نظريات الاتصال1-6

كراسة التمارين
صفحة 23

1

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$ $\quad f(x) = x^2 - |2x - 3|$

الحل:

نفرض أن : $h(x) = 2x - 3, \; g(x) = |x|$

فنجد أن : $f(x) = (g \circ h)(x)$

$g(h(x)) = |2x - 3|$

h دالة متصلة عند $x = 2$ **(1)**

$h(2) = 2(2) - 3 = 1$

g دالة متصلة عند $x = 1$

أي أن g دالة متصلة عند $x = h(2)$ **(2)**

من (1) , (2) $g \circ h$ متصلة عند $x = 2$

أي أن $f_1(x) = |2x - 3|$ متصلة عند $x = 2$

الدالة $f_2(x) = x^2$ كثيرة حدود متصلة عند $x = 2$

دالة الطرح f حيث $f(x) = f_2(x) - f_1(x)$ هي دالة متصلة عند $x = 2$

2

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+1} - \frac{3}{x}$$

الحل:

لتكن الدالة g : $g(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$

الدالة h : $h(x) = \frac{3}{x}$

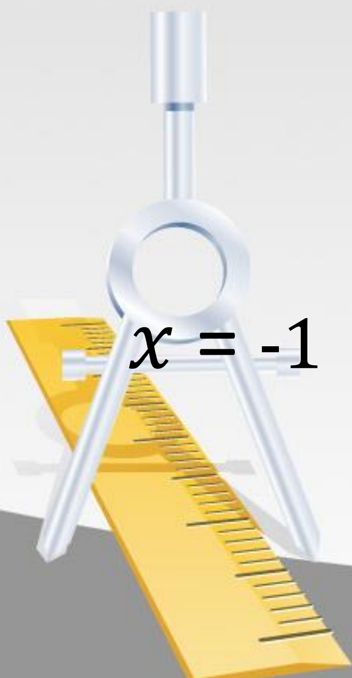
الدالة g دالة حدودية نسبية متصلة عند $x = -1$

(لأن المقام لا يساوي الصفر عند $x = -1$)

الدالة h دالة حدودية نسبية متصلة عند $x = -1$

(لأن المقام لا يساوي الصفر عند $x =-1$)

E دالة الطرح f حيث $f(x) = g(x) - h(x)$ هي دالة متصلة عند $x = -1$



3

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

$$f\ (x) = x^2 + 3x + |x|$$

الحل:

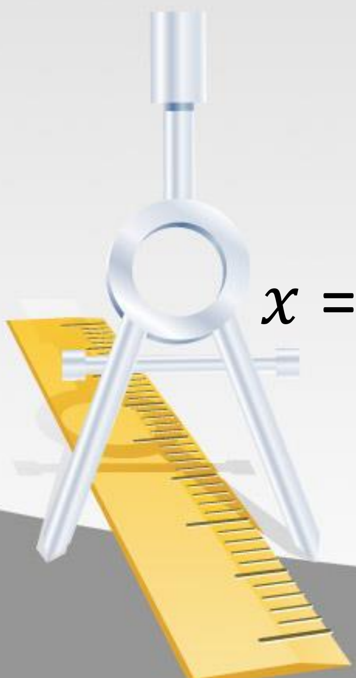
لتكن الدالة g : $g(x) = x^2 + 3x$

الدالة h : $h(x) = |x|$

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة عند $x = 3$

الدالة h دالة مطلق x متصلة عند $x = 3$

دالة الجمع f حيث $f\,(x) = g\,(x) + h\,(x\,)$ هي دالة متصلة عند $x = 3$



4

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$ ، $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$

الحل:

لتكن الدالة g : $g(x) = \sqrt[3]{x}$

الدالة h : $h(x) = x^2 + 1$

g دالة جذرية حيث $n = 3$ (عدد صحيح فردي) متصلة عند $x = -1$

h دالة كثيرة حدود متصلة عند $x = -1$

حيث أن $h(-1) = 2 \neq 0$

E الدالة f حيث $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ متصلة عند $x = -1$

5

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -5$ ، $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$

الحل:

نفرض أن g : $g(x) = x^2 + 5x + 4$

g دالة متصلة عند $x = -5$

حيث أن $g(-5) = 4 > 0$

الدالة f حيث $f(x) = \sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 + 5x + 4}$ متصلة عند $x = -5$

6 الدالتان g , f معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x) = -x + 2$, $g(x) = x^2 - 3$ أوجد :

a $(g \circ f)(x)$ **b** $(g \circ f)(-1)$ **c** $(f \circ g)(x)$ **d** $(f \circ g)(-1)$

الحل:

a $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \left(f(x)\right)^2 - 3 = (-x+2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$

b $(g \circ f)(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 1 = 6$

c $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = -g(x) + 2 = -x^2 + 5$

d $(f \circ g)(-1) = -(-1)^2 + 5 = 4$

7

الدالتان g , f معرفتان كما يلي :

$g(x) = x^2 + 4$, $f(x) = \sqrt{x}$

أوجد :

a $(f \circ g)(x)$ b $(f \circ g)(2)$ c $(g \circ f)(x)$ d $(g \circ f)(2)$

الحل:

a $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 + 4}$

b $(f \circ g)(2) = \sqrt{(2)^2 + 4} = \sqrt{8}$

c $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \left(f(x)\right)^2 + 4 = (\sqrt{x})^2 + 4 = x + 4$

d $(g \circ f)(2) = 2 + 4 = 6$

8

الدالتان g , f معرفتان كما يلي :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}, \quad g(x) = \frac{1}{x^2+16}$$

أوجد :

