قواعد الإشتقاق

① تدريب P. 90

$f(x) = 5 \longrightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = e^2 \longrightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = \pi^{15} \longrightarrow f'(x) = 0$

---

② تدريب P. 91

$f(x) = x^4 \longrightarrow f'(x) = 4x^3$

$g(x) = x^{10} \longrightarrow f'(x) = 10x^9$

$h(x) = x^{12} \longrightarrow f'(x) = 12x^{11}$

---

① P. 92 اوجد $\frac{dy}{dx}$ حيث:

$y = 5x^3 - 4x^2 + 6$

$\frac{dy}{dx} = 15x^2 - 12x$

② P. 93

(a) $f(x) = (x^2+1)(x^3+3)$

$= x^5 + 3x^2 + x^3 + 3$

$f'(x) = 5x^4 + 6x + 3x^2$

(b) $f(x) = (2x+1)(3x-2)$

$= 6x^2 - x - 2 \longrightarrow f'(x) = 12x - 1$

$f(x) = 4x^2(x+6)$

$= 4x^3 + 24x^2 \longrightarrow f'(x) = 12x^2 + 48x$

$f(x) = (x^3-4)^2$

$= x^6 - 8x^3 + 16 \longrightarrow f'(x) = 6x^5 - 24x^2$

$f(x) = \frac{4x^2+2x}{2x^3+5}$ اوجد مشتقة ③ P. 95

$$f'(x) = \frac{(2x^3+5)(8x+2) - (4x^2+2x)(6x^2)}{(2x^3+5)^2}$$

$$= \frac{16x^4+4x^3+40x+10-24x^4-12x^3}{2(x^3+5)^2}$$

$$= \frac{-8x^4-8x^3+40x+10}{(2x^3+5)^2}$$

---

④ P. 96 اوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم على منحنى f عند النقطة $(1,0)$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

$$f'(x) = \frac{1(x+2)-1(x-1)}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$$

ميل المماس $= f'(1) = \frac{3}{(1+2)^2} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ ميل الناظم $= -3$

معادلة المماس

$$y - f(a) = f'(a)(x-a)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x-1)$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

معادلة الناظم

$$y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)}(x-a)$$

$$y - 0 = -3(x-1)$$

$$y = -3x + 3$$

---

⑤ P. 96 اوجد $f'(x)$ حيث

$$f(x) = \frac{-4}{x^2+2x+5}$$

$$f'(x) = \frac{-4(2x+2)}{(x^2+2x+5)^2} = \frac{-8x-8}{(x^2+2x+5)^2}$$

⑥ P. 98 اوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x=-1$ حيث

$$y = \frac{3x^2+7}{8x^2} = \frac{3x^2}{8x^2} + \frac{7}{8}x^{-2} = \frac{3}{8} + \frac{7}{8}x^{-2}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 + \frac{7}{8}(-2x^{-3}) = \frac{-7}{4}x^{-3}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-1} = \frac{-7}{4}(-1)^{-3} = \frac{7}{4}$$

⑦ P. 98 اوجد شعقه الدالة f :

$$f(x) = x^{\frac{4}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$$

⑧ P. يتحرك جسيم على محور السينات ويعطى موقعه بالدالة

$$x = 2t^3 + 3t^2 - 36t + 40$$

① $x(3) - x(0) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 36(3) + 40 - (0+0-0+40)$

$=$

② $\frac{dx}{dt} = 6t^2 + 6t - 36$

③ $\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=9} = 6(9)^2 + 6(9) - 36 = 504$

⑧ اوجد المشتقة إن أمكن لكل من الدوال التالية: P. 99

ⓐ $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x \leq 2 \\ 4x-3 & : x > 2 \end{cases}$

$f(2) = (2)^2 + 1 = 5$

$$f'_+(2) = \lim_{x \to 2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 1^+} \frac{4x-3-5}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4x-8}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{4(x-2)}{x-2} = 4$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+1-5}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} x+2 = 2+2 = 4$$

$f'_+(2) = f'_-(2) = 4$

$\therefore f'(2) = 4$

إذن

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ 4 & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ 4 & : x \geq 2 \end{cases}$$

مجال f' هو R

(b) $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x<1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$

$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} x+1 = 1+1 = 2$$

$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{1}+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1) \Rightarrow \therefore f'(1)$ غير موجودة

$\therefore f$ غير قابلة للاشتقاق عند $x=1$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ 2\left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right) & : x>1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$$