مجال الدالة

p. 49

أوجد مجال كل من الدوال

(2) (a) $f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$

أصفار المقام:

$x-4=0$

$x=4$

مجال f = $\mathbb{R} \setminus \{4\}$

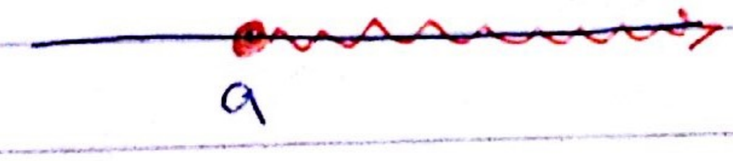
(b) $f(x) = \underbrace{x^3-4x^2-4}_{g} + \underbrace{\sqrt{x-9}}_{h}$

مجال g = $\mathbb{R}$ "كثيرة حدود"

مجال h:

$x-9 \geq 0$

$x \geq 9$



مجال h = $[9, \infty)$

مجال f = مجال g $\cap$ مجال h

$= \mathbb{R} \cap [9, \infty)$

$= [9, \infty)$

* $f(x) = \underbrace{\frac{x^2+2}{3x+1}}_{g} + \underbrace{\sqrt{3x-5}}_{h}$

أصفار المقام:

$3x+1=0 \Rightarrow 3x=-1 \Rightarrow x=\frac{-1}{3}$

مجال g = $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$

مجال h:

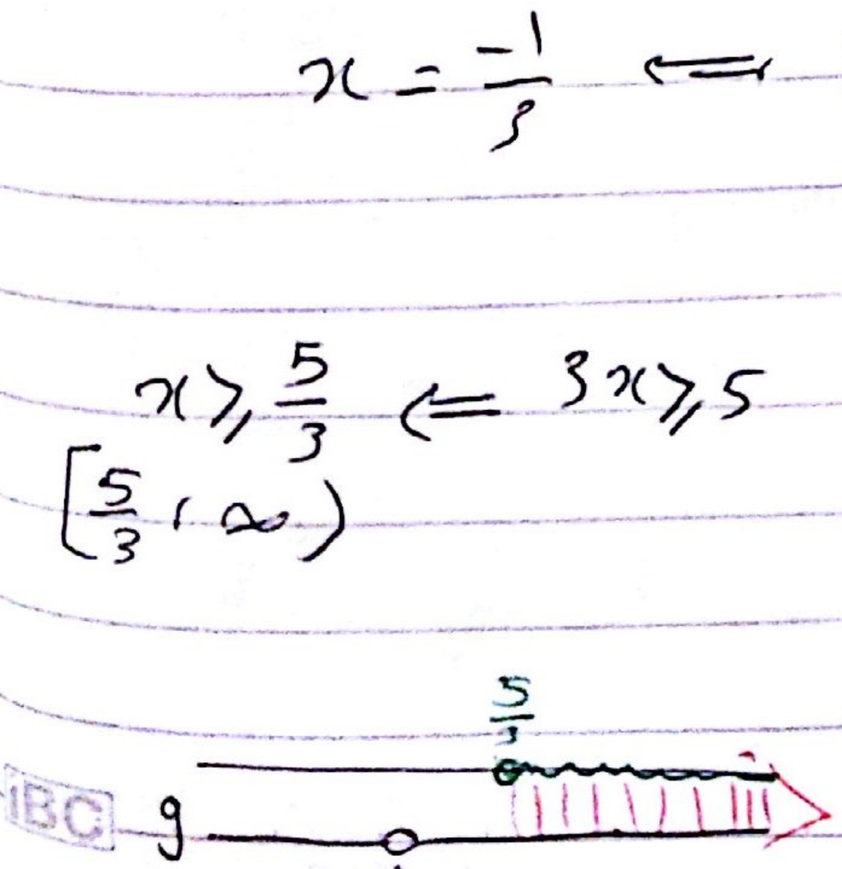
$3x-5 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 5 \Rightarrow x \geq \frac{5}{3}$

$[\frac{5}{3}, \infty)$

مجال f = مجال g $\cap$ مجال h

$= [\frac{5}{3}, \infty) \cap \mathbb{R} \setminus \{\frac{-1}{3}\}$

$= [\frac{5}{3}, \infty)$



c) $f(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$ $\quad \frac{g}{h}$

مجال g : $5-4x \geq 0$

$-4x \geq -5$

$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{-5}{-4}$

$x \leq \frac{5}{4}$

$x \in (-\infty, \frac{5}{4}]$

مجال h = $\mathbb{R}$ "كثيرة حدود"

$x^2+4 \neq 0$ لأن : ϕ (اصفار بقى)

مجال f = مجال g $\cap$ مجال h / بحيث (اصفار بقى)

مجال f = $(-\infty, \frac{5}{4}) \cap \mathbb{R} \setminus \phi$

$= (-\infty, \frac{5}{4})$

d) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$ $\quad \sqrt[3]{g}$

مجال f هو مجال g

اصفار بقى : $x = 0$ $\{0\}$

مجال f = مجال g = $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

"حدود بسيطة"

الدوال التربيعية و تمثيلها

شكل عام لدالة التربيعية

$f(x) = ax^2 + bx + c$: $a, b, c \in \mathbb{R}$

: $a \neq 0$

الإحداثي السيني لرأس المنحنى $x = \frac{-b}{2a}$

يستنتج $x = \frac{-b}{2a}$ هو محور تماثل المنحنى

P.52 متى يكون الدالة خطية أم تربيعية

(1) (a) $f(x) = 2x(x-3)$

$= 2x^2 - 6x$ « تربيعية »

(b) $f(x) = (x-2)(2x+1)$

$= 2x^2 + x - 4x - 2$

$= 2x^2 - 3x - 2$ « تربيعية »

(c) $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 7x$

$= 5x + 9$ « خطية »

(d) $f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$

$= 3x^2 - 12x - 3x^2 + 4$

$= -12x + 4$ « خطية »

(2)

