ثانوية عروة بن الزبير   قسم الرياضيات
أوراق عمل للوحدة الأولى الصف 11 ع
الفصل الدراسي الأول   2019/2018

أوجد مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{x+3} - 5 = 0$

$\sqrt{x+3} = 5$

$\because$ دليل الجذر عددا زوجيا في $\sqrt{x+3}$

$\therefore \ x+3 \geqslant 0$

$x \geqslant -3$

$\therefore \ x \in [-3, \infty)$

$(\sqrt{x+3})^2 = (5)^2$

$x+3 = 25$

$x = 25 - 3$

$x = 22$

$\because \ 22 \in [-3, \infty)$

$\therefore$ م . ح $= \{22\}$

$$\sqrt{5x+4} - 7 = 0$$

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $2(x-4)^{\frac{2}{5}} - 8 = 0$

$2(x-4)^{2/5} - 8 = 0$

$2(x-4)^{2/5} = 8$

$(x-4)^{2/5} = 4$

$\left((x-4)^{2/5}\right)^{5/2} = (4)^{5/2}$

$|x-4| = 32$

$x-4 = 32$ أو $x-4 =$

$x = 36$ أو $x = -28$

مجموعة الحل = $\{-28, 36\}$

$$2(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$$

أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$$

$\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

$\sqrt{5x} = \sqrt{2x+9}$

$5x \geq 0 \,, \quad 2x + 9 \geq 0$

$x \geq 0 \quad , \quad x \geq -\frac{9}{2}$

$\therefore x \geq 0$

$x \in [0, \infty)$

$(\sqrt{5x})^2 = (\sqrt{2x+9})^2$

$5x = 2x + 9$

$5x - 2x = 9$

$3x = 9 \Rightarrow x = 3$

$3 \in [0, \infty)$

مجموعة الحل هي : $\{3\}$

$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x - 16} = 0$$

أوجد مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{x+2} = x$

الحل:

تكون قيمة x مقبولة إذا حققت :

$$x + 2 \geq 0 \quad , \quad x \geq 0$$

$$x \geq -2 \quad , \quad x \geq 0$$

$$\therefore x \geq 0$$

$$\therefore x \in [0 , \infty)$$

بتربيع طرفي المعادلة $(\sqrt{x+2}\,)^2 = x^2$

$$x + 2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$x = 2 \in [0 , \infty)$ أو $x = -1 \notin [0 , \infty)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{2\}$

$$\sqrt{5x-1} + 3 = x$$

أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : $2^{(x^2-6)} = \frac{1}{32}$

الحل :

$$2^{(x^2-6)} = \frac{1}{2^5}$$

$$2^{(x^2-6)} = 2^{-5}$$

$$x^2 - 6 = -5$$

$$x^2 - 6 + 5 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$x - 1 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$x = 1$ أو $x = -1$

$\therefore$ م . ح $= \{1, -1\}$

$$7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$$

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

$$\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}\times\left(\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+(\sqrt{2}\times\sqrt{2})-3-\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+2-3-\sqrt{2}}{9-2}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$$

$$\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}=\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}\times\frac{\sqrt{x}+9x}{\sqrt{x}+9x} \quad ,x>1,x\in Q$$

$$=\frac{x\sqrt{x}+9x^2+(\sqrt{x})^2+9x\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2-(9x)^2}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}+9x^2+x+9x\sqrt{x}}{x-81x^2}$$

$$=\frac{9x^2+10x\sqrt{x}+x}{x-81x^2}$$

$$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1},\ x>1\ ,x\in Q$$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

$$\left[(\sqrt{x^3y^3})^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$$

$$\left((\sqrt{x^3y^3})^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} = \left(\left((x^3y^3)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\left(((xy)^3)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\left((xy)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$$

$$= \left((xy)^{\frac{1\times 3}{3\times 2}}\right)^{-1}$$

$$= \left((xy)^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$$

$$= (xy)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{xy}}$$

$$= \frac{\sqrt{xy}}{xy}$$

$$\left(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3}\right)^{-12}, \; x, y \in \mathbb{Q}^+$$

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{64}{27}\right)$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{4^3}{3^3}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$$

$\therefore \quad x = -3$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{-3\}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

$$3^{x^2-1} = 27$$

$$3^{x^2-1} = 3^3$$

$$x^2 - 1 = 3$$

$$x^2 = 4$$

$x = 2$ أو $x = -2$

∴ مجموعة الحل $= \{2 ، -2\}$

$$5^{x^2-4} = 1$$

الوحدة الثانية (الدوال الحقيقية)

بند (١-٢) مجال الدالة

مثال: حدد مجال الدالة التالية

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x-4}}{x-2}$$

الحل: نضع $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$

مجال الدالة $g(x)=\sqrt{3x-4}$ يتحقق إذا كان $3x-4\geq 0$ أي $3x\geq 4$ ومنه $x\geq\frac{4}{3}$ ، وبالتالي مجال g هو $\left[\frac{4}{3},\infty\right)$.

مجال الدالة $h(x)=x-2$ هو $\mathbb{R}$ لأنها كثيرة حدود.

أصفار المقام : نكتب $x-2=0$ أي $x=2$.

f مجال $=$ (g مجال $\cap$ h مجال) $-$ { أصفار المقام }

$$=\left(\left[\frac{4}{3},\infty\right)\cap\mathbb{R}\right)-\{2\}=\left[\frac{4}{3},\infty\right)-\{2\}=$$

تطبيق: حدد مجال الدالة التالية

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x-5}}{x-3}$$

بند (٢-٢) الدوال التربيعية

مثال: حدد إذا كانت الدالة $f(x) = (3x - 4)(x + 2)$ خطية أم تربيعية؟

الحل:

$$f(x) = (3x - 4)(x + 2)$$

$$= 3x^2 + 6x - 4x - 8$$

$$= 3x^2 + 2x - 8$$

الدالة في الصورة العامة تحتوي الحد $3x^2$ من الدرجة الثانية

∴ الدالة تربيعية .

