أوراق عمل

الصف العاشر

الفترة الدراسية الثانية

مـادة الرياضيـات

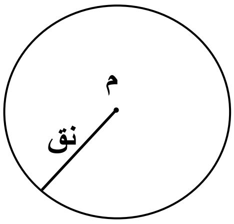
الإسم

W.R.E

الدائرة (نظرية ١)

تعريف الدائرة

الدائرة هي مجموعة نقاط المستوي التي تبعد كل منها عن نقطة ثابتة م في المستوي بعداً ثابتا تسمي النقطة الثابتة مركز الدائرة ويسمي البعد الثابت طول نصف القطر ويرمز له عاده بالرمز نق



تذكر: تعاريف هامة :

القطر :

نصف القطر :

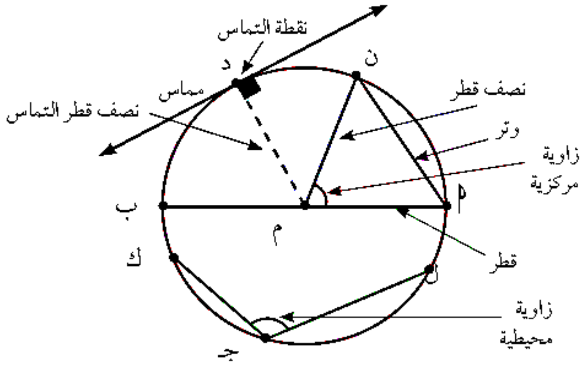
الوتر :

المماس :

نصف قطر التماس :

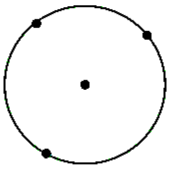
الزاوية المحيطية :

الزاوية المركزية :



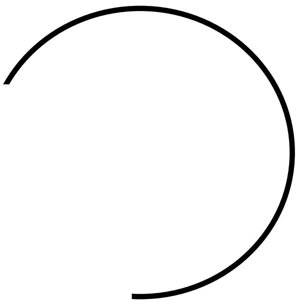
نظرية ١

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة فقط



كتاب الطالب مثال صـ ١٥ رقم ١ :

علم الآثار: وجد عالم آثار قطعًا صغيرة من جرة خزفية بالإضافة إلى قطعة كبيرة دائرية الشكل من فوهة الجرة. كيف تستطيع مساعدة العالم لإعادة ترميم الجرة، وذلك بإيجاد مركز وطول نصف قطر القطعة الدائرية الكبيرة؟



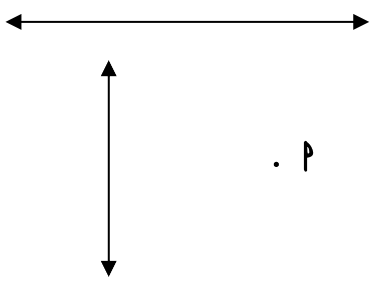
تابع الدائرة

بند ٦ – ١ (أ)

نتيجة ١ : من نقطة خارج مستقيم يوجد مستقيم وحيد يمر بهذه النقطة وعمودي على المستقيم المعلوم

أ .

نتيجة ٢ : أقصر بعد بين نقطة ومستقيم هو البعد العمودي



تدريب ١ : بالإستعانة بالشكل المقابل أجب عن الأسئلة التالية

١) كم عدد الدوائر المارة بالنقطة أ ؟

٢) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين أ ، ب ؟

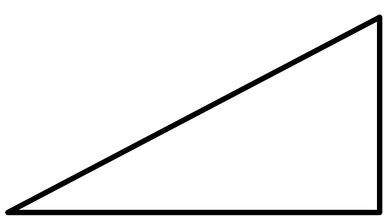
٣) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين أ ، ب ، نصف قطرها ٦ سم ؟

٤) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين أ ، ب ، نصف قطرها ٤ سم ؟

٥) كم عدد الدوائر المارة بالنقطتين أ ، ب ، نصف قطرها ٢,٥ سم ؟

تدريب ٢ :

حدد مركز الدائرة المارة بروس مثلث قائم الزاوية ؟



مماس الدائرة (نظرية ٢)

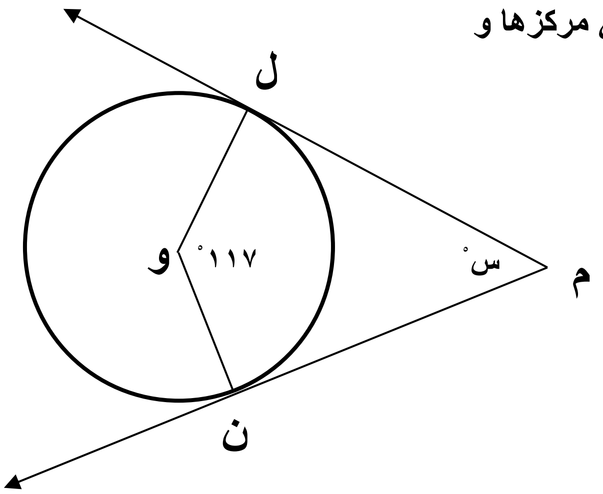
نظرية ٢

المماس عمودي على نصف قطر التماس

كتاب الطالب مثال صـ ١٥ رقم ٢ :

في الشكل المقابل $\overleftarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماسان للدائرة التي مركزها و

أوجد قياس الزاوية ل $\hat{\text{م}}$ ن

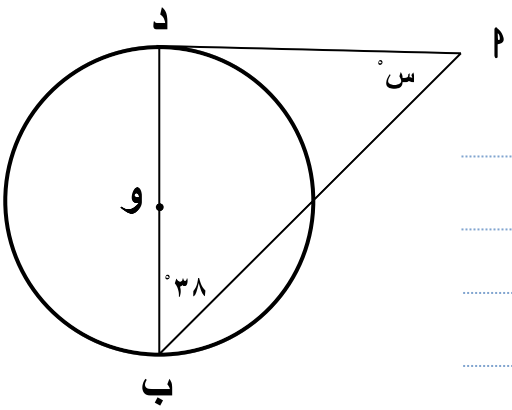


كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٥ رقم ٢ :

في الشكل المقابل :

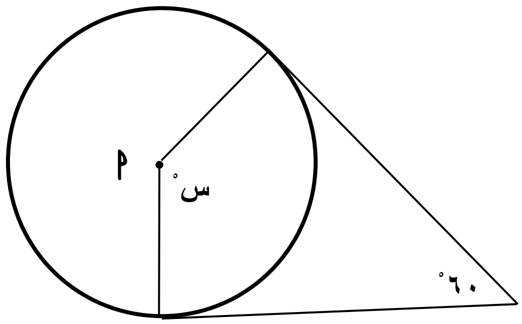
$\overleftarrow{\text{ɟ د}}$ مماس للدائرة التي مركزها و

أوجد قيمة س°



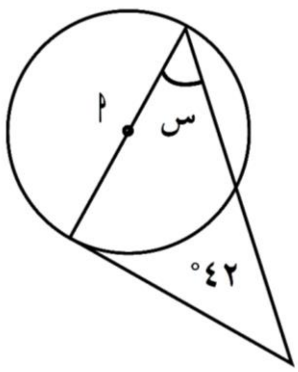
كراسة التمارين صـ ٩ رقم ١ :

القطع المستقيمة تمس الدائرة ، ٢ مركز الدائرة . أوجد قيمة س



كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٢ :

القطعة المستقيمة تمس الدائرة ، ٢ مركز الدائرة . أوجد قيمة س



بند ٦ – ١ (ب)

تابع مماس الدائرة (نظرية ٣)

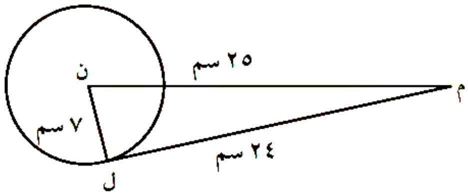
نظرية ٣

المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي للدائرة يكون مماسا لهذه الدائرة عند هذه النقطة

كتاب الطالب صـ ١٨ مثال رقم ٤ :

في الشكل المقابل، ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم.

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة التي مركزها ن.

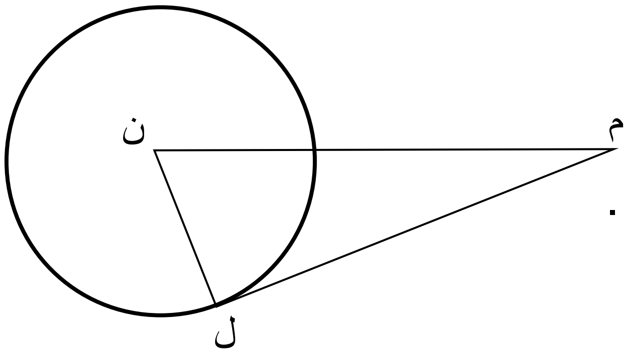


كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨ رقم ٤ :

في الشكل المقابل دائرة مركزها ن

ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨ ،

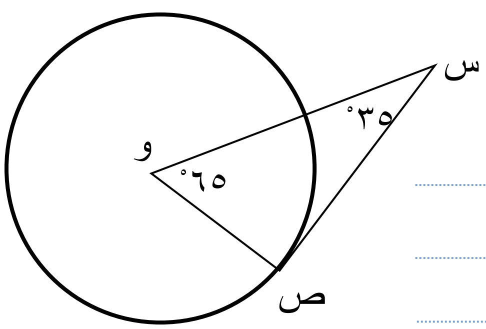
فهل $\overline{\text{م ل}}$ مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك .



تمرين :

في الشكل المقابل دائرة مركزها و

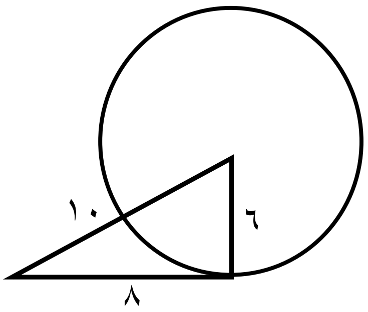
فهل $\overline{\text{س ص}}$ مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك .



تابع مماس الدائرة

كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٣ :

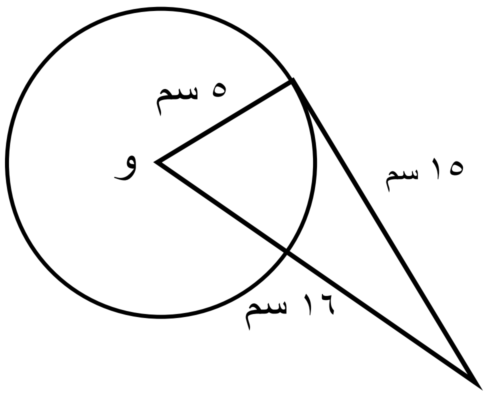
حدد ما إذا كان المستقيم مماسا للدائرة



كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٤ :

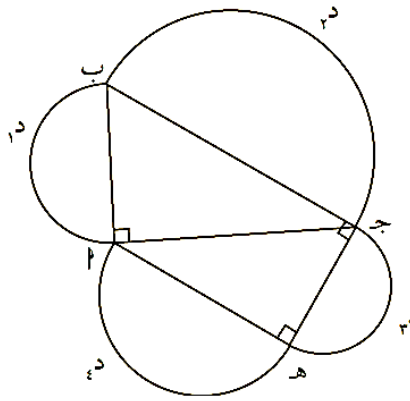
في الشكل المقابل

حدد ما إذا المستقيم مماسا للدائرة التي مركزها و .



تابع مماس الدائرة

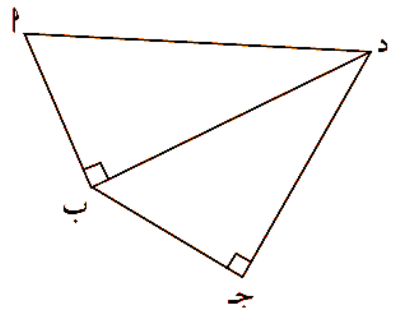
كتاب الطالب صـ ١٨ مثال رقم ٤ :



في الشكل المقابل $د_1$، $د_2$، $د_3$، $د_4$ أنصاف دوائر أقطارها على الترتيب $\overline{أب}$، $\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ هـ}$، $\overline{هـ أ}$.

حدّد المماسات لأنصاف الدوائر، وفسّر إجابتك

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨ رقم ٤ :

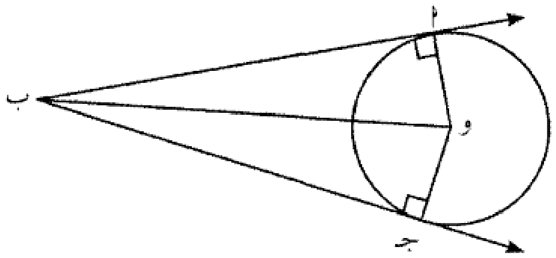


أكمل النص التالي:

..... مماس للدائرة التي تمر برؤوس المثلث .....

