

الشامل في الرياضيات

الصف العاشر

2022 – 2021

πr^2

الوحدة الثالثة: تشابه المثلثات



اعداد

Mr: Mostafa Elnazhawy

TEL: 55320728

الصف العاشر

الوحدة الثالثة

الفصل الدراسي الاول

تشابه المثلثات

الوحدة

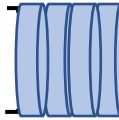
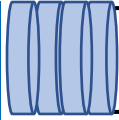
3

السؤال الأساس؟

كيف نستخدم خواص الأشكال المتشابهة لحل المسائل؟

نظرة عامة على الوحدة

| | | |
|-----------------------------------|--------|---------------------------------|
| 3-1 Dilation | | 3-1 التمدد |
| 3-2 Similarity Transformations | اثرائي | 3-2 تحويلات التشابه |
| 3-3 Proving Triangles Similar | | 3-3 إثبات تشابه المثلثات |
| 3-4 Similarity in Right Triangles | اثرائي | 3-4 التشابه في المثلثات القائمة |
| 3-5 Proportions in Triangles | | 3-5 التناسب في المثلثات |

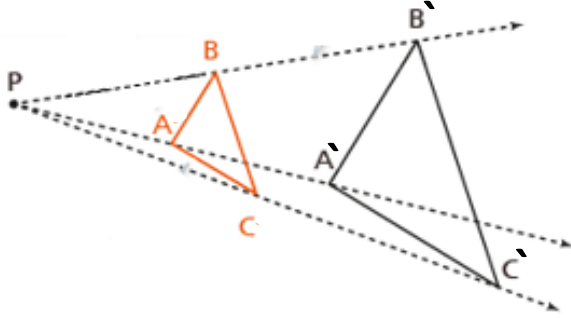


الدرس في نقاط

مفهوم التمدد
التمدد هو تحويل هندسي يكبر الشكل الأصلي أو يصغره وفق معامل قياس مُعطى يُعرف هذا المعامل أيضاً بمعامل التمدد.

التمدد $D(n, p)$ هو تمدد مركزه P ومعامله n حيث $n > 0$ وله الخواص التالية يحول رؤوس المثلث ABC بحيث تقع على الأشعة $\vec{PA}, \vec{PB}, \vec{PC}$ ونلاحظ

$$PB \times n = PB', PA \times n = PA', PC \times n = PC' \quad (1)$$



ونستنتج ان:

$$(1) \text{ معامل القياس} = \frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول في الاصل}} = \text{معامل التمدد} = n = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

$$(2) \text{ مربع معامل القياس} = n^2 = \frac{\text{مساحة المثلث } A'B'C'}{\text{مساحة المثلث } ABC}$$

(3) اذا كان $n > 1$ يكون التمدد تكبير

(4) اذا كان $0 < n < 1$ يكون التمدد تصغير

(5) تحت تأثير التمدد تكون كل زاوية متطابقة مع صورتها

التمدد في المستوى الاحداثي

$$D_K(x, y) = (kx, ky)$$

مركز التمدد
نقطة الأصل $(0,0)$

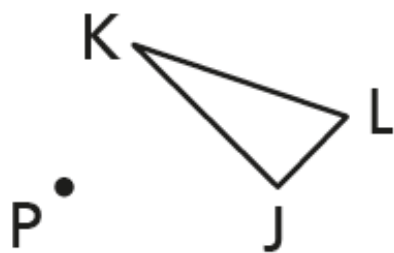
$$D_{(K,(a,b))}(x, y) = (k(x-a) + a, k(y-b) + b)$$

مركز التمدد النقطة
 (a, b)

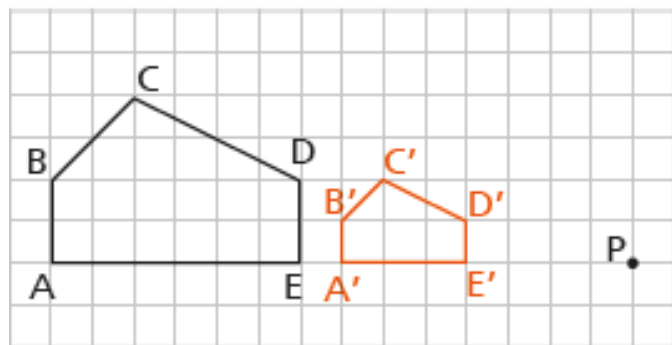
ارسم ΔJKL و النقطة P.

