أولا : حلول حاول أن تحل من كتاب الطالب

(3– 3) العوامل الخطية لكثيرات الحدود

كتاب الطالب ص 102

حاول أن تحل(1)

اكتب التعبير $(x+1)(x+1)(x-2)$

في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة

$$(x+1)(x+1)(x-2)=$$

$$(x+1)(x^2-2x+x-2)= \quad (x+1)(x^2-x-2)=$$

$$x^3-x^2-2x+x^2-x-2= \; x^3-3x-2$$

حاول أن تحل(2)

حلل كثيرة الحدود $12x^3-12x^2+3x$

إلى عوامل ثم تحقق

$$12x^3-12x^2+3x=$$

$$3x(4x^2-4x+1)=3x(2x-1)(2x-1)$$

التحقق

$$3x(2x-1)(2x-1)=3x(4x^2-2x-2x+1)=$$

$$3x(4x^2-4x+1)=$$

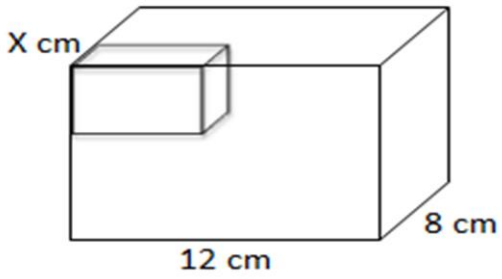
$$12x^3-12x^2+3x=$$

حاول أن تحل

3 قطعة خشب على شكل شبه مكعب طولها 12 cm وعرضها 8 cm وسماكتها x cm . اقتطع من إحدى زواياها مكعب طول حرفه x cm

a كوّن الدالة التي تربط حجم قطعة الخشب المتبقي بـ x.

b صف المجال الواقعي للدالة.



$$v = 12 \times 8 \times (x) - x^3$$

$$v = 96x - x^3$$

المجال الواقعي

$$v = 96x - x^3 > 0$$

$$v = x(96 - x^2) > 0$$

$$v = 96x - x^3 > 0$$

$x > 0$ $x < 8$ $x < 12$

المجال الواقعي $0 < x < 8$

حاول أن تحل(4) أوجد أصفار $y = (x-7)(x-5)(3-x)$

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

باستخدام خاصية الضرب في صفر أوجد صفرا لكل عامل خطي

$3 - x = 0$ أو $x - 5 = 0$ أو $x - 7 = 0$

$x = 3$ $x = 5$ $x = 7$

أصفار الدالة هي : 3 , 5 , 7

المعامل الرئيسي (عدد سالب)

سلوك النهاية جهة اليمين هو لأسفل

كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)

سلوك النهاية جهة اليسار

معاكس لسلوك النهاية جهة اليمين أي لأعلى

سلوك النهاية هو (↘ ، ↖)

كتاب الطالب ص 105

حاول أن تحل(4)

أوجد أصفار

$$y=(x-7)(x-5)(3-x)$$

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

- أصفار الدالة هي : 3 , 5 , 7
- سلوك النهاية هو (↘ ، ↖)

نكون جدول

x	2	3	4	5	6	7	8
y	15	0	-3	0	3	0	-15

حاول أن تحل(5)

a اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: 1 ، 2− ، 4−

b اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: 0 ، 2− ، 4−

c اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1− صفر بسيط.

d التفكير الناقد: اشرح لماذا الصفر عند 0 في b يعطي أكثر من إمكانية واحدة للإجابة.

e هل كل دالة من الدوال التي حصلت عليها من b ، a وحيدة؟

فسر إجابتك.

a أصفار الدالة هي: 4− ، 2− ، 1

عوامل كثيرة الحدود هي: $(x+4)$ ، $(x+2)$ ، $(x-1)$

$$F(x)=(x+4)(x+2)(x-1)$$
$$=(x^2+6x+8)(x-1)$$
$$=x^3+6x^2+8x-x^2-6x-8$$
$$=x^3+5x^2+2x-8$$

وهي دالة كثيرة الحدود

b أصفار الدالة هي :

0 ⇓ x — -2 ⇓ $(x+2)$ — -4 ⇓ $(x+4)$

عوامل كثيرة الحدود هي :

$f(x) = x^2(x+6x+8) = x(x+2)(x+4)$

وهي دالة كثيرة الحدود

$= x^3 + 6x^2 + 8x$

d التفكير الناقد :

- صفر من أصفار كثيرة الحدود ⟸ المقدار x هو عامل خطي لها
- صفر من أصفار كثيرة الحدود ⟸ المقدار 3 هو عامل خطي لها
- صفر من أصفار كثيرة الحدود ⟸ المقدار x هو عامل خطي لها

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 8x$

$f(x) = 3(x^3 + 6x^2 + 8x)$

$f(x) = m(x^3 + 6x^2 + 8x)$

$, m \in R^+$

e وهذا يفسر أن الدوال ليست وحيدة

ثانيا : حلول تمارين كراسة التمارين

تمرّن
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (3–1)، اكتب كل دالة كثيرة حدود في الصورة العامة واذكر درجتها.