نظرية ٤

القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان



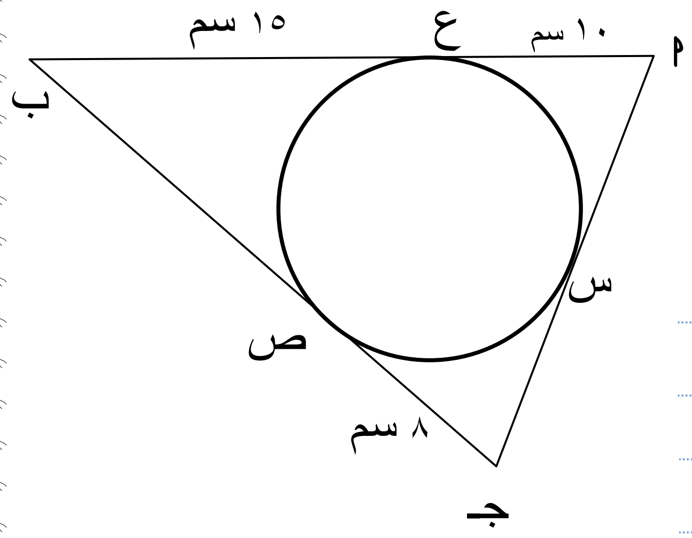
دائرة مركزها و

أ ، جـ نقطتان على الدائرة .

ب نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماسان للدائرة.

$\overline{\text{ب أ}} \cong \overline{\text{ب جـ}}$.

كتاب الطالب مثال صـ ١٦ رقم ٦ :

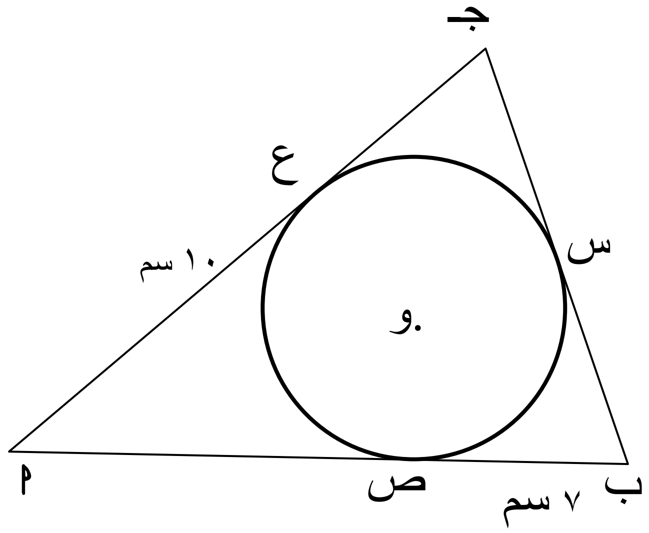


في الشكل المقابل

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ مماسات دائرة

أوجد محيط المثلث أ ب جـ

تابع مماس الدائرة



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٦ رقم ٦ :

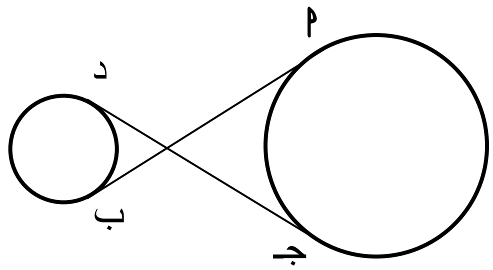
في الشكل المقابل

$\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ مماسات دائرة

اذا كان محيط المثلث م ب جـ = ٥٠ سم

أوجد ب جـ

التطبيق :



في الشكل المقابل

$\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ مماسان للدائرتان

أثبت أن م ب = جـ د

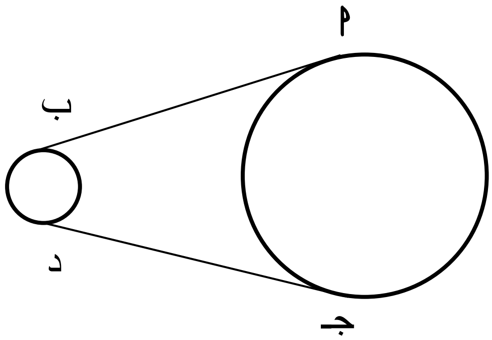
تابع مماس الدائرة

التطبيق :

في الشكل المقابل

$\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ مماسان للدائرتان

أثبت أن م ب = جـ د



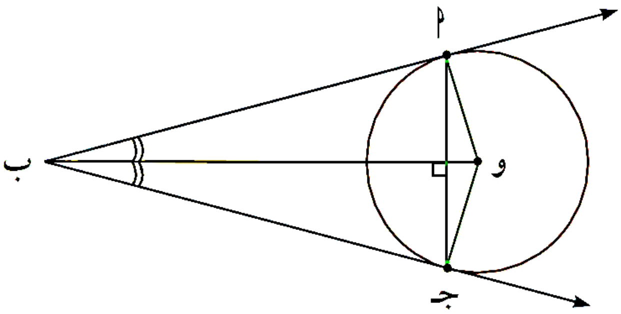
نتائج النظرية

Δب م جـ متطابق الضلعين من النظرية السابقة.

① $\overleftarrow{\text{ب و}}$ منصف الزاوية م ب̂ جـ

② $\overleftarrow{\text{و ب}}$ منصف الزاوية م و̂ جـ

③ $\overline{\text{و ب}} \perp \overline{\text{م جـ}}$

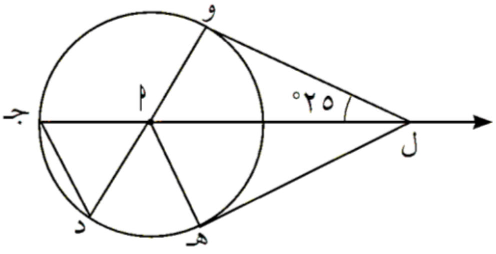


تابع مماس الدائرة

كتاب الطالب مثال صـ ٢١ رقم ٧ :

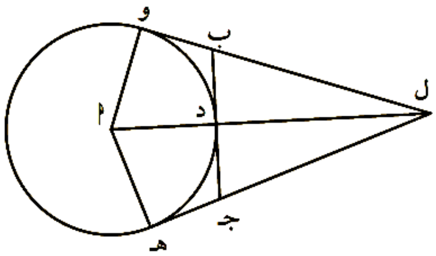
في الشكل المقابل، أوجد ق(أ̂دجـ)، ق(هـأ̂د)

إذا كانت ل و ، ل هـ تمسان الدائرة حيث ود قطر للدائرة.



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٢ رقم ٧ :

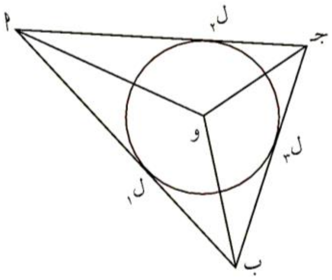
في الشكل المقابل ل و ، ل هـ مماسان للدائرة، ب جـ مماس للدائرة عند النقطة د، أثبت أن المثلث ل ب جـ متطابق الضلعين.



الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.

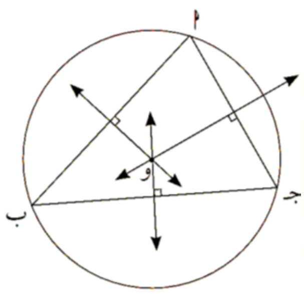
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث



الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).



بند ٦ – ١ (ب)

تابع مماس الدائرة (البنود الموضوعية)

في البنود ظلل ا ً إذا كان البند صحيحاً وظلل ب ً إذا كان البند خطأً .

١) كل ثلاثة نقاط تمر بها دائرة وحيدة . (أ) (ب)

٢) الدائرة الداخلة للمثلث تمر برؤوس المثلث (أ) (ب)

٣) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث (أ) (ب)

٤) الدائرة الداخلة للمثلث تمس أضلاعة من الداخل (أ) (ب)

٥) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تلاقي منصفات زواياه (أ) (ب)

٦) المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة يكون مماسا للدائرة (أ) (ب)

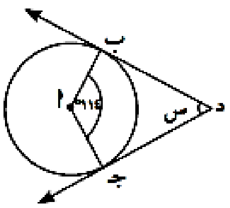
٧) المماس لدائرة يكون عموديا على نصف قطرها (أ) (ب)

كراسة التمارين صـ ١٢

في التمارين (٨–١١)، اختر الإجابة الصحيحة:

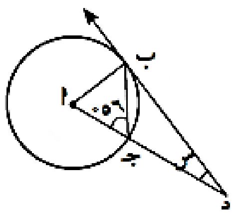
(٨) إذا كان $\overleftarrow{دب}$، $\overleftarrow{دجـ}$ مماسان للدائرة. فإن س =

(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° (جـ) ٦٦° (د) ١١٤°



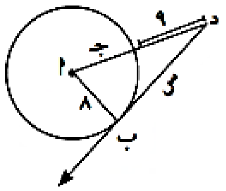
(٩) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٢٢° (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°



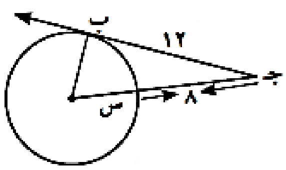
(١٠) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧



(١١) إذا كان $\overleftarrow{جـب}$ مماس للدائرة. فإن س =

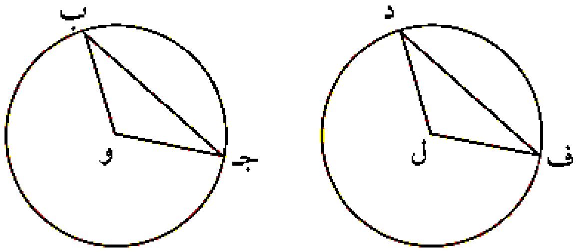
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



نظرية ١

في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة
١) للزوايا المركزية المتطابقة أوتارا متطابقة
٢) الأوتار المتطابقة تقابل أقواسا متطابقة
٣) للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٦ رقم ١ :

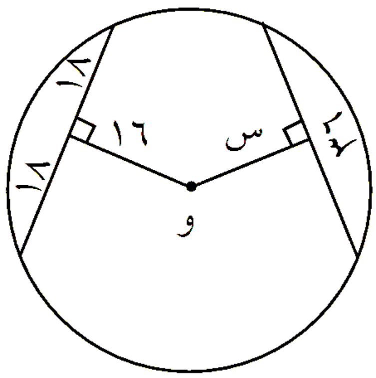


إذا كان $\overline{\text{ب جـ}} \cong \overline{\text{د ف}}$ ، فماذا تستنتج؟

نظرية ٢

١) الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة
٢)الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٨ رقم ٢ :



دائرة مركزها و.

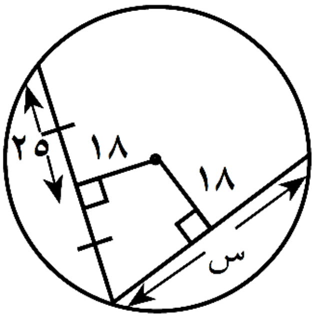
أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسّر إجابتك.

تابع الأوتار و الأقواس

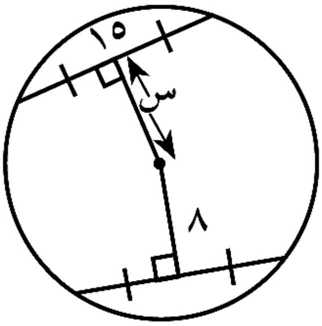
كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٤ :

أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

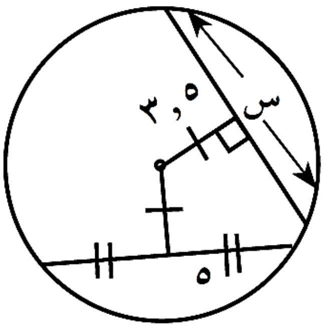
(أ)



(ب)



(جـ)



تابع الأوتار و الأقواس (نظرية ٣)

نظرية ٣

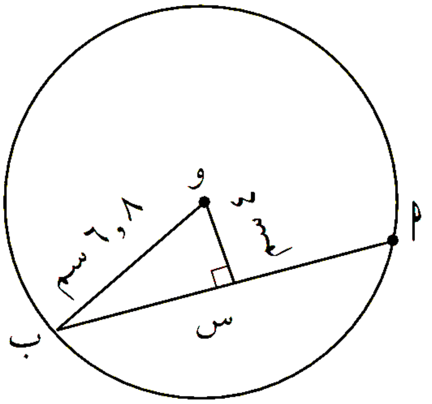
١) القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلا من قوسيه
٢) القطر الذي ينصف وترا (ليس قطرا) في دائرة يكون عموديا على الوتر
٣) العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٠ رقم ٣ :

استخدم الشكل المقابل لإيجاد:

ⓐ طول الوتر $\overline{\text{أب}}$.

ⓑ المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أب}}$

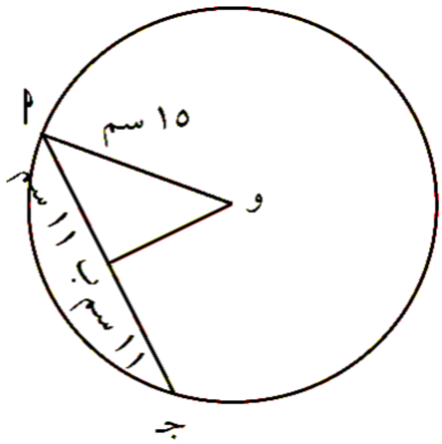


كتاب الطالب مثال صـ ٢٩ رقم ٣ :

في الشكل المقابل و أ نصف قطر

أ ب = ب جـ = ١١ سم ، أ و = ١٥ سم

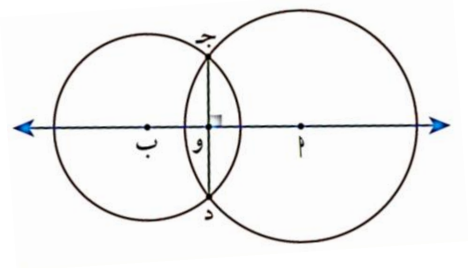
أوجد و ب



تابع الأوتار و الأقواس

نتيجة : خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًّا على الوتر المشترك بينهما وينصفه.

