# ( 1 - 1 ) الجذور والتعبيرات الجذرية

| | الأمثلة | حاول أن تحل |
|---|---|---|
| الجذور والتعبيرات الجذرية | | |
| الجذور التكعيبية | 1a,b 1c,d | 1a,b 1c,d |
| تبسيط الجذور | 2 3 | 2a.b 2c 3 |
| جمع وطرح الجذور | 4a 4b 4c 4d | 4a 4b 4c 4d |
| ضرب وقسمة الجذور | 5a 5b 6 7 8a,b 8c,d 9 | 5 6 7a,b 7c 8a 8b 8c 8d 9 |

الفهرس

بما أن $(5)^2 = (-5)^2 = 25$

فإن العددين 5 ، 5- هما الجذرين التربيعيين للعدد 25

بما أن $(5)^3 = 125$

فإن العدد 5 هو الجذر التكعيبي للعدد 125

وبما أن $(-5)^3 = -125$

فإن العدد (5-) هو الجذر التكعيبي للعدد (125-)

بالتالي

فإن **لكل** عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب

أي أن إذا كان $A^2 = x$ فإن $A = \pm\sqrt{x}$ ., $A > 0$

بالتالي

فإن لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي **واحد**

| العدد الحقيقي | عدد الجذور التربيعية | عدد الجذور التكعيبية |
|---|---|---|
| موجب | 2 | 1 |
| صفر | 1 | 1 |
| سالب | 0 | 1 |

# الجذور التكعيبية

إذا كان $A^3 = B$ فإن $A = \sqrt[3]{B}$

وتقرأ الجذر التكعيبي للعدد B
3 هو دليل الجذر ، B هو المجذور

$$(\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} = x, \forall x \in R$$

## مثال ( 1 )

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

a $-8$ b $125$ c $-\frac{375}{24}$ d $0.064$

a $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| | 1 |

b $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{(5)^3} = 5$

| | |
|---|---|
| 125 | 5 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

الفهرس

## مثال ( 1 )

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

a $-8$ b $125$ c $-\frac{375}{24}$ d $0.064$

d $\sqrt[3]{0.064} = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{10^3}}$

$\sqrt[3]{\frac{(2^2)^3}{10^3}}$

$= \frac{2^2}{10} = \frac{4}{10}$

$= 0.4$

| | |
|---|---|
| 64 | 2 |
| 32 | 2 |
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

c $\sqrt[3]{-\frac{375}{24}} = -\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{5^3}{2^3}}$

$= -\frac{5}{2}$

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 125 | 5 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

الفهرس

## حاول أن تحل ( 1 )

1 أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلية الحاسبة:

a $-27$ b $64$ c $-0.008$ d $\frac{343}{216}$

a $\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{(3)^3} = -3$

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

b $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} =$

$2^2 = 4$

| | |
|---|---|
| 64 | 2 |
| 32 | 2 |
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

الفهرس

## حاول أن تحل ( 1 )

1 أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

a $-27$ b $64$ c $-0.008$ d $\frac{343}{216}$

c $\sqrt[3]{-0.008} = -\sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = -\sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} =$

$-\frac{2}{10} = -0.2$

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

d $\sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^3 \times 3^3}} =$

$\frac{7}{6}$

| | |
|---|---|
| 343 | 7 |
| 49 | 7 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 216 | 2 |
| 108 | 2 |
| 54 | 2 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

الفهرس

## مثال ( 2 )

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي $x$:

a $\sqrt{4x^6}$

b $\sqrt[3]{8x^3} + 3x$

a $$\sqrt{4x^6} = \sqrt{2^2(x^3)^2} = 2|x^3| = \begin{cases} 2x^3, x \geq 0 \\ -2x^3, x < 0 \end{cases}$$

b $$\sqrt[3]{8x^3} + 3x = \sqrt[3]{2^3x^3} + 3x = 2x + 3x = 5x$$

## حاول أن تحل ( 2 )

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث $x$، $y$ عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$

b $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2$

c $\sqrt{x^8y^6}$

a $\sqrt{9x^2y^4}=\sqrt{3^2x^2(y^2)^2}=3|xy^2|=$

$$3y^2|x|=\begin{cases}3xy^2, & x\geq 0\\ -3xy^2, & x<0\end{cases}$$

## حاول أن تحل ( 2 )

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث $x$، $y$ عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$

b $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2$

c $\sqrt{x^8y^6}$

b $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2=-\sqrt[3]{3^3(x^2)^3}+3x^2=-3x^2+3x^2=0$

