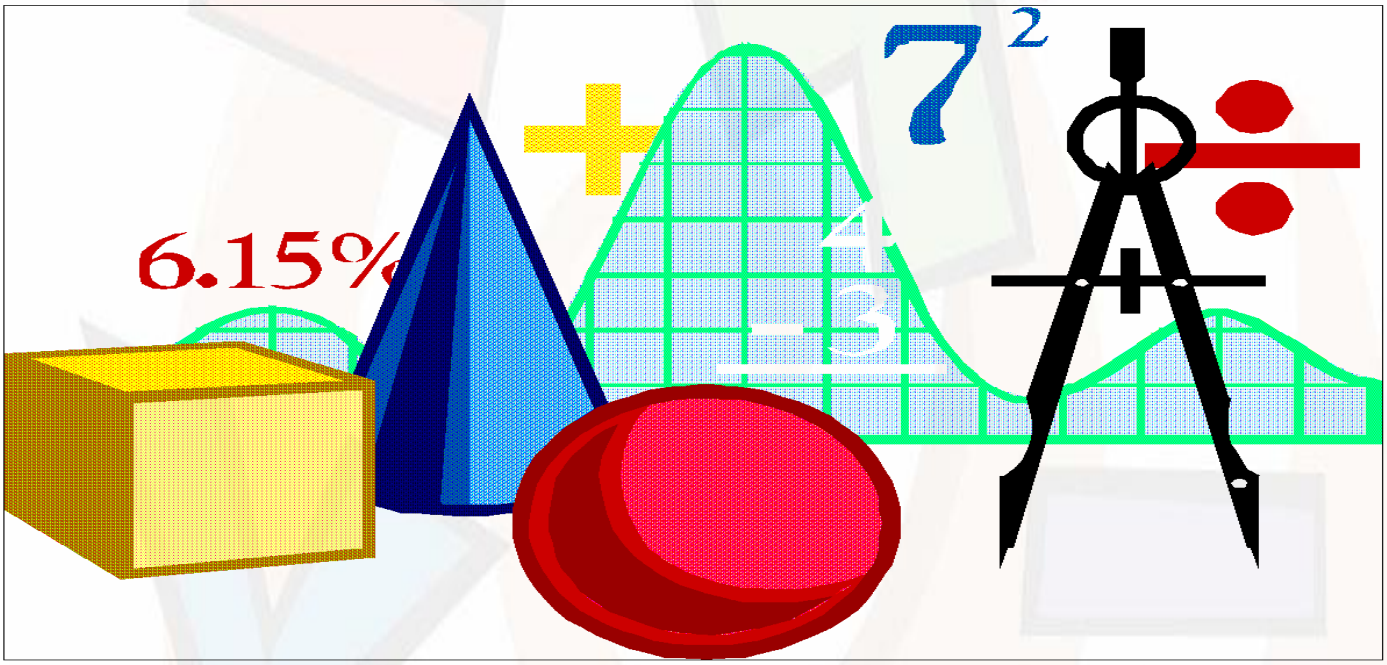
مدرسة
ثانوية المباركية



الصف 12 علمي
حلول البنود الموضوعية
مع ذكر السبب
الوحدة الثانية

بند (1 – 2)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ (a) (b)

إن وجدت $\lim_{h\to 0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$

---

(2) السرعة المتوسطة لجسيم متحرك على خط مستقيم هي: $\overline{v}=\frac{d(t_1+h)-d(t_1)}{h}$ (a) (b)

تذكر أن السرعة اللحظية $v=\lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$

---

(3) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=x^2$ عند $x=-2$ هو 4 (a) (b)

$$f'(x)=2x \Rightarrow f'(-2)=2(-2)=-4$$

---

(4) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=|x|$ عند $x=-2$ هو 2 (a) (b)

$$f(x)=\begin{cases}x: x\geq 0\\ -x: x<0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}1: x\geq 0\\ -1: x<0\end{cases}\Rightarrow f'(-2)=-1$$

---

(5) يكون مماس منحنى الدالة f : $f(x)=4$ عند النقطة $(4\ ,\ -1)$ موازيًا لمحور السينات. (a) (b)

$$f'(x)=0 \Rightarrow f'(-1)=0$$

في التمارين (6—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=\frac{2}{x}$ عند $x=-2$ هو:

(a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

آله حاسبة

$$f'(x)=\frac{-2}{x^2}\Rightarrow f'(-2)=\frac{-2}{(-2)^2}=\frac{-1}{2}$$

(7) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=\frac{-1}{x-1}$ عند $x=0$ هو:

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

آله حاسبة

$$f'(x)=\frac{-(-1)(1)}{(x-1)^2}\Rightarrow f'(0)=\frac{1}{(0-1)^2}=1$$

(8) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=9-x^2$ عند $x=2$ هو:

(a) -5 (b) -4 (c) 4 (d) 5

آله حاسبة

$$f'(x)=-2x\Rightarrow f'(2)=-2(2)=-4$$

(9) ليكن منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

(a) $(3\ ,\ 0)$ (b) $(1\ ,\ 0)$ (c) $(2\ ,\ -1)$ (d) $(-1\ ,\ 2)$

$$f'(x)=2x-4\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow 2x=4\Rightarrow x=2$$

بند (2 – 2)

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f : $f(x)=3x-12$ فإن $f'(x)=3$.

(a) (b)

(2) الدالة f : $f(x)=x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x\in\mathbb{R}$.

(a) (b)

$$f(x)=\begin{cases}x^2 : x\geq 0\\ -x^2 : x<0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2x : x>0\\ ??? : x=0\\ -2x : x<0\end{cases}$$

الدالة قابلة للاشتقاق على R

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}x=0$$

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-x^2-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}(-x)=0$$

(3) إن الدالة f : $f(x)=\dfrac{x^3-8}{x^2-4x-5}$ غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي 1- فقط.

(a) (b)

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2-4x-5=0\Rightarrow(x-5)(x+1)=0\Rightarrow x=5,x=-1$$

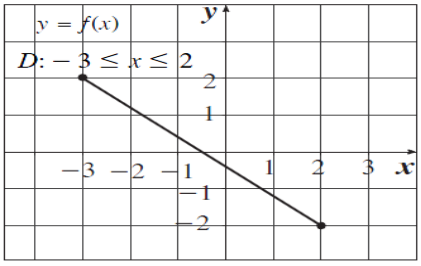
(4) الدالة f : $f(x)=\begin{cases}2x-1 & : & x<4\\ x^2-9 & : & x>4\end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=4$.

(a) (b)

الدالة غير معرفة عند 4

(5) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه قابلة للاشتقاق على الفترة $[-3\ ,\ 2]$.

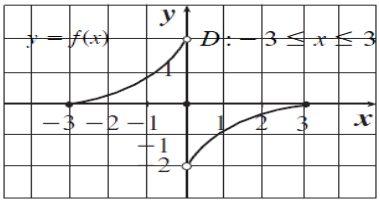
(a) (b)



الدالة غير قابلة للأشتقاق عند النقاط الطرفية

(6) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه هي متصلة على الفترة $[-3\ ,\ 3]$
ولكن غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

(a) (b)



الدالة غير متصلة عند X=0

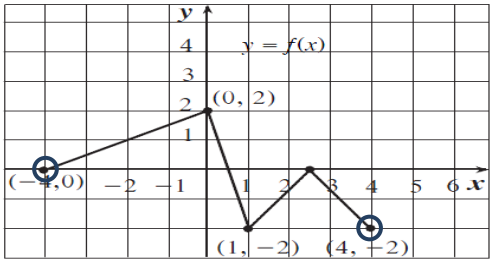
في التمارين (12—7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو:

(a) ناب
(b) ركن
(c) مماس عمودي
(d) غير متصلة

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

(8) تكون الدالة f ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل ... $= x$



(a) $0\ ,\ 1\ ,\ 2\frac{1}{2}$
(b) $-2\ ,\ +2$
(c) $-4\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 4$
(d) $1\ ,\ 4$

(9) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x=3$ فيما يلي هي:

(a) $f(x)=\frac{x+1}{x-3}$

(b) $\sqrt{3-x}$

(c) $\begin{cases} 3x-1 & : \quad x \leq 3 \\ 1 & : \quad x>3 \end{cases}$

(d) $\sqrt[3]{x+2}$

(a) الدالة غير معرفة عند x=3 لأن المقام = 0 عند x=0

(b) دالة مجالها $(-\infty, 3]$ 3 هي نقطة طرفية

(c) الدالة غير متصلة عند x = 3

(10) إذا كانت $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$ فإن مجال f' هو:

(a) $\mathbb{R}-\{-2\ ,\ 2\}$

(b) $\mathbb{R}-\{-2\}$

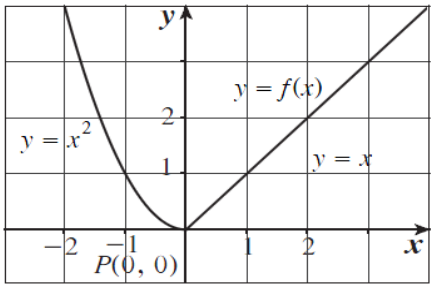
(c) $\mathbb{R}-\{2\}$

(d) $\mathbb{R}-(-2\ ,\ 2)$

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2-4=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)=0 \Rightarrow x=2, x=-2$$

(11) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

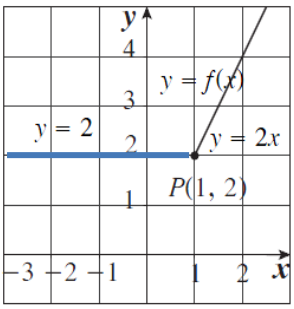
(c) الدالة قابلة للإشتقاق.

(d) ليس أيّ مما سبق.

$$f(x)=\begin{cases} x : x>0 \\ 0 : x=0 \\ x^2 : x<0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 1 : x>0 \\ ??? : x=0 \\ 2x : x<0 \end{cases}$$

المشتقة جهة اليسار سالبة
المشتقة جهة اليمين موجبة
الدالة غير قابلة للأشتقاق عند x=0

(12) في الشكل المقابل، عند النقطة P :



(a) $f'_{+}(1) = 1$

(b) $f'_{-}(1) = 0$

(c) $f'_{-}(1) = 2$

(d) f قابلة للاشتقاق

$$f(x)=\begin{cases}2x : x>1\\ 2 : x=1\\ 2 : x<1\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2 : x>1\\ ??? : x=1\\ 0 : x<1\end{cases}$$

بند (3 – 2)

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y=-x^2+3$ فإن $\frac{dy}{dx}=-2$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=-2x$$

****

(2) إذا كانت $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{3}+x$ فإن $\frac{dy}{dx}=x^2+\frac{2}{3}x+1$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3x^2}{3}+\frac{2x}{3}+1=x^2+\frac{2x}{3}+1$$

****

(3) إذا كانت $y=\frac{2x+5}{3x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{(3x-2)(2)-(2x+5)(3)}{(3x-2)^2}=\frac{6x-4-6x-15}{(3x-2)^2}=\frac{-19}{(3x-2)^2}$$

****

(4) إذا كانت $y=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{3}{x^4}$

(a) (b)

$$y=\frac{x^3-1}{x^3}=\frac{x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}=1-x^{-3}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=-(-3x^{-4})=\frac{3}{x^4}$$

****

في التمارين (14—5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = 1 - x + x^2 - x^3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-1 + 2x - 3x^2$ (b) $2 - 3x$ (c) $-6x + 2$ (d) $1 - x$

$$\frac{dy}{dx} = -1 + 2x - 3x^2$$

****

(6) إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي:

(a) $20x + 60x^3$ (b) $15x^2 - 15x^4$ (c) $30x - 30x^4$ (d) $30x - 60x^3$

$$\frac{dy}{dx} = 15x^2 - 15x^4$$

****

آله حاسبة

(7) إذا كانت $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$ فإن $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$ تساوي:

(a) $\frac{-7}{2}$ (b) -3 (c) 3 (d) $\frac{7}{2}$

****

آله حاسبة

(8) ميل مماس منحنى $y = x^2 + 5x$ عند $x = 3$ يساوي:

(a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8

****

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته:

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

$$f(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

المماس الرأسي يكون عند أصفار المقام

****

(10) ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(3\ ,\ 2)$ هي:

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{9}$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 3(2)^2 - 3 = 9$$

ميل الناظم $\frac{-1}{9}$

****

(11) النقاط على منحنى الدالة $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

(a) $(-1\ ,\ 27)$ (b) $(2\ ,\ 0)$
(c) $(2,0)\ ,\ (-1,27)$ (d) $(-1,27)\ ,\ (0,20)$

المماس يكون موازيا لمحور السينات اذا كانت المشتقة = صفر

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

****

(12) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \ x \geqslant 1 \\ 4x - 1 & : \ x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو:

(a) $\{1\}$ (b) $\mathbb{R} - \{1\}$
(c) $[1\ ,\ \infty)$ (d) $\mathbb{R}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 : x > 1 \\ ??? : x = 1 \\ 4 : x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x+3)(x-1)}{x-1} = 4$$
$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^{-0}} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4x - 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4(x-1)}{x-1} = 4$$

****

(13) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x)=2x^2-13x+2$ عند $x=3$ هي:

(a) $y=x-16$ (b) $y=-x+16$

(c) $y=-x-13$ (d) $y=-x-16$

$$y=f(3)=2(3)^2-13(3)+2=-19$$
$$f'(x)=4x-13\Rightarrow f'(3)=4(3)-13=-1$$
$$y-(-19)=-1(x-3)\Rightarrow y+19=-x+3$$
$$\Rightarrow y=-x+3-19\Rightarrow y=-x-16$$

****

(14) إذا كانت $f(2)=3$ ، $f'(2)=5$ عند النقطة P من الرسم البياني لدالة f فإن:

(a) معادلة خط المماس: $y=5x+7$

(b) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y=-\frac{1}{5}x+7$

(c) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y=-\frac{1}{5}x+\frac{17}{5}$

(d) معادلة خط المماس: $y=5x+3$

معادلة المماس

$$y-(3)=5(x-2)\Rightarrow y=5x-10+3\Rightarrow y=5x-7$$

معادلة العمودي

$$y-(3)=\frac{-1}{5}(x-2)\Rightarrow y=\frac{-1}{5}x+\frac{2}{5}+3$$
$$\Rightarrow y=\frac{-1}{5}x+\frac{2}{5}+\frac{15}{5}\Rightarrow y=\frac{-1}{5}x+\frac{17}{5}$$

بند (4 – 2)

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

(a) (b)

****

(2) إذا كانت $y = \frac{4}{\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{4\sin x}{\cos^2 x}$$

****

(3) ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \sin x + 3$ عند $x = \pi$ هو 1

(a) (b)

$$y' = \cos x \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\pi} = \cos\pi = -1$$

****

(4) إن منحنى الدالة $y = \tan x$ ومنحنى الدالة $y = \cot x$ ليست لهما مماسات أفقية.

(a) (b)

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

لا يمكن أن يكون البسط = صفر

****

في التمارين (9–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$ (b) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(c) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$ (d) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(6) إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

$$f'(x) = 3 + \tan x + x\sec^2 x \Rightarrow f'(0) = 3 + \tan 0 + (0)\sec^2(0) = 3$$

****

(7) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

$$y' = \frac{(1+\cos x)(1) - x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2} = \frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

****

(8) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ هي:

(a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ (b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$

(c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

$$f'(x) = -2\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = -2\sin\frac{\pi}{2} = -2$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$$

****

(9) إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي:

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

$$y = \csc x$$

$$y' = -\csc x \cdot \cot x$$

بند (5 – 2)

في التمارين (5—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y=\cos(\sqrt{3}x)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=(-\sin\sqrt{3}x)(\sqrt{3})=-\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$$

****

(2) إذا كانت $y=5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=5(-\csc^2\frac{2}{x})(\frac{-2}{x^2})=\frac{10}{x^2}\csc^2(\frac{2}{x})$$

****

(3) إذا كانت $y=(x+\sqrt{x})^{-2}$ فإن $\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-1}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-3}(1+\frac{1}{2\sqrt{x}})$$

****

(4) إذا كانت $s=\cos\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt}=3\sin\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$

(a) (b)

$$\frac{ds}{dt}=-\sin(\frac{\pi}{2}-3t)(-3)=3\sin(\frac{\pi}{2}-3t)$$

****

في التمارين (9—5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2x\sin x$

(b) $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$

(c) $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2x\sin x$

(d) $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$

$$\frac{dy}{dx}=-5\sin^{-6}x(\cos x)-3\cos^2x(-\sin x)$$
$$=-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$$

(6) إذا كانت $y=\frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
(c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$
(d) $3(2x+1)^{-1}$

$$y=3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx}=3\times\frac{-1}{2}(2x+1)^{\frac{-3}{2}}(2)=-3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$$

****

(7) إذا كانت $s=\frac{4}{3\pi}\sin 3t+\frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$ تساوي:

(a) $\frac{4}{\pi}\sin 3t-\frac{4}{\pi}\cos 5t$
(b) $\frac{4}{\pi}\cos 3t+\frac{4}{\pi}\sin 5t$
(c) $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 3t$
(d) $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{4}{3\pi}\cos 3t(3)+\frac{4}{5\pi}(-\sin 5t)(5)=\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$$

****

(8) إذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي:

(a) $\sec^2(2-\theta)$
(b) $-\sec^2(2-\theta)$
(c) $\sec^2(\theta+2)$
(d) $\sec(2-\theta)$

$$\frac{dr}{d\theta}=\sec^2(2-\theta)(-1)=-\sec^2(2-\theta)$$

****

(9) إذا كانت $f(u)=\cot\frac{\pi u}{10}$ و $u=g(x)=5\sqrt{x}$ فإن $(f\circ g)'$ عند $x=+1$ تساوي:

(a) $\frac{3\pi}{4}$
(b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $-\frac{\pi}{4}$
(d) $-\frac{3\pi}{4}$

$$(f\circ g)'(x)=\frac{df}{du}\times\frac{du}{dx}=-\csc^2(\frac{\pi u}{10})(\frac{\pi}{10})\times 5\frac{1}{2\sqrt{x}}=$$

$$=-\csc^2(\frac{\pi(5\sqrt{x})}{10})(\frac{\pi}{10})\times 5\frac{1}{2\sqrt{x}}=-\csc^2(\frac{\pi(5\sqrt{1})}{10})(\frac{\pi}{10})\times 5\frac{1}{2\sqrt{1}}$$

$$=-\csc^2(\frac{\pi}{2})(\frac{\pi}{4})=-\frac{\pi}{4}$$

بند (6 – 2)

في التمارين (3—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كان: $y=\frac{-x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x$ فإن: $\frac{d^2y}{dx^2}=-2x$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-3x^2}{3}+\frac{2x}{2}+1=-x^2+x+1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-2x+1$$

****

(a) (b)

(2) إذا كان: $y=\frac{-3x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}+4x$ فإن: $\frac{d^3y}{dx^3}=-18x$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-3(4x^3)}{4}-\frac{3(2x)}{2}+4=-3x^3-3x+4$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-9x^2-3\Rightarrow\frac{d^3y}{dx^3}=-18x$$

****

(a) (b)

(3) معادلة المماس لمنحنى: $x^2-y^2-x^2y=7$ عند النقطة $(2,-1)$ هي: $y=4x-9$

$$2x-2yy'-2xy-x^2y'=0\Rightarrow-2yy'-x^2y'=-2x+2xy$$

$$y'(-2y-x^2)=-2x+2xy\Rightarrow y'=\frac{-2x+2xy}{-2y-x^2}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2,-1))}=\frac{-2(2)+2(2)(-1)}{-2(-1)-(2)^2}=\frac{-8}{-2}=4$$

$$y-(-1)=4(x-2)\Rightarrow y=4x-8-1\Rightarrow y=4x-9$$

****

في التمارين (7—4)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت: $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي:

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ (d) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

$$f'(x)=\frac{2}{3}(1+6x)^{\frac{-1}{3}}\times 6=4(1-6x)^{\frac{-1}{3}}$$

$$f''(x)=4\times\frac{-1}{3}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}\times 6=-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$$

****

(5) إذا كانت: $f(x)=\frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

(a) $24(3x+2)^{-5}$ (b) $-24(3x+2)^{-5}$

(c) $648(3x+2)^{-5}$ (d) $-648(3x+2)^{-5}$

$$f'(x)=\frac{(3x+2)(2)-(2x+1)(3)}{(3x+2)^2}=\frac{6x+4-6x-3}{(3x+2)^2}=\frac{1}{(3x+2)^2}=(3x+2)^{-2}$$

$$f''(x)=-2(3x+2)^{-3}\times(3)=-6(3x+2)^{-3}$$

$$f'''(x)=18(3x+2)^{-4}\times(3)=54(3x+2)^{-4}$$

$$f^{(4)}(x)=-216(3x+2)^{-5}\times(3)=-648(3x+2)^{-5}$$

****

(6) ميل الخطّ العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3\ ,\ 2)$ على منحنى: $x^2-y^2-2xy=-7$ هو:

(a) -5 (b) $-\frac{1}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) 5

$$2x-2yy'-2xy'-2y=0\Rightarrow -2yy'-2xy'=2y-2x$$

$$\Rightarrow -yy'-xy'=y-x$$

$$y'(-y-x)=y-x\Rightarrow y'=\frac{y-x}{-y-x}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(3,2)}=\frac{2-3}{-2-3}=\frac{-1}{-5}=\frac{1}{5}$$

(7) ميل المماس عند النقطة $A(1\ ,\ 1)$ على منحنى: $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي:

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 2

$$2x - 6yy' + 2xy' + 2y = 0 \Rightarrow -6yy' + 2xy' = -2y - 2x$$
$$\Rightarrow -3yy' + xy' = -y - x$$
$$y'(-3y + x) = -y - x$$
$$\Rightarrow y' = \frac{-y - x}{-3y - x} \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,1)} = \frac{-1-1}{-3(1)+1} = \frac{-2}{-2} = 1$$