(2 - 5) حل المثلث القائم

أمثلة

1

المثلث 90° ، 45° ،45°

4 3 2

المثلث الثلاثيني الستيني

حاول أن تحل

1

3 2

النسب المثلثية للزوايا الخاصة

عودة لفهرس الموضوعات

٢ - ٥

حل المثلث قائم الزاوية
Solving Right Triangle

سوف تتعلم

- إيجاد قياسات زوايا مثلث قائم.
- إيجاد أطوال أضلاع مثلث قائم.

عمل تعاوني

استخدم برنامج رسم هندسي على الحاسوب.

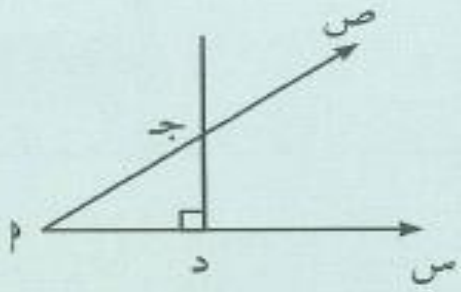
ارسم شعاعين $\overleftarrow{أس}$ ، $\overleftarrow{أص}$ يشكلان زاوية حادة س $\hat{أ}$ ص.

من نقطة د على $\overleftarrow{أس}$ ارسم شعاعًا متعامدًا مع $\overleftarrow{أس}$ يقطع $\overleftarrow{أص}$ في جـ.

بتحريك النقطة د تتحرك تبعًا لها النقطة جـ، يكبر المثلث أ د جـ أو يصغر. وبتحريك النقطة ص يكبر أو يصغر قياس الزاوية $\hat{أ}$.

١ - أوجد قياس الزاوية $\hat{أ}$.

٢ - أوجد أطوال أضلاع المثلث أدجـ.



احسب النسبة $\frac{\text{دجـ}}{\text{أجـ}}$ $\left(\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{أ}}{\text{الوتر}}\right)$

حرّك $\overleftarrow{أص}$ بحيث يتغيّر قياس الزاوية $\hat{أ}$.

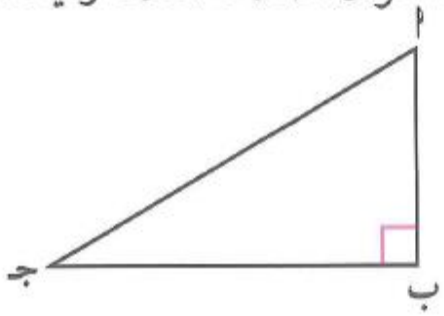
ما الذي تلاحظه حول النسبة $\frac{\text{دجـ}}{\text{أجـ}}$ عندما يتغيّر قياس الزاوية $\hat{أ}$.

من أي قيمة تقترب هذه النسبة عندما يقترب قياس $\hat{أ}$ من ٠°؟ ومن ٩٠°؟

٣ - اصنع جدولًا يبيّن قيم الزاوية $\hat{أ}$ والنسبة $\left(\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية } \hat{أ}}{\text{الوتر}}\right)$ يتضمن القياسات ١٠°، ٢٠°، ٣٠°، ... ، ٨٠° للزاوية $\hat{أ}$.

٣ - حل المثلث قائم الزاوية
Solving Right Triangle

نعلم أن للمثلث ستة عناصر هي أضلاعه الثلاثة وزواياه الثلاث. حلّ المثلث يعني إيجاد أطوال أضلاعه الثلاثة وقياسات زواياه الثلاث. سيقتصر عملنا في هذا البند على المثلث قائم الزاوية.



في الشكل المقابل المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب.