ارسم صورة ΔJKL تحت تأثير تمدد

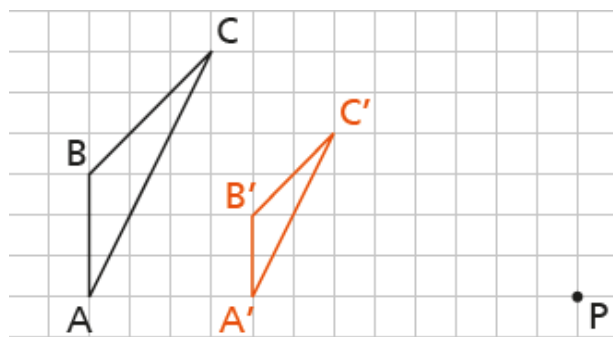
معامله 3 ومركزه P.



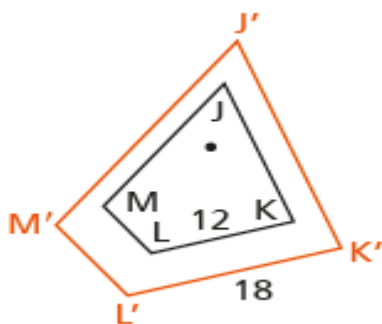
أوجد معامل القياس. هل التمدد تكبير أم تصغير؟



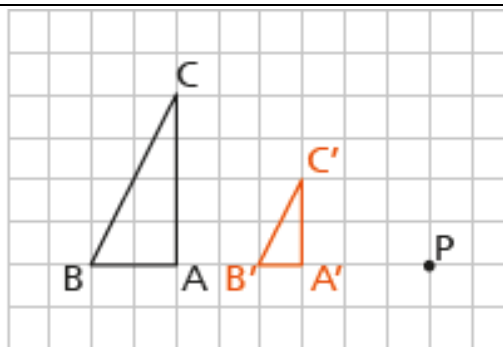
k =



k =

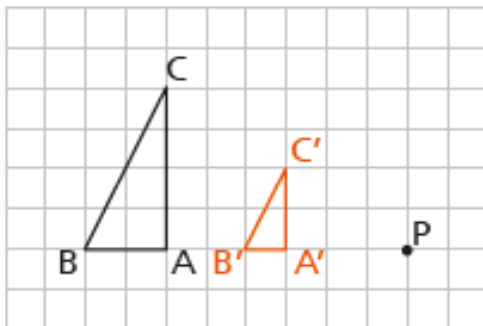
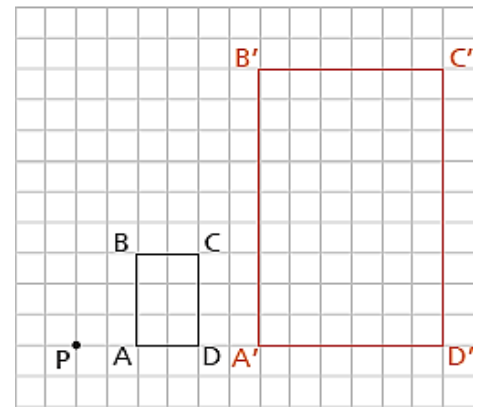
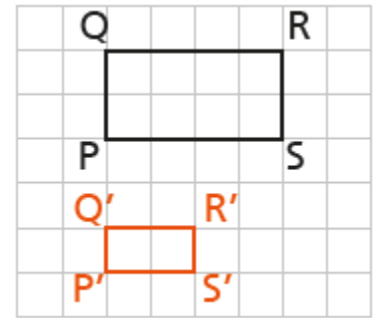


k =



k =

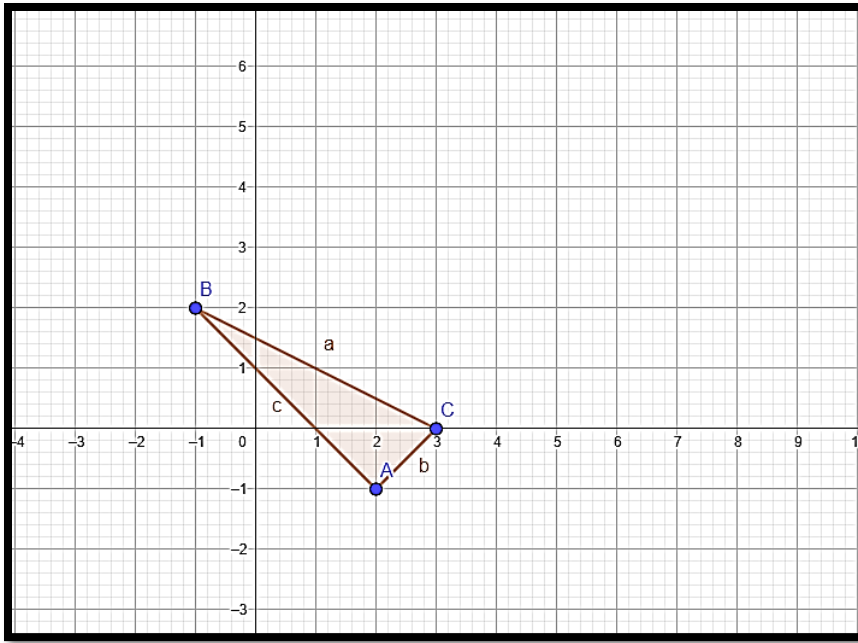
ما العلاقة بين أطوال أضلاع المستطيل الأصلي وأطوال أضلاع صورته تحت تأثير التمدد المبين في الشكل المجاور؟



