - 2} = \frac{(0)^2 - 3(0)}{\sqrt{0+4} - 2} = \frac{0}{0}!$

2) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{x+4} - 2} \times \frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2}$

3) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 3x(\sqrt{x+4}+2)}{x+4-4}$

4) $\lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}(x-3)(\sqrt{x+4}+2)}{\cancel{x}}$

5) $\lim_{x \to 0} (x-3)(\sqrt{x+4}+2)$

6) $= (0-3)(\sqrt{0+4}+2)$

$= -12$

26 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x} - 2} = \frac{2-2}{\sqrt{2\times 2} - 2} = \frac{0}{0}!$

2) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x} - 2} \times \frac{\sqrt{2x}+2}{\sqrt{2x}+2}$

3) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2(\sqrt{2x}+2)}{2x-4}$

4) $\lim_{x \to 2} \frac{\cancel{x-2}(\sqrt{2x}+2)}{2(\cancel{x-2})}$

5) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x}+2}{2}$

6) $= \frac{\sqrt{2(2)}+2}{2}$

$= 2$

27 أوجد النهاية الآتية : $\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{2}}{x - 5}$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{2}}{x-5} = \frac{\sqrt{5-3} - \sqrt{2}}{5-5} = \frac{0}{0}!$

2) $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{2}}{x-5} \times \frac{\sqrt{x-3} + \sqrt{2}}{\sqrt{x-3} + \sqrt{2}}$

3) $\lim_{x\to 5} \frac{\cancel{x-5}}{(\cancel{x-5})(\sqrt{x-3} + \sqrt{2})}$

4) $\lim_{x\to 5} \frac{1}{\sqrt{x-3} + \sqrt{2}}$

5) $= \frac{1}{\sqrt{5-3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{4}$

28 إذا كانت الدالة h معرفة كما يلي :

$$h(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 3 \\ x + 6 & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

يسرى

يمنى

ما قيمة النهاية $\lim_{x \to 3} h(x)$ ؟

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x\to 3^-} (x^2) = x^2$
$= (3)^2$
$= 9$

2) $\lim_{x\to 3^+} (x+6) = x+6$
$= 3+6$
$= 9$

$\lim_{x\to 3^-} h(x) = \lim_{x\to 3^+} h(x) = 9$

$\therefore \lim_{x\to 3} h(x) = 9$

29 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & , \quad x < 3 \\ 2 & , \quad 3 \le x \le 5 \\ x + 3 & , \quad x > 5 \end{cases}$$

-1 ما قيمة النهاية $\lim_{x \to 5} f(x)$ ؟

وضح خطوات الحل

$x-1$ | 3 | 2 | 5 | $x+3$

1] $\lim_{x \to 5^-} (2) = 2$

2] $\lim_{x \to 5^+} (x+3) = x+3 = 5+3 = 8$

3] $\lim_{x \to 5^-} (2) \neq \lim_{x \to 5^+} (x+3)$

$\therefore \lim_{x \to 5} f(x) = D.N.E$

-2 ما قيمة النهاية $\lim_{x \to 3} f(x)$ ؟

وضح خطوات الحل

1] $\lim_{x \to 3^-} (x-1) = x-1 = 3-1 = 2$

2] $\lim_{x \to 3^+} (2) = 2$

3] $\lim_{x \to 3^-} (x-1) = \lim_{x \to 3^+} (2)$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = 2$

30 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \le 3 \\ x + k & , \quad x > 3 \end{cases}$$ يمين

و كانت $\lim_{x \to 3} f(x)$ موجودة

اليسرى = اليمين

فما قيمة الثابت k ؟

وضح خطوات الحل

1] $f(3) = x^2 = (3)^2 = 9$

2] $\lim_{x \to 3^+} (x+k) = x+k = 3+k$

3] $f(3) = \lim_{x \to 3^+} (x+k)$

$9 = \cancel{3}+k$

$-3 \quad \cancel{-3}$

$\boxed{k = 6}$

31 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

اليسرى = 5 ، اليمنى = 5

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 1 & , \quad x < 2 \text{ يسرى} \\ ax + b & , \quad x \geq 2 \text{ يمنى} \end{cases} \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 2} f(x) = 5$$