## حاول أن تحل ( 2 )

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث $x$، $y$ عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$

b $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2$

c $\sqrt{x^8y^6}$

c $\sqrt{x^8y^6}=\sqrt{(x^4)^2(y^3)^2}=|x^4y^3|=$

$$x^4|y^3|=\begin{cases} x^4y^3, & y\geq 0 \\ -x^4y^3, & y<0 \end{cases}$$

**مثال (3)** تطبيقات حياتية

أراد خالد أن يضع 4 درازن من البرتقال في صندوق.
يتسع الصندوق لـ 4 طبقات وتحتوي كل طبقة على 12 برتقالة، على أن تكون 3 برتقالات مقابلة لعرض الصندوق و4 برتقالات مقابلة لطول الصندوق. وزن كل برتقالة هو بين 226 g و255 g، إن وزن البرتقالة $w$ مرتبط بطول قطرها $d$ وفق الصيغة: $w = \frac{d^3}{2.3}$ حيث $w$ بالجرام (g)، $d$ بالسنتيمتر (cm).

a أوجد طول قطر أكبر مقطع دائري للبرتقالة.

b أوجد الأبعاد لصندوق مناسب.

$$226 < w < 255$$

$$226 < \frac{d^3}{2.3} < 255$$

$$519.8 \le d^3 \le 586.5$$

اضرب في 2.3

$$\sqrt[3]{519.8} < \sqrt[3]{d^3} < \sqrt[3]{586.5}$$

$$8.04 < d < 8.37$$

بالتالي فإن طول قطر أكبر مقطع دائري للبرتقالة بين 8.37cm , 8.04cm

**مثال (3)** تطبيقات حياتية

أراد خالد أن يضع 4 درازن من البرتقال في صندوق.
يتسع الصندوق لـ 4 طبقات وتحتوي كل طبقة على 12 برتقالة، على أن تكون 3 برتقالات مقابلة لعرض الصندوق و4 برتقالات مقابلة لطول الصندوق. وزن كل برتقالة هو بين 226 g و255 g، إن وزن البرتقالة $w$ مرتبط بطول قطرها $d$ وفق الصيغة: $w = \frac{d^3}{2.3}$ حيث $w$ بالجرام (g)، $d$ بالسنتيمتر (cm).

a أوجد طول قطر أكبر مقطع دائري للبرتقالة.

b أوجد الأبعاد لصندوق مناسب.

عرض الصندوق $3 \times 8.37 = 25.11cm$

طول الصندوق $4 \times 8.37 = 33.48cm$

الفهرس

## حاول أن تحل ( 3 )

3 استخدم الصيغة $w = \frac{d^3}{2.3}$ لإيجاد طول قطر أكبر مقطع دائري لكل برتقالة وزنها كما يلي:

a 85 g

b 195.93 g

c 177.19 g

$$w = 85$$

$$\frac{d^3}{2.3} = 85$$

$$d^3 = 195.5$$

$$d = \sqrt[3]{195.5}$$

$$d = 5.8cm$$

# Adding and Subtracting Radical Expressions

# جمع وطرح التعبيرات الجذرية

لجمع التعبيرات الجذرية وطرحها، يجب أن تكون متشابهة

يكون التعبيران الجذريان متشابهين عندما يكون لهما دليل الجذر نفسه والمجذور نفسه.

يجب وضع التعبيرات الجذرية في أبسط صورة مما يسمح لنا بمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا.