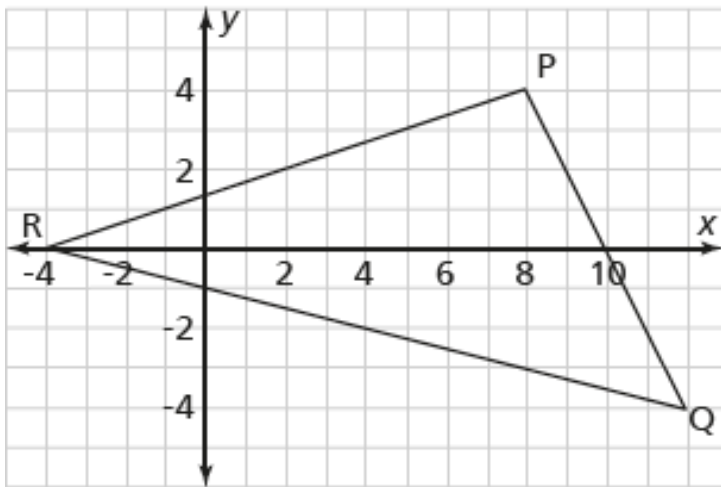
لنأخذ التمدد المبين في الشكل المجاور.

- هل التمدد تكبير أم تصغير؟
- أوجد معامل القياس.

أوجد رؤوس $D_3(\Delta ABC)$.



a. أوجد رؤوس $D_{\frac{1}{4}}(\Delta PQR)$.



b. ما العلاقة بين المسافة بين نقطة الأصل وصورة النقطة والمسافة بين نقطة الأصل والنقطة الأصلية؟

أوجد إحداثيات كل صورة تحت تأثير التمدد.

أوجد إحداثيات $D_{1.5}(ABCD)$

عندما $A(2, 0), B(8, -4), C(4, -6), D(-5, -10)$.

أوجد إحداثيات $D_{(3, B)}(\Delta ABC)$ حيث $A(0, 4), B(0, 2), C(-3, 2)$

أوجد إحداثيات $D_{(2, X)}(XYZ)$

عندما $X(1, 1), Y(2, 2), Z(3, 0)$

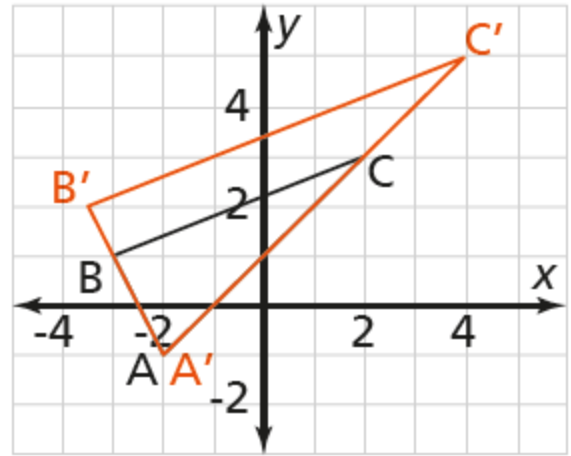
a. أوجد مركز التمدد.

.....

b. أوجد معامل القياس.

.....

تبين الصورة أدناه تمددًا للمثلث ABC.