فأوجد قيمة كل من الثابتين b , a ؟

وضح خطوات الحل

1. $\lim_{x \to 2^-} (x^2 + ax - 1) = 5$
2. $(2)^2 + a(2) - 1 = 5$
3. $\cancel{3} + 2a = 5$ ، $\cancel{-3}$ ، -3
4. $\frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}} = \frac{2}{2}$

$a = 1$

1. $\lim_{x \to 2^+} (ax + b) = 5$
2. $(1)(2) + b = 5$
3. $\cancel{2} + b = 5$ ، $\cancel{-2}$ ، -2

$b = 3$

32 لنفترض أن $F(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$

a. أوجد $\lim_{x \to 1} F(x)$

وضح خطوات الحل

1 $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

2 $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

$\therefore \lim_{x \to 1} f(x) = D.N.E$

b. أوجد معادلة خط التقارب الرأسي للتمثيل البياني للدالة $F(x)$

الإجابة : $(x-1)^3 = (x-1)(x-1)(x-1) = 0$

$x = 1$

c. قارن بين الإجابتين في (a) و (b) هل هما مترابطتان ؟ كيف ؟

الإجابة : مترابطتان نعم ، ذلك لأن خط التقارب الرأسي هو $x=1$
و بما أن هناك خط تقارب رأسي و النهاية غير موجودة ، إذاً النهاية
اليمنى تؤول إلى $+\infty$ والنهاية اليسرى تؤول إلى $-\infty$ فهي غير موجودة (الأس فردي).

33 إذا كان $F(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$

a. أوجد $\lim_{x \to 3} F(x)$

وضح خطوات الحل

1) $\lim_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$

2) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = \infty$

b. أوجد معادلة خط التقارب الرأسي للتمثيل البياني للدالة $F(x)$

الإجابة : $(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = 0$

$x = 3$

c. قارن بين الإجابتين في (a) و (b) هل هما مترابطتان ؟ كيف ؟

الإجابة : نعم مترابطتان ، ذلك لأنه عندما يكون خط التقارب $x=3$ فإن النهاية اليسرى ستؤول إلى $+\infty$ و النهاية اليمنى أيضاً ستؤول إلى $+\infty$ فتكون النهاية موجودة ، كما أن أيضاً أس المقام زوجي .

34 احسب النهاية الآتية : $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2+5}{3x^2+x+1}$

وضح خطوات الحل

$$① = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} + \frac{5}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}$$

$$② = \lim_{x \to \infty} \frac{2 + \frac{5}{x^2}}{3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$$③ = \frac{2+0}{3+0+0} = \frac{2}{3}$$

35 احسب النهاية الآتية : $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^2+5x-3}{2x^4+1}$

وضح خطوات الحل

$$① = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{4x^2}{x^4} + \frac{5x}{x^4} - \frac{3}{x^4}}{\frac{2x^4}{x^4} + \frac{1}{x^4}}$$

$$② = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{3}{x^4}}{2 + \frac{1}{x^4}}$$

$$③ = \frac{0+0-0}{2+0} = 0$$

36 احسب النهاية الآتية : $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{10x^2 + 4}{2x - 1}$

وضح خطوات الحل

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{10x^2}{x} + \frac{4}{x}}{\frac{2x}{x} - \frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{10x + \frac{4}{x}}{2 - \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{10(\infty) + 0}{2 - 0} = +\infty$$

37 أظهر برنامج تدريب الموظفين في إحدى الشركات أن الموظف الجديد ينتج عدد $P(a)$ من السلع يوميا بعد عدد a من الأيام حيث $P(a) = \frac{45a}{9a + 1}$

أوجد $\lim\limits_{a \to \infty} P(a)$.