(1) $y=(x+3)(x+4)(x+5)$ (2) $y=(x-3)^2(x-1)$ (3) $y=x(x-1)(x+1)$

1 $y=(x+3)(x+4)(x-5)$

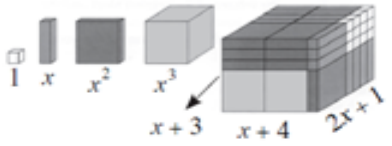
$$=(x+3)(x^2-5x+4x-20)$$
$$=(x+3)(x^2-x-20)$$
$$=x^3-x^2-20x+3x^2-3x-60$$
$$=x^3+2x^2-23x-60$$

2 $y=(x-3)^2(x-1)$

$$=(x^2-6x+9)(x-1)$$
$$=x^3-x^2-6x^2+6x+9x-9$$
$$=x^3-7x^2+15x-9$$

3 $y=x(x-1)\ (x+1)=\ x(x^2-1)=\ x^3-x$

(4) **الهندسة:** إذا كان طول صندوق $2x+1$ من الوحدات، وعرضه $x+4$ من الوحدات، وارتفاعه $x+3$ من الوحدات، وقد كونته باستخدام الكتل الخشبية x^3، x^2، x، الوحدة (1). فإلى كم كتلة تحتاج من كل منها؟



الحجم =

$$(2x+1)(x+4)(x+3) =$$

$$(2x^2+8x+x+4)(x+3) =$$

$$(2x^2+9x+4)(x+3) =$$

$$2x^3+6x^2+9x^2+27x+4x+12 =$$

$$2x^3+15x^2+31x+12 =$$

---

(5) **الهندسة:** صندوق على شكل شبه مكعب طوله: $2x+3$ من الوحدات، عرضه $2x-3$ من الوحدات، ارتفاعه $3x$ من الوحدات. عبّر عن حجم الصندوق في صورة كثيرة حدود.

الحجم =

$$(2x+3)(2x-3)3x =$$

$$(4x^2-9)3x = 12x^3-27x$$

في التمارين (8–6)، عيّن أصفار كل دالة وتكرارها.

(6) $y=(x-1)(x+2)$ (7) $y=(x+3)^3$ (8) $y=x(x-2)^2(x+9)$

6

الأصفار		
	1	مكرر مرة واحدة
	-2	مكرر مرة واحدة

7

الأصفار		
	-3	مكرر ٣ مرات

8

الأصفار		
	2	مكرر مرتين
	-9	مكرر مرة واحدة

في التمارين (12–9)، أوجد أصفار كل دالة مما يلي ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لكل منها مراعيًا سلوك النهاية لبيان كل دالة.

9 $y = (x-2)(x+2)$

$x-2=0$ أو $x+5=0$

$x=2$ $\quad$ $x=-2$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

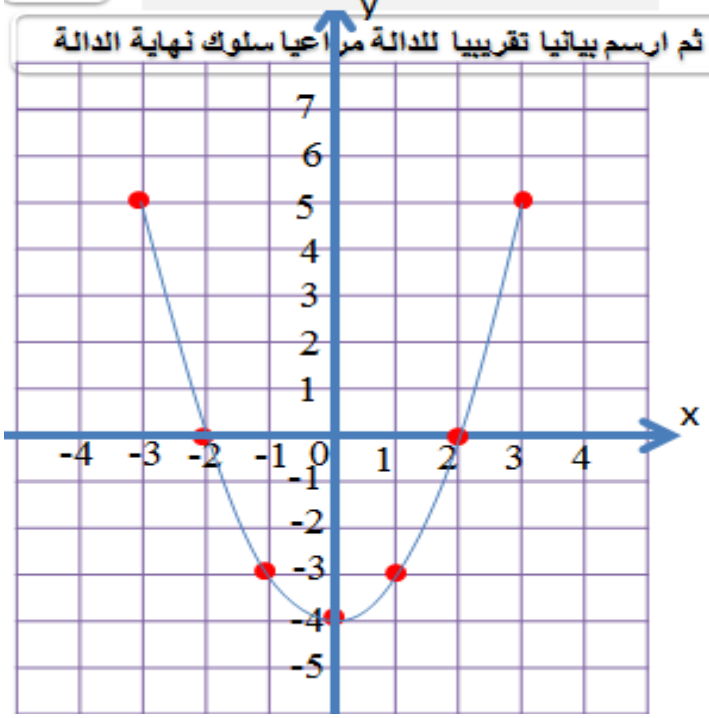
- أصفار الدالة هي : 2- , 2
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثانية (زوجي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  نفس سلوك النهاية جهة اليمين أي لأعلى
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