تطبيق: حدد إذا كانت الدالة $f(x) = (x - 2)(2x + 1)$ خطية أم تربيعية؟

بند (٣-٢) الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

مثال ١: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $v(3,4)$ ويمر بالنقطة $p(5,-4)$

الحل: الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ هي $y = a(x-h)^2 + k$

نعوض عن (h,k) بـ $v(3,4)$ نجد

$$y = a(x-3)^2 + 4$$

ثم نعوض عن (x,y) بـ $p(5,-4)$ نجد

$$-4 = a(5-3)^2 + 4$$

$$-4 = 4a + 4 \implies 4a = -4 - 4 = -8$$

$$a = -2$$

والمعادلة تصبح

$$y = -2(x-3)^2 + 4$$

تطبيق: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $v(2,4)$ ويمر بالنقطة $p(3,3)$.

مثال ٢ : ارسم منحنى الدالة $y = 2(x+1)^2 - 2$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.

الحل: - المعادلة تربيعية على الصورة $y = a(x-h)^2 + k$ فهي تمثل قطع مكافئ

$\therefore h = -1 \;, \qquad k = -2$

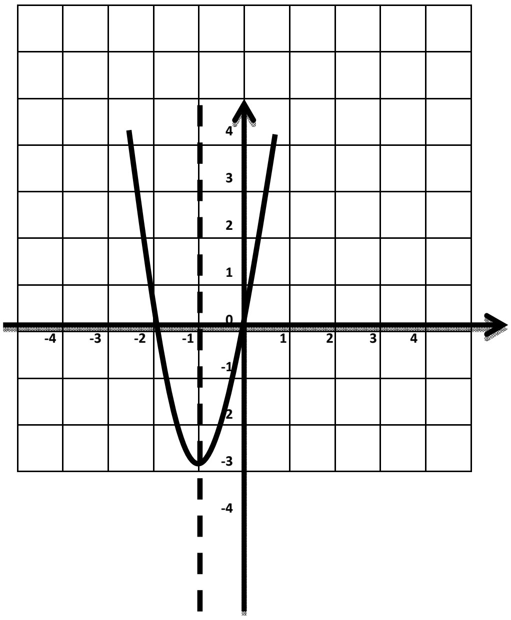
ويكون رأس المنحنى $(-1, -2)$

- كما أن $2 > 0 \qquad a = 2 \,,$

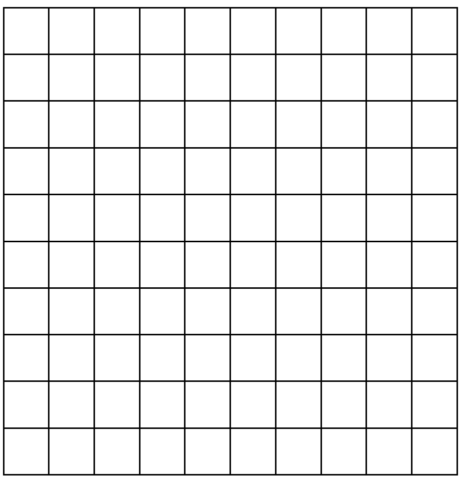
∴ فتحة المنحنى لأعلى والرأس عنده قيمة صغرى للدالة.

- معادلة محور التماثل هي $x = h$ أي $x = -1$.

- من أجل $x = 0$ فإن $y = 0$ والمنحنى يمر بنقطة الأصل.



تطبيق: ارسم منحنى الدالة $y = (x+3)^2 + 1$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



بند (٥-٢) المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

مثال ١: أوجد معكوس الدالة $y = 5x - 4$

الحل: نبدل x, y

$$x = 5y - 4$$

$$5y = x + 4$$

$$y = \frac{x + 4}{5}$$

$$y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$$

∴ معكوس الدالة $y = 5x - 4$ هو

$$y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$$

تطبيق : أوجد معكوس الدالة $y = 3x - 2$

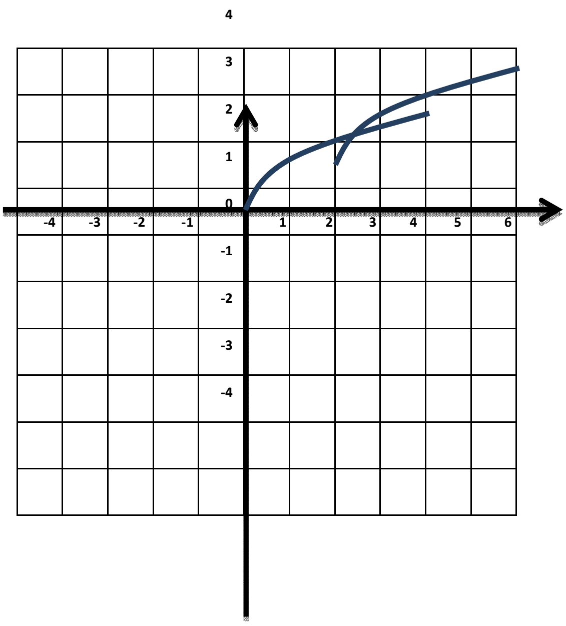
مثال٢: ارسم بيان الدالة $y = \sqrt{x-2} + 1$ وعين المجال والمدى.