الأضلاع: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{ب جـ}$

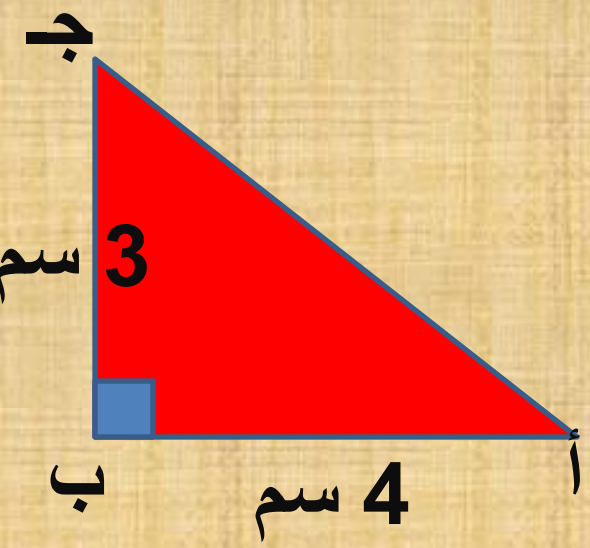
الزوايا: $\hat{أ}$ ، $\hat{ب}$ ، $\hat{جـ}$

غالبًا ما تعطى ثلاثة عناصر في المثلث أحدها على الأقل طول أحد الأضلاع ويتعين علينا إيجاد الباقي.

عودة

مثال (١)

حلّ المثلث أ ب جـ القائم في ب إذا علم أن: أ ب = ٤ سم، ب جـ = ٣ سم



بتطبيق نظرية فيثاغورث

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$= (3)^2 + (4)^2 = 25$

$أ جـ = \sqrt{25} = 5$ سم

$ظا\ أ = \frac{ب جـ}{أ ب}$

$ظا\ أ = \frac{3}{4}$

$ق(\hat{أ}) = ظا^{-1} \frac{3}{4}$

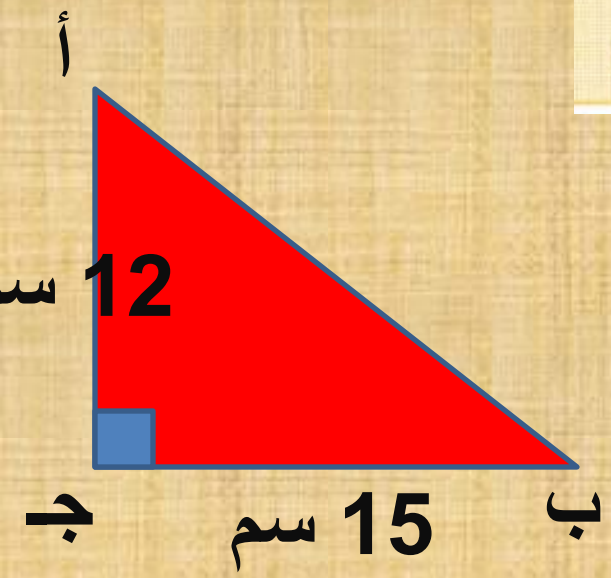
$ق(\hat{أ}) = 36,86989° \simeq 37°$

$ق(\hat{جـ}) \simeq 90° - 37° \simeq 53°$

عودة

حاول أن تحل

١ حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في جـ حيث: ب جـ = ١٥ سم، أجـ = ١٢ سم