وضح خطوات الحل

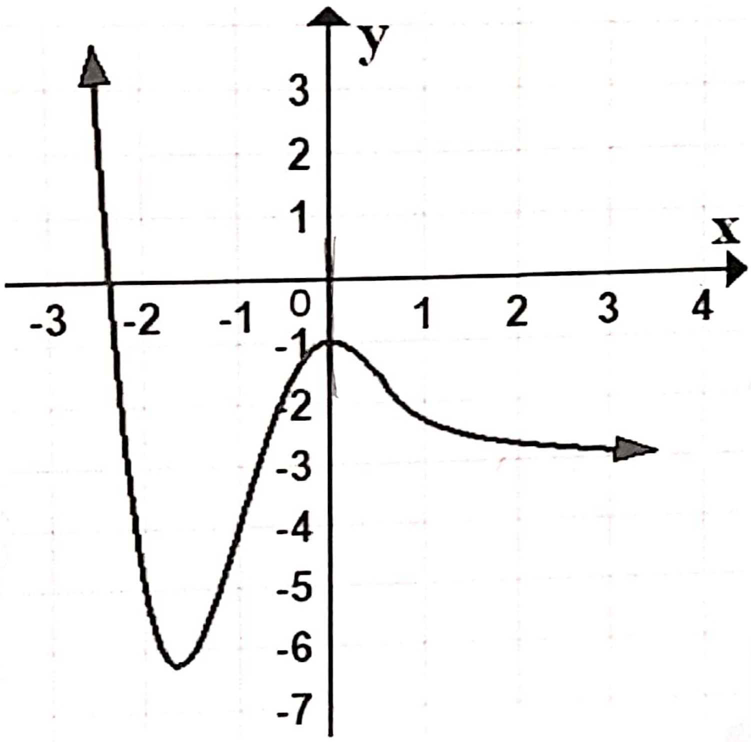
1) $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{\frac{45a}{a}}{\frac{9a}{a} + \frac{1}{a}}$

2) $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{45}{9 + \frac{1}{a}}$

3) $= \frac{45}{9 + 0}$

$= 5$

38 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ أدناه للإجابة عن الأسئلة التالية :



1- أوجد $\lim_{x\to\infty} f(x)$

الإجابة : -3

2- أوجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

الإجابة : $+\infty$

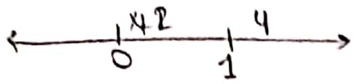
3- أوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$

الإجابة : $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1$ $\quad \lim_{x\to 0^+} f(x) = -1$

$\therefore \lim_{x\to 0} f(x) = -1$

39 لتكن الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , \quad 0 < x < 1 \quad \text{يسرى} \\ 4 & , \quad x \geq 1 \quad \text{يمين} \end{cases}$$



a. أوجد $f(1)$

الإجابة : 4

b. أوجد $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$

الإجابة : $\lim\limits_{x \to 1^-} (x+2) = (1+2) = 3$

c. أوجد $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

الإجابة : $\lim\limits_{x \to 1^+} (4) = 4$

d. هل للدالة نهاية عند $x = 1$ ؟ برر إجابتك

الإجابة : لا ليس للدالة نهاية عند $x=1$ ، ذلك لأن $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

e. هل الدالة متصلة عند $x = 1$ ؟ برر إجابتك .

الإجابة : لا ليست متصلة عند $x=1$ ، ذلك لأن $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = D.N.E$

اي لم يتحقق الشرط الثاني من شروط الاتصال

40 حدد ما إذا كانت الدالة التالية متصلة أم غير متصلة عند $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \quad x < 2 \quad \text{يسرى} \\ 3x - 1 & , \quad x \geq 2 \quad \text{يمنى} \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

$f(2) = 3x - 1$
$= 3(2) - 1$
$= 5$

$\lim_{x \to 2^-} (x^2 + 1) = \lim_{x \to 2^+} (3x - 1)$

$= (2)^2 + 1 \qquad = 3(2) - 1$

$= 5 \qquad = 5$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = 5$

- النهاية موجودة
- الدالة متصلة عند $x = 2$

41 حدد ما إذا كانت الدالة التالية متصلة أم غير متصلة عند $x = 4$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & , \quad x < 4 \quad \text{يسرى} \\ x - 3 & , \quad x \geq 4 \quad \text{يمنى} \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