الحل : دالة المرجع هي $y = \sqrt{x}$

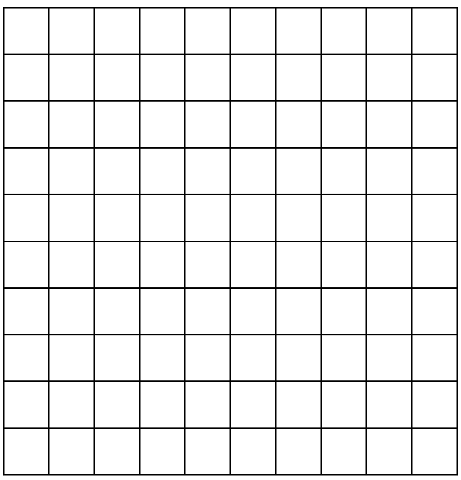
نقوم بإزاحة وحدتين نحو اليمين ، وحدة واحدة نحو الأعلى

من الرسم نجد

المجال هو $[2,\infty)$ ، المدى هو $[1,\infty)$



تطبيق: ارسم بيان الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$ وعين المجال والمدى.



بند (٦-٢) حل المتباينات

مثال ١ : أوجد مجموعة حل المتباينة $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

الحل : نضرب طرفي المتباينة بـ -1

نجد $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-5)(x-2) = 0$

إما

$x - 2 = 0$

$x = 2$

أو

$x - 5 = 0$

$x = 5$

نبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة $(x-5)(x-2) \geq 0$

$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$

$x - 5 < 0 \rightarrow x < 5$

$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

$x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$

x	$-\infty$ 2 5 ∞
$x-2$	$-$ 0 $+$ $+$
$x-5$	$-$ $-$ 0 $+$
$(x-2)(x-5)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$

مجموعة الحل هي

$(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

تطبيق: أوجد مجموعة حل المتباينة $-x^2 + x + 6 > 0$

مثال ٢ : أوجد مجال الدالة $y = \sqrt{x^2 - 4}$

الحل : دالة جذرية دليلها زوجي يتحقق إذا كان $x^2 - 4 \geq 0$

المعادلة المناظرة $x^2 - 4 = 0$

$(x+2)(x-2) = 0$

إما

$x - 2 = 0$

$x = 2$

أو

$x + 2 = 0$

$x = -2$

نبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة $(x+2)(x-2) \geq 0$

$x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$

$x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$

$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

$x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$

x	$-\infty$		-2		2		∞
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

المجال هو

$(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

تطبيق: أوجد مجال الدالة $y = \sqrt{x^2 - 9}$

مثال ٣ : أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$$

الحل :

أصفار البسط

$$3x-5=0$$

$$3x=5$$

أصفار المقام

$$-2x+3=0$$

$$-2x=-3$$

نبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة

$$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$$

$$-2x+3>0 \rightarrow x<\frac{3}{2} \qquad\qquad 3x-5>0 \rightarrow x>\frac{5}{3}$$

$$-2x+3<0 \rightarrow x>\frac{3}{2} \qquad\qquad 3x-5<0 \rightarrow x<\frac{5}{3}$$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		∞
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x+3$		$+$	0	$-$		$-$	
$(x-2)(x-5)$		$-$	غير معرف	$+$	0	$-$	

مجموعة الحل هي

$$\left[\frac{3}{2},\frac{5}{3}\right)$$

تطبيق: أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{2x-3}{-2x+5} \geq 0$$

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية

ثانوية ثابت بن قيس للبنين

السؤال الاول

مستخدما القسمة المطولة

(a) $(x^2 + 4x^2 + x - 6) \div (x + 2)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 2x - 3 \\
\hline
x+2 & x^3 + 4x^2 + x - 6 \\
 & -x^3 - 2x^2 \\
\hline
 & 2x^2 + x - 6 \\
 & -2x^2 - 4x \\
\hline
 & -3x - 6 \\
 & +3x + 6 \\
\hline
 & 0 \quad 0
\end{array}
$$

$$(x^3 + 4x^2 + x - 6) \div (x+2) = x^2 + 2x - 3$$

مستخدما القسمة المطولة

b) $(x^3 - x + 1) \div (x + 1)$

السؤال الثاني

a) استخدم نظرية الباقي لايجاد باقي قسمة

$$f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60 \text{ على } (x+1)$$

ثم تحقق من صحة الاجابة باستخدام القسمة التركيبية

أولاً نظرية الباقي : باقي قسمة $f(x)$ على $(x+1)$ هو $f(-1)$

* الباقي $= f(-1) = 2(-1)^4 + 6(-1)^3 - 5(-1)^2 - 60 = -69$

ثانياً باستخدام القسمة التركيبية

*

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 2 & 6 & -5 & 0 & -60 \\ & & -2 & -4 & 9 & -9 \\ \hline & 2 & 4 & -9 & 9 & \boxed{-69} \end{array}$$

الباقي

....

b) استخدم نظرية الباقي لايجاد باقي قسمة

$$f(x) = x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x + 12 \text{ على } (x+4)$$

ثم تحقق من صحة الاجابة باستخدام القسمة التركيبية

السؤال الثالث : حل المعادلات التالية

a) $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$

$4x(x^2 - 4x - 5) = 0$

$4x(x-5)(x+1) = 0$

$4x = 0$ أو $x - 5 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = 5}$ $\boxed{x = -1}$

b) $x^3 = 3x + x^2$

السؤال الرابع :

a) مستخدما نظرية الباقي اثبت ان

$(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية $\quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