. استعمل مهندس معماري معامل القياس $\frac{1}{20}$ لوضع مخطط لمنزل.

a. إذا كانت أبعاد المطبخ الحقيقية 3.1 m في 3.4 m، أوجد أبعاد المطبخ على المخطط.

b. ما العلاقة بين مساحة المطبخ الحقيقية ومساحة المطبخ على المخطط؟

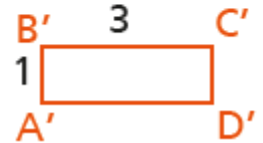
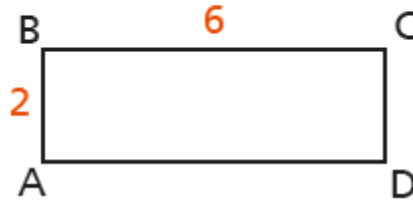
تم إجراء تمديد لشكل معامله 8، إذا كانت مساحة الصورة 832 cm^2 ، أوجد مساحة الشكل الأصلي. انظر المثال 6

$$\frac{6}{2} = 3$$

معامل القياس هو 3

X

حلّل الخطأ قام خالد بإيجاد معامل القياس المبين أدناه. ما خطأ خالد؟



تدرّب على اختبار

27. انسخ الجدول أدناه وأكمّله لتمدد مركزه نقطة الأصل.

| إحداثيات النقطة الأصلية | معامل القياس | إحداثيات صورة النقطة |
|-------------------------|--------------|----------------------|
| (5, -2) | 4 | ■ |
| (9, 3) | ■ | (3, 1) |
| ■ | 1.5 | (-6, 0) |
| (-1, 2) | ■ | (-5, 10) |

28. اختبار SAT/ACT إذا كانت صورة $\triangle ABC$ تحت تأثير تمديد معين

هي $\triangle A'B'C'$ ، وكانت مساحة $\triangle ABC$ هي 13 cm^2 ومساحة

$\triangle A'B'C'$ هي 52 cm^2 ، فما معامل القياس؟

(A) 2

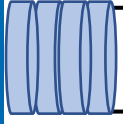
(B) 13

(C) 4

(D) 26

3-3

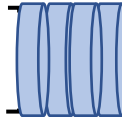
إثبات تشابه المثلثات



3-2 : التمدد

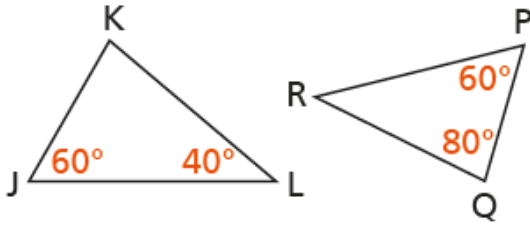
3-3

إثبات تشابه المثلثات



ملاحظات :

- (1) مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمثلث = 180°
(2) مثال :



$$\angle K = 180 - (60 + 40) = 80$$

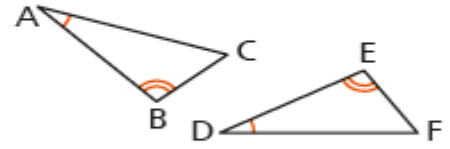
$$\angle R = 180 - (80 + 60) = 40$$

قارن الزوايا

النظرية 2-1

التشابه بتطابق زاويتين (AA ~)

إذا كان

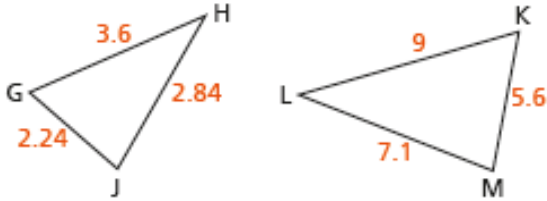


$$\angle B \cong \angle E \text{ و } \angle A \cong \angle D$$

فإن $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ملاحظات :

- (1) رتب تصاعدياً اضلاع المثلثين ثم اوجد النسبة بين تلك الاضلاع اذا اعطت نفس النسبة يكون المثلثان متشابهان.
(2) مثال



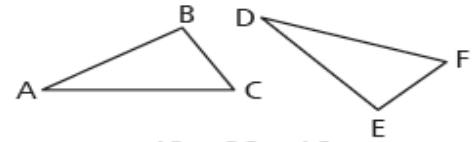
الاضلاع متناسبة

$$\frac{5.6}{2.24} = \frac{7.1}{2.84} = \frac{9}{3.6} = \frac{5}{2} = 2.5$$

النظرية 2-2

التشابه بتناسب أطوال ثلاثة أضلاع (SSS ~)

إذا كان

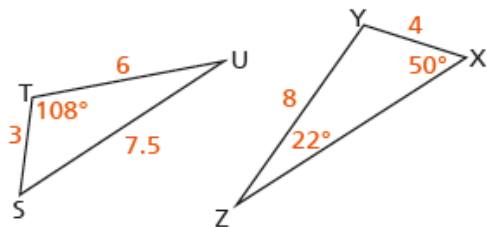


$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

فإن $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ملاحظات :