في الشكل المقابل يكون :



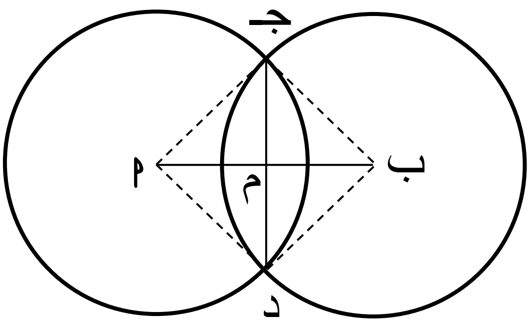
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٠ رقم ٤ :

دائرتان مركزهما على الترتيب ٮ ، ب

تتقاطعان في النقطتين جـ ، د

طول نصف قطر كل دائرة = ١٣ سم ، جـ د = ١٤ سم

أوجد طول $\overline{\text{ٮ ب}}$

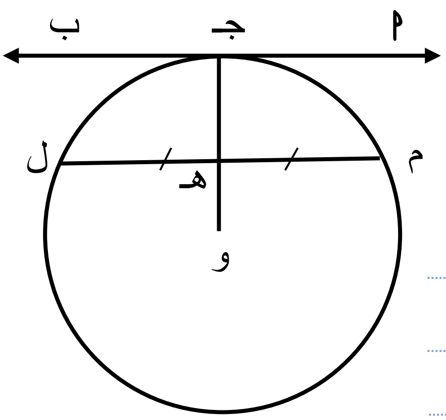


تدريب :

$\overleftrightarrow{\text{ٮ ب}}$ مماس للدائرة عند جـ

هـ منتصف الوتر م ل

أثبت أن $\overline{\text{م ل}}$ // $\overline{\text{ٮ ب}}$

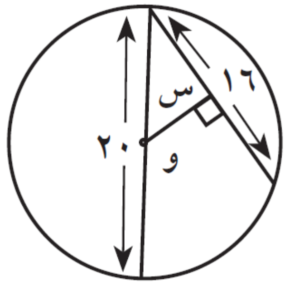


تابع الأوتار و الأقواس

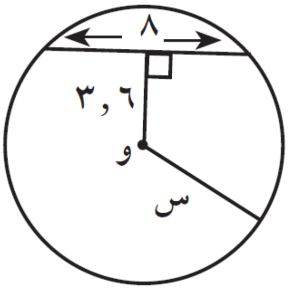
كراسة التمارين صـ ١٣ رقم ٣ : أ ، ب

أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



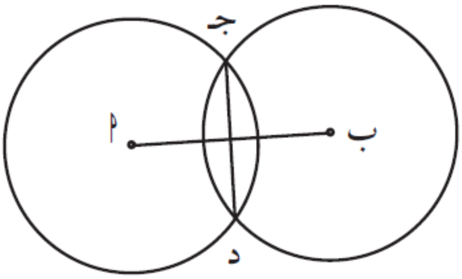
(ب)



كراسة التمارين صـ ١٣ رقم ٥ : أ

أ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{\text{جـ د}}$ وتر مشترك للدائرتين.

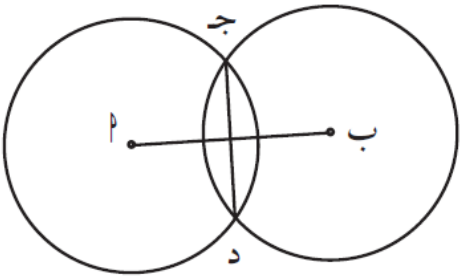
(أ) إذا كان أب = ٨ سم، جـ د = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟



كراسة التمارين صـ ١٣ رقم ٥ : ب

أ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{\text{جـ د}}$ وتر مشترك للدائرتين.

(ب) إذا كان أب = ٢٤ سم، نصف القطر = ١٣ سم. فما طول $\overline{\text{جـ د}}$؟



الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية

تعريف : ① الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المركزية**.

② الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المحيطية**.

نظرية ١

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٣ رقم ١ :

إذا كان قياس زاوية مركزية ٣٥° ، فأوجد قياس القوس على الدائرة المحصور بين ضلعيها

....

....

....

....

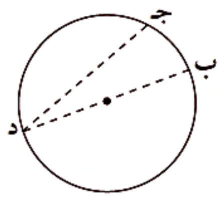
نظرية ٢

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه

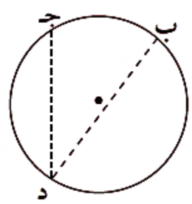
هناك ٣ حالات يجب أخذها في الاعتبار.

الحالة ١



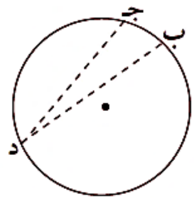
يتمي مركز الدائرة إلى أحد ضلعي الزاوية المحيطية

الحالة ٢



مركز الدائرة داخل الزاوية المحيطية

الحالة ٣



مركز الدائرة خارج الزاوية المحيطية

في كل من الأشكال السابقة أكتب التعبير الرمزي للنظرية

....

....

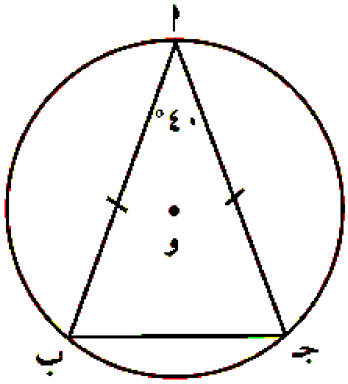
بند ٦ ـ ٣

تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية

كتاب الطالب مثال صـ ٣٤ رقم ٣ :

في الشكل المقابل أب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث أ، ب، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و، ق(ب أ جـ) = ٤٠°.

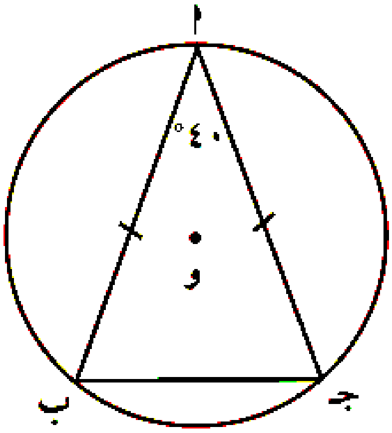
أوجد قياس كل من الأقواس أب، ب جـ، أجـ .



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٤ رقم ٣ : في المثال (٣)

إذا كان جـ هـ، منصف الزاوية الداخلية أجـب ويقطع الدائرة في النقطة هـ.

ما قياس القوس الأصغر أهـ؟

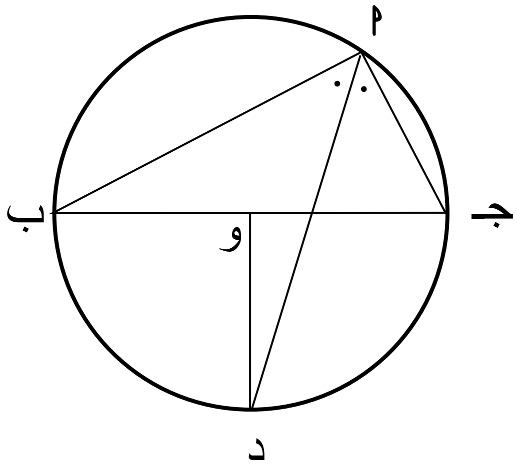


تابع الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية

كتاب الطالب مثال صـ ٣٥ رقم ٤ :

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و

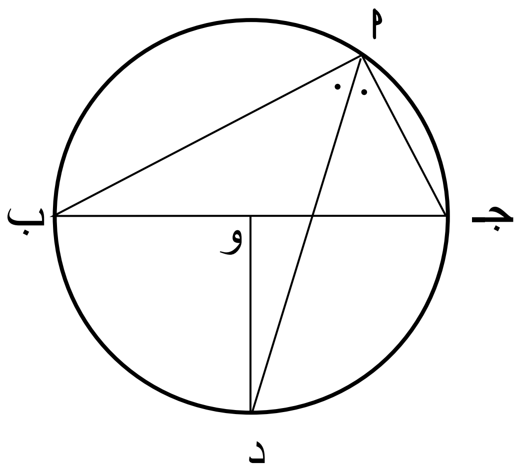
أثبت أن $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٥ رقم ٤ : في المثال رقم ٤

إذا كان ق(ﻡ $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ٣٠°

أوجد ق (ﻡ $\hat{\text{د}}$ ب)

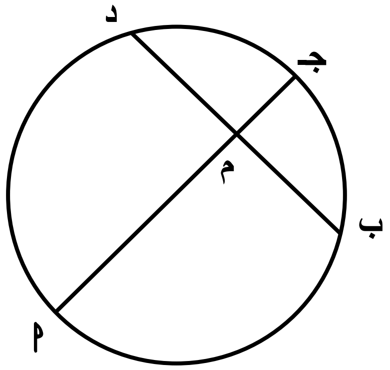


تابع الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية

كتاب الطالب مثال صـ ٣٦ رقم ٥ :

في الشكل المقابل :

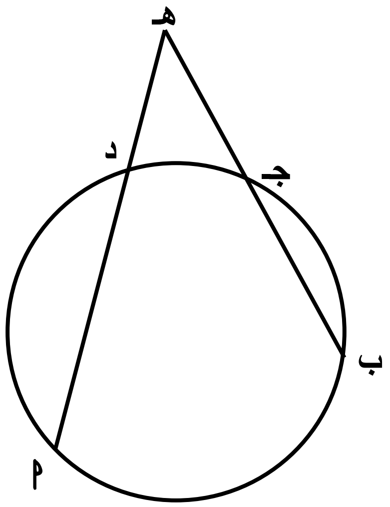
أثبت أن: $ق(ب\hat{م}أ) = \frac{ق(\overset{\frown}{بأ}) + ق(\overset{\frown}{جـد})}{٢}$.



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٦ رقم ٥ :

في الشكل المقابل :

أثبت أن $ق(ب\hat{هـ}أ) = \frac{ق(\overset{\frown}{بأ}) - ق(\overset{\frown}{جـد})}{٢}$

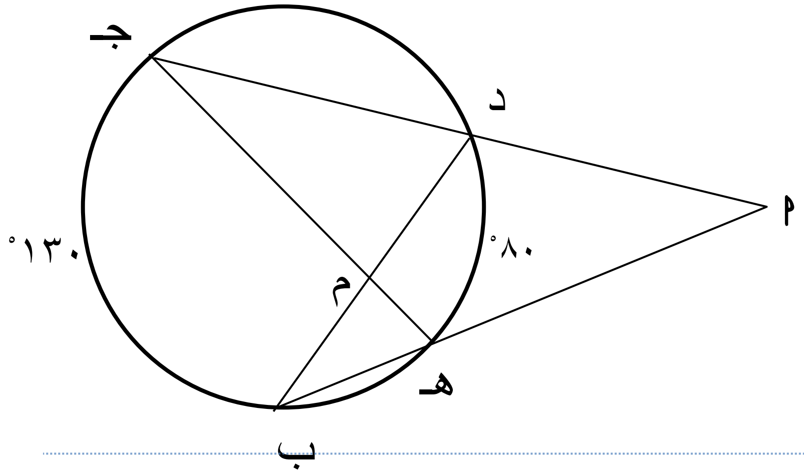


تابع الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية

تدريب :

في الشكل المقابل

أوجد ق ($\hat{أ}$) ، ق (ب $\hat{م}$ جـ)

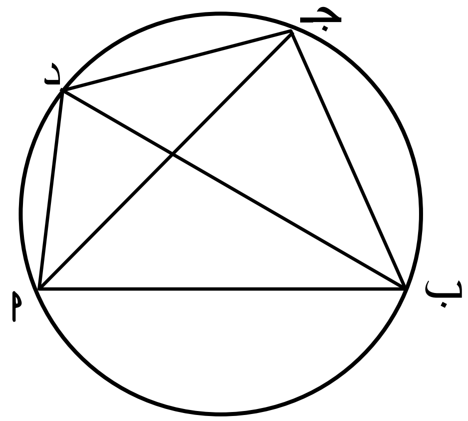


كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٦ رقم ٦ :

أ ب جـ د شكل رباعي دائري

أثبت أن :

ق (أ $\hat{د}$ ب) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب)

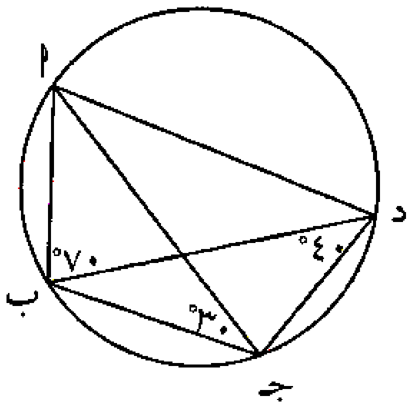


نتائج :

١) كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان
٢) كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة
٣) كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة) تكون زواياه المتقابلة متكاملة
٤) في الشكل الرباعي إذا تطابقت الزاويتان المرسومتان على أحد أضلاعه و في جهة واحدة منها كان الشكل رباعي دائري

كراسة التمارين صـ ١٧ رقم ٧ :

في الشكل المقابل أوجد ق (جـ $\hat{\text{ب}}$ د)