ثم اوجد باقي العوامل : حيث باقي قسمه $f(x)$ على $(x+2)$ هو $f(-2)$

الباقي $= f(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 - 6(-2) + 8 = 0$

∴ -2 صفر الحدودية ويكون $x+2$ عامل من عوامل الحدودية $f(x)$

-2	1	-3	-6	8
		-2	10	-8
	1	-5	4	$\boxed{0}$ الباقي

$x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1)$

عوامل $f(x)$ هي ، $x+2$ ، $x-4$ ، $x-1$

b)

مستخدما نظرية الباقي اثبت ان

$(x-1)$ عاملا للحدودية $\quad f(x) = x^3 - 3x + 2$

ثم اوجد باقي العوامل

السؤال الخامس:

اوجد مجموعة حل المعادلات الاتية مستخدما الاصفار النسبية الممكنة

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$$

$f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$

عوامل الحد الثابت: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

عوامل المعامل الرئيس: ± 1

الأصفار النسبية الممكنة هي: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

$\because f(3) = 0 \Rightarrow$ 3 صفر من أصفار $f(x)$ $\Rightarrow$ $x-3$ عامل من عوامل $f(x)$

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
	1	4	4	0

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$(x+2)(x+2) = 0$

$x = -2$ صفر مكرر مرتين $\Rightarrow$ م.ح = $\{-2, 3\}$

(b $$x^3 - 4x^2 + 3 = 0$$

السؤال السادس:

اوجد مجموعة حل المعادلات الاتية

الحل

$x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$

1	1	-3	1	3	-2
		1	-2	-1	2
	1	-2	-1	2	$\boxed{0}$

-1	1	-2	-1	2
		-1	3	-2
	1	-3	2	$\boxed{0}$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

$\boxed{x = 2}$, $\boxed{x = 1}$ صفر مكرر مرتين

م.ح = $\{1, -1, 2\}$

$x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 = 0$

$f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$

عوامل الحد الثابت : ± 1 , ± 2

عوامل المعامل الرئيس : ± 1

∴ الأصفار النسبية الممكنة هي : $\pm 1, \pm 2$

$f(1) = 0 \Rightarrow$ 1 صفر من أصفار $f(x)$

$(x-1)$ عامل من عوامل $f(x)$

$f(-1) = 0 \Rightarrow$ -1 صفر من أصفار $f(x)$

$(x+1)$ عامل من عوامل $f(x)$

....

b) $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$

السؤال السابع :

a) اوجد اصفار $y = (x-2)(x+1)(x+3)$

ثم ارسم بيانا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

الحل

$y = 0$

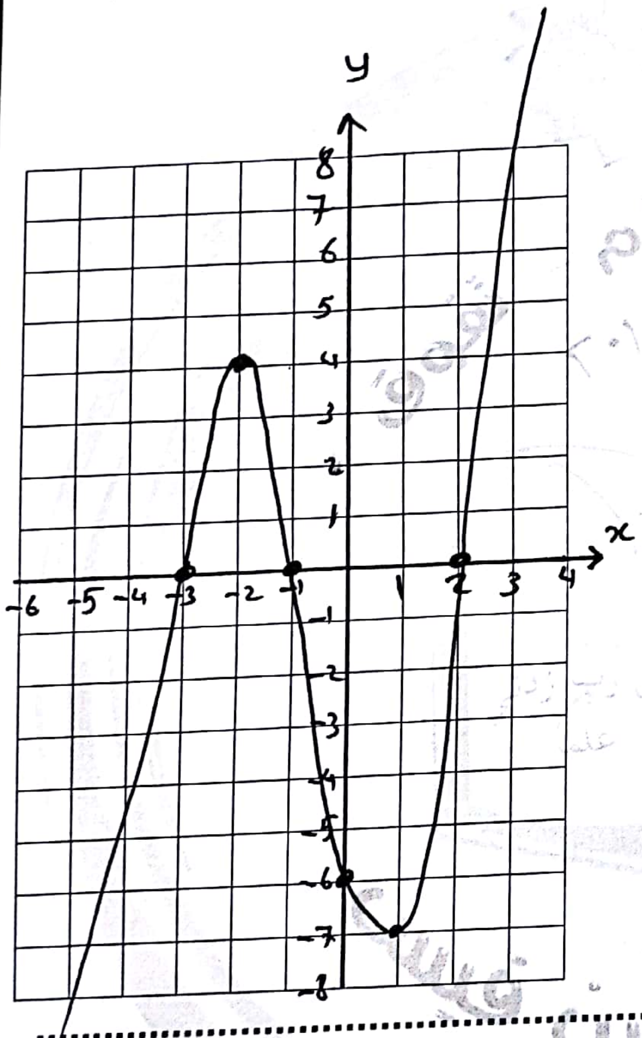
$(x-2)(x+1)(x+3) = 0$

$x-2=0$ | $x+1=0$ | $x+3=0$

$x=2$ | $x=-1$ | $x=-3$

الاصفار هي

$-3, -1, 2$



- الحدودية من الدرجة الثالثة
- المعامل الرئيسي 1
- سلوك النهاية من اليمين للأعلى بينما سلوك النهاية من اليسار معاكس لسلوك النهاية من اليمين اي للاسفل
- سلوك النهاية (↙ ، ↗)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-18	0	4	0	-6	-8	0	24