بتطبيق نظرية فيثاغورث

$(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2$

$= (12)^2 + (15)^2 = 369$

$أ ب = \sqrt{369} = 19,21$ سم

$ظا\ أ = \frac{ب جـ}{أ جـ}$

$ظا\ أ = \frac{15}{12}$

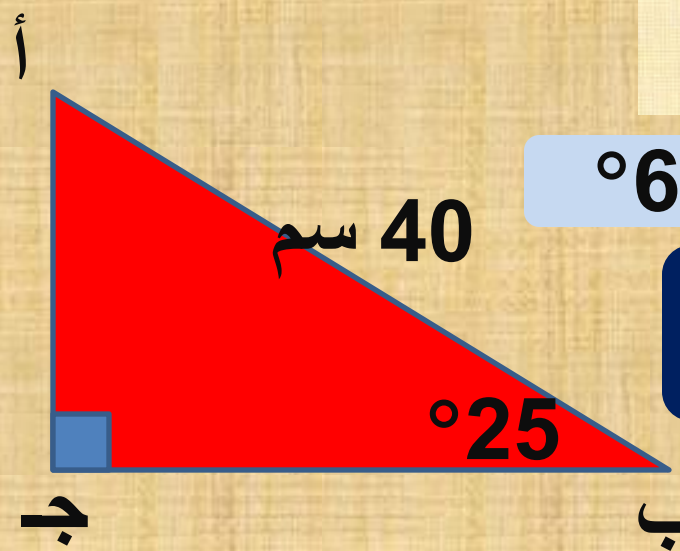
$ق(\hat{أ}) = ظا^{-1}\frac{15}{12}$

$ق(\hat{أ}) = 51,34019° \simeq 51°$

$ق(\hat{أ}) \simeq 90° - 51° \simeq 39°$

مثال (٢)

حلّ المثلث أ ب جـ القائم في (جـ) إذا علم أن: أ ب = ٤٠ سم، ق(ب) = ٢٥°



ق (أ) = 90° − 25° = 65°

جتا ب = ب جـ / أ ب

جتا 25° = ب جـ / 40

جتا 25° = 1

ب جـ = 40 × جتا (25°) / 1

ب جـ ≃ 36,25 سم

جا ب = أ جـ / أ ب

جا 25° = أ جـ / 40

جا 25° = 1

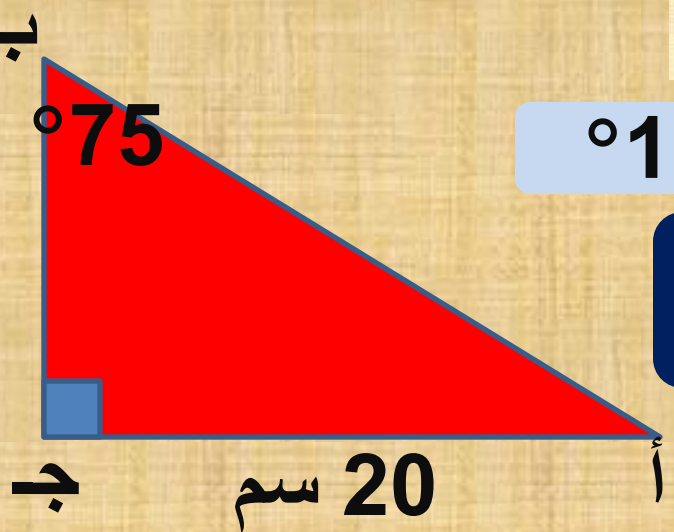
أ جـ = 40 × جا (25°) / 1

أ جـ ≃ 16,90سم

عودة

حاول أن تحل

٢ حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ حيث: أ جـ = ٢٠ سم، ق(∠ب) = ٧٥°



ق ($\hat{أ}$) = 90° − 75° = 15°

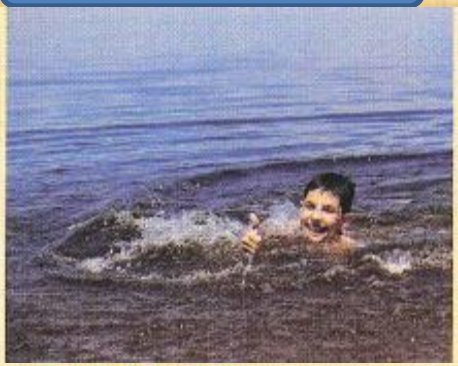
جا ب = $\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{\text{جا } 75°}{1}$ = $\frac{20}{\text{أ ب}}$

أ ب = $\frac{20 \times 1}{\text{جا}(75°)}$ ≃ 20,71 سم

ظا ب = $\frac{\text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$ = $\frac{\text{ظا } 75°}{1}$ = $\frac{20}{\text{ب جـ}}$

