وزارة التربية

الادارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

التوجيه الفني للريـاضيــات

البند (1 - 9)
حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد

(1 - 9)
حل معادلات من الدرجة الثانية
في متغير واحد

حل معادلة من الدرجة الثانية بإكمال المربع

حل معادلة من الدرجة الثانية باستخدام القانون

استخدام المميز

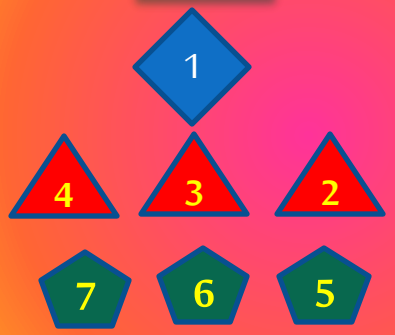
مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية

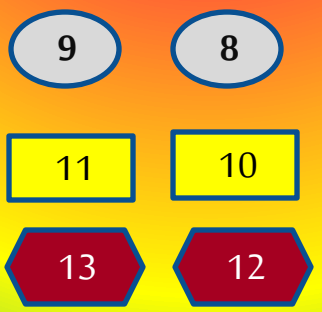
إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة

ايجاد المعادلة التربيعية اذا علم جذراها

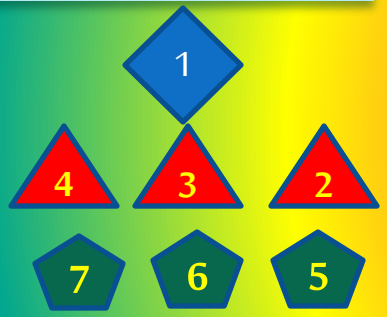
حل متباينات تربيعية بيانيا

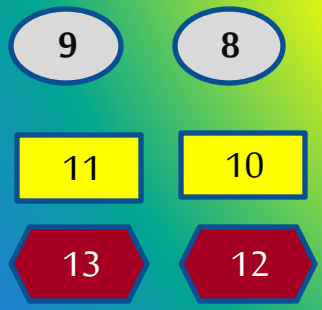
أمثلة





حاول أن تحل





عودة لفهرس الموضوعات

تمهيد : .

أوجد مجموعة حل المعادلة

$س^2 - 7 س + 10 =$ صفر

$س (س - 5) (س - 2) =$ صفر

إما $س - 5 = 0$

$س = 5$

أو $س - 2 = 0$

$س = 2$

مجموعة الحل = $\{ 2 ، 5 \}$

1) حل معادلة الدرجة الثانية في متغيرواحد بإكمال المربع

مثال 1

أوجد مجموعة حل المعادلة

$س^2 + 10 س = 16$ بإكمال المربع

بإضافة $\left(\frac{\text{معامل س}}{2}\right)^2$ للطرفين

$25 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$

$س^2 + 10 س + 25 = 25 +$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$(س + 5)^2 =$

$س + 5 = \pm 3$

إما $س + 5 = 3$

$س = 3 - 5$

$س = -2$

أو $س + 5 = -3$

$ب = -3 - 5$

$ب = -8$

مجموعة الحل $= \{-2 ، -8\}$

1) حل معادلة الدرجة الثانية في متغيرواحد بإكمال المربع

حاول أن تحل 1

أوجد مجموعة حل المعادلة
$س^2 + 8 س = 15$ بإكمال المربع

بإضافة $\left(\frac{\text{معامل س}}{2}\right)^2$ للطرفين

$س^2 + 8 س + 16 = 15 + 16$

$16 = \left(\frac{8}{2}\right)^2$

$(س + 4)^2 = 31$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$س + 4 = \pm 1$

إما $س + 4 = 1$ أو $س + 4 = -1$

$س = -1 + 4$ $\quad$ $ب = -1 + 4$

$س = 5$ $\quad$ $ب = 3$

مجموعة الحل $= \{5 ، 3\}$

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

تستخدم طريقة إكمال المربع لاستنتاج قانون عام لحل أي معادلة من الدرجة الثانية على الصورة: $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$،

وذلك بأخذ مثال عددي: حلّ المعادلة: $٢ س^{٢} + ٦ س + ١ = ٠$

المثال العددي:

$٢ س^{٢} + ٦ س + ١ = ٠$

$س^{٢} + \frac{٦}{٢} س + \frac{١}{٢} = ٠$ بالقسمة على ٢ . لماذا؟

$س^{٢} + ٣ س = -\frac{١}{٢}$

$س^{٢} + ٢ \left(\frac{٣}{٢}\right) س + \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \frac{١}{٢}$