- (1) الزوايا المتقابلة بالرأس متساوية في القياس
(2) الزوايا المتبادلة والمتناظر متساوية في القياس
(3) مثال :

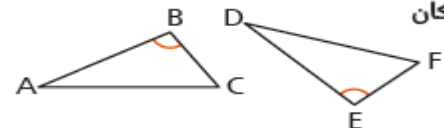


قارن تناسب الضلعين وقياس الزاوية المحصورة

النظرية 2-3

التشابه بتساوي قياس زاوية في مثلث مع قياس زاوية في مثلث آخر وتناسب أطوال الضلعين اللذين يحتويان هذه الزاوية (SAS ~)

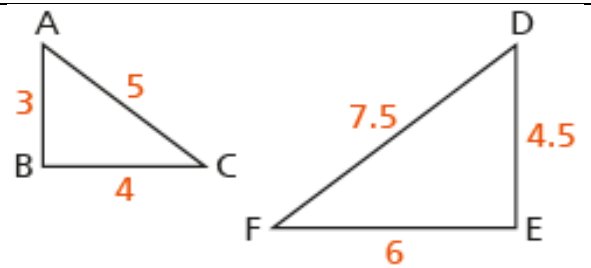
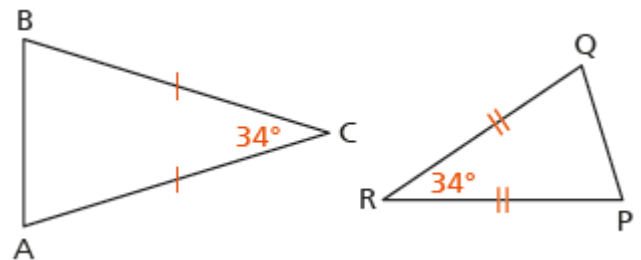
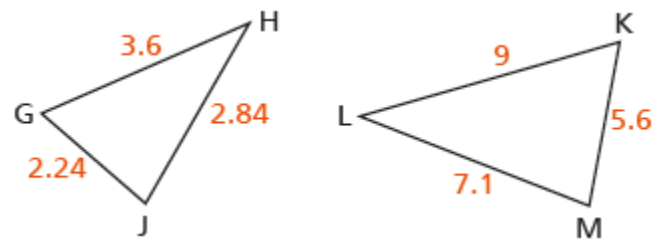
إذا كان



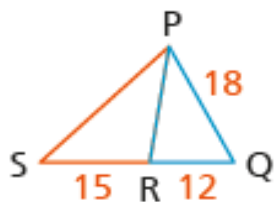
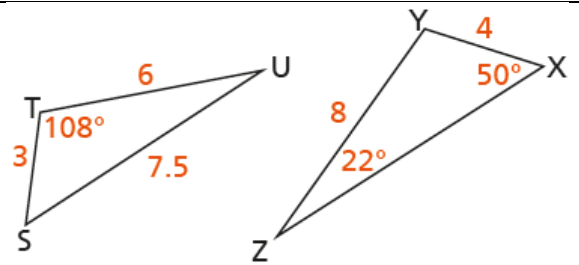
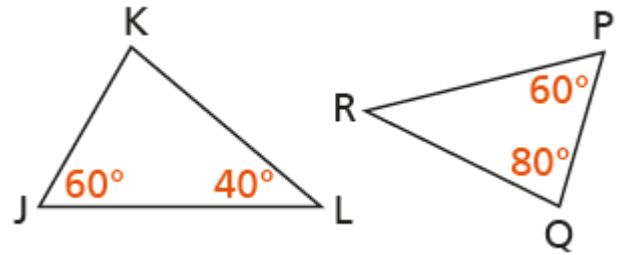
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \text{ و } \angle B \cong \angle E$$

فإن $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

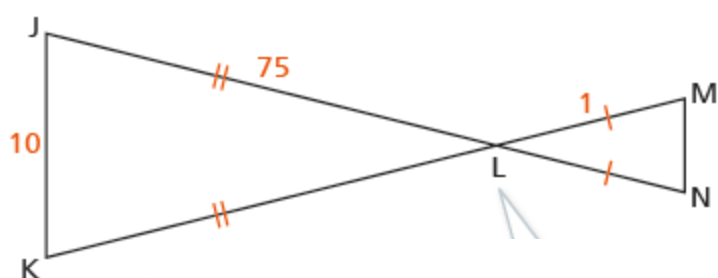
وضّح ما إذا كان كل زوج من المثلثات متشابهًا