$f(4) = x - 3$
$= 4 - 3$
$= 1$

$\lim_{x \to 4^-} (\sqrt{x} + 1) \neq \lim_{x \to 4^+} (x - 3)$

$= \sqrt{4} + 1 \qquad = (4 - 3)$

$= 3 \qquad = 1$

$\therefore \lim_{x \to 4} f(x) = D.N.E$

- النهاية غير موجودة
- الدالة غير متصلة عند $x = 4$
- عدم اتصال قفزي

وذلك لأن $\lim_{x \to 4^-} f(x) \neq \lim_{x \to 4^+} f(x)$

42 حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة أم غير متصلة عند $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \neq 2 \\ 1 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

$f(2) = 1$

$\lim_{x \to 2} (x)^2$

$= (2)^2$

$= 4$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = 4$

- النهاية موجودة
- الدالة غير متصلة عند $x=2$
- عدم اتصال نقطي قابل للإزالة

وذلك لأن :

$f(2) \neq \lim_{x \to 2} f(x)$

43 حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة أم غير متصلة عند $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} & , \quad x \neq 2 \\ 2x & , \quad x = 2 \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

$f(2) = 2x$

$= 2(2)$

$= 4$

$\lim_{x \to 2} \left(\dfrac{x^2 - 4}{x - 2}\right)$

$= \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}}$

$= x + 2$

$= 2 + 2 = 4$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = 4$

- النهاية موجودة
- الدالة متصلة عند $x=2$

وذلك لأن

$f(2) = \lim_{x \to 2} f(x)$

44 أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة f متصلة عند $x = 2$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x}{x - 2} & , \quad x \neq 2 \\ k - 1 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

1) $f(2) = k - 1$

2) $\lim_{x \to 2} \left(\dfrac{x^2 - 2x}{x - 2} \right)$

$= \lim_{x \to 2} \dfrac{x\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}}$

$= \lim_{x \to 2} (x) = 2$

3) $f(2) = \lim_{x \to 2} (x)$

$k - \cancel{1} = 2$
$\quad \cancel{+1} \quad +1$

$\boxed{k = 3}$

45 أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة f متصلة عند $x = 3$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{3 - x} & , \quad x \neq 3 \\ kx & , \quad x = 3 \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

1) $f(3) = kx$
$= 3k$

2) $\lim_{x \to 3} \left(\dfrac{x^2 - 9}{3 - x} \right)$

$= \lim_{x \to 3} \dfrac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{3-x}}$

$= \lim_{x \to 3} \dfrac{x+3}{-1}$

$= \dfrac{3+3}{-1} = -6$

3) $f(3) = \lim_{x \to 3} \left(\dfrac{x+3}{-1} \right)$

$\dfrac{\cancel{3}k}{\cancel{3}} = \dfrac{-6}{3}$

$\boxed{k = -2}$

46 إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & , \quad x \neq 3 \\ x + k & , \quad x = 3 \end{cases}$$

أوجد قيمة الثابت k بحيث تكون الدالة f متصلة عند $x = 3$

وضح خطوات الحل

1) $f(3) = x + k$
$= 3 + k$

2) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$
$= \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\cancel{(x-3)}(x+1)}{\cancel{x-3}}$
$= \lim\limits_{x \to 3} (x+1)$
$= 3 + 1 = 4$

3) $f(3) = \lim\limits_{x \to 3} (x+1)$
$\cancel{3} + k = 4$
$-\cancel{3} \quad -3$
$\boxed{K = 1}$

47 إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , \quad x \leq 3 \text{ يسرى} \\ 3x + b & , \quad x > 3 \text{ يمنى} \end{cases}$$

فما قيمة الثابت b ؟

وضح خطوات الحل

1) $f(3) = 2x^2 + 3$
$= 2(3)^2 + 3$
$= 21$

2) $\lim\limits_{x \to 3^+} (3x + b) = 3(3) + b$
$= 9 + b$

3) $f(3) = \lim\limits_{x \to 3^+} (3x + b)$
$21 = \cancel{9} + b$
$-9 \quad -\cancel{9}$
$\boxed{b = 12}$

48 أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة f متصلة عند $x = 3$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + k & , \quad x \leq 3 \quad \text{يسرى} \\ kx - 5 & , \quad x > 3 \quad \text{يمين} \end{cases}$$