b) اوجد اصفار $y = (x-7)(x-5)(3-x)$

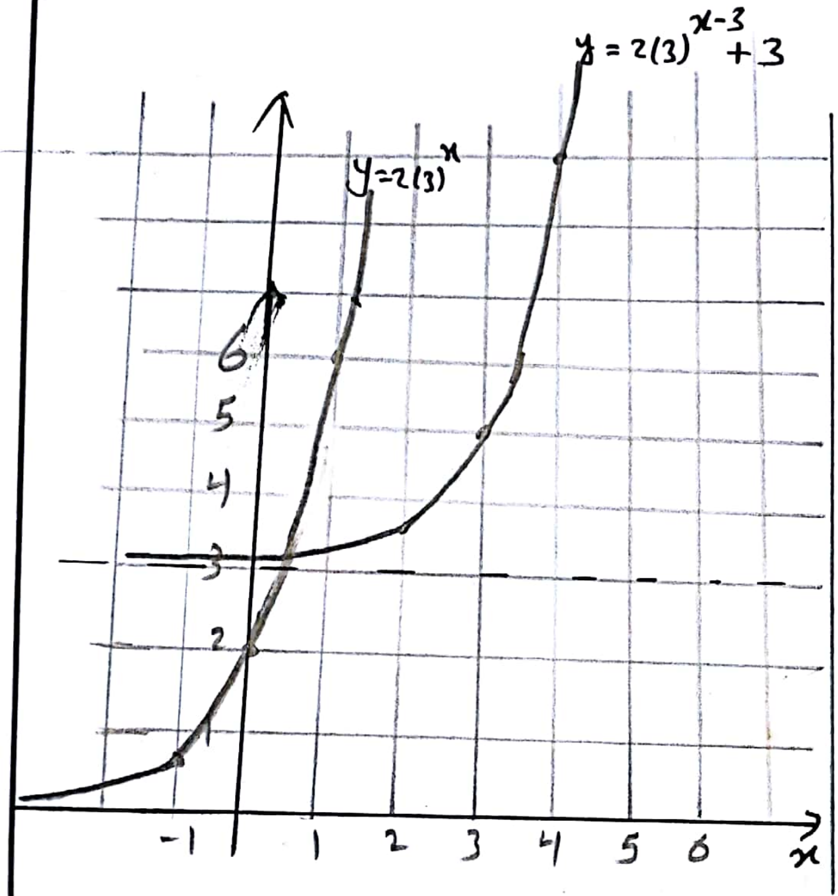
ثم ارسم بيانا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

الوحدة الرابعة

السؤال الاول:

a) مثل الدالة مستخدما دالة المرجع

$$y = 2(3)^{x-3} + 3$$



1) دالة المرجع $y = 2(3)^{x}$

x	-1	0	1
y	$\frac{2}{3}$	2	6

2) نقوم بازاحة بيان دالة المرجع 3 وحدات لليمين و 3 وحدات لأعلى

b) مثل الدالة مستخدما دالة المرجع

$$y = (2)^{x-1} + 2$$

السؤال الثاني:

a)ارسم بيان الدالة مستخدما دالة المرجع

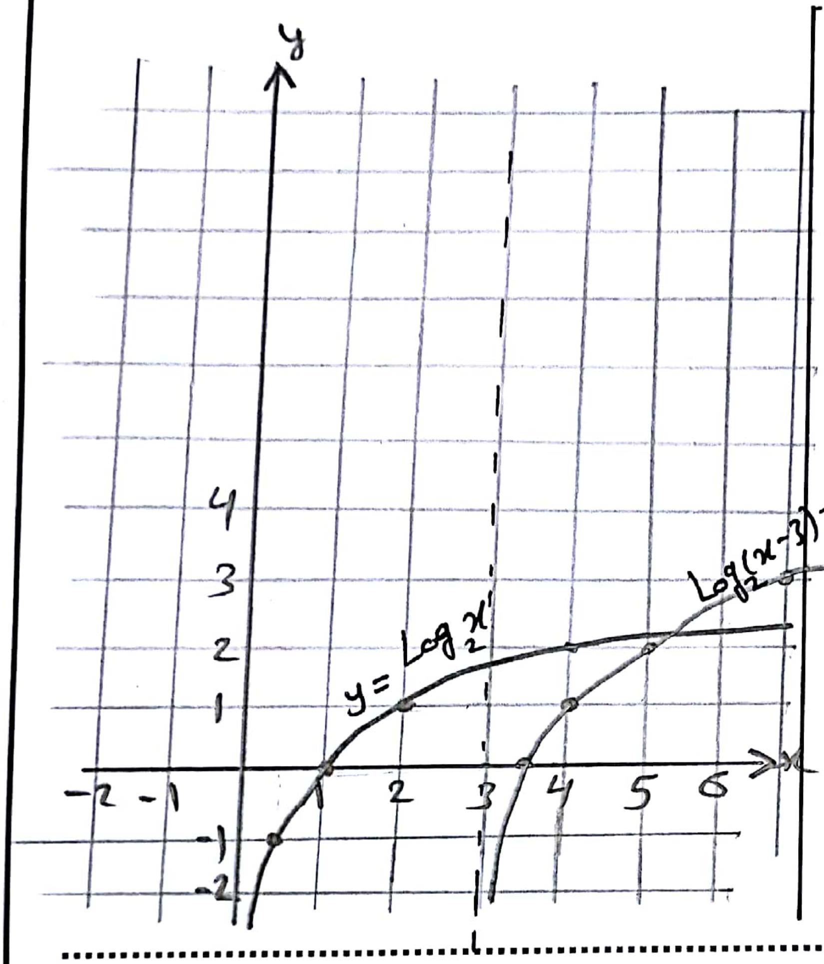
$$y = \log_2(x-3) + 1$$

1) دالة المرجع هي:

$y = \log_2 x$

x	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-1	0	1	2

2) نقوم بإزاحة بيان دالة المرجع 3 وحدات لليمين ووحدة واحدة لأعلى



b) ارسم بيان الدالة مستخدما دالة المرجع

$$y = \log_3(x+2) + 2$$

السؤال الثالث: حل المعادلات

a) $2^{2x-3} + 4 = 7$

$$2^{2x-3} = 3$$

$$\log_2 2^{2x-3} = \log_2 3$$

$$2x - 3 = \log_2 3$$

$$2x = \log_2 3 + 3$$

$$x = \frac{\log_2 3 + 3}{2} \approx 2.2924$$

b) $2(3^{x+1} - 2) = 10$

الحل

السؤال الرابع: حل المعادلات

a) $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \qquad x \in (1, \infty)$

$$\log \frac{x^2}{(x^2 - x)} = 1$$

$$\frac{x^2}{x^2 - x} = 10^1$$

$$\frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{10}{1}$$

$$10x^2 - 10x = x^2$$

$$9x^2 - 10x = 0 \Rightarrow$$

$$x(9x - 10) = 0$$

مرفوض $x = 0 \notin (1, \infty)$

$$9x - 10 = 0$$

$$x = \frac{10}{9} \in (1, \infty)$$

م.ح $= \left\{\frac{10}{9}\right\}$

b) $\log_2 x - \log_2(x - 2) = 3$

(c

شرط الحل

$x > 0$

و $x - 2 > 0$

$x > 2$

$\therefore x \in (2, \infty)$

$\log_2(x) - \log_2(x-2) = 3$

$$\log_2 \frac{x}{x-2} = 3$$

$$\frac{x}{x-2} = 2^3$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{8}{1}$$

$8x - 16 = x$

$8x - x = 16$

$7x = 16$

$x = 16/7 \in (2, \infty) \Rightarrow$ $\left\{\frac{16}{7}\right\}$ = م.ح

(d

$2\log x - \log(3) = 2$

السؤال الخامس

(a

$$\log x + \log(x+1) = \log 2$$

شرط الحل:

$x > 0$

و $x + 1 > 0$

$x > -1$

$\therefore x \in (0, \infty)$

$Log\left(x(x+1)\right) = Log 2$

$Log\left(x^2 + x\right) = Log 2$

$x^2 + x = 2$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

$x = -2 \notin (0,\infty)$, $x = 1 \in (0,\infty)$

مرفوض

م.ح = $\{1\}$

(b $\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2(\frac{1}{x})$ $\quad x \in (1, \infty)$

دولة الكويت
وزارة التربية

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية

مدرسة الشيخ سعد العبدالله الصباح الثانوية بنين

قسم الرياضيات

الوحدة الخامسة : المتجهات

الوحدة السادسة : الجبر المتقطع (الإحصاء)

رئيس القسم : أ. حافظ حمدنا الله

مدير المدرسة : أ. حميدي عبدالله العتيبي

العام الدراسي : 2018-2019

الوحدة الخامسة : المتجهات

مثال (1) ليكن المتجهان $\vec{A} = \langle 2x+1 , 3y-1 \rangle , \vec{B} = \langle 3 , 2 \rangle$

حيث x , y عددان حقيقيان أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$

الحل :

$$\vec{A} = \vec{B} \Longrightarrow 2x+1 = 3 \quad , \quad 3y-1 = 2$$

$$2x+1 = 3 \Longrightarrow 2x = 2 \Longrightarrow x = 1$$

$$3y-1 = 2 \Longrightarrow 3y = 3 \Longrightarrow y = 1$$

==

حاول أن تحل ليكن المتجهان $\vec{A} = \langle -2x+3 , 4y-1 \rangle , \vec{B} = \langle -1 , 3 \rangle$

حيث x , y عددان حقيقيان أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$

مثال (2) أوجد قيمة x التي تجعل المتجه $\vec{u} = \langle x, \frac{3}{5} \rangle$ متجه وحدة .

الحل :

$\vec{u}$ متجه وحدة عندما :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{9}{25} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{25}$$

$$x = \frac{4}{5} \quad \text{أو} \quad x = -\frac{4}{5}$$

==

حاول أن تحل أوجد قيمة x التي تجعل المتجه $\vec{u} = \langle x, \frac{12}{13} \rangle$ متجه وحدة .

مثال (3) إذا كان $\vec{B} = \langle -1,5 \rangle \quad , \quad \vec{A} = \langle 2,3 \rangle$ فأوجد: $\vec{A} - 2\vec{B} \ , 2\vec{A} + 3\vec{B}$

الحل :

$$2\vec{A} + 3\vec{B} = \langle 2(2), 2(3) \rangle + \langle 3(-1), 3(5) \rangle$$

$$= \langle 4,6 \rangle + \langle -3,15 \rangle = \langle 1,21 \rangle$$

$$\vec{A} - 2\vec{B} = \langle 2,3 \rangle - \langle 2(-1), 2(5) \rangle$$

$$= \langle 2,3 \rangle - \langle -2,10 \rangle = \langle 4,-7 \rangle$$

==

حاول أن تحل إذا كان $\vec{B} = \langle -7,5 \rangle \quad , \quad \vec{A} = \langle 4,-2 \rangle$ فأوجد: $\overline{2\vec{A}} - 3\vec{B} \ , 3\vec{A} + 5\vec{B}$

مثال (4) إذا كان $\vec{A} // \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 6 , -8 \rangle , \vec{B} = \langle 2 , y \rangle$ فأوجد قيمة y