(a)

x	4	5	6	7
y	2	5	9	14

الصورة العامة للدالة التربيعية

$f(x) = y = ax^2 + bx + c$

$(4,2) \in f \Rightarrow 2 = (4)^2 a + 4b + c \Rightarrow 2 = 16a + 4b + c$ ①

$(5,5) \in f \Rightarrow 5 = (5)^2 a + 5b + c \Rightarrow 5 = 25a + 5b + c$ ②

$(6,9) \in f \Rightarrow 9 = (6)^2 a + 6b + c \Rightarrow 9 = 36a + 6b + c$ ③

$-2 = -16a - 4b - c$ ... ①

$5 = 25a + 5b + c$ ... ②

$+$

$3 = 9a + b$ o ... ④ ←

$-5 = -25a - 5b - c$ ... ②

$9 = 36a + 6b + c$ ... ③

$+$

$4 = 11a + b$ o ... ⑤ ←

$-3 = -9a - b$

$4 = 11a + b$

$+$

$1 = 2a$ o $\Rightarrow a = \frac{1}{2}$

بالتعويض في ④

$3 = 9(\frac{1}{2}) + b \Rightarrow 3 = 4.5 + b \Rightarrow b = 3 - 4.5$

$b = -1.5$

بالتعويض في ①

$2 = 16(\frac{1}{2}) + 4(-1.5) + c$

$2 = 8 - 6 + c \Rightarrow 2 = 2 + c \Rightarrow c = 2 - 2$

$c = 0$

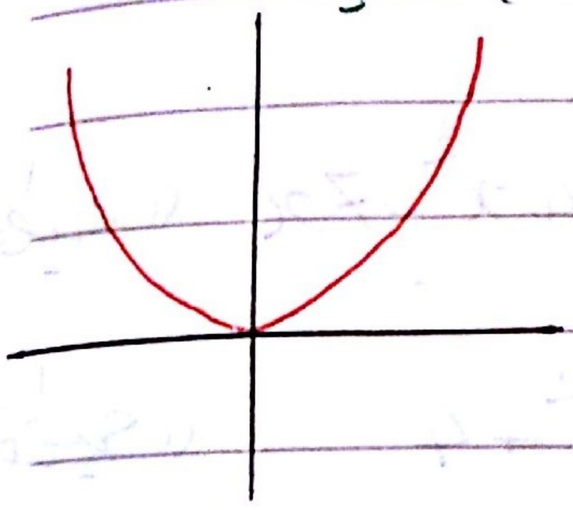
$a = 0.5 \quad b = -1.5 \quad c = 0$

$f(x) = 0.5x^2 - 1.5x$

(b) $y = 0.5(10)^2 - 1.5(10) = 35$

2-3 الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

معادلة الدالة التي تمثل قطع مكافئ رأسه $(0,0)$ هي:



$$y = ax^2$$

ومحور تماثله $x = 0$

$y = ax^2$ حيث a عدد حقيقي ① P.57

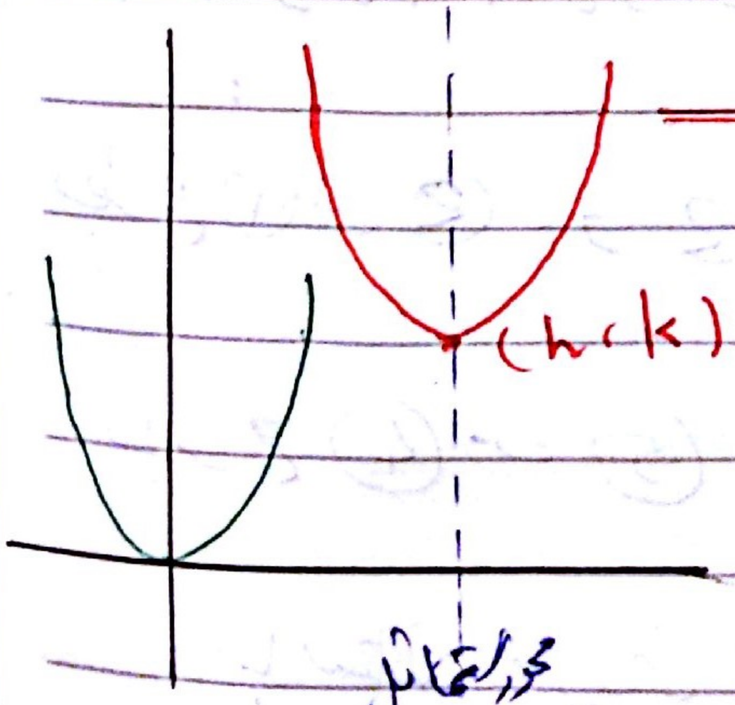
ⓐ $E(4,2) \in$ التمثيل $\Rightarrow 2 = a(4)^2 \Rightarrow 2 = 16a \Rightarrow a = \frac{1}{8}$

∴ المعادلة $y = \frac{1}{8}x^2$

ⓑ $D(16,-5) \in$ التمثيل $\Rightarrow 1 = a(-5)^2 \Rightarrow 1 = 25a \Rightarrow a = \frac{1}{25}$

∴ المعادلة $y = \frac{1}{25}x^2$

معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (h,k) هي



$$y = a(x-h)^2 + k \quad : a \neq 0, k \in$$

* رأسه (h,k)
* محور تماثله $x = h$
* عندما $a > 0$ الفتحة نحو الأعلى
عندما $a < 0$ الفتحة نحو الأسفل

③ P.60

③ رأس القطع $(3,3)$ ويمر بالنقطة $(2,4)$

$x\ y$ $\quad$ $h\ k$

∴ معادلة القطع المكافئ:

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$3 = a(3-2)^2 + 4$$

$$3 = a + 4 \Rightarrow a = -1$$

∴ المعادلة

$$y = -(x-2)^2 + 4$$

④ P.61

ارسم منحنى الدالة

$$y = (x+3)^2 + 1$$

رأس القطع $(-3, 1)$

$a = 1 > 0$ الفتحة نحو الأعلى

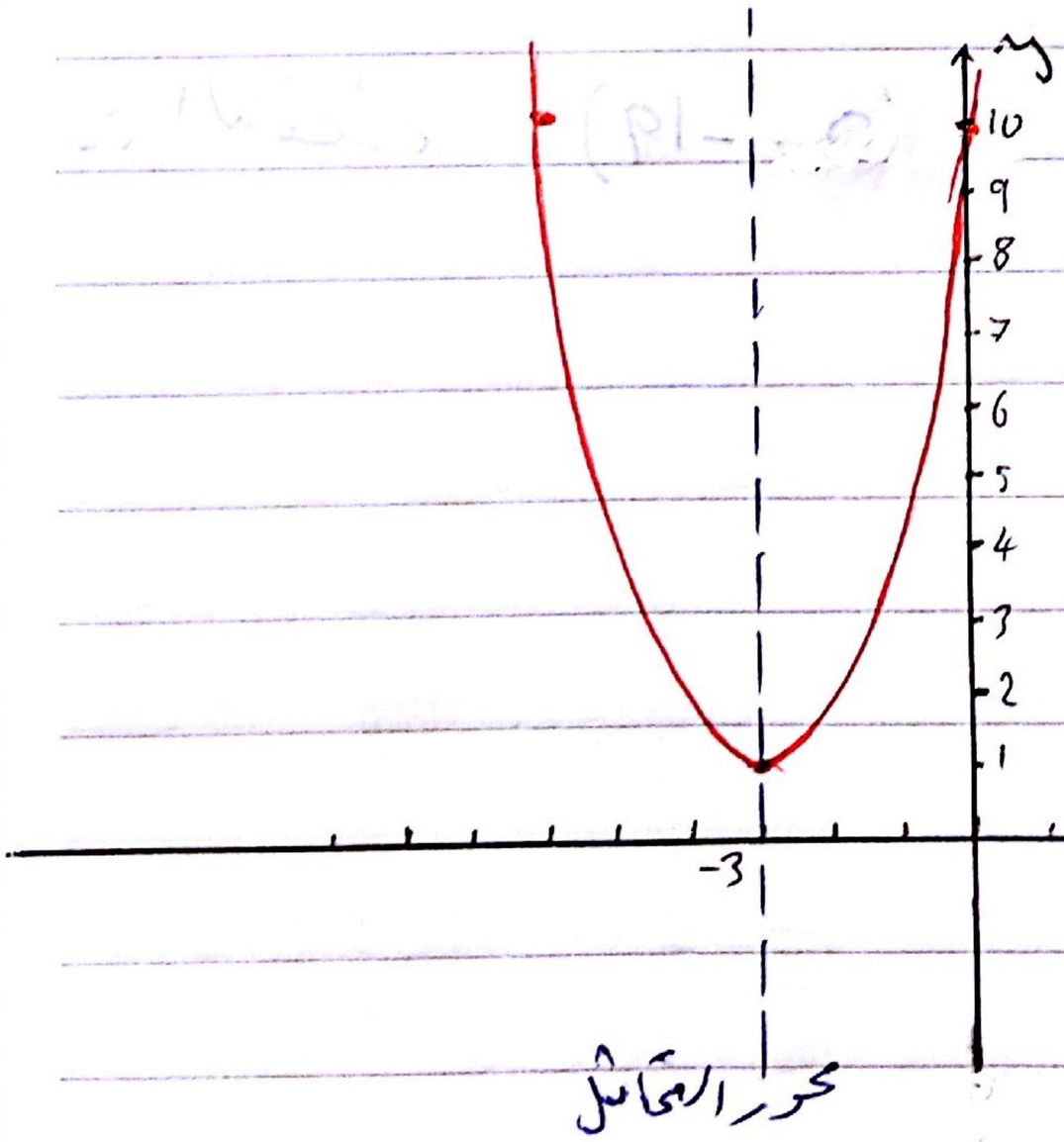
محور التماثل $x = -3$

ثم نوجد نقطة أخرى: عند $x = 0$

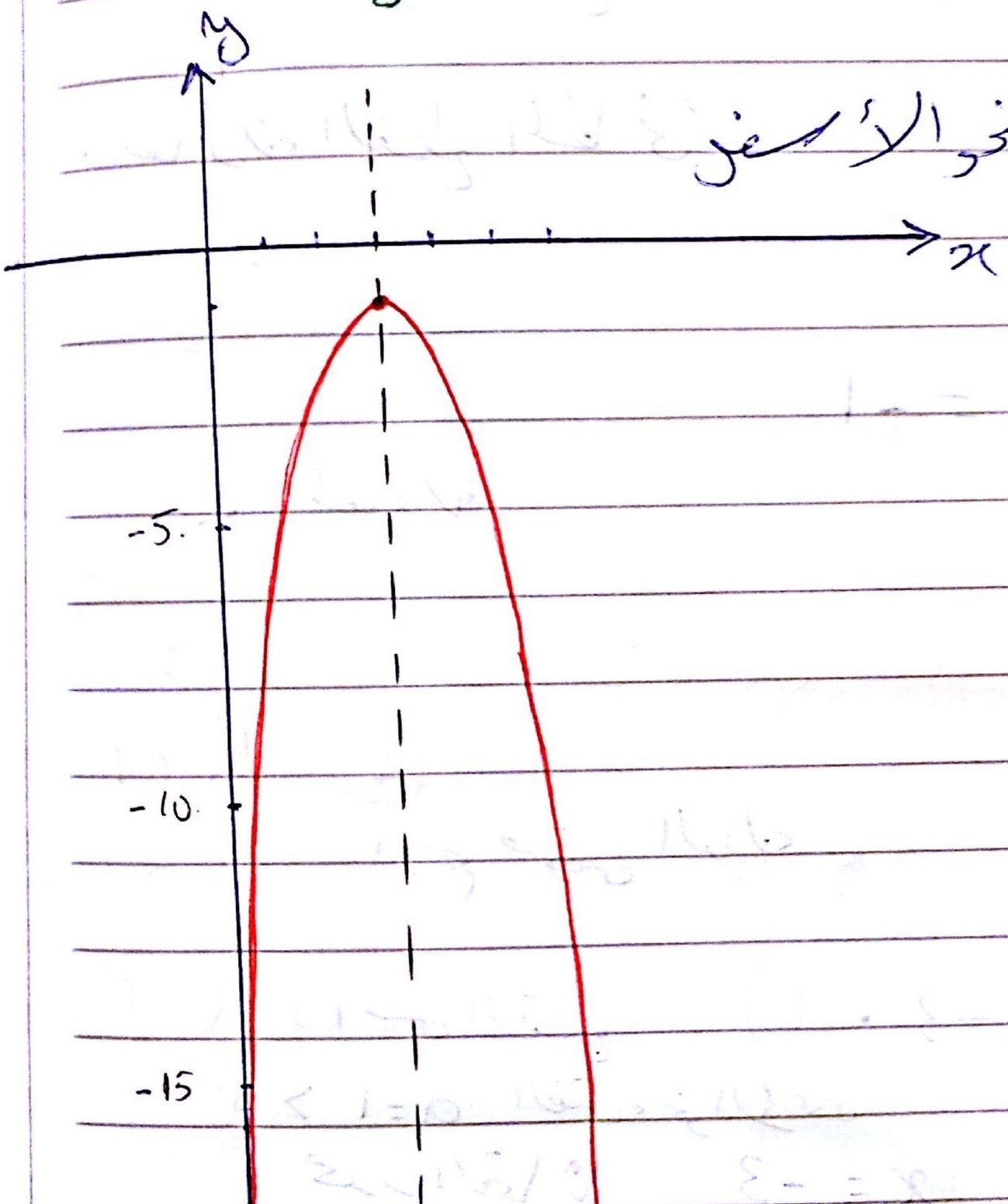
$$y = (0+3)^2 + 1 = 10$$

النقطة

$(0, 10)$



⑤ ارسم منحنى الدالة $y = -2(x-3)^2 - 1$



$a = -2 < 0$ ∴ الفتحة نحو الأسفل

رأس القطع $(3 ، -1)$ h k

محور التماثل $x = 3$

نوجد نقطة أخرى عند $x = 0$

$y = -2(0-3)^2 - 1$

$y = -18 - 1 = -19$

∴ النقطة $(0 ، -19)$

2 - 4

مقارنة بين صورة المعادلة التربيعية والصورة العامة

الصورة العامة : $y = ax^2 + bx + c$

المعادلة بدلالة احداثيات الرأس $y = a(x-h)^2 + k$

$$h = \frac{-b}{2a}$$

① $y = -3x^2 + 12x + 5$ اكتب بدلالة احداثيات الرأس: P.65

$a = -3 \quad b = 12 \quad c = 5$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-3)} = 2$$

$$k = -3(2)^2 + 12(2) + 5 = 17$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = -3(x-2)^2 + 17$$

---

* $y = x^2 - 4x + 6 \quad a = 1 \quad b = -4 \quad c = 6$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

$$k = 2^2 - 4(2) + 6 = 2$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = (x-2)^2 + 2$$

مقارنة بين صورة المعادلة بدلالة رأس المنحنى والصورة العامة

P.65

① اكتب الدالة $y=-3x^2+12x+5$ بدلالة احداثيات رأس المنحنى ثم ارسم بيانها

الحل:

$a=-3 \quad b=12 \quad c=5$

$$h=\frac{-b}{2a}=\frac{-12}{2(-3)}=2$$

$$k=-3(2)^2+12(2)+5=17$$

∴ الرأس $(2,17)$

المنحنى محدب لأعلى ⇐ $a<0$

محور التماثل $x=2$

نأخذ $x=0$ ⇐

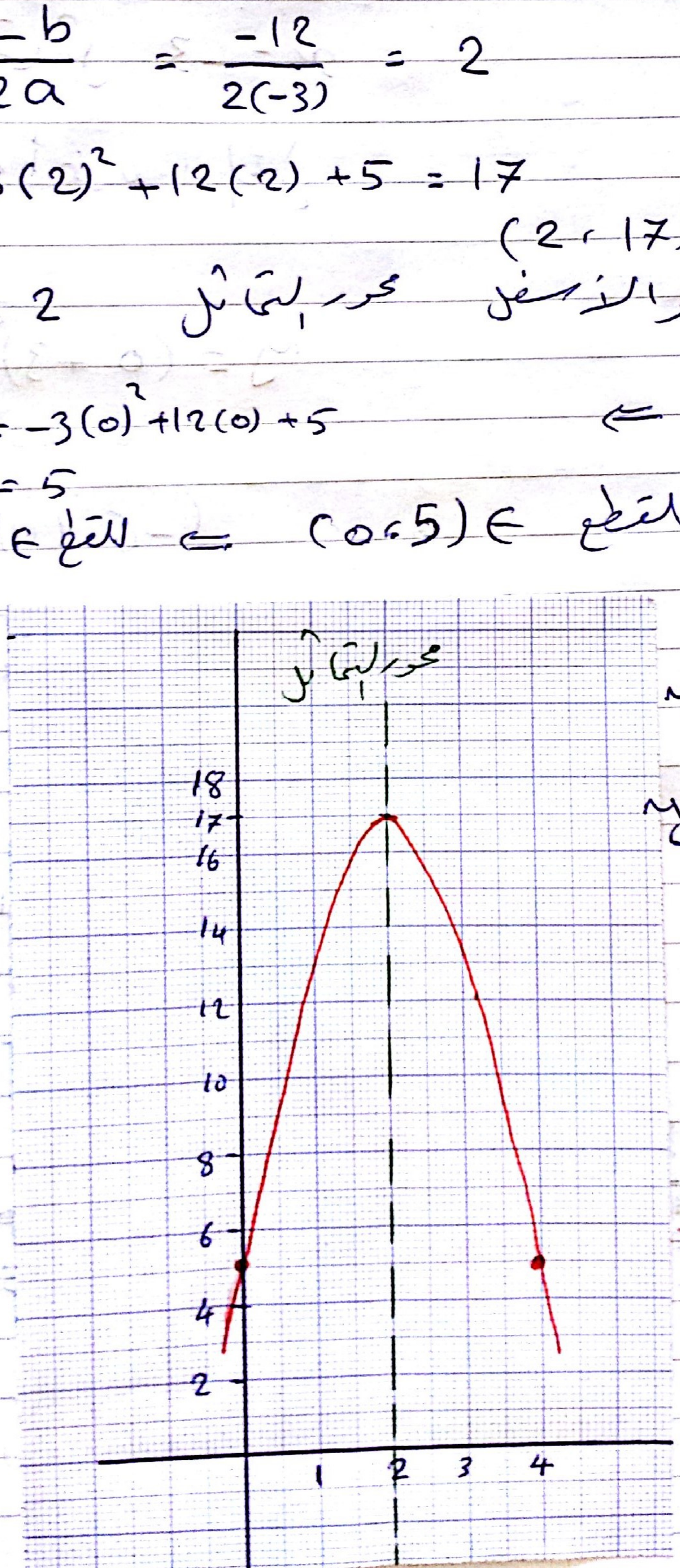
$$y=-3(0)^2+12(0)+5$$
$$=5$$

$(0,5)\in$ المنحنى ⇐ $(4,5)\in$ المنحنى

∴ المعادلة:

$$y=a(x-h)^2+k$$

$$y=-3(x-2)^2+17$$



* $y = -3x^2 - 2x + 1$

$a = -3 \quad b = -2 \quad c = 1$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(-3)} = \frac{-1}{3}$$

$$K = -3\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-1}{3}\right) + 1 = 2$$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = -3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 2$$

---

③ $y = -2(x+3)^2 - 7$ اكتب بالصورة العامة P.67

$$y = -2(x^2 + 6x + 9) - 7$$

$$= -2x^2 - 12x - 18 - 7$$

$$= -2x^2 - 12x - 25$$

* $f(x) = -(3x-4)^2 + 6$

$$y = -(9x^2 - 24x + 16) + 6$$

$$= -9x^2 + 24x - 16 + 6$$

$$= -9x^2 + 24x - 10$$

* $f(x) = -2x(x+7) + 8x$

$$y = -2x^2 - 14x + 8x$$

$$= -2x^2 - 6x$$

④ منحنى الدالة $y = ax^2 + 4x + c$ يمر بالنقطة $(-1, 5)$ أوجد قيم a و c

$$y = ax^2 + 4x + c$$

$$5 = a(-1)^2 + 4(-1) + c$$

$$5 = a - 4 + c$$

$$a + c = 9$$

$$h = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -1 = \frac{-4}{2a} \Rightarrow -2a = -4 \Rightarrow a = 2$$

$$\therefore a + c = 9 = 2 + c = 9 \Rightarrow c = 9 - 2 \Rightarrow c = 7$$

---

* منحنى الدالة $y = 2x^2 - 12x + c$ يمر بالنقطة $(3, 5)$ أوجد قيمة c *

$$y = 2x^2 - 12x + c$$

$$5 = 2(3)^2 - 12(3) + c$$

$$5 = 18 - 36 + c$$

$$5 = -18 + c \Rightarrow c = 5 + 18 \Rightarrow c = 23$$

---

* منحنى الدالة $y = ax^2 + bx + 8$ يمر بالنقطة $(2, -4)$ أوجد قيمة a, b

$$-4 = y = a(2)^2 + b(2) + 8$$

$$-4 = 4a + 2b + 8$$

$$4a + 2b = -12 \quad \cdots ①$$

$$h = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 4a + b = 0 \quad \cdots ②$$

$$4a + 2b = -12$$

$$-4a - b = 0$$

$$b = -12$$

$$\Rightarrow 4a + (-12) = 0 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

إذا كان (a,b) زوج مرتب من علاقة r فإن (b,a) الزوج مرتب من معكوس هذه العلاقة r^{-1}

* معكوس الدالة الخطية هو دالة خطية أيضاً

* لإيجاد معكوس الدالة جبرياً نبدل بين المتغيرات x, y

P.72 ② اوجد معكوس الدالة

ⓐ $y = \frac{2x-1}{3}$

$x = \frac{2y-1}{3} \Rightarrow 3x = 2y - 1 \Rightarrow 2y = 3x + 1$

$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{2}$

$\therefore$ معكوس الدالة $y = \frac{2x-1}{3}$ هو $y = \frac{3x+1}{2}$

ⓑ $y = 2(x+1) - 3$

$x = 2(y+1) - 3 \Rightarrow x = 2y + 2 - 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{2}$

P.73 ③

③ $f(x) = (x+3)^2 - 4$

$y = (x+3)^2 - 4 \Rightarrow x = (y+3)^2 - 4 \Rightarrow (y+3)^2 = x + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow y + 3 = \pm\sqrt{x+4}$

$y = \pm\sqrt{x+4} - 3$

ليست دالة ✓ Class

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

P. 71

② اوجد معكوس الدالة :

$$y = -3x + 5$$

$$x = -3y + 5$$

$$x - 5 = -3y \Rightarrow \frac{x-5}{-3} = y$$

$$y = \frac{x-5}{-3}$$ معكوس الدالة

P. 72

②

ⓐ $y = \frac{2x-1}{3}$

$$x = \frac{2y-1}{3} \Rightarrow 3x = 2y - 1$$

$$2y = 3x + 1 \Rightarrow y = \frac{3x+1}{2}$$ معكوس الدالة

ⓑ $y = 2(x+1) - 3$

$$x = 2(y+1) - 3$$

$$2(y+1) = x + 3 \Rightarrow y + 1 = \frac{x+3}{2}$$

$$y = \frac{x+3}{2} - 1$$ معكوس الدالة :