ب جـ = $\frac{20 \times 1}{\text{ظا}(75°)}$ ≃ 5,36سم

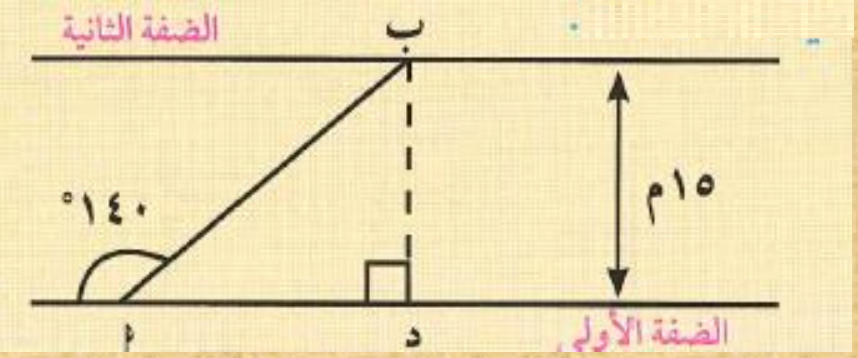
عودة



مثال (٣)

حاول أحد السباحين عبور النهر انطلاقًا من النقطة أ الموضحة بالشكل المرسوم جرفه التيار ووصل إلى النقطة ب.