وضح خطوات الحل

1) $f(3) = x^3 + k$

$= (3)^3 + k$

$= 27 + k$

2) $\lim\limits_{x \to 3^+} (kx - 5) = k(3) - 5$

$= 3k - 5$

3) $f(3) = \lim\limits_{x \to 3^+} (kx - 5)$

$27 + k = 3k \cancel{-5}$

$+5 \qquad \cancel{+5}$

$3k = 32 + \cancel{k}$

$-k \qquad -\cancel{k}$

$\frac{\cancel{2}k}{\cancel{2}} = \frac{32}{2}$

$\boxed{k = 16}$

49 إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة عند $x = 1$ ، $x = 0$ فما قيمة الثابتين b ، a حيث

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & , \quad x \leq 0 \\ ax^2 + b & , \quad 0 < x < 1 \\ 2x + 1 & , \quad x \geq 1 \quad \text{يمين} \end{cases}$$

$3x^2+1 \quad | \quad ax^2+b \quad | \quad 2x+1$

$\qquad\qquad 0 \qquad\qquad\quad 1$

وضح خطوات الحل

$\lim\limits_{x \to 0^-} (3x^2 + 1) = \lim\limits_{x \to 0^+} (ax^2 + b)$

$3(0)^2 + 1 = a(0)^2 + b$

$1 = b$

تمت هذه الخطوة تبعاً للسؤال الذي ذكر أن الدالة متصلة عند $x=0$، أي أن النهاية اليمنى = اليسرى

$\lim\limits_{x \to 1^-} (ax^2 + b) = \lim\limits_{x \to 1^+} (2x + 1)$

$a(1)^2 + (1) = 2(1) + 1$

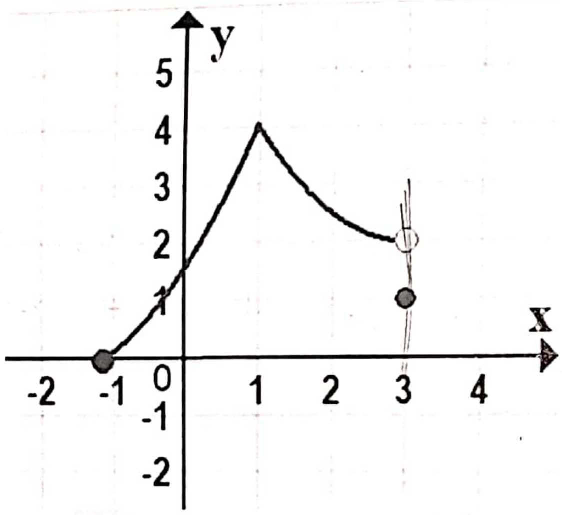
$a + \cancel{1} = 3$

$\quad \cancel{-1} \quad -1$

$a = 2$

وكذلك هنا لكم تم الحل عند $x=1$

50 استعمل التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ أدناه للإجابة عن الأسئلة التالية :



1- أوجد $f(3)$

الإجابة : 1

2- أوجد $\lim_{x \to 4^-} f(x)$

الإجابة : D.N.E

3- بين ما إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 3$

الإجابة : غير متصلة لأن ، $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \to 3^+} f(x) = D.N.E$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x) = D.N.E$

4- حدد قيم x التي تكون الدالة f غير متصلة عندها

الإجابة : $x = 3$

5- هل يمكن إزالة عدم الاتصال عند أي نقطة من نقاط عدم الاتصال ؟ قيم x التي تكون

الإجابة : نعم عند $x = 3$

51 لتكن $f(x) = \dfrac{x^2 - 36}{x - 6}$

A. بين أن الدالة $f(x)$ غير متصلة عند $x = 6$ و حدد نوع عدم الاتصال

وضح خطوات الحل

$$\lim_{x \to 6} \frac{x^2-36}{x-6} = \frac{(6)^2-36}{6-6} = \frac{0}{0}!$$

* الدالة غير متصلة عند $x=6$ عدم اتصال نقطي قابل للإزالة
وذلك لأن 6 لا تنتمي إلى مجال الدالة.