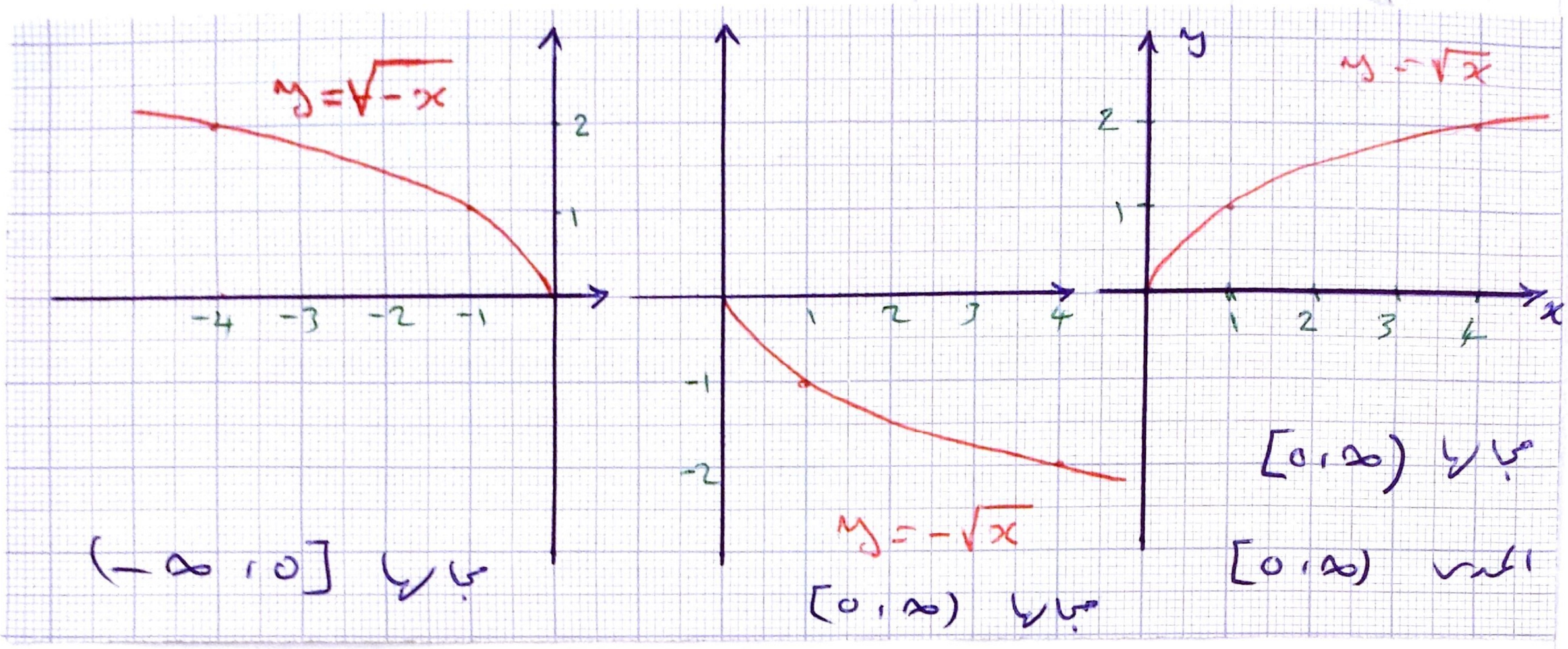
* $y = -4(x+2) + 7$

$$x = -4(y+2) + 7 \Rightarrow 4(y+2) = 7 - x$$

$$y + 2 = \frac{7-x}{4} \Rightarrow y = \frac{7-x}{4} - 2$$ معكوس الدالة

دوال الجذر التربيعي

دالة المرجع



الدالة

$$y=\sqrt{x-h}+k$$

عندما h ، k موجبين إزاحة h نحو اليمين ، k نحو الأعلى

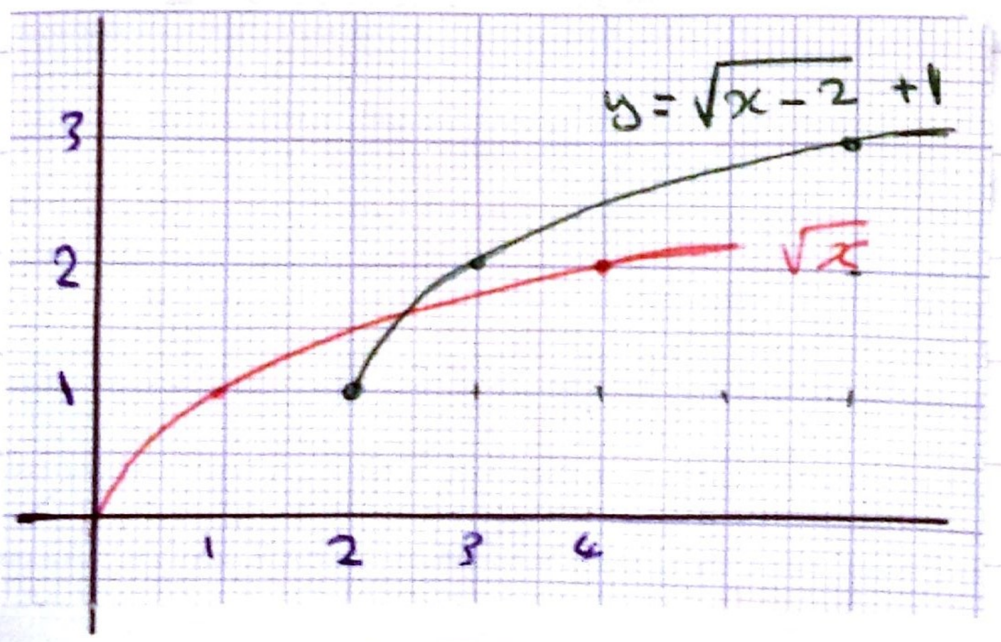
عندما h سالبة ، k موجبة h نحو اليسار ، k نحو الأعلى