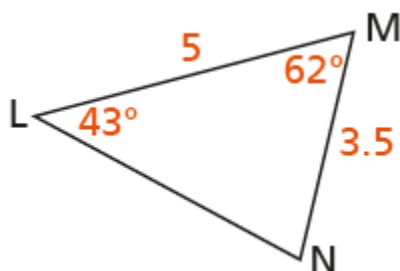
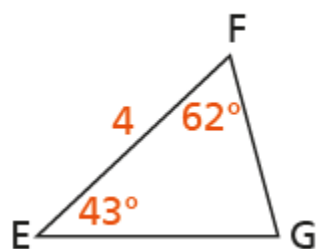
وضّح ما إذا كان كل زوج من المثلثات متشابهًا



هل المثلثان PQS و RQP متشابهان؟

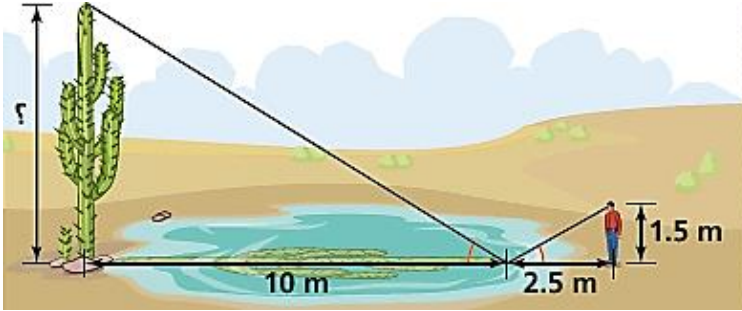
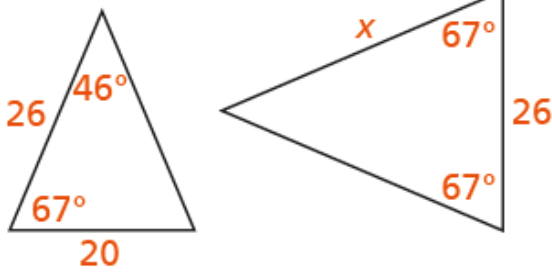


اثبت : $\Delta LJK \sim \Delta LNM$
ثم اوجد طول MN



اثبت : $\Delta EFG \sim \Delta LMN$
ثم اوجد طول FG

اثبت ان المثلثين متشابهين :
ثم اوجد قيمة X

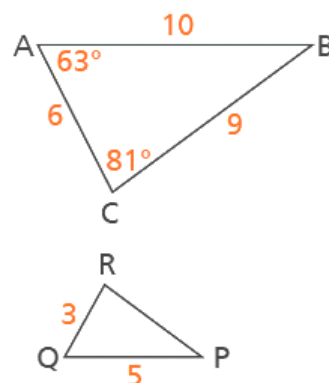


نظر جاسم إلى البركة فرأى انعكاس قمة نبتة الصبار.
مستعينا بالشكل أدناه، أوجد ارتفاع نبتة الصبار.

تدرّب على اختبار

ما الشرط الكافي لتثبيت أن $\triangle ABC \sim \triangle QPR$ ؟
حدّد كل ما ينطبق.

- (A) $RP = 4.5$
 (B) $m\angle Q = 63^\circ$
 (C) $m\angle P = 81^\circ$
 (D) $m\angle R = 81^\circ$



فكّر وثابر في الحل هل تلزم أي معلومات إضافية لتثبيت أن $\triangle DEF \sim \triangle RST$ ؟ وضح إجابتك.

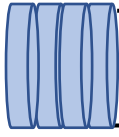
اختبار SAT/ACT ما طول FJ بحيث يكون $\triangle FGJ$ مشابهًا للمثلث FHG ؟



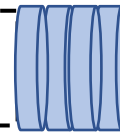
- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12