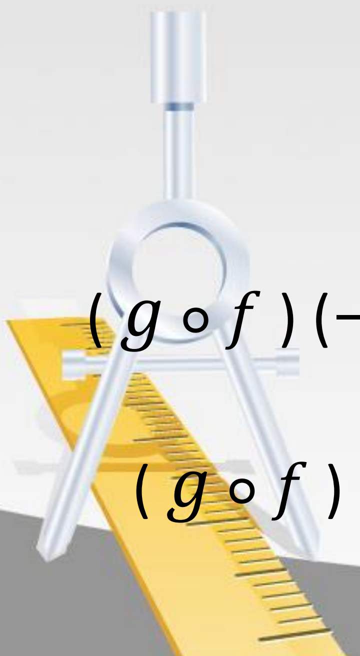
a $(g \circ f)(x)$

b $(g \circ f)(-4)$, $(g \circ f)(4)$

الحل:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{(f(x))^2+16}$$

$$= \frac{1}{x^2-9+16} = \frac{1}{x^2+7}$$



لاحظ أن مجال g هو $\mathbb{R}$

مدى f هو مجموعة جزئية من مجال g .:.

$$(g \circ f)(-4) = \frac{1}{(-4)^2+7} = \frac{1}{23}$$

$$(g \circ f)(4) = \frac{1}{(4)^2+7} = \frac{1}{23}$$

رجوع

9

لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال الدالة $f \circ g$ عند $x = -2$

الحل:

f دالة متصلة عند $x = -2$ (1)

$f(-2) = 5$

g دالة متصلة عند كل $x \in [-4, \infty)$

E g دالة متصلة عند $x = 5$

أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ (2)

من (1) , (2) نجد أن $f \circ g$ متصلة عند $x = -2$

رجوع

10 ابحث اتصال الدالة f عند $x = 4$ $\quad f(x) = |\sqrt{x} - 3|$

الحل:

نفرض أن : $h(x) = \sqrt{x} - 3$, $g(x) = |x|$

فنجد أن : $f(x) = (g \circ h)(x)$

$g(h(x)) = |\sqrt{x} - 3|$

$h_2(x) = 3$ دالة متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$

$h_1(x) = \sqrt{x}$ دالة متصلة عند $x = 4$, $4 > 0$

E h دالة متصلة عند $x = 4$ (1)

$h(4) = \sqrt{4} - 3 = -1$

g دالة متصلة عند $x = -1$

أي أن g دالة متصلة عند $x = h(4)$ (2)

من (1) , (2) $g \circ h$ متصلة عند $x = 4$

أي أن f متصلة عند $x = 4$

11 ابحث اتصال الدالة g عند $x = 3$ $\quad g(x) = \sqrt{x^2 - 1} - |x - 3|$

الحل:

نفرض أن : $g_1(x) = |x - 3|$, $g_2(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

نفرض أن : $h(x) = |x|$, $f(x) = x - 3$

فنجد أن : $g_1(x) = (h \circ f)(x)$

$h(f(x)) = |x - 3|$

f دالة متصلة عند $x = 3$ (1)

$f(3) = 3 - 3 = 0$

h دالة متصلة عند $x = 0$

أي أن h دالة متصلة عند $x = f(3)$ (2)

من (1) , (2) $h \circ f$ متصلة عند $x = 3$

أي أن g_1 متصلة عند $x = 3$

g_2 دالة متصلة عند كل $x \in \mathbb{R} - (-1,1)$

E g_2 دالة متصلة عند $x = 3$

دالة الطرح g حيث $g(x) = g_2(x) - g_1(x)$ هي دالة متصلة عند $x = 3$

التمارين الموضوعية

إذا كانت العبارة صحيحة ظلل **a** وإذا كانت خاطئة ظلل **b**

1. الدالة f : $f(x) = x^2 + |x-1|$ متصلة عند $x = 3$ — **b** **a**

2. الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x+5}{x+2} - \dfrac{2}{x}$ متصلة عند كل $x = 0$ — **b** **a**

3. الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$ — **b** **a**

4. الدالة f : $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$ — **b** **a**

5. الدالة f : $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ متصلة عند $x = 2$ — **b** **a**

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

6 نقاط انفصال الدالة f : $f(x) = \dfrac{-x+2}{x^2+9}$ هي:

a 3 **b** -3 **c** 2 **d** لا يوجد

7 نقاط انفصال الدالة f : $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2-1}$ هي:

a $1,-1$ **b** $-2,2$ **c** $1,2$ **d** $-1,-2$

8 لتكن: $f(x) = x^2+3$, $g(x) = \dfrac{x}{x-3}$, $x \neq 0$

فإن : $(g \circ f)(x)$ تساوي:

a $\dfrac{4x^2-18x+27}{(x-3)^2}$ **b** $\dfrac{x^2}{x^2-3}$ **c** $\dfrac{x^2+3}{x^2}$ **d** $\dfrac{x^2}{x^2+3}$

9 لتكن: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$, $g(x) = x^2 + 3$, $x \neq 0$

فإن : $(f \circ g)(x)$ تساوي:

a $\frac{x^2}{x-3} + 3$

b $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

c $\frac{-(x^2+3)}{x}$

d $\frac{x^2+3}{|x|}$

10 لتكن: $f(x) = \sqrt{x^2+7}$, $g(x) = x^2 - 3$ فإن : $(f \circ g)(0)$ تساوي:

a 4

b -4

c 1

d -1

11 إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي :

a $\sqrt{g(x)}$

b $\frac{1}{g(x)}$

c $\frac{g(x)}{x-2}$

d $|g(x)|$

12 إذا كانت الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$

فإن a يمكن أن تساوي :

a **4**

b **9**

c **16**

d **25**