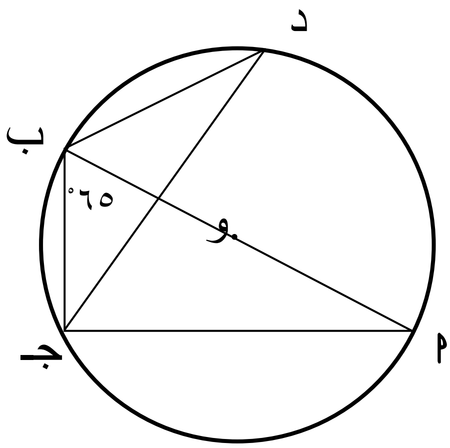


تدريب :

في الشكل المقابل أ ب قطر في الدائرة

ق (أ $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ٦٥°

أوجد ق (أ $\hat{\text{جـ}}$ ب) ، ق ($\hat{\text{أ}}$) ، ق ($\hat{\text{د}}$)

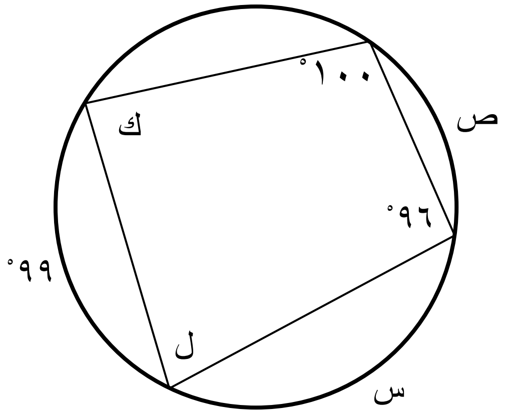


تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية

كراسة التمارين صـ ١٩ رقم ١ : د

في الشكل المقابل

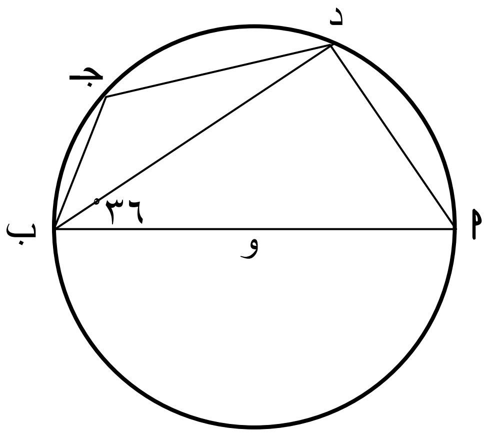
أوجد س ، ص ، ل ، ك



تدريب :

في الشكل المقابل $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ، ق (أ $\hat{\text{ب}}$ د) = ٣٦°

أوجد ق (أ $\hat{\text{د}}$ ب) ، ق ($\hat{\text{أ}}$) ، ق ($\hat{\text{جـ}}$)

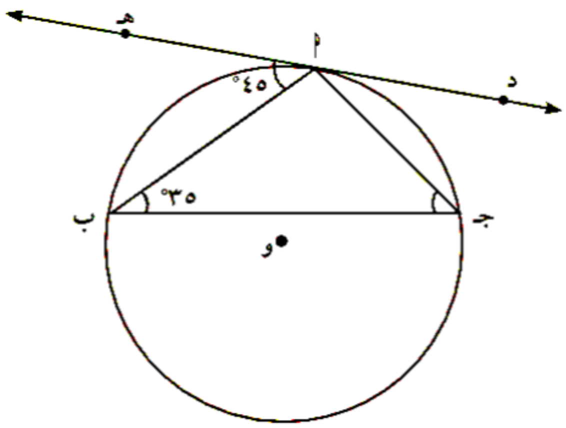


تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية (نظرية ٣)

نظرية ٣

١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه
٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر

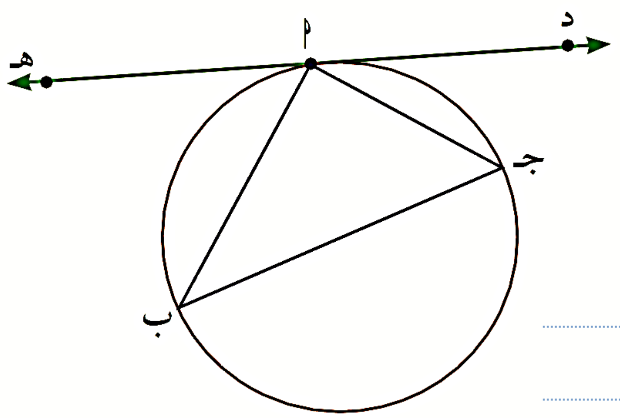
كتاب الطالب مثال صـ ٣٩ رقم ٧ :



في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ مماسا للدائرة عند م

فأوجد ق (جـ $\hat{م}$ ب)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٩ رقم ٧ :



في الشكل المقابل

ق (د $\hat{م}$ جـ) = ٤٠° ، ق (هـ $\hat{م}$ ب) = ٥٠°

ⓐ أوجد قياسات زوايا المثلث م ب جـ

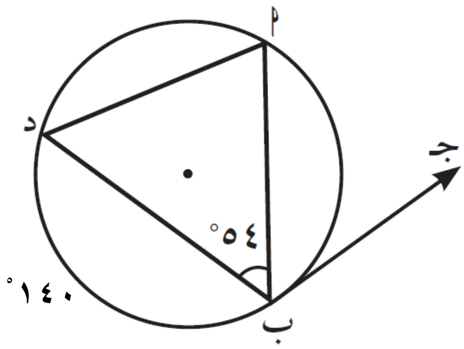
ⓑ أثبت أن $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر في الدائرة

تابع الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية

كراسة التمارين صـ ٢٠ رقم ٧ :

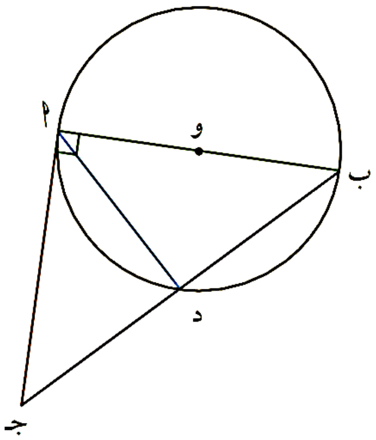
في الشكل المقابل

أوجد ق (ا $\hat{ب}$ جـ)



كتاب الطالب مثال صـ ٤٠ رقم ٨ :

$\overline{اب}$ قطر في دائرة مركزها و. نرسم $\overleftrightarrow{اجـ}$ مماسًا للدائرة بحيث يكون اجـ = ٢ نق . $\overline{ب جـ}$ تقطع الدائرة في د. أثبت أن اد = جـ د.



تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٩ رقم ٨ :

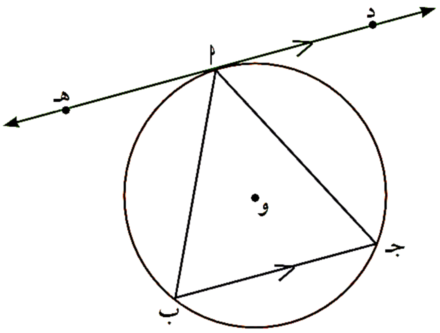
م ت $\overleftrightarrow{}$ مماس لدائرة مركزها و. م ن $\overline{}$ وتر في الدائرة بحيث يكون م ن = م ت. (م نقطة التماس) ت ن $\overline{}$ تقطع الدائرة في ل.

أثبت أن Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = ل م)

كتاب الطالب مثال صـ ٤٠ رقم ٩ :

في الشكل المقابل د هـ $\overleftrightarrow{}$ مماس ، ب جـ $\overline{}$ // د هـ $\overleftrightarrow{}$

اثبت أن $\triangle$ ﺍ جـ ب متطابق الضلعين

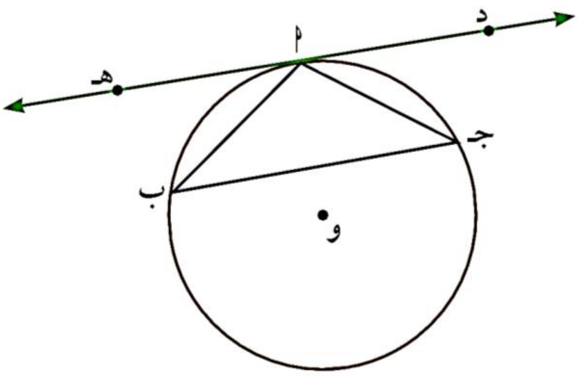


كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٠ رقم ٩ :

في الشكل المقابل، إذا كان لدينا د هـ $\overleftrightarrow{}$ مماس للدائرة عند النقطة ﺍ.

المثلث ﺍب جـ متطابق الضلعين (ﺍب = ﺍجـ).

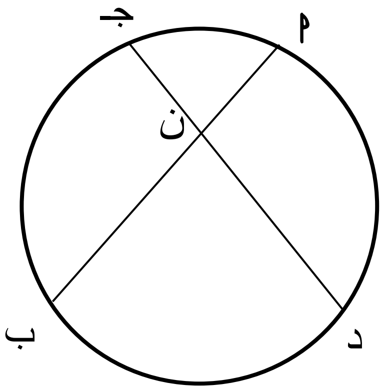
أثبت أن د هـ $\overleftrightarrow{}$ // ب جـ $\overline{}$



الأوتار المتقاطعة ، المماس (نظرية ١)

نظرية :

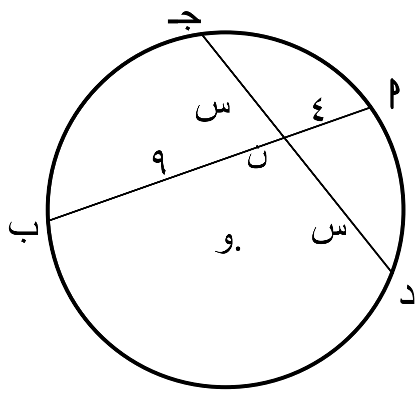
إذا تقاطع وتران داخل الدائرة ، فإن ناتج ضرب طولي جزئي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزئي الوتر الآخر



أكتب التعبير الرمزي للنظرية :

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٣ رقم ١ :

في الشكل المقابل : أوجد قيمة س



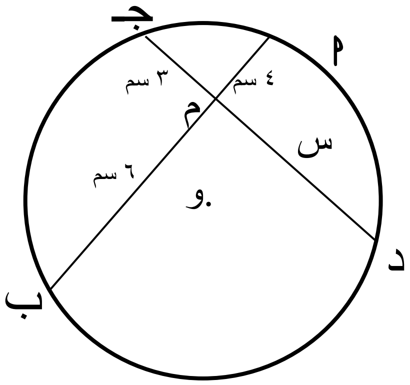
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٤ رقم ٢ :

في الشكل المقابل :

ⓐ أوجد قيمة س

ⓑ أوجد البعد بين مركز الدائرة و الوتر د جـ

إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة ٦ سم

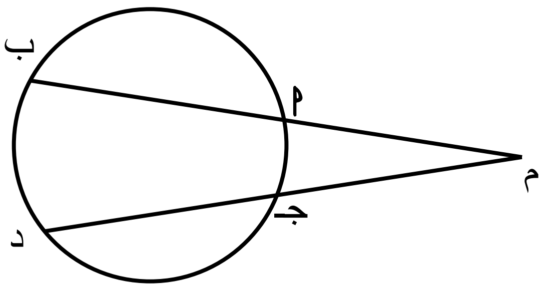


تابع الأوتار المتقاطعة ، المماس

بند ٦ ــ ٤

نتيجة ١

اذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة ، فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي



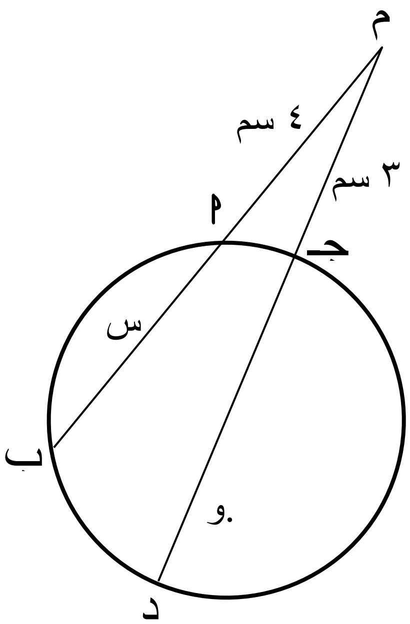
م ﻫ × م ب = م جـ × م د

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٥ رقم ٣ :

في الشكل المقابل :

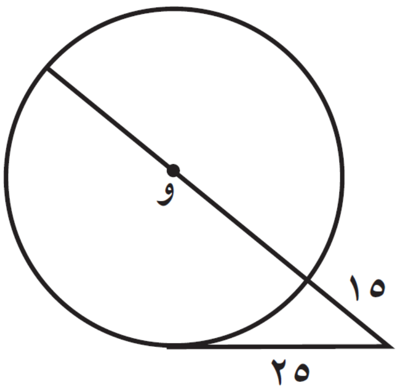
دائرة مركزها و ، طول نصف قطرها ٤ سم

أوجد قيمة س .