(3– 3) العوامل الخطية لكثيرات الحدود
كراسة التمارين ص43

9 $y = (x-2)(x+2)$

أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة



- أصفار الدالة هي : 2 , 2-
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

نكون جدول

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

10 $y=(x+1)(x-2)(x-3)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

$x+1=0$ أو $x-2=0$ أو $x-3=0$

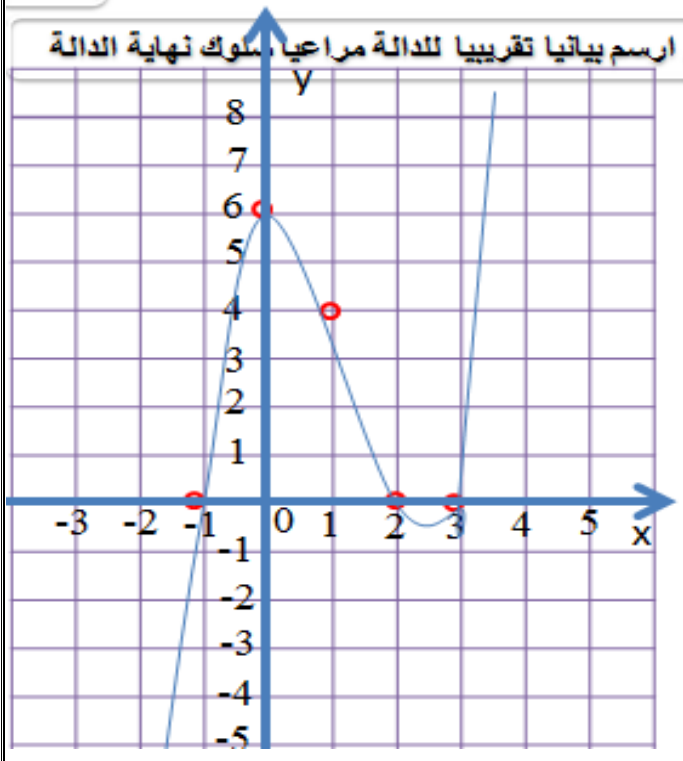
$x=-1$ $x=2$ $x=3$

- أصفار الدالة هي : 3 , 2 , 1-
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  معاكس لسلوك النهاية جهة اليمين أي لأسفل
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

---

10 $y=(x+1)(x-2)(x-3)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة



- أصفار الدالة هي : 3 , 2 , 1-
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

نكون جدول

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-20	0	6	4	0	0	10

في التمارين (12–9)، أوجد أصفار كل دالة مما يلي ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لكل منها مراعيًا سلوك النهاية لبيان كل دالة.

11 $y = x(x+2)^2$

$x = 0$ أو $x + 2 = 0$
$x = -2$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

- أصفار الدالة هي : 0 , -2
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  معاكس لسلوك النهاية جهة اليمين أي لأسفل
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

---

12 $y = (x+1)^2(x-2)(x-1)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

$x - 1 = 0$ أو $x - 2 = 0$ أو $x + 1 = 0$
$x = 1$ $x = 2$ $x = -1$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

- أصفار الدالة هي : 1 , 2 , -1
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو أعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  نفس سلوك النهاية جهة اليمين أي لأعلى
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

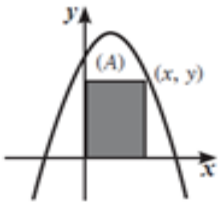
(13) **التفكير الناقد:** كيف تعرف نقاط تقاطع الرسم البياني لدالة كثيرة الحدود مع محور الصادات دون رسمها بيانيًّا؟

الجواب : بوضع $x = 0$

(3– 3) العوامل الخطية لكثيرات الحدود
كراسة التمارين ص43

(14) **الهندسة التحليلية:** يوضح الشكل أدناه منطقة مستطيلة الشكل، أحد أركانها يقع على الرسم البياني للدالة.

$y = -x^2 + 2x + 4$



(a) اكتب مساحة المنطقة المستطيلة (A) كدالة كثيرة حدود في الصورة العامة.

(b) أوجد مساحة المنطقة المستطيلة إذا كانت $x = 2\frac{1}{2}$.

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

$$A = x \bullet y$$
$$A = x(-x^2 + 2x + 4)$$
$$A = -x^3 + 2x^2 + 4x$$
$$A = -(2.5)^3 + 2(2.5)^2 + 4(2.5)$$
$$A = -(2.5)^3 + 2(2.5)^2 + 4(2.5) = 6.875$$

---

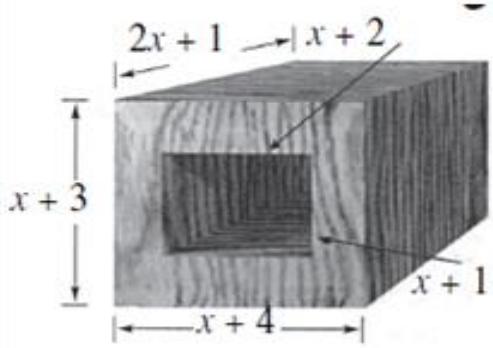
(15) **السؤال المفتوح:** اكتب دالة كثيرة حدود لها المميزات التالية.

ثلاثة أصفار مختلفة، أحد أصفارها هو العدد 1، وصفر آخر من أصفارها مكرر مرتين.

$$y = (x+1)(x-a)(x-b)^2 \quad : a \neq b \qquad a,b \in R$$

---

(16) **الصناعات الخشبية:** بدأ نجار عمله باستخدام كتلة خشبية كالموضحة في الشكل.



(a) عبّر عن حجم الكتلة الخشبية الأصلية وحجم التجويف في شكل كثيرتي حدود في الصورة العامة.

(b) اكتب كثيرة حدود لحجم الخشب المتبقي.

حجم الكتلة الخشبية الأصلية

$$y=(2x+1)(x+3)(x+4)$$
$$y=(2x+1)(x^2+7x+12)$$
$$y=2x^3+14x^2+24x+x^2+7x+12$$
$$y=2x^3+15x^2+31x+12$$

حجم التجويف

$$y=(2x+1)(x+1)(x+2)$$
$$y=(2x+1)(x^2+3x+2)$$
$$y=2x^3+6x^2+4x+x^2+3x+2$$
$$y=2x^3+7x^2+7x+2$$

حجم كتلة الخشب المتبقية

$$y=2x^3+15x^2+31x+12-2x^3-7x^2-7x-2$$
$$y=8x^2+24x+10$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

17

أصفار الدالة هي : **1 , -1**

عوامل كثيرة الحدود $(x-1)(x-(-1))$

$$f(x)=x^2-1 \qquad f(x)=(x-1)(x+1)$$

18

أصفار الدالة هي : **0 , 1 , 2**

عوامل كثيرة الحدود $x(x-1)(x-2)$

$$f(x)=x(x-1)(x-2)$$
$$f(x)=x(x^2-3x+2)$$
$$f(x)=x^3-3x^2+2x$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

19

أصفار الدالة هي : **-4 , -1 , 3**

عوامل كثيرة الحدود : ***(x – (-4)) (x – (-1))(x - 3)***

$$f(x) = (x+4)(x+1)(x-3)$$
$$f(x) = (x+4)(x^2-2x-3)$$
$$f(x) = x^3-2x^2-3x+4x^2-8x-12$$
$$f(x) = x^3+2x^2-5x-12$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

20

أصفار الدالة هي : $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$

عوامل كثيرة الحدود : $f(x) = (2x-1)(2x+1)(x-2)$

$$f(x) = (2x-1)(2x+1)(x-2)$$
$$f(x) = (4x^2-1)(x-2)$$
$$f(x) = 4x^3-8x^2-x+2$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ — (a) (b)

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ — (a) (b)

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ — (a) (b)

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. — (a) (b)

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ — (a) (b)

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

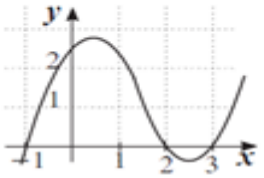
(6) إذا كان $x=-2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



(a) $\{-1,2,3\}$ (b) $\{1,-2,-3\}$
(c) $\{-1,0,2,3\}$ (d) $\{0\}$

(9) شبه مكعب أبعاده $3x$ ، $2x-3$ ، $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ (d) $12x^3-27x$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(11) $f(x)=x^3-x$ تقبل القسمة على $x-k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

(a) $\{0\}$ (b) $\{-1\}$ (c) $\{1\}$ (d) $\{0,-1,1\}$

(12) إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن:

(a) $x=2$ صفر من أصفار الدالة f
(b) $x=2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f
(c) $x=-2$ صفر من أصفار الدالة f
(d) $x=-2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(13) $x+m$ عامل من عوامل:

(a) $f(x)=x^2+m$ (b) $f(x)=x^3+mx$
(c) $f(x)=x^3+mx^2$ (d) $f(x)=x^2+m^2$

انتهت الأسئلة