3-5

التناسب في المثلثات

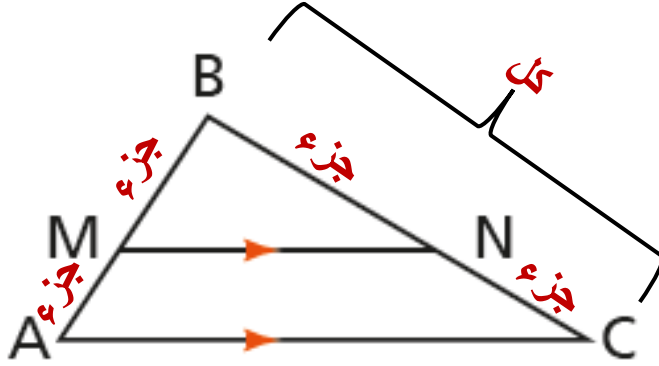


3-5 : التمدد



3-5

التناسب في المثلثات



النظرية 2-5

نظرية مقسم الأضلاع

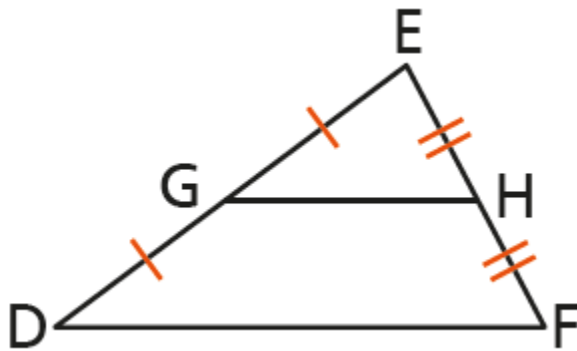
إذا كان $MN \parallel AC$...

$$\text{فإن : } \frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC} \text{ أو } \frac{\text{جزء}}{\text{جزء}} = \frac{\text{جزء}}{\text{جزء}}$$

$$\text{كذلك : } \frac{\text{المقسم}}{\text{الموازي}} = \frac{\text{جزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{جزء}}{\text{الكل}}$$

$$\text{أو } \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC}$$

وهكذا .

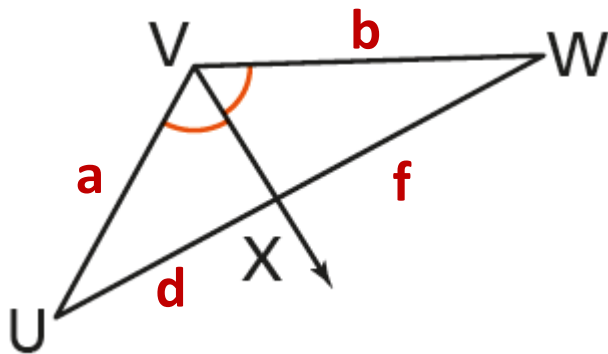


النظرية 2-6

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه

إذا كانت G منتصف الضلع ED H منتصف الضلع EF

$$\text{فإن ... } GH = \frac{1}{2}DF \text{ و } GH \parallel DF$$



النظرية 2-7

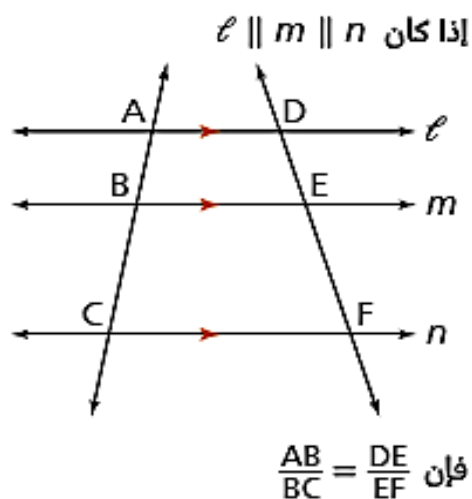
نظرية منصف الزاوية في المثلث

إذا كان VX ينصف زاوية الرأس فإنه يقسم القاعدة إلى قسمين متناسبين مع ضلعي المثلث

أي أن

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{f} \text{ أو } \frac{a}{b} = \frac{d}{f}$$

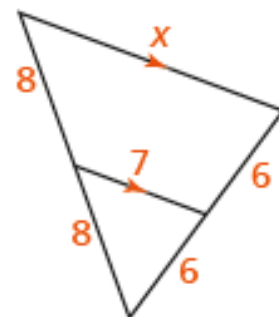
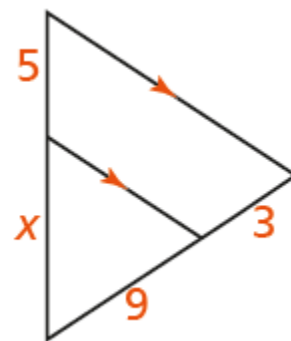
نتيجة لنظرية مقياس الأضلاع

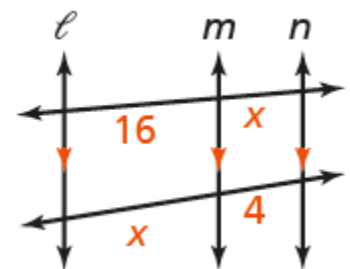
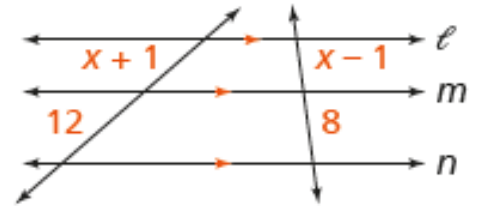
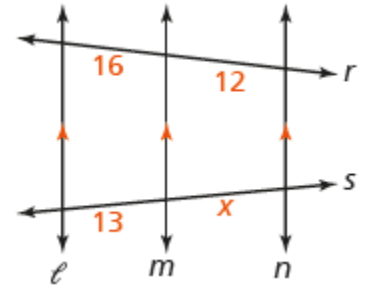


إذا تقاطعت ثلاثة مستقيمات متوازية مع قاطعين، فإن القطع المستقيمة المتقابلة على القاطعين تكون متناسبة.