الحل :

$$\because \overrightarrow{A} // \overrightarrow{B}$$

$$x_A . y_B - x_B . y_A = 0 \Longrightarrow (6)(y) - (-8)(2) = 0$$

$$6y + 16 = 0 \Longrightarrow y = \frac{-16}{6} = -\frac{8}{3}$$

حاول أن تحل إذا كان $\vec{A} // \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle \frac{7}{3} , \frac{2}{3} \rangle , \vec{B} = \langle x , \frac{4}{5} \rangle$ فأوجد قيمة x

مثال (5) إذا كان $\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} = \langle -2,3 \rangle$, $\overrightarrow{B} = \langle 1, y \rangle$ أوجد قيمة y

الحل :

$$\because \overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B} \qquad \therefore \overrightarrow{A} . \overrightarrow{B} = 0$$

$$x_A . x_B + y_A . y_B = 0 \Longrightarrow (-2)(1) + (3)(y) = 0$$

$$-2 + 3y = 0 \Longrightarrow y = \frac{2}{3}$$

حاول أن تحل إذا كان $\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} = \langle 3, -1 \rangle$, $\overrightarrow{B} = \langle x, -2 \rangle$ أوجد قيمة x

مثال (6) إذا كان $C(-3,-1)$, $B(1,1)$, $A(-2,-3)$ هي رؤوس المثلث ABC

1. اكتب كلاً من المتجهين $\langle\overrightarrow{CA}\rangle, \langle\overrightarrow{CB}\rangle$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$.
2. أوجد قيمة $\langle\overrightarrow{CA}\rangle . \langle\overrightarrow{CB}\rangle$
3. أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{C}$

الحل :

$$\langle\overrightarrow{CA}\rangle = \langle -2-(-3), -3-(-1)\rangle = \langle 1,-2\rangle \Longrightarrow \langle\overrightarrow{CA}\rangle = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$$

$$\langle\overrightarrow{CB}\rangle = \langle 1-(-3), 1-(-1)\rangle = \langle 4,2\rangle \Longrightarrow \langle\overrightarrow{CB}\rangle = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$$

$$\langle\overrightarrow{CA}\rangle . \langle\overrightarrow{CB}\rangle = (1)(4) + (-2)(2) = 0$$

$$\because \langle\overrightarrow{CA}\rangle . \langle\overrightarrow{CB}\rangle = 0 \qquad \therefore \langle\overrightarrow{CA}\rangle \perp \langle\overrightarrow{CB}\rangle$$

فالمثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{C}$

حاول أن تحل إذا كان $C(2,1)$, $B(3,2)$, $A(6,-1)$ هي رؤوس المثلث ABC

1. اكتب كلاً من المتجهين $\langle\overrightarrow{BA}\rangle, \langle\overrightarrow{BC}\rangle$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$.
2. أوجد قيمة $\langle\overrightarrow{BA}\rangle . \langle\overrightarrow{BC}\rangle$
3. أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{B}$

مثال (7) أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = \langle 2 ,\ 2\sqrt{3} \rangle\ ,\ \vec{B} = \langle -4 , 4\sqrt{3} \rangle$

الحل:

$$\cos(\vec{A},\vec{B}) = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{\|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|}\ ,0^{\circ} \le m(\vec{A},\vec{B}) \le 180^{\circ}$$

$$= \frac{x_A.x_B + y_A.y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2}.\sqrt{x_B^2 + y_B^2}}$$

$$= \frac{2(-4) + 2\sqrt{3}(4\sqrt{3})}{\sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2}.\sqrt{(-4)^2 + (4\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore m(\vec{A},\vec{B}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^{\circ}$$

حاول أن تحل أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = \langle 6 ,3 \rangle\ ,\ \vec{B} = \langle 3 , -1 \rangle$

الوحدة السادسة : الجبر المتقطع (الإحصاء)

مثال (1) لدراسة الأداء الوظيفي و الكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف يوجد 10 مدراء مساعدين مرقمين من 1 إلى 10 ، و 20 محاسب و مدقق مرقمين من 11 إلى 30 ، و 5 مستخدمين مرقمين من 31إلى 35

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 7 أفراد باستخدام جدول الأعداد العشوائية .

الحل : كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الاحصائي}} = \frac{7}{35} = 0.2$

حجم عينة المدراء المساعدين : $10 \times 0.2 = 2$

حجم عينة المحاسبين: $20 \times 0.2 = 4$

حجم عينة المستخدمين : $5 \times 0.2 = 1$

باستخدام جدول الأعداد العشوائية نجد العينة العشوائية بحسب الترقيم التالي :

المدراء المساعدين : 1 , 6 ، المحاسبين : 20 , 22 , 21 , 16 ، المستخدمين : 28

حاول أن تحل في إحدى المستشفيات يوجد 80 إدارياً مرقمين من 1 إلى 80 ، و 140 طبيباً مرقمين من 81 إلى 220 ، و 240 ممرضاً مرقمين من 221 إلى 460 ، 40 عاملاً مرقمين من 461 إلى 500

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فرداً باستخدام جدول الأعداد العشوائية

مثال (2) يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت 700 طالب مرقمين من 1 إلى 700 . أراد مدير المدرسة إرسال 10 طلاب لحضور ندوة حول حماية الحيوانات المهددة بالانقراض .
المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 10 باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني و العشرون و العمود الثالث .

الحل : طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الاحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{700}{10} = 70$

باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني و العشرون و العمود الثالث نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين بحيث لايزيد على طول الفترة (70) فنجد العدد 38.

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية :

38 , 108 , 178 , 248 , 318 , 388 , 458 , 528 , 598 , 668

حاول أن تحل يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالباً مرقمين من 1 إلى 140 . المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 7 باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس و العمود التاسع .