B. أعد تعريف الدالة $f(x)$ لتصبح متصلة عند $x = 6$ إن أمكن

الإجابة :

1 $\lim_{x \to 6} \dfrac{x^2-36}{x-6}$

2 $\lim_{x \to 6} \dfrac{\cancel{(x-6)}(x+6)}{\cancel{(x-6)}}$

3 $\lim_{x \to 6} (x+6) = 6+6 = 12$

4 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-36}{x-6} & x \neq 6 \\ 12 & x = 6 \end{cases}$

52 أعد تعريف الدالة $h(x) = \dfrac{x - 25}{\sqrt{x} - 5}$ لتصبح متصلة عند $x = 25$

وضح خطوات الحل

1 $\lim_{x \to 25} \dfrac{x-25}{\sqrt{x}-5} \times \dfrac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}$

2 $\lim_{x \to 25} \dfrac{\cancel{(x-25)}(\sqrt{x}+5)}{\cancel{x-25}}$

3 $\lim_{x \to 25} (\sqrt{x}+5)$

4 $= \sqrt{25}+5 = 10$

5 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-25}{\sqrt{x}-5} & x \neq 25 \\ 10 & x = 25 \end{cases}$

53 حدد قيمة الدالة $g(x)$ عند $x = 2$ و التي تجعل الدالة متصلة

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^2 - 4}$$

وضح خطوات الحل

1

$$\begin{array}{r|rrr|r} 2) & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & \downarrow & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$x^2 - x - 6$

2

$$\lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2-x-6)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x^2-x-6)}{(x+2)}$$

$$= \frac{(2)^2 - 2 - 6}{2+2}$$

$$= -1$$

* إذا القيمة التي تجعل الدالة متصلة عند $x=2$ هي (-1)

54 حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$

و إذا كانت غير متصلة فحدد نوع عدم الاتصال [لا نهائي , قفزي , نقطي (قابل للإزالة)]

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , \quad x < 1 \\ -2 & , \quad x = 1 \\ 2x & , \quad x > 1 \end{cases}$$

يسرى

يمنى

وضح خطوات الحل

$f(1) = -2$

$$\lim_{x \to 1^-} (3x-1) = \lim_{x \to 1^+} (2x)$$

$= 3(1) - 1$

$= 2$

$= 2(1)$

$= 2$

$$\therefore \lim_{x \to 1} f(x) = 2$$

- النهاية موجودة
- الدالة غير متصلة عند $x=1$
- عدم اتصال نقطي قابل للإزالة و ذلك لأن $f(1) \neq \lim_{x \to 1} f(x)$

55 حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 3$
و إذا كانت غير متصلة فحدد نوع عدم الاتصال : لا نهائي , قفزي , نقطي (قابل للإزالة)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 7 & , \quad x < 3 \\ x - 5 & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

يسرى
يمين

وضح خطوات الحل

$f(3) = x - 5$
$= 3 - 5$
$= -2$

$\lim\limits_{x \to 3^-} (x^2 - 7)$
$= (3)^2 - 7$
$= 2$

$\neq$

$\lim\limits_{x \to 3^+} (x - 5)$
$= (3 - 5)$
$= -2$

$\therefore \lim\limits_{x \to 3} f(x) = D.N.E$

- النهاية غير موجودة
- الدالة غير متصلة عند $x = 3$
- عدم اتصال قفزي
لأن :
$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$

56 حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة أم غير متصلة عند $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x \neq 1 \\ 3 & , \quad x = 1 \end{cases}$$

و إذا كانت غير متصلة فحدد نوع عدم الاتصال : لا نهائي , قفزي , نقطي (قابل للإزالة)
وضح خطوات الحل

$f(1) = 3$

$\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x - 1}\right)$
$= \dfrac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$
$= x + 1$
$= 1 + 1$
$= 2$

- النهاية موجودة
- الدالة غير متصلة عند $x = 1$
- عدم اتصال نقطي قابل للإزالة
وذلك لأن
$f(1) \neq \lim\limits_{x \to 1} f(x)$

مع تمنياتي لجميع الطلاب بالتوفيق و التفوق

Mr. Ayman