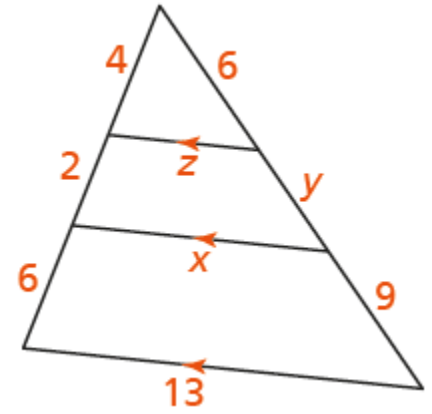
البرهان: انظر التمرين 25

أوجد قيمة x .

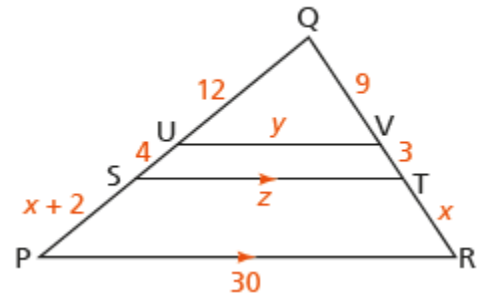


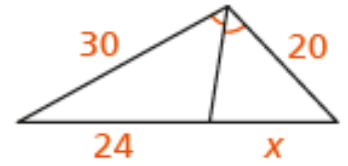
أوجد قيمة x .

اوجد قيمة كل من X, Y, Z



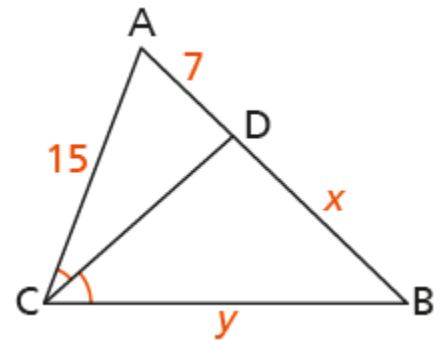
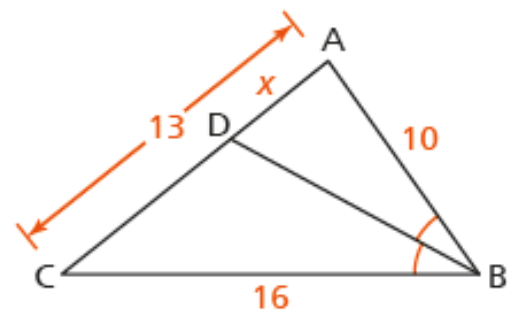
اوجد قيمة كل من X, Y, Z



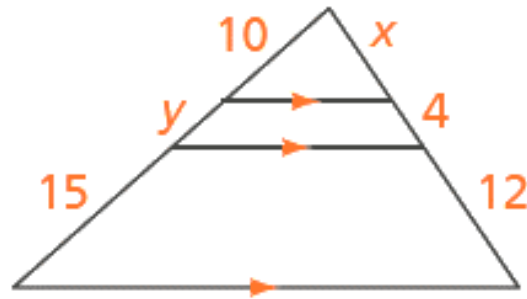
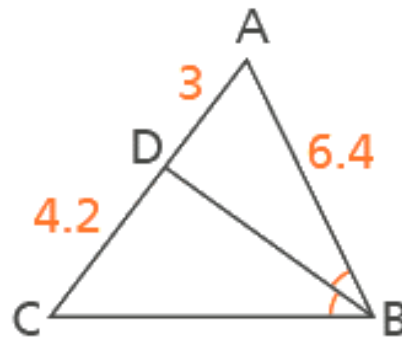
أوجد قيمة x .

$y = 16$

$y = 20$

أوجد قيمة x لأجل قيم y المعطاة.في الشكل ادناه اوجد قيمة x 

تدرّب على اختبار

29. أوجد قيمة x .30. اختبار SAT/ACT ما طول الضلع \overline{CB} ؟

Ⓐ 4.57

Ⓑ 6.4

Ⓒ 8.96

Ⓓ 9.4