مثال(3) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لنتائج تحليل مادة النيترات في 40 وحدة ماء معدة للخدمات المشتركة في المنازل (غير الصالحة للشرب) و ذلك خلال شهر واحد (mg/L)

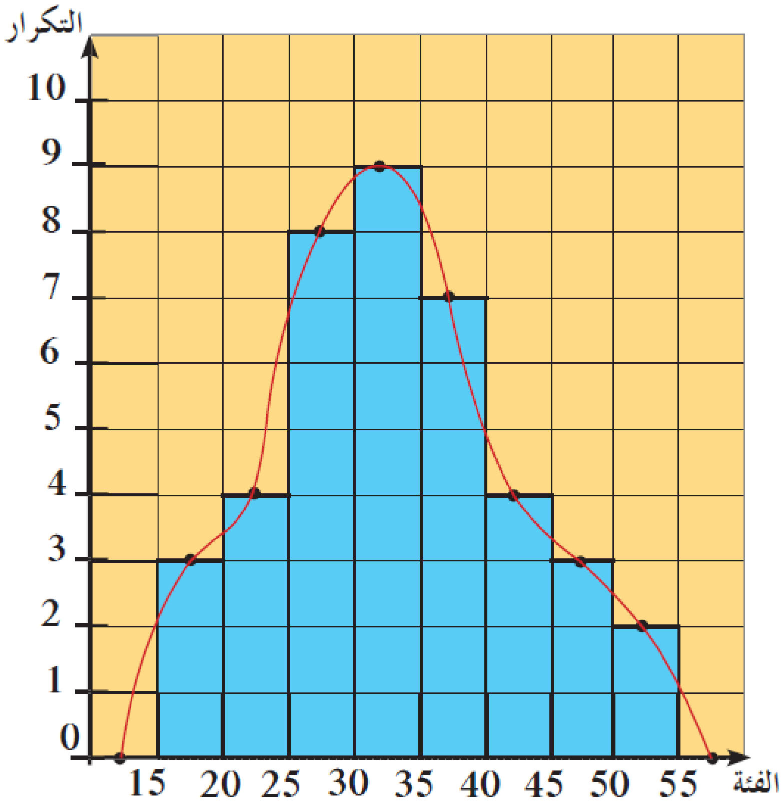
الفئة	15-	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	المجموع
التكرار	3	4	8	9	7	4	3	2	40

a أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات .

b ارسم المدرج التكراري و منه المنحنى التكراري .

الحل :

الفئة	15-	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	المجموع
التكرار	3	4	8	9	7	4	3	2	40
مراكز الفئات	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5	52.5	



المدرج التكراري و المنحنى التكراري

حاول أن تحل يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطول 30 طالباً بالسنتيمتر (cm)

الفئة	155-	160-	165-	170-	175-	180-	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30

a أوجد مراكز الفئات .

b ارسم المدرج التكراري و منه المنحنى التكراري .

الحل :

الفئة	15-	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-	المجموع
التكرار	3	4	8	9	7	4	3	2	40
مراكز الفئات									

مثال (4) إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة 350 ديناراً والانحراف المعياري 110 ديناراً . على افتراض أن المنحنى التكراري لهذه الأرباح هو على شكل جرس

(a) طبق القاعدة التجريبية .

(b) هل وصلت أرباح هذه المؤسسة إلى 690 دينار ؟ فسر ذلك .

الحل : $\bar{x} = 350 \,, \sigma = 110$

(1) حوالي 68% من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma] = [350 - 110, 350 + 110] = [240, 460]$$

(2) حوالي 95% من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma] = [350 - 2 \times 110, 350 + 2 \times 110] = [130, 570]$$

(3) حوالي 99.7% من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma] = [350 - 3 \times 110, 350 + 3 \times 110] = [20, 680]$$

نلاحظ أن المبلغ 690 ديناراً يقع خارج الفترة [20,680] فمن غير المتوقع أن تكون الأرباح وصلت إلى المبلغ 690 ديناراً .

حاول أن تحل لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 ديناراً والانحراف المعياري 115 ديناراً . على افتراض أن المنحنى التكراري لهذه الأرباح هو على شكل جرس

(a) طبق القاعدة التجريبية .

(b) هل وصلت أرباح هذه المؤسسة إلى 750 دينار ؟ فسر ذلك .

مثال (5) في احد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 16 من 20 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابى 13 والانحراف المعيارى 5 ونال درجة 16 من 20 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابى 14 والانحراف المعيارى 4 ،
ما القيمة المعيارية للدرجة 16 مقارنة مع درجات كل مادة ؟ ايهما افضل ؟

الحل : القيمة المعيارية للدرجة 16 في الرياضيات :

$$z_1 = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{16 - 13}{5} = 0.6$$

القيمة المعيارية للدرجة 16 في الكيمياء :

$$z_2 = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{16 - 14}{4} = 0.5$$

$$\because 0.6 > 0.5$$

القيمة المعيارية للدرجة 16 في الرياضيات أفضل من القيمة المعيارية للدرجة 16 في الكيمياء وبالتالي الدرجة 16 في الرياضيات أفضل من الدرجة 16 في الكيمياء .

حاول أن تحل يسكن خالد في المدينة A حيث أن طول قامته 180 cm مع متوسط حسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174 cm و انحراف معياري 12 cm وأما صالح فيسكن في المدينة B حيث أن طول قامته 172 cm مع متوسط حسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165 cm و انحراف معياري 15 cm

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة ؟