لاحظ أن: $5\sqrt{3}$ و $2\sqrt{3}$ تعبيران جذريان متشابهان

$8\sqrt{x}$ و $-3\sqrt{x}$ $(x \geqslant 0)$ تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{27}$ و $\sqrt{12}$ تعبيران جذريان متشابهان. لماذا؟

في حين أن:

$\sqrt{3}$ و $3\sqrt{5}$ هما تعبيران جذريان غير متشابهين

$\sqrt{x}$ و $-3\sqrt{y}$ $(x \geqslant 0$ ، $y \geqslant 0)$ هما تعبيران جذريان غير متشابهين

## مثال (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}$

b $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$

c $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}=$

$3\sqrt{16\times 2}-\sqrt{49\times 2}=$

$3\times 4\sqrt{2}-7\sqrt{2}=$

$12\sqrt{2}-7\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

32=16×2

98=49×2

## مثال (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}$

b $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$

c $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

375=125×3

b $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}=$

$$2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{125\times 3}=$$

$$2\sqrt[3]{3}+5\times 5\sqrt[3]{3}=$$

$$2\sqrt[3]{3}+25\sqrt[3]{3}=27\sqrt[3]{3}$$

## مثال (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}$

b $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$

c $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

c $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}=$

$\sqrt{9\times2}+\sqrt{25\times2}-\sqrt{36\times2}=$

$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-6\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

18=9×2

50=25×2

72=36×2

## مثال (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة

a $3\sqrt{32}-\sqrt{98}$

b $2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$

c $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

d $\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

d

$$\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}=$$

$$\sqrt[3]{64\times 2}+\sqrt[3]{27\times 2}-2\sqrt[3]{125\times 2}=$$

$$4\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-2\times 5\sqrt[3]{2}=$$

$$4\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-10\sqrt[3]{2}=-3\sqrt[3]{2}$$

128=64×2

54=27×2

250=125×2

## حاول أن تحل ( 4 )

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

a

$$4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}=$$

$$4\times 2+2\sqrt[3]{64\times 2}=$$

$$8+2\times 4\sqrt[3]{2}=$$

$$8+8\sqrt[3]{2}=8(1+\sqrt{2})$$

128=64×2

## حاول أن تحل ( 4 )

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

b

$$2\sqrt{75}-\sqrt{48}=$$
$$2\sqrt{25\times3}-\sqrt{16\times3}=$$
$$2\times5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=$$
$$10\sqrt{3}-4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

$75=25\times3$

$48=16\times3$

## حاول أن تحل ( 4 )

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}=$

$\sqrt{4\times3}+\sqrt{49\times3}-\sqrt{9\times3}=$

$2\sqrt{3}+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

$12=4\times3$

$147=49\times3$

$27=9\times3$

## حاول أن تحل ( 4 )

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

d

$$\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}=$$

$$\sqrt[3]{5\times 2^6}+\sqrt[3]{5\times 2^3}-\sqrt[3]{5\times 3^3}=$$

$$2^2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=$$

$$4\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=3\sqrt[3]{5}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 135 | 3 | 40 | 2 | 320 | 2 |
| 45 | 3 | 20 | 2 | 160 | 2 |
| 15 | 3 | 10 | 2 | 80 | 2 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 40 | 2 |
| 1 | | 1 | | 20 | 2 |
| | | | | 10 | 2 |
| | | | | 5 | 5 |
| | | | | 1 | |

## حاول أن تحل ( 4 )

4 أوجد الناتج في أبسط صورة:

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}=$

$\sqrt[3]{64\times5}+\sqrt[3]{8\times5}-\sqrt[3]{27\times5}=$

$4\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=3\sqrt[3]{5}$

320=64×5

40=8×5

135=27×5

# ضرب وقسمة الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

| الجذور التربيعية | الجذور التكعيبية |
|---|---|
| $\forall x, y \in \mathbb{R}^{+} \cup \{0\}$ | $\forall x, y \in \mathbb{R}$ |
| $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert = x$ | $\sqrt[3]{x^3} = x$ |
| $(\sqrt{x})^2 = x$ | $(\sqrt[3]{x})^3 = x$ |
| $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ | $\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$ |
| $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, \ y \neq 0$ | $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}, y \neq 0$ |

## مثال (5)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{72x^3}$ , $x \geq 0$

b $\sqrt[3]{80n^5}$

a

$$\sqrt{72x^3} = \sqrt{(2^2)(2)(3^2)(x^2)(x)} =$$

$$2 \times 3 \times |x| \sqrt{2x} = 6|x| \times \sqrt{2x} = 6x\sqrt{2x}$$

| | |
|---|---|
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

## مثال (5)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{72x^3}$ , $x \geq 0$

b $\sqrt[3]{80n^5}$

b

$$\sqrt[3]{80n^5} = \sqrt[3]{2^3 \times 2 \times 5 \times n^3 \times n^2} =$$

$$= 2n \times \sqrt[3]{10n^2}$$

| | |
|---|---|
| 80 | 2 |
| 40 | 2 |
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{50x^4}$