كراسة التمارين صـ ٢١ رقم ٦ :

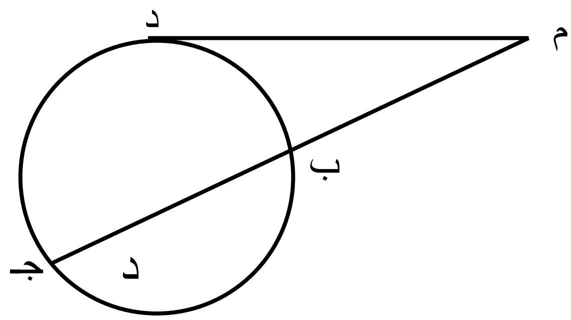
في الشكل المقابل : أوجد ظول قطر الدائرة



تابع الأوتار المتقاطعة ، المماس

نتيجة ٢ :

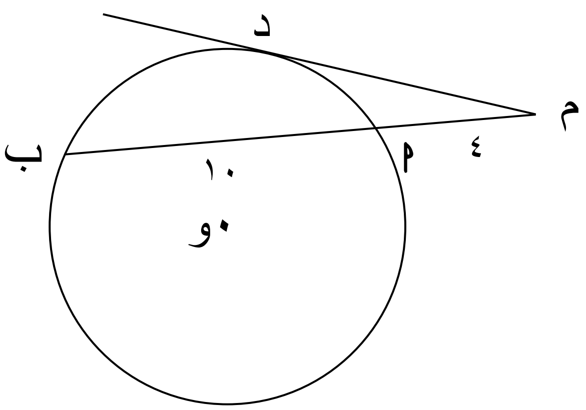
اذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي يساوي مربع طول القطعة المماسية



(م د)^{٢} = م ب × م جـ

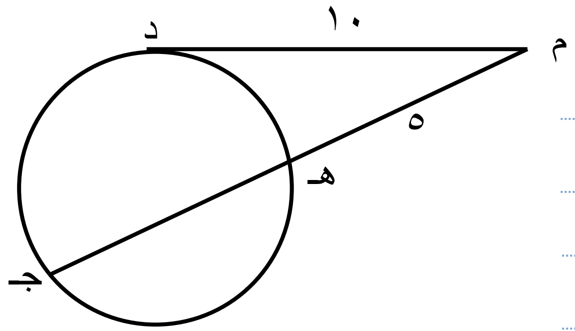
كتاب الطالب مثال صـ ٤٦ رقم ٤ :

في الرسم المقابل : م د مماس أوجد م د



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤٦ رقم ٤ :

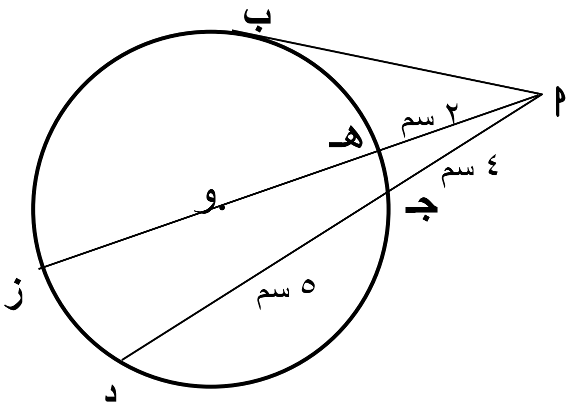
في الشكل المقابل : م د مماس أوجد هـ جـ



تابع الأوتار المتقاطعة ، المماس

تدريب :

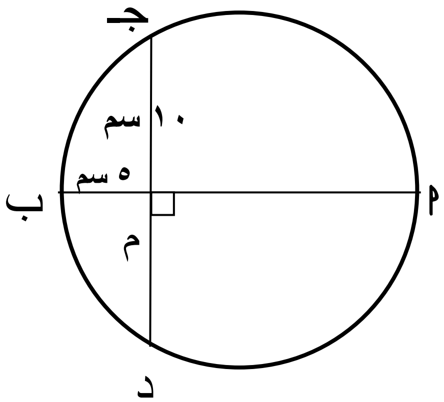
في الرسم المقابل $\overleftarrow{ب\,م}$ مماس أوجد م ب ، طول نصف قطر الدائرة



تدريب :

في الشكل المقابل : $\overline{م\,ب}$ قطر في الدائرة

أوجد طول قطر الدائرة



تنظيم البيانات في مصفوفات

المصفوفة : هي تنظيم من الاعمدة المرتبة في صفوف و أعمدة
الاعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر
و يرمز للمصفوفة بأحد حروف الهجاء و يوضع تحته خط
وعدد الصفوف (م) ، عدد الاعمدة (ن) يحددان رتبة المصفوفة ، تكتب م × ن

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٥ رقم ١ :

أكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ٥ & ٤ \\ ٧ & ٠,٥ & ٢- \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٣ & ٨- \end{bmatrix}$$

....

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٥- & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$$

....

ترميز عناصر المصفوفة :

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٧ رقم ٣ :

أوجد $ب_{٢٣}$ من المصفوفة

$$\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ١ & ١٢ \\ ٣,٥ & ٢ & ٦ & ٢ \\ ٤- & ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

أوجد ما يلي

١) رتبة المصفوفة ب ....

٢) $ب_{٤١}$ ....

٣) $ب_{٢٢}$ ....

٤) $ب_{٣٢}$ ....

تابع تنظيم البيانات في مصفوفات

المصفوفات : المربعة ، الأفقية ، العمودية

المصفوفة المربعة : هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة
المصفوفة المستطيلة : عدد الصفوف لايساوي عدد الاعمدة
المصفوفة الأفقية : هي مصفوفة مكونة من صف واحد
المصفوفة العمودية : هي مصفوفة مكونة من عمود واحد

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٨ رقم ٤ :

صف المصفوفات في المثال الأول :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣- & ٧- \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤- & \frac{٢}{٣} & ٣- \end{bmatrix}$$

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$$

المصفوفات المتساوية :

تتساوى المصفوفتان إذا كان لهما نفس الرتبة و كانت عناصرهما المتناظرة متساوية .

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٩ رقم ٥ :

هل المصفوفتان <u>س</u> ، <u>ص</u> متساويتان ؟ فسر .

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix} ، \begin{bmatrix} ١- & ٩ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

تساوي مصفوفتان

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٩ رقم ٦ :

(أ) إذا كانت :

$$\begin{bmatrix} \text{٣٨} & \text{٥} \\ \text{٣} & \text{٤ص - ١٠} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{س + ٨} & \text{٥} \\ \text{٣} & \text{-ص} \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

(ب) إذا كانت

$$\begin{bmatrix} \text{٣س} & \text{س + ص} & \text{س - ص} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{-٩} & \text{٤} & \text{-١٠} \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

كراسة التمارين صـ ٣٣ رقم ١٠ : أوجد قيمة المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتان

$$\begin{bmatrix} \text{٢س + ٤} & \text{ص – ٥} \\ \text{ل + ٦} & \text{٢ك – ٥} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{٤} & \text{٢ص – ٢} \\ \text{٤} & \text{٤ك + ١٥} \end{bmatrix}$$

تابع تساوي مصفوفتان

تدريب :

إذا كانت :
$$\begin{bmatrix} -٤ & ٥ \\ ع^٢ & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س + ٣ & ٥ \\ ٢٥ & ٣ص \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ع

كراسة التمارين صـ ٣٢ رقم :

إذا كانت :
$$\begin{bmatrix} -١٠ص + ٥س & ٤س - ٦ \\ -١٠ص + ٧,٥س & ٤س \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

جمع المصفوفات

لجمع مصفوفتين يجب أن تكون من الرتبة نفسها

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦١ رقم ١ :

أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ ٤ & -٥ \\ -٧ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & -١٢ \\ ٥ & -٣ \\ ١٠ & -١ \end{bmatrix}$$

....

....

....

....

تدريب :

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٤ & ٥ & ٣ \\ ٨ & ٠ & -٢ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٦ & -٥ & ٠ \\ ٧ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

فأوجد

$\underline{أ} + \underline{ب} =$ ....

....

....

....

$\underline{ب} + \underline{أ} =$ ....

....

....

....

ماذا تلاحظ ؟ ....

....

طرح المصفوفات :

إذا كان للمصفوفتان $\underline{\text{أ}}$ ، $\underline{\text{ب}}$ نفس الرتبة فإن $\underline{\text{أ}} - \underline{\text{ب}} = \underline{\text{أ}} + (- \underline{\text{ب}})$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦٥ رقم ٤ :

أوجد ناتج مايلي :

(أ)

$$\begin{bmatrix} 6 & -9 & 7 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص ٦٥ رقم ٥ :

أوجد $\underline{\text{س}}$ حيث :

$$\underline{\text{س}} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

ضرب مصفوفة في عدد :

الضرب القياسي : هو عملية ضرب مصفوفة أ في عدد حقيقي ك : ك ≠ ٠ الناتج هو المصفوفة ك أ

نحصل على المصفوفة ك أ بضرب كل عنصر من عناصر أ في ك

، إذا كان ك = ٠ يكون الناتج مصفوفة صفرية

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٧ رقم ١ :

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٠ \\ ٣ & -١ & -٢ \end{bmatrix}$

فأوجد (أ) ٥ ب - ٤ أ

....

....

....

....

(ب) أ + ٦ ب

....

....

....

....

خواص الضرب القياسي :

إذا كان أ، ب ، ٠ مصفوفات من الرتبة م × ن . ك ، د عددان قياسان . فإن

ك أ : مصفوفة من الرتبة م × ن ⟸ خاصية الانغلاق

(ك د) أ = ك (د أ) ⟸ خاصية التجميع للضرب

ك (أ + ب) = ك أ + ك ب ⟸ خاصية التوزيع من اليمن

(أ + ب) ك = أ ك + ب ك ⟸ خاصية التوزيع من اليسار

٠ × أ = ٠ ⟸ خاصية الضرب في صفر

تابع ضرب المصفوفات

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٩ رقم ٣ :   حل كل معادلة مما يلي

(ٲ) $$2\,\text{س} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(ب) $$-3\,\text{س} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 8 \\ -19 & -18 & 10 \end{bmatrix}$$

تابع ضرب المصفوفات

ضرب المصفوفات

$$\underline{أ}_{م \times ن} \times \underline{ب}_{ن \times ل} = \underline{جـ}_{م \times ل}$$

متساويان

تدريب :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٥- & ٤ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٤- & ١- \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$$

فأوجد ما يلي : ١) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ٢) $\underline{ب} \times \underline{أ}$ ٣) ماذا تلاحظ

تدريب :

أوجد ناتج :

$$\begin{bmatrix} ٢- \\ ٢ \\ ٥- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٤ & ١- \end{bmatrix}$$

تدريب :

أوجد ناتج :

$$\begin{bmatrix} ١ & ٤ & ١- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢- \\ ٢ \\ ٥- \end{bmatrix}$$

تابع ضرب المصفوفات

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٣ رقم ٦ :

إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$

فأوجد

ب^{٢} =

ب^{٣} =

تدريب :

إذا كانت جـ = $\begin{bmatrix} -٣ & ١ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$

فأوجد كلا من :

جـ^{٢} =

جـ^{٣} =

مصفوفة الوحدة و النظير الضربي

مصفوفة الوحدة للضرب :

مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيسي ١ ، بقية العناصر صفر

النظير الضربي :

إذا كانت أ ، س مصفوفتين مربعتين من الرتبة نفسها بحيث يكون

أ × س = و ، فإن س هي النظير الضربي للمصفوفة أ

$$\text{أ} \times \text{أ}^{-1} = \text{أ}^{-1} \times \text{أ} = \text{و}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٥ رقم ١ :

أثبت أن $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

....

....

....

....

....

....

محدد المصفوفة :

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ هو أ د – ب جـ ، و يكتب | أ | أ، Δ

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٦ رقم ٢ : أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ⟸ ....

....

جـ = $\begin{bmatrix} \text{ك} & ٣ \\ ٣ - \text{ك} & ٣- \end{bmatrix}$ ⟸ ....

....

مصفوفة الوحدة و النظير الضربي

النظير الضربي للمصفوفة :

بفرض أن $\underline{\text{أ}} = \begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ إذا كان أ د – ب جـ $\neq$ ٠

فإن $\underline{\text{أ}}^{-1} = \dfrac{1}{|\underline{\text{أ}}|} \begin{bmatrix} \text{د} & -\text{ب} \\ -\text{جـ} & \text{أ} \end{bmatrix}$

المصفوفة المنفردة : هي المصفوفة التي محددها الصفر و ليس لها نظير ضربي .

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٧ رقم ٣ :

إذا كانت المصفوفة $\underline{\text{ب}} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢\text{س} \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س

....

....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٧ رقم ٤ :

هل $\underline{\text{ب}} = \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسر إجابتك .

....

....

....

....

....

....

تابع مصفوفة الوحدة و النظير الضربي

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٨ رقم ٥ :

حدد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس) ، ثم أوجده

أ)

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

ب)

$$\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{bmatrix}$$

حل نظام من معادلتين

باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفة المربعة :

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٨٠ رقم ١ :

حل النظام
٥ س + ٣ ص = ٧
٣ س + ٢ ص = ٥
بإستخدام النظير الضربي للمصفوفة

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم ٦ :

حل النظام
س ــ ٣ ص = -١
-٥ س + ١٦ص = ٥
بإستخدام النظير الضربي للمصفوفة

تابع حل نظام من معادلتين

الحل باستخدام قاعدة كرامر (المحددات)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٨١ رقم ٢ :

إستخدم قاعدة كرامر لحل النظام

٣ س + ٢ ص = -٦
-٤ س -٣ ص - ٧ = ٠

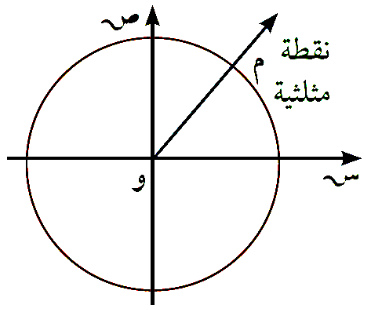
كراسة التمارين صـ ٥٠ رقم ١٠ :

باستخدام المحددات حل النظام

٢ س + ص = ٤
٣ س - ص = ٦

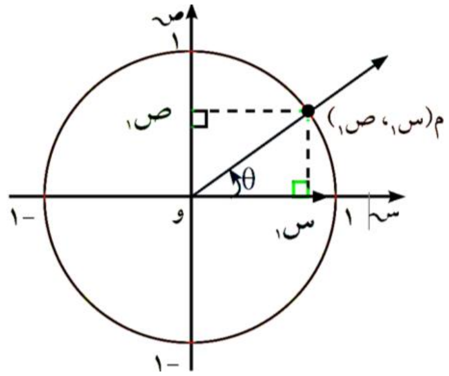
دائرة الوحدة في المستوى الاحداثي و الدوال المثلثية (الدائرية)

دائرة الوحدة هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.