عندما h سالبة ، k سالبة h نحو اليسار ، k نحو الأسفل

عندما h موجبة ، k سالبة h نحو اليمين ، k نحو الأسفل

ⓐ $y=\sqrt{x-2}+1$ ④ P. 74

$h=2$ $k=1$



إزاحة وحدتان نحو اليمين
ووحدة الى الأعلى

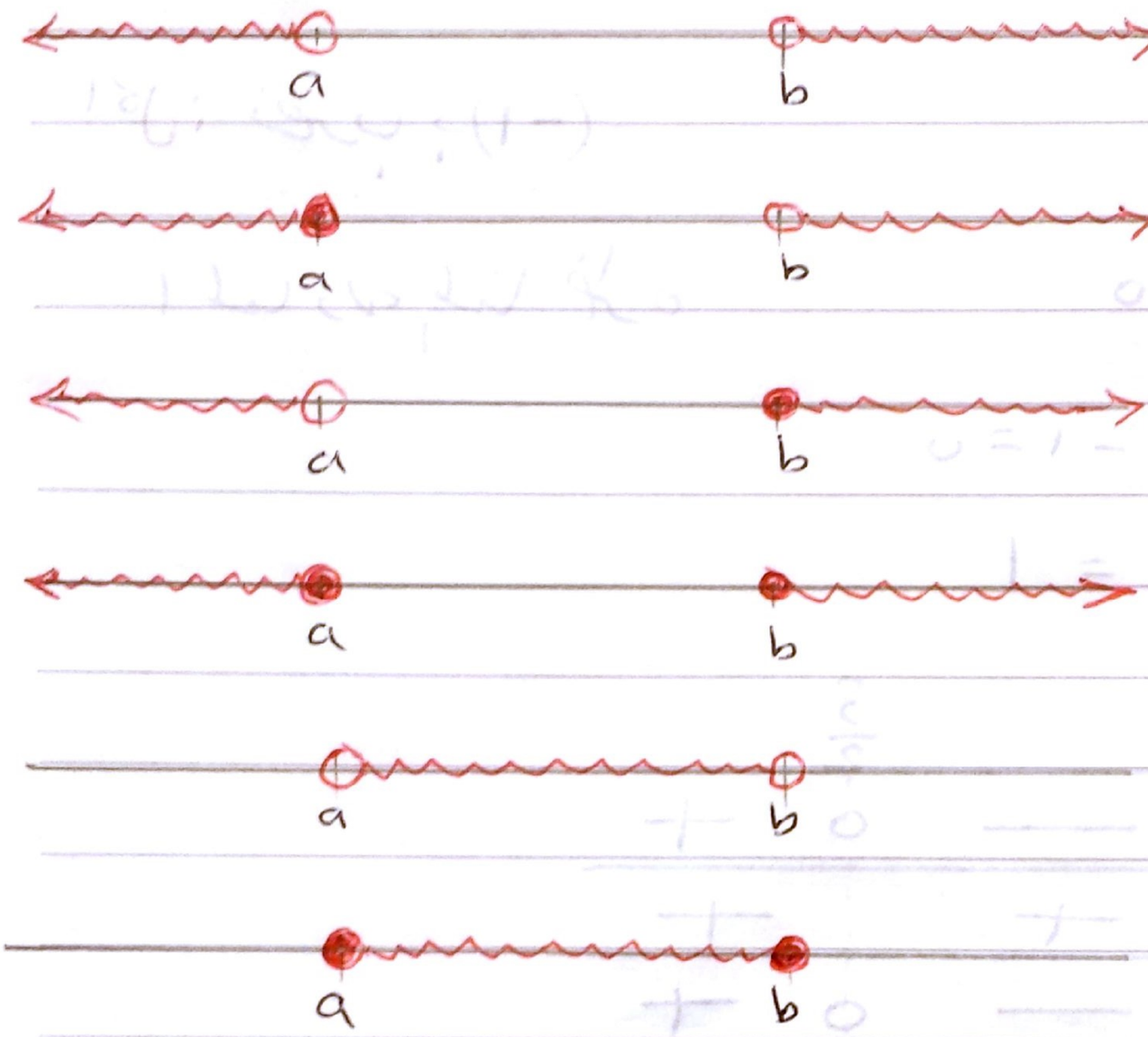
المجال = $[2,\infty)$

المدى: $[1,\infty)$

ⓑ $y=\sqrt{x-5}-2$

iBC

حل المتباينات



P.76

① اوجد مجموعة حل المتباينة

$x^2+4x+3 \leq 0$ الحل: المعادلة المناظرة

$x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$x=-1 \qquad x=-3$

x		-3		-1	
$x+1$	−	−	−	0	+
$x+3$	−	0	+	+	+
$(x+1)(x+3)$	+	0	−	0	+

مجموعة الحل: $[-3 , -1]$

(2) اوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة $-2x^2+5x-3>0$

الحل: نضرب بـ (-1)

$$2x^2-5x+3<0$$

المعادلة لدينا ظهر

$$(2x-3)(x-1)=0$$

$$2x-3=0 \quad \text{or} \quad x-1=0$$

$$x=\frac{3}{2} \qquad x=1$$

x		1		$\frac{3}{2}$	
$2x-3$	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$
$x-1$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$
$(2x-3)(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

مجموعة الحل: $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

---

* اوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة $-x^2+7x-10\leq 0$

الحل:

نضرب بـ (-1)

$$x^2-7x+10\geq 0$$

المعادلة لدينا ظهر

$$(x-2)(x-5)=0$$

$$x=2 \qquad x=5$$

x		2		5	
$x-2$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$
$x-5$	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$
$(x-2)(x-5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

مجموعة الحل $=(-\infty, 2]\cup[5, \infty)=\mathbb{R}\setminus(2,5)$

② اوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة $-2x^2+5x-3>0$

الحل: نضرب بـ (-1)

$2x^2-5x+3<0$

المعادلة لدينا ظرف

$(2x-3)(x-1)=0$

$2x-3=0$ or $x-1=0$

$x=\frac{3}{2}$ $\quad x=1$

x		1		$\frac{3}{2}$	
$2x-3$	−		−	0	+
$x-1$	−	0	+		+
$(2x-3)(x-1)$	+	0	−	0	+

مجموعة الحل: $(1, \frac{3}{2})$.