$\left(س + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤} - \frac{١}{٢}$

$\left(س + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٧}{٤}$

$س + \frac{٣}{٢} = \pm\sqrt{\frac{٧}{٤}}$

$س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٧}}{٢}$

الصورة العامة:

$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

$س^{٢} + \frac{ب}{أ} س + \frac{جـ}{أ} = ٠$ بالقسمة على أ حيث $أ \neq ٠$

$س^{٢} + \frac{ب}{أ} س = -\frac{جـ}{أ}$

$س^{٢} + ٢ \left(\frac{ب}{٢أ}\right) س + \left(\frac{ب}{٢أ}\right)^{٢} = \left(\frac{ب}{٢أ}\right)^{٢} - \frac{جـ}{أ}$

$\left(س + \frac{ب}{٢أ}\right)^{٢} = \frac{ب^{٢}}{(٢أ)^{٢}} - \frac{جـ}{أ}$

$\left(س + \frac{ب}{٢أ}\right)^{٢} = \frac{ب^{٢} - ٤أجـ}{٤أ^{٢}}$

$س + \frac{ب}{٢أ} = \pm\sqrt{\frac{ب^{٢} - ٤أجـ}{٤أ^{٢}}}$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

القانون العام لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

حل المعادلة $أ س^2 + ب س + ج = 0$ حيث $أ \neq 0$ هو

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4 أ ج}}{2 أ}$$

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

مثال 2

حل المعادلة $س^2 + 10 س = -16$ باستخدام القانون

بوضع المعادلة على الصورة العامة

$س^2 + 10 س + 16 = 0$

$أ = 1$ ، $ب = 10$ ، $جـ = 16$

المميز $= ب^2 - 4 أ جـ$

$= (10)^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36$

باستخدام الحاسبة

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\quad}}{2 أ}$$

$$س = \frac{-(10) \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{-10 \pm 6}{2}$$

إما $س = 2-$ أو $س = 8-$

مجموعة الحل $= \{-2 ، -8\}$

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

حاول أن تحل2

حل المعادلة س^2 + 5. س + 6 = 0 باستخدام القانون

أ = 1 ، ب = 5. ، جـ = 6

المميز = ب^2 − 4. أ جـ

= (5.)^2 − 4. × 1 × 6 = 1

باستخدام الحاسبة

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\quad}}{2أ}$$

$$س = \frac{-(5.) \pm \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

إما س = 3 ، أوس = 2

مجموعة الحل = { 3 ، 2 }

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

حاول أن تحل 2 ب

حل المعادلة س (س ـ 2) = 7 باستخدام القانون

بوضع المعادلة على الصورة العامة

$س^2 - 2س - 7 = 0$

أ = 1 ، ب = ـ2 ، جـ = ـ7

المميز = $ب^2 - 4أجـ$ =

$= (-2)^2 - 4 \times 1 \times -7 =$ 32

باستخدام الحاسبة

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\quad}}{2أ}$$

$$س = \frac{2 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{32}}{2 \times 1}$$

إما س = 3,828 أو س = 1,828ـ

مجموعة الحل = {3,828 ، 1,828ـ}

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

مثال 3

حل المعادلة $2س^2 + 4س . 7 = 0$

أ = 2 | ب = 4 | جـ = 7.

(المميز) = | $= ب^2 - 4 . أ جـ$

$= (4)^2 - 4 . 2 \times 7 . \times 2 =$ | 72

باستخدام الحاسبة

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\quad}}{2 أ}$$

$$س = \frac{-(5) \pm \sqrt{72}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{72}}{4}$$

إما س = 1,121 | أوس = 3,121.

مجموعة الحل = {1,121 ، 3,121.}

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

حاول أن تحل 3

حل المعادلة 4 س = 13 س . 9 باستخدام القانون

بوضع المعادلة على الصورة العامة

$4س^{2} .13 س + 9 = 0$

أ = 4 | ب = 13. | جـ = 9

(المميز) = $ب^{2} .4 أ جـ$

$=(13.)^{2} .4 \times 4 \times 9 =$

$= 25$

باستخدام الحاسبة

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\quad}}{2 أ}$$

$$س = \frac{13 \pm 5}{8} = \frac{-(13.) \pm \sqrt{25}}{2 \times 4}$$

إما س = 2,25 | أو س = 1

مجموعة الحل = {2,25 ، 1}

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

مثال 4

استخدام القانون لحل معادلات الدرجة الثانية في متغيرواحد

حاول أن تحل 4

مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية

اذا كان جذرا المعادلة أ $س^2$ + ب س + جـ = 0
هما م ، ن

فإن مجموع الجذرين م + ن = $\frac{-ب}{أ}$

فإن حاصل ضرب الجذرين م × ن = $\frac{جـ}{أ}$

إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية

مثال 8

بدون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة

$3 س^2 + 2 س . 3 = 0$ إذا وجدا

أ = 3 | ب = 2 | جـ = 3.