النقطة المثلثية

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.



النسب المثلثية للزاوية التي قياسها θ

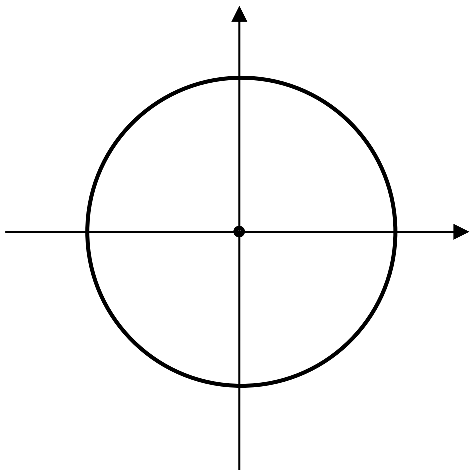
جتا θ = س١   جا θ = ص١

ظا θ = $\frac{\text{ص}_1}{\text{س}_1}$ ، س١ ≠ ٠   ظتا θ = $\frac{\text{س}_1}{\text{ص}_1}$ ، ص١ ≠ ٠

قا θ = $\frac{1}{\text{س}_1}$ ، س١ ≠ ٠   قتا θ = $\frac{1}{\text{ص}_1}$ ، ص١ ≠ ٠

كتاب الطالب مثال صـ ٨٩ رقم ١ :

باستخدام دائرة الوحدة أوجد جا ٦٠° ، جتا ٦٠°



....

....

....

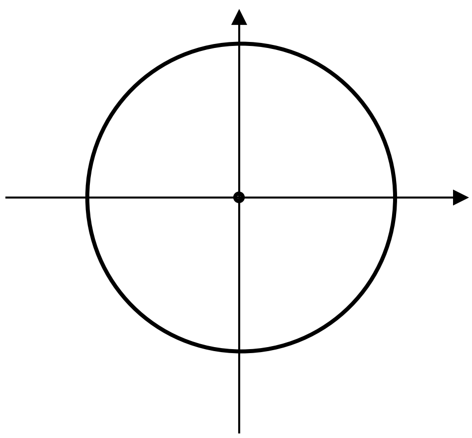
....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٨٩ رقم ١ :على دائرة الوحدة ،

ارسم زاوية موجهة في الوضع القياسي قياسها ٤٥˚ . ثم أوجد جتا٤٥˚ جا٤٥˚



....

....

....

....

....

....

....

تابع دائرة الوحدة في المستوى الاحداثي و الدوال المثلثية (الدائرية)

الدوال الدائرية (المثلثية) :

تعريف : إذا كانت (س، ص) هي النقطة المثلثية لزاوية قياسها θ حيث $٠ \leq \theta < ٢\pi$ فإن:

(١) دالة الجيب: د(θ) = جاθ حيث جاθ = ص (الإحداثي الصادي للنقطة المثلثية)

(٢) دالة جيب التمام: د(θ) = جتاθ حيث جتاθ = س (الإحداثي السيني للنقطة المثلثية)

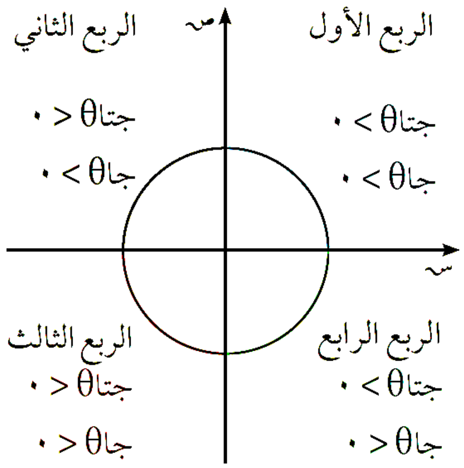
(٣) دالة الظل: د(θ) = ظاθ حيث ظاθ = $\frac{ص}{س}$ ، س $\neq$ ٠

(٤) دالة القاطع: د(θ) = قاθ حيث قاθ = $\frac{١}{س}$ ، س $\neq$ ٠

(٥) دالة قاطع التمام: د(θ) = قتاθ حيث قتاθ = $\frac{١}{ص}$ ، ص $\neq$ ٠

(٦) دالة ظل التمام: د(θ) = ظتاθ حيث ظتاθ = $\frac{س}{ص}$ ، ص $\neq$ ٠

إشارة النسب المثلثية :



كتاب الطالب مثال صـ ٩٢ رقم ٢ :

حدد إشارة جا θ ، جتا θ في كل مما يلي :

(أ) θ = ١٣٥° ....

(ب) θ = $\frac{٧\pi}{٦}$ ....

(جـ) θ = ٣٠٥° ....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٢ رقم ٣ :

(أ) إذا كانت ٩٠° < θ < ٢٧٠°. ما هي إشارة جتاθ؟

(ب) إذا كانت ٠° < θ < π. ما هي إشارة جاθ؟

....

زاوية الاسناد

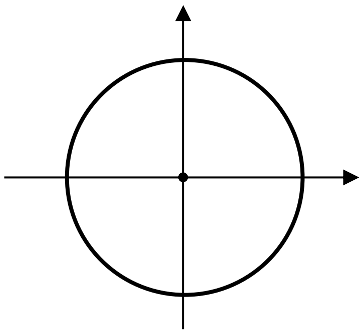
تعريف زاوية الإسناد :

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة (وبَ، وجَ) التي في وضع قياسي
هي الزاوية **الحادة** α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.
فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: ٠° < α < ٩٠°

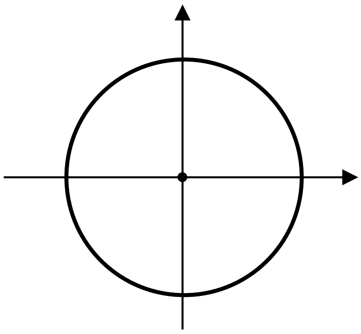
كتاب الطالب مثال صـ ٩٣ رقم ٣ :

ارسم كلا من الزوايا الموجهة في وضع قياسي ، ثم عين زاوية الاسناد و أوجد قياسها لكل مما يلي

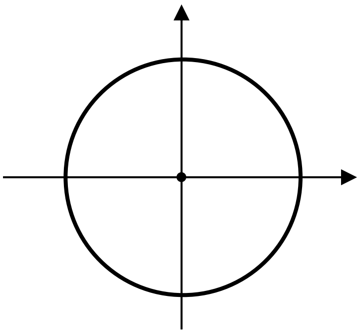
أ) ١٢٥°



ب) ٢١٥°

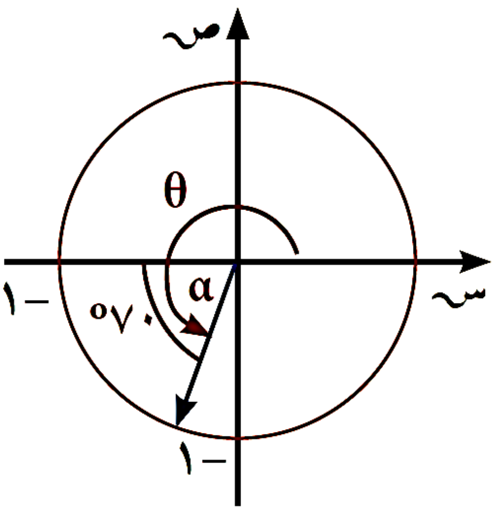


جـ) $\frac{١١\pi}{٦}$



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٤ رقم ٤ :

يبيّن الشكل المقابل، زاوية الإسناد α° للزاوية θ°. أوجد θ.



العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

النسب المثلثية للزاويتين θ ، -θ

معلومة مفيدة:
عندما نقول الزاوية θ أو α أو ... نقصد الزاوية التي قياسها θ أو α أو ...

جتا(-θ) = جتاθ
جا(-θ) = -جاθ
وبالتالي ظا(-θ) = -ظاθ بشرط أن يكون ظاθ معرّف.

كتاب الطالب مثال صـ ٩٦ رقم ١ :

(أ) إذا كان جتا $\frac{٣\pi}{٨}$ = $\frac{\sqrt{٢ - \sqrt{٢}}}{٢}$ ، فأوجد جتا $\left(-\frac{٣\pi}{٨}\right)$.

....

....

(ب) إذا كان جا ٣٦° ≃ ٠,٥٨٧٨ ، فأوجد جا(-٣٦°).

....

....

(جـ) إذا كان ظا ٤٥° = ١ ، فأوجد ظا(-٤٥°).

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٦ رقم ١ :

أكمل إذا كان:

(أ) جا م = ٠,٣ فإن جا(- م) = ...

....

....

(ب) جتا ل = ٠,٣٨ فإن جتا(- ل) = ...

....

....

(جـ) ظا س = ٣,١٤ فإن ظا(- س) = ...

....

....

(د) جتا(- ص) = $\frac{١}{٤}$ فإن جتا ص = ...

....

....

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\pi - \theta)$

قانون :

جتا$(\pi - \theta)$ = −جتاθ
جا$(\pi - \theta)$ = جاθ
وبالتالي ظا$(\pi - \theta)$ = −ظاθ شرط أن يكون ظاθ معرّفًا.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٧ رقم ٢ : بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

ⓐ جا٣٠° = $\frac{١}{٢}$ ، فأوجد جا ١٥٠°.

ⓑ جتاس = $\frac{٤}{٥}$ ، فأوجد جتا$(\pi -$ س$)$.

ⓒ ظا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٢ − $\sqrt{٣}$، فأوجد ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$.

النسب المثلثية للزاويتن θ ، $(\pi + \theta)$

قانون :

جتا$(\pi + \theta)$ = −جتاθ
جا$(\pi + \theta)$ = −جاθ
وبالتالي ظا$(\pi + \theta)$ = ظاθ شرط أن يكون ظاθ معرّفًا.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٨ رقم ٣ :

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا ٤٠° $\simeq$ ٠,٧٦٦ . فأوجد جتا ٢٢٠°

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٨ رقم ٤ :

إذا كان جا ٥٦° ≃ ٠,٨٢٩ . بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جا ٢٣٦°.

النسب المثلثية للزاويتين θ ، ($\frac{\pi}{٢}$ - θ)

قانون :

$$جا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = جتا\theta$$

$$جتا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = جا\theta$$

$$ظا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = ظتا\theta$$

شرط أن يكون ظتاθ معرّفًا.

النسب المثلثية للزاويتين θ ، ($\frac{\pi}{٢}$ + θ)

قانون :

$$جا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = جتا\theta$$

$$جتا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -جا\theta$$

$$ظا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -ظتا\theta$$

شرط أن يكون ظتاθ معرّفًا.

كراسة التمارين صـ ٦٢ رقم ٢ :

اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا(١٨٠° − س)

(ب) جتا(١٨٠° + س)

(جـ) جا(− س)

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

كراسة التمارين صـ ٦٢ رقم ٣ :

استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) ظتا$(\pi + \theta)$

(ب) قتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$

الدوال المثلثية (الدائرية) على ح

إذا كان ك عددًا صحيحًا فإن:

جا$(\theta + ٢ ك \pi)$ = جاθ

جتا$(\theta + ٢ ك \pi)$ = جتاθ

ظا$(\theta + ك \pi)$ = ظاθ حيث ظاθ معرّف

كتاب الطالب مثال صـ ١٠٢ رقم ٥ : بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

جا س + جا$(٩٠^\circ + $ س$)$ + جا$(١٨٠^\circ + $ س$)$ + جا$(٩٠^\circ - $ س$)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٢ رقم ٥ : بسّط كلًّا من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\theta + ٩\pi)$

(ب) جتا$\left(-\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$

بند ٨ ـ ٢

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ٤ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة :

(أ) جا ١٥٠°

(ب) ظا (-٢٢٥°)

(جـ) جتا (-٢٢٥°)

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ٥ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة

(أ) جتا($\frac{٧\pi}{٦}$)

(ب) جا($\frac{-٢\pi}{٣}$)

(جـ) ظا ($\frac{١١\pi}{٦}$)

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ١١ :

بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\pi - \theta)$ − جتا$(-\theta)$ + جا$(\pi + \theta)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$.

(ب) جا$(\pi + \theta)$ − جتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جتا$(\theta - \pi)$ + جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$.

حل معادلات مثلثية

حل المعادلة: جتا س = جتاθ

هو س = θ + ٢كπ أو س = −θ + ٢كπ (ك ∈ ص)

لاحظ أن جيب تمام الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الرابع.