ما المسافة التي قطعها السباح؟



ليكن ب د هو البعد العمودي بين الضفتين

في ▲ أ ب د

ق (ب $\hat{أ}$ د) = 180° − 140° = 40°

جا(ب أ د)= $\frac{\text{ب د}}{\text{أ ب}}$

جا 40° = $\frac{15}{\text{أ ب}}$

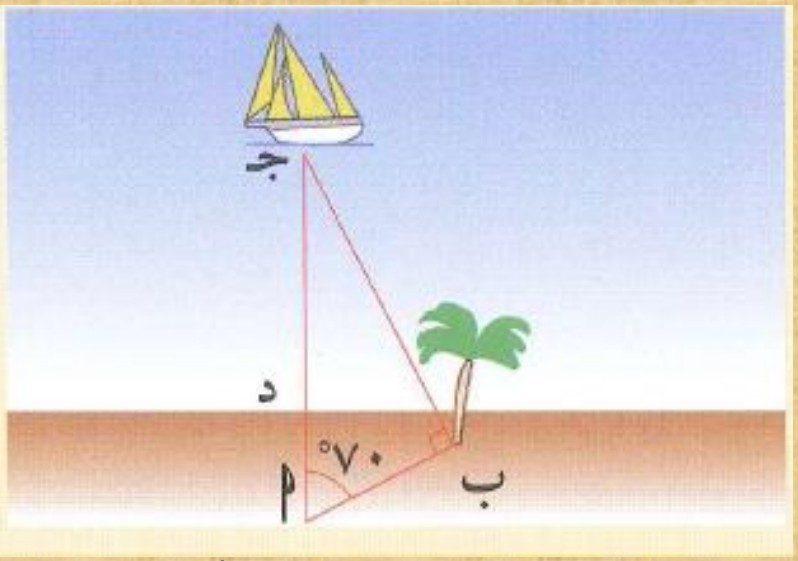
$\frac{\text{جا 40°}}{1}$

أ جـ = $\frac{15 \times 1}{\text{جا (40°)}}$ ≃ 23,34 متر

عودة

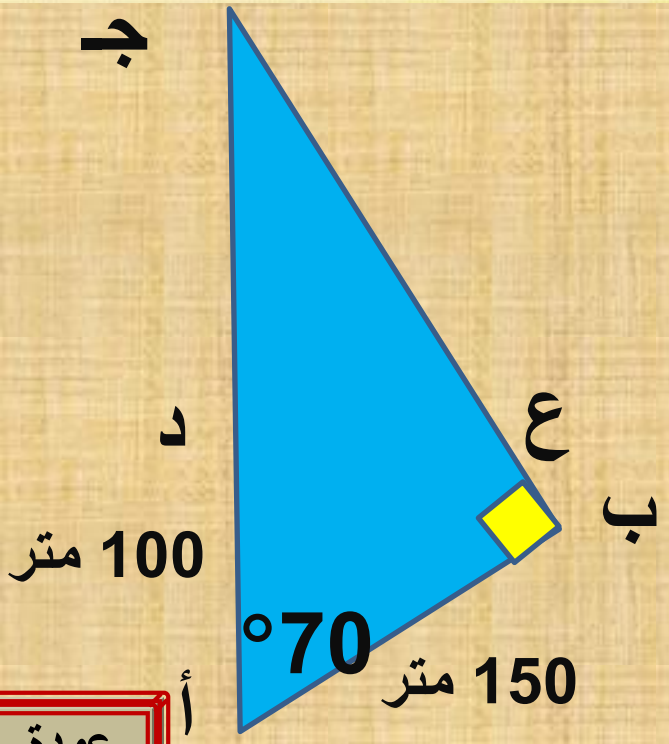
حاول أن تحل

٣ في الشكل المقابل إذا كان، أد = ١٠٠ متر، أب = ١٥٠ متر.
أوجد:
(أ) البعد بين الزورق والشجرة (ب) البعد بين الزورق والشاطىء



في △ أ ب جـ

البعد بين الزورق والشجرة ب جـ



$$\text{ظا أ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$$

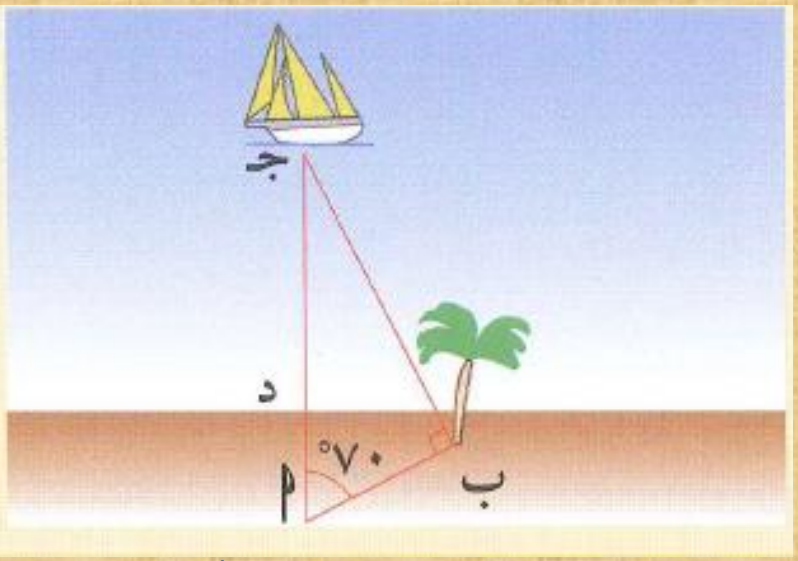
$$\frac{\text{ب جـ}}{150} = \frac{\text{ظا } 70°}{1}$$

$$\text{ب جـ} = \frac{150 \times (\text{ظا } 70°)}{1} \simeq 412{,}12 \text{ متر}$$