---

* اوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة $-x^2+7x-10\leq 0$

الحل:

نضرب بـ (-1)

$x^2-7x+10\geq 0$

المعادلة لدينا ظرف

$(x-2)(x-5)=0$

$x=2$ $\quad x=5$

x		2		5	
$x-2$	−	0	+		+
$x-5$	−		−	0	+
$(x-2)(x-5)$	+	0	−	0	+

مجموعة الحل $= \mathbb{R}\setminus(2,5) = (-\infty,2]\cup[5,\infty)$

تطبيقه عامه على مجال الدالة

P. 80

④ اوجد مجال كل من الدوال التاليه

① $h(x) = \sqrt{x^2 - x}$

مجال h هو مجموعة الأعداد الحقيقيه التي تحقق الشرط

$x^2 - x \geq 0$

$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ or $x = 1$

$x > 0$	$x - 1 > 0 \Rightarrow x > +1$
$x < 0$	$x - 1 < 0 \Rightarrow x < +1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		−	0	+		+	
$x-1$		−		−	0	+	
$x(x-1)$		+	0	−	0	+	

مجال h = $\mathbb{R} \setminus (0, 1)$

---

② $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

مجال g هو مجموعة الأعداد الحقيقيه التي تحقق الشرط

$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 9 \leq 0$

المعادله المناظره

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 3$ or $x = -3$

x		-3		3	
$x-3$	−		−	0	+
$x+3$	−	0	+		+
x^2-9	+	0	−	0	+

مجال g = $[-3, 3]$

⑤ أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

الحل: أصفار البسط:

$3x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام:

$-2x+3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

$3x-5>0 \rightarrow x>\frac{5}{3}$ | $-2x+3>0 \rightarrow x<\frac{3}{2}$

$3x-5<0 \rightarrow x<\frac{5}{3}$ | $-2x+3<0 \rightarrow x>\frac{3}{2}$

x		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$	
البسط	−		−	0	+
المقام	+	0	−		−
الكسر	−	غير معرف	+	0	−

مجموعة الحل: $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

طريقة ثانية للحل:

$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

بالضرب بـ (-1)

$\frac{3x-5}{-(-2x+3)} \leq 0 \Rightarrow \frac{3x-5}{2x-3} \leq 0$

أصفار البسط $x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام $x=\frac{3}{2}$

x		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$	
البسط	−		−	0	+
المقام	−	0	+		+
الكسر	+	غير معرف	−	0	+

مجموعة الحل $= \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

* $\frac{2x-6}{10x+5} \geq 0$ اوجد مجموعة حل المتباينة *

الحل:

اصفار البسط: $2x-6=0 \Rightarrow x=3$

اصفار المقام: $10x+5=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

$2x-6>0 \Rightarrow x>3$ | $10x+5>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{2}$

$2x-6<0 \Rightarrow x<3$ | $10x+5<0 \Rightarrow x<-\frac{1}{2}$

x		$-\frac{1}{2}$		3	
البسط	$-$	$-$	$-$	0	$+$
المقام	$-$	0	$+$	$+$	$+$
الكسر	$+$	غير معرف	$-$	0	$+$

مجموعة الحل: $\mathbb{R} \setminus [-\frac{1}{2}, 3)$

---

⑥ $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$ اوجد مجموعة حل المتباينة P.82

$\frac{x^2+5x}{x+3}+2>0 \rightarrow \frac{x^2+5x+2(x+3)}{x+3}>0 \rightarrow$

$\frac{x^2+5x+2x+6}{x+3}>0 \rightarrow \frac{x^2+7x+6}{x+3}>0$

اصفار البسط: $x^2+7x+6=0 \Rightarrow (x+6)(x+1)=0$

$x=-6$ ، $x=-1$

اصفار المقام: $x+3=0 \rightarrow x=-3$

x		-6		-3		-1	
$x+6$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
المقام	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
الكسر	$-$	0	$+$	غير معرف	$-$	0	$+$

مجموعة الحل: $=(-6,-3) \cup (-1,\infty)$

⑦ $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$ اوجد مجموعة حل المتباينة

اصفار البسط: $x^2-49=0 \Rightarrow (x-7)(x+7)=0$

$x=7 \; , \; x=-7$

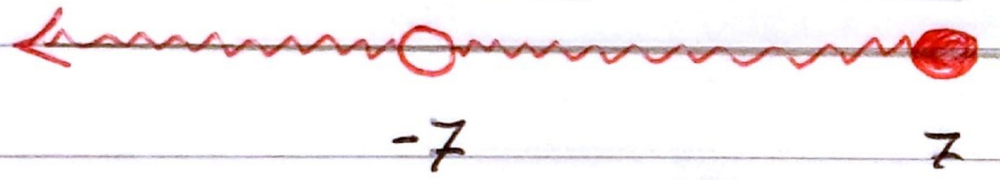
اصفار المقام:

$x+7=0 \Rightarrow x=-7$

$\frac{(x-7)(x+7)}{(x+7)} \leq 0 \quad ; x \neq -7$

$x-7 \leq 0 \quad ; x \neq -7$

$x \leq 7$



مجموعة الحل $= (-\infty, 7] \setminus \{-7\}$

✳ $\frac{x-3}{x^2-8x+15} \geq 0$

اصفار البسط: $x-3=0 \Rightarrow x=3$

اصفار المقام

$x^2-8x+15=0 \Rightarrow (x-3)(x-5)=0$

$x=3 \; , \; x=5$

$\frac{(x-3)}{(x-3)(x-5)} \geq 0 \quad ; x \neq 3 \text{ and } x \neq 5$

$\frac{1}{x-5} \geq 0 \quad ; x \neq 3 \text{ and } x \neq 5$

$x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$