كتاب الطالب مثال صـ ١٠٣ رقم ٦ :

حل كل من المعادلات الآتية : ـ

أ) جتا س = $\frac{١}{٢}$

ب) ٢ جتا س ـ $\sqrt{٣}$ = ٠

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٣ رقم ٦ :

حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ جتا س = ١

تابع حل معادلات مثلثية

حل المعادلة جا س = جاθ

هو س = θ + ٢ك π أو س = $(\pi - \theta)$ + ٢ك π ، (ك $\in$ صـ)

لاحظ أن جيب الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثاني.

كتاب الطالب مثال صـ ١٠٤ رقم ٧ : حل كل من المعادلات الآتية : ـ

أ) جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) ٢جا س = $\sqrt{٢}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٤ رقم ٧ :

حل المعادلة : ٢ جا س ــ ١ = ٠

بند ٨ ـ ٢

تابع حل معادلات مثلثية

حل المعادلة ظا س = ظاθ هو س = θ + ك π، (ك $\in$ صـ)

لاحظ أن ظل الزاوية يكون موجبًا عندما تقع الزاوية في الربع الأول أو الثالث.

كتاب الطالب مثال صـ ١٠٥ رقم ٨ :

حل المعادلة : ظا س = $\sqrt{٣}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٥ رقم ٨ :

حل المعادلة : $\sqrt{٣}$ ظا س = ١

بند ٨ ـ ٢

تابع حل معادلات مثلثية

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٦ رقم ٩ :

حل كلا من المعادلتين : أ) $\text{جتا}\left(٣\text{س} - \frac{\pi}{٤}\right) = \text{جتا}\left(\text{س} + \frac{\pi}{٣}\right)$

ب) $\text{جا}\left(٢\text{س} + \frac{\pi}{٥}\right) = \text{جا س}$

العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

المتطابقات المثلثية الأساسية :

$ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta}$ ، $ظتا\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta}$ ، $ظتا\theta = \frac{١}{ظا\theta}$ حيث المقام ≠ ٠

$قا\theta = \frac{١}{جتا\theta}$ ، $قتا\theta = \frac{١}{جا\theta}$

متطابقة فيثاغورس $\boxed{جا^{٢}\theta + جتا^{٢}\theta = ١}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٨ رقم ١ :

بدون استخدام الألة الحاسبة ، إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$

فأوجد جتا θ ، ظا θ

كراسة التمارين صـ ٦٥ رقم ١ : إذا كانت $جا\theta = \frac{١}{٥}$ ، $٠ < \theta < \frac{\pi}{٢}$.

فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ.

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

كراسة التمارين صـ ٦٥ رقم ٣ : إذا كانت جتاθ = $\frac{١}{٣}$ ، جاθ > ٠

أوجد جاθ، ظتاθ.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٩ رقم ٢ :

$\boxed{١ + ظا^{٢}\theta = قا^{٢}\theta}$

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا θ = $\frac{٣}{٤}$ ، جا θ > صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١١٠ رقم ٣ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا θ = $\frac{٢٤}{٧}$ ، جتا θ < صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

$1 + \text{ظتا}^2\theta = \text{قتا}^2\theta$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١١١ رقم ٤ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظتا θ = $\frac{٥}{٨}$ ، جتا θ < صفر
أوجد جا θ

كتاب الطالب مثال صـ ١١٢ رقم ٥ :

أثبت صحة المتطابقة التالية

جا^٣^س + جاس × جتا^٢^س = جاس.

جا^٢^ θ + جتا^٢^ θ = ١
جا^٢^ θ = ١ ـــ جتا^٢^ θ
جتا^٢^ θ = ١ ـــ جا^٢^ θ

١ + ظا^٢^ θ = قا^٢^ θ
ظا^٢^ θ = قا^٢^ θ ـــ ١
١ = قا^٢^ θ ـــ ظا^٢^ θ

١+ ظتا^٢^ θ =قتا^٢^θ
ظتا^٢^ θ = قتا^٢^ θ ـــ ١
١ = قتا^٢^ θ ـــ ظتا^٢^ θ

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١١٢ رقم ٥ :

أثبت صحة المتطابق

جتا^٤^ س + جا^٢^ س × جتا^٢^ س = جتا^٢^ س

تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

كتاب الطالب مثال صـ ١١٢ رقم ٦ :

اثبت صحة المتطابقة

$$\frac{(\text{قا}\,\theta + ١)(\text{قا}\,\theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\,\theta} = \text{قا}^{٢}\,\theta$$ حيث المقام ≠ ٠

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١١٢ رقم ٦ :

اثبت صحة المتطابقة

$$(\text{قا}^{٢}\,\theta + \text{قتا}^{٢}\,\theta) - (\text{ظا}^{٢}\,\theta + \text{ظتا}^{٢}\,\theta) = ٢$$

كراسة التمارين صـ ٦٦ رقم ١٠ : **أثبت صحة المتطابقة :** **كراسة التمارين صـ ٦٦ رقم ١١ :**

$$(١ - \text{جتا}^{٢}\,\theta)(١ + \text{ظتا}^{٢}\,\theta) = ١$$

$$٣\text{جا}^{٢}\,\theta + ٤\,\text{جتا}^{٢}\,\theta = ٣ + \text{جتا}^{٢}\,\theta$$

تقسيم قطعة مستقيمة

اذا كانت ا ب قطعة مستقيمة بحيث ا ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) ويراد تقسيمها
من جهة ا بنسبة م : ن من الداخل وكانت نقطة التقسيم جـ (س ، ص) فإن

$$جـ \left(\frac{م\,س_٢ + ن\,س_١}{م + ن} ، \frac{م\,ص_٢ + ن\,ص_١}{م + ن} \right)$$

كتاب الطالب مثال صـ ١٢٦ رقم ١ :

إذا كان ا (–٥، ٣)، ب (٧، –٤). فأوجد نقطة تقسيم $\overline{اب}$ من جهة ا بنسبة ١:٣ من الداخل.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٢٦ رقم ١ :

اذا كان ا (٢ ، -٤) ، ب (-٢ ، ٣)
فأوجد جـ بحيث ٢ أ جـ = جـ ب ، جـ $\in \overline{أ ب}$

تابع تقسيم قطعة مستقيمة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٢٦ رقم ٢ :

لتكن ﻫ (٢ ، -٣) ، ب (ـ ٤ ، ٧)

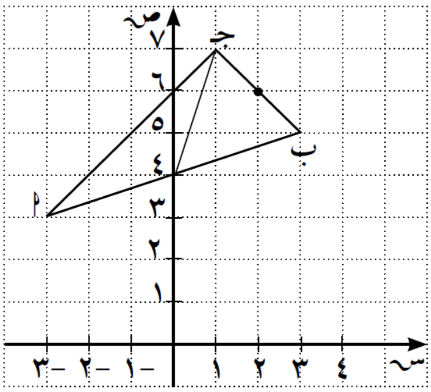
أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{\text{ﻫ ب}}$ بحيث : ٧ جـ ب = ٢ جـ ﻫ

كراسة التمارين صـ ٧٦ رقم ٣ :

ﻫ ب جـ مثلث فيه: ﻫ(−٣، ٣)، ب(٣، ٥)، جـ(١، ٧) أوجد:

(أ) إحداثيات منتصفات أضلاع المثلث.

(ب) إحداثيا نقطة تقاطع متوسطاته.



بند ٩ ــ ٣ أ

ميل الخط المستقيم

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٣ رقم ٢ :

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط

(أ) جـ (٢ ، ٥) ، د (٤ ، ٧)

....

....

....

(ب) ق (-١ ، ٤) ، د (٣ ، -٢)

....

....

....

(جـ) م (٤ ، ٣) ، د (-٧ ، ٣)

....

....

....

كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ٦ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٦)

....

....

....

كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ٨ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن (٣ ، ٤) ، (-٣ ، ٤)

....

....

....

تابع ميل الخط المستقيم

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٤ رقم ٣ :

أثبت أن النقاط ﻢ (٢ ، ـ١) ، ب (-١ ، ٥) ، جـ (٣ ، ـ ٣) على استقامة واحدة

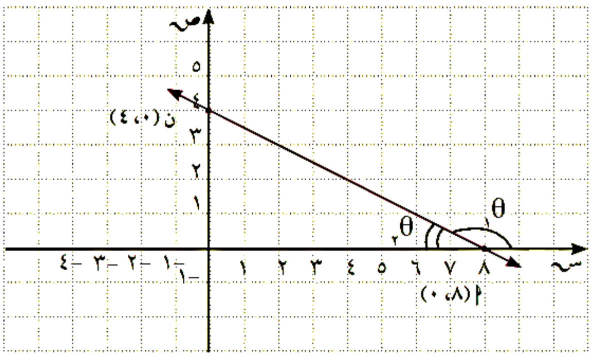
تذكر أن :

العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات و ميل هذا المستقيم م هي :

$$\boxed{\text{م = ظا هـ}}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٥ رقم ٤ :

أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ﻢن}}$ وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها $\theta_٢$ وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها $\theta_١$.



تابع ميل الخط المستقيم

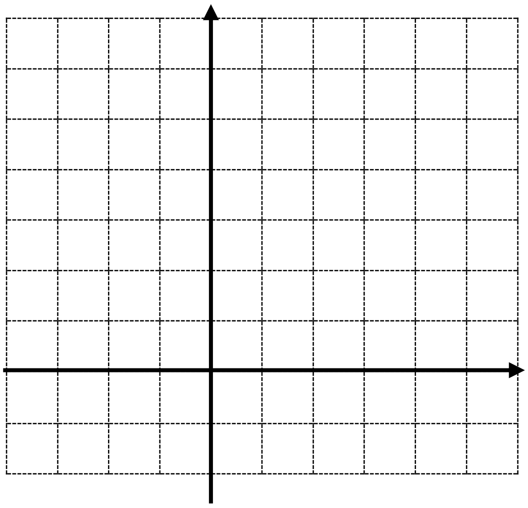
كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ١٠ :

أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠ ° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ١٤ :

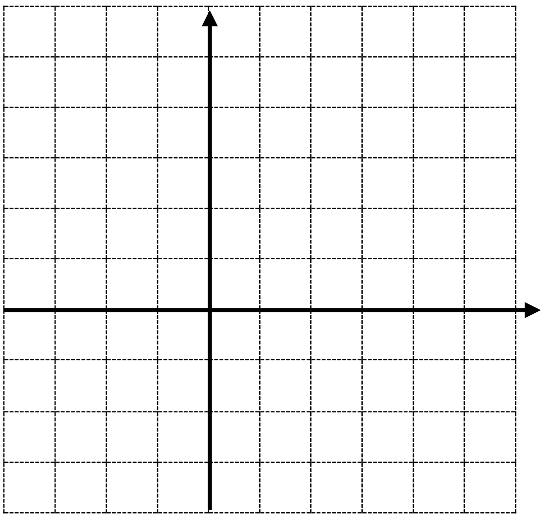
ارسم كلا من المستقيمين التاليين بمعلومية نقطة من كل مستقيم وميله

س (٣ ، ٥) ، الميل = ٢



كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ١٥ :

ب (٥ ، ٢) ، الميل = $-\frac{١}{٢}$



معادلة الخط المستقيم

تكون معادلة المستقيم : $ص - ص_١ = م (س - س_١)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٦ رقم ١ :

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦ ، ٥)

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ١ أ :

أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم

أ) يمر بالنقطة (٥ ، ٢) و ميله ٣

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٧ رقم ٢ :

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ (٣ ، -١) ، (٢ ، -٢)

بند ٩ – ٣ ب

تابع معادلة الخط المستقيم

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٣ : ب

أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين ب (٣ ، -٤) ، ب (٧ ، ١)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٧ رقم ٣ : أ

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم م الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (−٣، ٢).

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٧ رقم ٣ : ب

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

تابع معادلة الخط المستقيم

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٦ :

أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم : س = $\frac{-١}{٤}$ ص + ١٧ و يمر بنقطة الأصل

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٤ :

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧ ، -١)

و العمودي على الخط المستقيم : ٣س + ٢ص – ١ =٠

البعد بين نقطة و مستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = صفر

فإن البعد ف بين النقطة د (س١ ، ص١) والمستقيم ل تعطى بالصيغة

$$ف = \frac{|أ\,س_1 + ب\,ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$$

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ١ :

معادلة المستقيم ل : ٢ س – ص + ٣ = ٠

بين ما إذا كانت النقطة م (- ٢ ، - ١) تنتمي إلى المستقيم ل أم لا ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٢ رقم ١ :

أوجد البعد بين المستقيم ل : ص = - س + ٣ و النقطة د (٢ ، ٥)

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٦ :

أوجد البعد بين نقطة الأصل و المستقيم : ٢ ص = ٣ س + ٤

تابع البعد بين نقطة و مستقيم

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٥ :

أوجد البعد بين النقطة جـ (٢ ، ١) و المستقيم : ٣ س – ص – ١ = ٠

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٧ :

أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢ ، -١) إذا كان المستقيم : ٣ س – ٤ ص + ٧ = ٠ مماس لها

معادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) ونصف قطرها نق على الصورة

$$(س ـ د)^٢ + (ص ـ هـ)^٢ = نق^٢$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٣ رقم ١ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ــ ٣) وطول نصف قطرها ٥ وحدات

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٤ رقم ٣ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٦ وحدات

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٥ رقم ٤ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) و تمس محور الصادات

تدريب :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣ ، -٢) و تمس محور السينات

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٥ رقم ٥ :

أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

أ) $س^٢ + ص^٢ = ٤٩$

ب) $(س - ٤)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٣٦$

كراسة التمارين صـ ٩١ رقم ٤ ب :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ١) و تمر بالنقطة (٦ ، ١)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٤ رقم ٢ :

أوجد معادلة الدائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ (-٣ ، ٦) ، ب (١ ، -٢)

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = صفر$ حيث ل ، ك ، ب ثوابت

الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $\left(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}\right)$

ونصف قطرها نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ ب}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٧ رقم ٦ :

عين مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة التالية

$٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢ س - ٤ ص - ٣٠ = صفر$

ملاحظة :

عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: $س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = ٠$

يمكننا معرفة ما تمثله هذه المعادلة بيانيًا بمجرد مقارنة

$ل^٢ + ك^٢ - ٤ب$ مع الصفر.

١) عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب < ٠$ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.

٢) عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = ٠$ فإن المعادلة تمثل نقطة.

٣) عندما $ل^٢ + ك^٢ - ٤ب > ٠$ فإن المعادلة تمثل دائرة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٨ رقم ٧ : أ

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

أ) $س^٢ + ص^٢ - ٤ س + ٧ ص + ١٧ = صفر$

معادلة مماس الدائرة عند النقطة الواقعة عليها

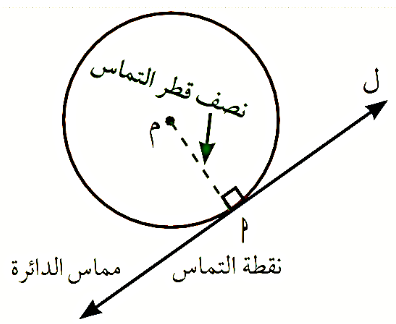
تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٨ رقم ٧ : ب ، جـ

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

ب) $س^٢ + ص^٢ + ٥ س - ٦ ص - ٤ = صفر$

جـ) $س^٢ + ص^٢ - ٢ س - ٢ ص + ٢ = صفر$

معادلة مماس لدائرة : من الشكل المقابل ماذا نستنتج ؟



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٩ رقم ٨ :

أوجد معادلة مماس لدائرة معادلتها

$(س – ٢)^٢ + (ص – ١)^٢ = ٢٥$ عند نقطة أ (٦ ، ٤) الواقعة عليها

بند ٩ ـ ٥

تابع معادلة مماس الدائرة عند النقطة الواقعة عليها

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٥٠ رقم ٩ :

أثبت أن النقطة ﻡ (١ ، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و ، معادلتها :

$س^٢$ + $ص^٢$ +٦ س + ٨ ص - ١٦ = صفر ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة

كراسة التمارين صـ ٩١ رقم ٧ :

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها

$(س ـ ١)^٢$ + $(ص + ٢)^٢$ = ١٠ عند النقطة (٢ ، ١)

الإنحراف المعياري

<u>بند ١٠ ـ ٣</u>

التباين والإنحراف المعياري لمجموعة من القيم

التباين = $ع^2$ = $\frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \bar{س})^2}{ن}$ ومنه الإنحراف المعياري = ع = $\sqrt{ع^2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٧٨ رقم ١ :

أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

$س_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^2$

كراسة التمارين صـ ١٠٦ رقم ١ أ :

أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات ٥٢ ، ٦٣ ، ٥٤ ، ٧٠ ، ٦٦

$س_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^2$

تابع الإنحراف المعياري

التباين والإنحراف المعياري لجدول تكراري ذو فئات

$$\text{التباين} = ع^2 = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2 \times ت_ر}{\sum_{ر=1}^{ن} ت_ر}$$ ومنه الإنحراف المعياري = ع = $\sqrt{ع^2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٠ رقم ٣ :

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ١٠٠ طالب ثانوي (الوزن بالكجم)

الفئة	٦٠ –	٦٤ –	٦٨–	٧٢–	٧٦–
التكرار	٥	١٨	٤٢	٢٧	٨

أوجد المتوسط الحسابي $\overline{س}$ و الانحراف المعياري ع لهذه الأوزان .

الحل :

الفئة	$س_ر$	ت	$س_ر \times ت$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^2$	$(س_ر - \overline{س})^2 \times ت_ر$
المجموع						

....

....

....

....

....

....

....

تابع الإنحراف المعياري

كراسة التمارين صـ ١٠٧ رقم ٤ :

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لدرجات ٢٠ طالب في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة

الفئة	٤ـ	٨ـ	١٢ـ	١٦ـ
التكرار	٥	٧	٤٦	٢

أوجد الإنحراف المعياري لدرجات الطلاب .

الحل :

الفئة	$س_ر$	ت	$س_ر \times ت$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^2$	$(س_ر - \overline{س})^2 \times ت_ر$
المجموع						

....

....

....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٢ رقم ٤ :

اذا كان الإنحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو ع = ٤ و أن مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠ فما عدد هذه قيم البيانات ؟

....

....

....

طرق العد

بند ١٠ ـ ٤

مبدأ العد

ن ! = ن × (ن ـ ١) × (ن ـ ٢) × ....× ٣ × ٢ × ١

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٣ رقم ١ :

ما عدد الرموز التي يمكن تكوينها من حروف ((نواف)) من دون تكرار لأي منها شرط ألا يبدأ بــ ((أ))

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٤ رقم ٢ :

يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من : سلطة أو حساء ، دجاج أو سمك ، حلويات أو فاكهة .

إستخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة .

تابع طرق العد

كتاب الطالب مثال صـ ١٨٥ رقم ٣ :

تبدأ لوحات السيارات في إحدى المدن بحرفين من الحروف الابجدية يتبعها ثلاثة أرقام .
كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها ؟ افترض أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف
أو الأرقام في أي من لوحات التراخيص .

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٥ رقم ٣ :

في المثال ٣ : ما هو عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها إذا كان رقم الاحاد فردي ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٦ رقم ٤ :

إشترك ٢٠ جملا في سباق للهجن و وصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة
(أي أنه لا يوجد أي تعادل) ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٦ رقم ٥ :

في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضوا يشكلون مجلس الأمناء . يريدون إختيار رئيسا ، أمينا للسر ، أمينا للصندوق . حدد كم طريقة يمكن بها الإختيار لهذه المناصب .

التباديل

بند ١٠ ـ ٤

تذكر:

مضروب ن أو

ن! هو: ن × (ن − ١) × ... × ٣ × ٢ × ١

فمثلاً: ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

٠! = ١ تُقرأ مضروب صفر = ١

التباديل :

$$ {}^{ن}ل_{ر} = \frac{ن!}{(ن - ر)!} $$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٨ رقم ٦ :

أوجد قيمة كل تبديل بدون إستخدام الألة الحاسبة بصورة مباشرة .

(أ) $ {}^{٥}ل_{٣} $

(ب) $ {}^{١٠}ل_{٤} $

(جـ) $ {}^{ن}ل_{٤} $

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٨ رقم ٧ :

ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر و ذلك في حال عدم تكرار أي رقم ؟

التوافيق

التوافيق :

$$ {}^{ن}ق_{ر} = \frac{{}^{ن}ل_{ر}}{ر!} = \frac{ن!}{(ن - ر)!\ ر!} $$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨٩ رقم ٨ :

ما عدد اللجان المكونة من شخصين و التي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص ؟

كراسة التمارين صـ ١١٢ رقم ٩ : أوجد : $ {}^{١٤}ق_{٥} $

كراسة التمارين صـ ١١٢ رقم ١٠ : أوجد : $ {}^{٤٨}ق_{٤٦} $

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٠ رقم ٩ :

إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعبا . فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبا من بين لاعبي هذا الفريق ؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

تابع التوافيق

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩١ رقم ١٠ :

أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني ، أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لاستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالبا . علما بأن عدد الطلاب هو ٦٠ طالبا ، فما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها لهذه الزيارة ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩١ رقم ١٠ :

في ما يلي حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلا أو توفيقا

أ) اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القران

ب) مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القران

الإحتمال المشروط

احتمال الحدث (ٲ) = $\dfrac{\text{عدد نواتج الحدث ٲ}}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$ أي أن: ل (ٲ) = $\dfrac{\text{ن (ٲ)}}{\text{ن (ف)}}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٣ رقم ١ :

في لعبة " رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين " والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

مثل فضاء العينة بيانيا

....

....

ما احتمال الحدث (ب) " ظهور عددين مجموعها يساوي ٧

....

....

ما احتمال الحدث (جـ) " ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣

....

....

ما احتمال الحدث (د) " ظهور عددين أحدهما مربعا للأخر

....

....

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن ٲ حدث في فضاء عينة ف منته وغير خالٍ فإن:

١) ٠ ≤ ل(ٲ) ≤ ١

٢) إذا كان ٲ = { } إذًا ل(ٲ) = ٠ ويسمى ٲ حدثًا مستحيلًا.

٣) إذا كان ٲ = ف إذًا ل(ٲ) = ١ ويسمى ٲ حدثًا مؤكدًا.

٤) مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١

الإحتمال المشروط

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٤ رقم ٢ :

في تجربة رمي حجري نرد متمايزين و ملاحظة الوجه العلوي لكل منهما ،

كان الحدث ب ((الحصول على مجموع العددين أصغر من ١٣))

فما إحتمال وقوع الحدث ب ؟

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٤ رقم ٣ :

اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينهما ٤ قطع بالشوكولاته يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معا عشوائيا فما احتمال إختيار قطعتي حلوى عشوائيا ليستا بالشوكولاته؟

العمليات على الأحداث

ل (ﻡ ∪ ب) = ل (ﻡ) + ل (ب) ـ ل (ﻡ ∩ ب)

ل (ﻡ ∩ ب) = ل (ﻡ) + ل (ب) ـ ل (ﻡ ∪ ب)

ل ($\overline{ﻡ}$) = ١ ـ ل (ﻡ)

اذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن

ل (ﻡ ∪ ب) = ل (ﻡ) + ل (ب)

اذا كان ﻡ ، ب حدثان مستقلان من فضاء العينة ف فإن

ل (ﻡ ∩ ب) = ل (ﻡ) × ل (ب / ﻡ)

بند ١٠ ـ ٥

الإحتمال المشروط

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٦ رقم ٥ :

اذا كان ﻡ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل (ﻡ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (ﻡ ∪ ب)= ٠,٦ أوجد كلا من

ل (ﻡ ∩ ب) = ...

ل ($\overline{\text{ب}}$) = ...

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٧ رقم ٦ :

اذا كان ﻡ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل (ﻡ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (ﻡ ∩ ب)= ٠,٢

أوجد ل ($\overline{\text{ﻡ ∪ ب}}$) =

....

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٨ رقم ٧ :

في فضاء عينة ف لدينا حدثان ﻡ ، ب متنافيان حيث

ل (ﻡ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥

أ) أحسب ل (ﻡ ∪ ب) ....

ب) أحسب ل ($\overline{\text{ﻡ ∪ ب}}$) ....

الإحتمال المشروط

قاعدة الإحتمال المشروط : ـ

اذا كان وقوع الحدث ب مشروطا بوقوع الحدث ﻡ فإن

$$ل\,(\,ب\,/\,ﻡ\,) = \frac{ل\,(ﻡ \cap ب\,)}{ل\,(\,ﻡ\,)} \quad \text{حيث } ل\,(\,ﻡ\,) \neq \text{صفر}$$

و كذلك $ل\,(ﻡ \cap ب\,) = ل\,(ﻡ\,) \times ل\,(\,ب\,/\,ﻡ\,)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٩٩ رقم ٨ :

في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات و ملاحظة الوجه العلوي

ما إحتمال أن يكون الناتج (ص ، ك ، ص)

كراسة التمارين صـ ١١٥ رقم ١٦ :

اذا كان ﻡ ، ب حدثان مستقلين و كان

ل (ﻡ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٤ أوجد كلا من

أ) $ل\,(ﻡ \cup ب\,)$

ب) $ل\,(\,\overline{ﻡ}\,)$

جـ) $ل\,(ﻡ \cap ب\,)$

تابع الإحتمال المشروط

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٠٠ رقم ٩ :

تحتوي علبة حلوى على ١٢ قطعة بينهما ٤ منها بنكهة شوكولاتة و الباقي بنكهة الحليب
فما إحتمال أخذ قطعة بنكهة شوكولاتة و أكلها ، ثم أخذ قطعة بنكهة الحليب ؟

قاعدة الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطًا بوقوع الحدث ﺃ فإن:

$$ل(ب|ﺃ) = \frac{ل(ﺃ \cap ب)}{ل(ﺃ)} \quad \text{حيث } ل(ﺃ) \neq ٠$$

وكذلك $ل(ﺃ \cap ب) = ل(ﺃ) \times ل(ب|ﺃ)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٠٢ رقم ١٠ :

في تجربة عشوائية ، اذا كان

$ل(ﺃ) = ٠{,}٣$ ، $ل(ب / ﺃ) = ٠{,}٢$ أوجد $ل(ﺃ \cap ب)$

تابع الإحتمال المشروط

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٠٢ رقم ١١ :

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ،
إذا كان الحدث ب " الحصول على عدد زوجي "
والحدث ﻣ" الحصول على عدد أولي " فاحسب ل (ب / ﻣ)

....

....

....

....

كراسة التمارين صـ ١١٥ رقم ١٧ :

ليكن :

ل (ﻣ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (ﻣ ∪ ب) = ٠,٨

احسب (أ) ل (ﻣ ∩ ب) ....

(ب) ل (ﻣ / ب) ....

(جـ) ل (ب / ﻣ) ....

كراسة التمارين صـ ١١٦ رقم ١٨ :

ليكن أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل (ﻣ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٥

احسب ل (ب / ﻣ)

....

....

....

....

تمنياتنا لكم

بدوام النجاح و التفوق

لا تنسونا من صالح الدعاء

W.R.E