(المميز) = | = ب^2 . 4 أ جـ

= (2)^2 . 4 × 3 × 3. = | = 40 | > صفر

باستخدام الحاسبة

لما كان المميز موجبا يوجد جذران حقيقيان مختلفان

فإن مجموع الجذرين م + ن = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{2.}{3}$

فإن حاصل ضرب الجذرين م × ن = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{3.}{3}$ = 1.

إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية

حاول أن تحل8

بدون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة

$4 س^2 - 9. س + 3 = 0$ إذا وجدا

أ = 4 | ب = -9. | جـ = 3

(المميز) = | = ب^2 - 4. أ جـ

= (-9.)^2 - 4. × 4 × 3 = | = 33 | < 0

باستخدام الحاسبة

لما كان المميز موجبا يوجد جذران حقيقيان مختلفان

فإن مجموع الجذرين م + ن = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{9}{4}$

فإن حاصل ضرب الجذرين م × ن = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{3}{4}$

إيجاد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة التربيعية

مثال 9

اذا كان مجموع جذري المعادلة $2س^2 + ب س . 5 = 0$ يساوي 1
فأوجد قيمة ب ثم حل المعادلة

أ = 2 | ب = ب | جـ = 5.

فإن مجموع الجذرين م + ن = $\frac{-ب .}{أ}$ = $\frac{-ب .}{2}$ = 1

ب . = 2

ب = 2.

المعادلة $2س^2 + 2. س . 5 =$ صفر

أ = 2 | ب = 2. | جـ = 5.

المميز ( ) = $ب^2 . 4 أ جـ$ = $(2.)^2 . 4 \times 2 \times 5.$ = 44

$س = \frac{-ب . \pm \sqrt{\quad}}{2 أ}$

$س = \frac{44 \pm (2.).}{2 \times 2}$ = $\frac{44 \pm 2}{4}$

حاول أن تحل 9

اذا كان ناتج ضرب جذري المعادلة أ س^2 + ب س + جـ = 0 يساوي $\frac{2}{3}$
فأوجد قيمة أ ثم حل المعادلة

أ = أ
ب = 5.
جـ = 2

ناتج ضرب الجذرين م × ن = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{2}{\text{أ}}$ = $\frac{2}{3}$

أ = 3

المعادلة 3 س^2 + 5. س + 2 = صفر

أ = 3
ب = 5.
جـ = 2

(المميز) = ب^2 - 4. أ جـ = (5.)^2 - 4. × 3 × 2 = 1

س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{المميز}}}{2\text{ أ}}$

س = $\frac{-(5.) \pm 1}{3 \times 2}$ = $\frac{-5 \pm 1}{6}$

مجموعة الحل = { 1 ، $\frac{2}{3}$ }

إيجاد المعادلة التربيعية اذا علم جذراها

مثال 10

أوجد معادلة تربيعية جذراها 3 ، 5

المعادلة	$س^2$. (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = صفر

مجموع الجذرين =	ن + م =	5 + 3	= 8
حاصل ضرب الجذرين =	ن × م =	5 × 3	= 15

المعادلة	$س^2$. 8 س + 15 = صفر

حاول أن تحل 10

اذا كان جذرا المعادلة س^2 + 5. س + 6 = 0 هما ل ، م كون معادلة تربيعية جذراها 2 ل ، 2 م

أ = 1

ب = 5.