عودة

حاول أن تحل

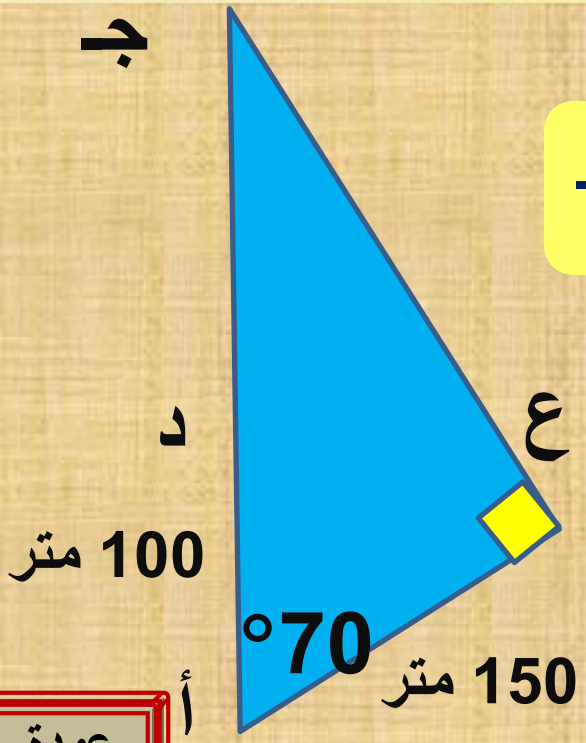
٣ في الشكل المقابل إذا كان، ق(∠د) = ١٠٠ متر، ق(∠ب) = ١٥٠ متر.
أوجد:
(أ) البعد بين الزورق والشجرة (ب) البعد بين الزورق والشاطىء



في △ أ ب جـ

البعد بين الزورق و الشاطئ جـ د

يجب ايجاد أ جـ من المثلث أ ب جـ



جتا أ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{\text{جتا } 70°}{1}$ = $\frac{150}{\text{أ جـ}}$

أ جـ = $\frac{150 \times 1}{\text{جتا } (70°)}$ ≃ 438,47 متر

جـ د = 438,47 – 100 ≃ 338,47 متر

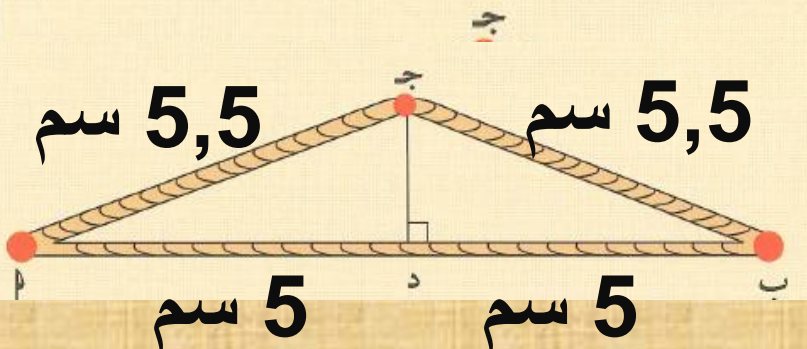
عودة

مثال (٤)

حبل طوله ١٠ أمتار مثبت في مسمارين عند النقطتين أ، ب. حبل آخر طوله ١١ مترًا مثبت في نفس النقطتين، شُدّ من وسطه (النقطة جـ) إلى أعلى.

أ أوجد ق(د أ جـ)

ب أوجد طول $\overline{دجـ}$



جتا أ = $\frac{أد}{أجـ}$ = $\frac{5}{5,5}$

ق ($\hat{أ}$) = جتا$^{-1}$ $\frac{5}{5,5}$ = °24,61997 ≃ °24,62

بتطبيق نظرية فيثاغورث

$(دجـ)^2 = (أجـ)^2 - (أد)^2$

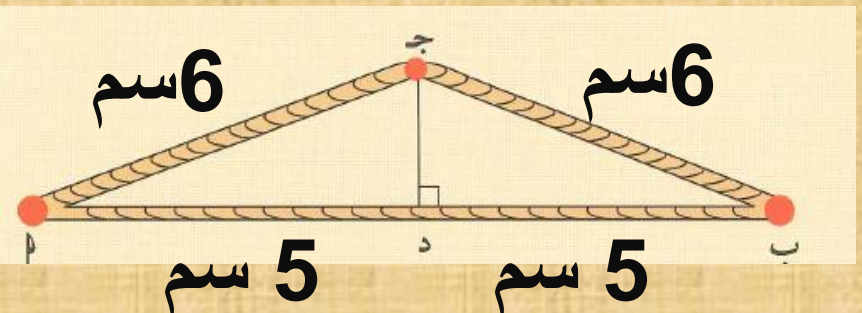
$= (5,5)^2 - (5)^2 = 5,25$

أجـ = $\sqrt{5,25}$ = 2,29 سم تقريبا

عودة

حاول أن تحل

٤ في المثال السابق أوجد (أ) إذا كان طول الحبل من ا إلى ب والمار بالنقطة جـ يساوي ١٢ مترًا.

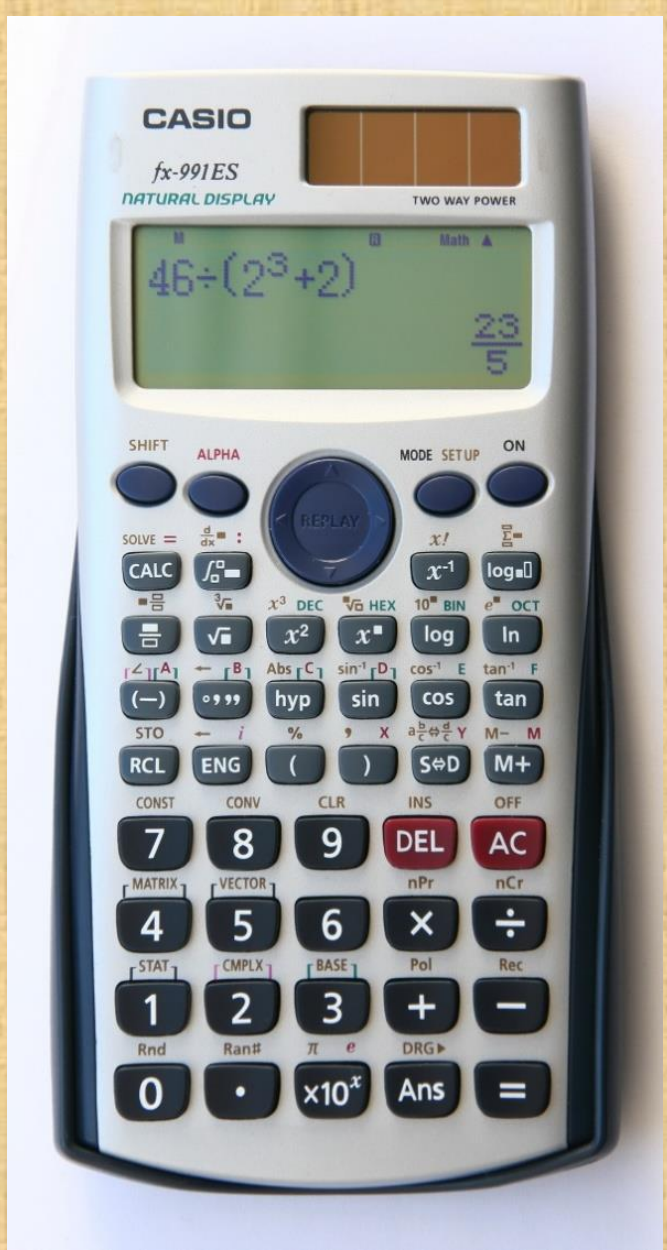


$$\text{جتا } أ = \frac{\text{أ د}}{\text{أ جـ}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{ق}(\hat{أ}) = \text{جتا}^{-1}\frac{5}{6} = 33,55730^\circ \simeq 33,56^\circ$$

عودة

SHIFT
ALPHA
MODE SETUP
ON
REPLAY
SOLVE =
CALC
x!
DEC
HEX
BIN
OCT
log
ln
Abs
sin
cos
tan
STO
RCL
ENG
S⇔D
M+
CONST
CONV
CLR
INS
OFF


CASIO
fx-991ES
NATURAL DISPLAY
TWO WAY POWER
46÷(2³+2)
23/5
SHIFT
ALPHA
MODE SETUP
ON
REPLAY
CALC
log
ln
sin
cos
tan
RCL
ENG
S⇔D
M+
DEL
AC
7
8
9
4
5
6
1
2
3
0
×
÷
+
−
=
Ans

$15'' \; 14' \; 18°$

عودة