b $\sqrt[3]{18x^3}$

a

$$\sqrt{50x^4} = \sqrt{5^2 \times 2 \times (x^2)^2} = 5x^2\sqrt{2}$$

| | |
|---|---|
| 50 | 2 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

b

$$\sqrt[3]{18x^3} = x\sqrt[3]{18}$$

| | |
|---|---|
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

## مثال (6)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x} \quad , \quad x \geq 0$

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

a

$$\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x} = \sqrt{5 \times 40 \times x^3 \times x} =$$

$$\sqrt{5 \times 2^2 \times 2 \times 5(x^2)^2} =$$

$$\sqrt{5^2 \times 2^2 \times 2(x^2)^2} =$$

$$5 \times 2|x^2|\sqrt{2} =$$

$$10x^2\sqrt{2}$$

| | |
|---|---|
| 40 | 2 |
| 20 | 5 |
| 10 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

## مثال (6)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x} \quad , \quad x \geq 0$

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

b $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3} = \sqrt[3]{(5)(64)(x^3x^2)(y^4y^3)} =$

$\sqrt[3]{5 \times 4^3 x^3 x^2 y^3 y \ y^3} = 4xy \ y \ \sqrt[3]{5x^2y} = 4xy^2\sqrt[3]{5x^2y}$

حاول أن تحل

6 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$ , $x \geq 0$

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

a

$$3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2} = 6\sqrt{7 \times x^3 \times x^3 \times y^2} =$$

$$6\sqrt{7x^6y^2} = 6\sqrt{7(x^3)^2y^2} = 6|x^3y|\sqrt{7} =$$

$$6x^3|y|\sqrt{7} = \begin{cases} 6x^3y\sqrt{7}, & y \geq 0 \\ -6x^3y\sqrt{7}, & y < 0 \end{cases}$$

حاول أن تحل

6 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$ , $x \geq 0$

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y} = 12\sqrt[3]{x^4x^2y\ y} =$

$12\sqrt[3]{x^6y^2} = 12x^2\sqrt[3]{y^2} =$

## مثال (7)

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\dfrac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}, \quad x \neq 0$

b $\dfrac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}}, \quad x \neq 0, \; y \neq 0$

**a**

$$\frac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}} = \sqrt[3]{\frac{162x^5}{3x^2}} = \sqrt[3]{54x^3} =$$

$$\sqrt[3]{3^3 \times 2x^3} = 3x\sqrt[3]{2}$$

| | |
|---|---|
| 54 | 2 |
| 27 | 3 |
| 9 | 5 |
| 3 | 5 |
| 1 | |

**b**

$$\frac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}} = \sqrt[3]{\frac{250x^7y^3}{2x^2y}} = \sqrt[3]{125x^5y^2} =$$

$$\sqrt[3]{5^3x^3x^2y^2} = 5x\sqrt[3]{2x^2y^2}$$

| | |
|---|---|
| 125 | 5 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

الفهرس

## حاول أن تحل

7 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية:

a $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$

b $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$ , $x > 0$

c $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$ , $x \neq 0$

a $$\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

b $$\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{12x^4}{3x}} = \sqrt{4x^3} = \sqrt{2^2 x^2 x} =$$

$$2|x|\sqrt{x} = 2x\sqrt{x} =$$

## حاول أن تحل

7 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية:

a $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$

b $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}, \ x > 0$

c $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}, \ x \neq 0$

c

$$\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \sqrt[3]{\frac{128x^{15}}{2x^2}} = \sqrt[3]{64x^{13}} = \sqrt[3]{4^3 x^{12} x} =$$

$$\sqrt[3]{4^3 (x^4)^3 x} = 4(x^4)\sqrt[3]{x}$$

## تبسيط كسر مقامه يتضمن جذرًا

**إذا كان $x, y$ تعبيرين جذريين يمثلان أعددًا غير نسبية وكان ناتج ضرب $x$ في $y$ عددًا نسبيًا فإن $x, y$ مترافقان.**

فمثلًا: $\sqrt{2}$ مرافق $\sqrt{2}$، لأن: $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ حيث الناتج 2 عددًا نسبيًّا.