ج = 6

المعادلة المعطاة

مجموع الجذرين = ل + م = $\frac{-ب.}{أ}$ = $\frac{(-5).}{1}$ = 5

حاصل ضرب الجذرين = ل × م = $\frac{6}{أ}$ = 6

المعادلة المطلوبة

مجموع الجذرين = 2ل + 2م = 2(ل + م) = 2 × 5 = 10

حاصل ضرب الجذرين = 2ل × 2 م = 4 ل م = 4 × 6 = 24

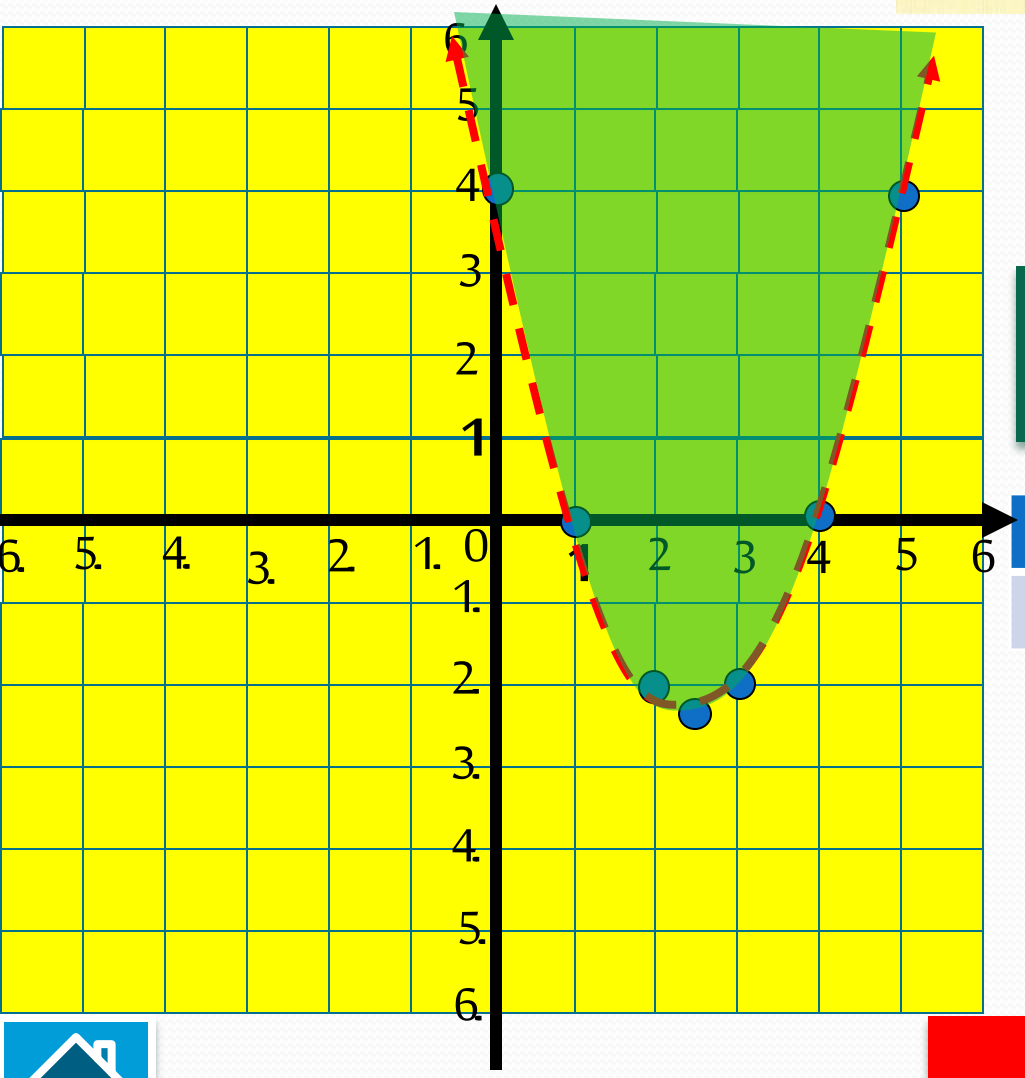
المعادلة: س^2 . (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = صفر

س^2 + 10 س + 24 = صفر

3س^2 + 10. س + 24 = صفر

مثال (١٢)

أوجد بيانيًّا منطقة حل المتباينة: ص > س^{٢} − ٥س + ٤ .



نرسم منحنى المعادلة

ص = س^{2} − 5 س + 4

رأس المنحنى عند النقطة

س = $\frac{-ب}{2أ}$ = $\frac{5}{2}$ = 2,5

س	0	1	2	2,5	3	4	5
ص	4	0	2.	2,25.	2	0	4

نعوض بالنقطة (0 ، 0)

0 > 0^{2} − 5 × 0 + 4

(0 ، 0) لا تحقق المتباينة

نظلل المنطقة التي لا تحتوي النقطة (0 ، 0)

(9.1) حل معادلات من الدرجة الثانية في متغيرواحد

مثال (١٣)

أوجد بيانيًا منطقة حل المتباينة: ص ≥ س^{٢} − ٥س − ٦.