وكذلك $(3+\sqrt{2})$ مرافق $(3-\sqrt{2})$، لأن: $(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) = 9-2 = 7$ حيث الناتج 7 عددًا نسبيًّا.

وأيضًا $\sqrt[3]{5^2}$ مرافق لِـ $\sqrt[3]{5}$ لأنّ: $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{5^3} = 5$ حيث الناتج 5 عددًا نسبيًّا.

يمكن إعادة كتابة كسر يحتوي مقامه على جذور تربيعية أو جذور تكعيبية على شكل كسر مقامه عدد نسبي وذلك بضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام.

## مثال (8)

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

a $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$ c $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}$, $x>1, x\in\mathbb{Q}$

a
$$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

b
$$\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}\times\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}-3+2-\sqrt{2}}{9-2}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$$

## مثال (8)

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

a $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$ c $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}$, $x>1, x\in\mathbb{Q}$

c
$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}}=\frac{3}{\sqrt[3]{5}}\times\frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}=\frac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

d
$$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}\times\frac{\sqrt{x}+9x}{\sqrt{x}+9x}=\frac{x\sqrt{x}+9x^2+x+9x\sqrt{x}}{x-81x^2}=$$

$$\frac{10x\sqrt{x}+x+9x^2}{x-81x^2}=\frac{x(10\sqrt{x}+1+9x)}{x(1-81x)}=\frac{10\sqrt{x}+1+9x}{1-81x}$$

الفهرس

## حاول أن تحل

8 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$ d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , $x>1$ , $x \in \mathbb{Q}$

a $$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

## حاول أن تحل

**8** أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$ d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , $x>1$ , $x \in \mathbb{Q}$

b

$$\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} =$$

$$\frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{4-2} = \frac{4+\sqrt{2}}{2}$$

## حاول أن تحل

**8** أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

**a** $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **b** $\dfrac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ **c** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$ **d** $\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , $x>1$ , $x \in \mathbb{Q}$

**c**

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} \times \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{7}$$

## حاول أن تحل

8 أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$ d $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , $x>1$ , $x \in \mathbb{Q}$

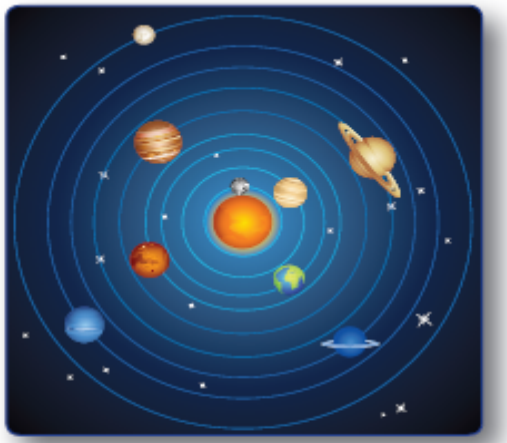
d

$$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x\sqrt{x}+x+x+\sqrt{x}}{x-1} =$$

$$\frac{x\sqrt{x}+2x+\sqrt{x}}{x-1}$$

## مثال (9)

## تطبيقات حياتية



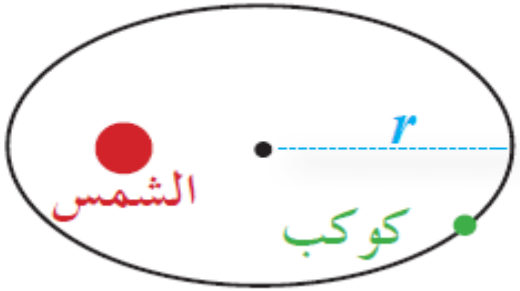
ينص قانون كيبلر الثالث على أن مربع الزمن الدوري ($T^2$) لدوران كوكب حول الشمس يتناسب طردًا مع مكعب نصف طول المحور الأكبر لمدار الكوكب ($r^3$) ويمكن تمثيل ذلك بالعلاقة:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{(6.673)\times(10^{-11})\times M}\times r^3$$ ، حيث $M$ بالكيلوجرام،

$r$ بالمتر، T بالثانية.

أوجد نصف طول المحور الأكبر لمدار كوكب كتلته: $M=6\times10^{24}\,kg$

وزمنه الدوري: $T = 5\ 175\ s$.




الحل: