الوحدة الرابعة

الإحصاء

① P.171

اوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 97% باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

∵ مستوى الثقة هو 97%

$$\therefore 1-\alpha = 0.97 \quad \therefore \frac{1-\alpha}{2} = \frac{0.97}{2} = 0.485$$

من الجدول وبالبحث عن 0.4850 نجد القيمة الحرجة

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.1 + 0.07 = 2.17$$

---

② P.173 اجريت دراسة على عينة من الإناث حجمها 25 والانحراف المعياري $\sigma = 3.6$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18.4$

∵ مستوى الثقة 95% ∴ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

∵ هامش الخطأ

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{3.6}{\sqrt{25}} = 1.4112$$

∴ هامش الخطأ $E = 1.4112$

فترة الثقة هي $(\bar{x} - E \, , \, \bar{x} + E)$

$$= (18.4 - 1.4112 \, , \, 18.4 + 1.4112)$$

$$(16.9888 \, , \, 19.8112)$$

التفسير:

عند اختيار 100 عينة عشوائية حجم كل $n = 25$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة منها تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع

P.174 ③ أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n=81$ ومتوسطها $\bar{x}=50$ والانحراف المعياري $S=9$ باستخدام مستوى ثقة 95% أوجد

① هامش الخطأ

∵ مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$ ، علماً أن $n>30$ ، σ غير معلوم

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

② فترة الثقة

فترة الثقة $= (\bar{x}-E \, , \, \bar{x}+E)$

$= (50-1.96 \, , \, 50+1.96)$

$= (48.04 \, , \, 51.96)$

③ التفسير

عند اختيار 100 عينة عشوائية حجم كل $n=50$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

P.176 ④ أوجد فترة ثقة 95% إذا كان لدينا:

$\bar{x}=8.4 \quad S=0.3 \quad n=13$

∵ σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$ ∴ نستخدم توزيع t

∵ $n=13 \Rightarrow$ درجة الحرية $n-1=13-1=12$

∵ مستوى الثقة 95% $\Rightarrow 1-\alpha=0.95 \Rightarrow \alpha=0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0.025$

من الجدول $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.179$

$$\therefore E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2.179 \cdot \frac{0.3}{\sqrt{13}} = 0.1813$$

∴ هامش الخطأ $= 0.1813$

$\therefore (\bar{x}-E \, , \, \bar{x}+E) = (8.4-0.1813 \, , \, 8.4+0.1813)$

$= (8.2187 \, , \, 8.5813)$

اختبارات الفرض الإحصائية

$\sigma = 150$ ، $\alpha = 0.05$ ، $\bar{x} = 1840$ ، $n = 40$ ، $\mu = 1800$ ① P.179

[1] صياغة الفرض

$H_0 : \mu = 1800\ kg$ مقابل $H_1 : \mu \neq 1800\ kg$

[2] نوجد المقياس الإحصائي :

$\sigma = 150\ kg$ معلوم

$$\therefore Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1840 - 1800}{\frac{150}{\sqrt{40}}} = 1.6865$$

[3] : مستوى الثقة 95%

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

[4] منطقة القبول

$$(-Z_{\frac{\alpha}{2}} ، Z_{\frac{\alpha}{2}}) = (-1.96 ، 1.96)$$

$$\because 1.6865 \in (-1.96 ، 1.96)$$

[5] اتخاذ القرار الإحصائي

نقبل فرض العدم

$H_0 : \mu = 1800\ kg$

ونرفض الفرض البديل

② P.180

$\alpha = 0.05 \quad \bar{x} = 1570 \quad n = 100 \quad S = 120 \,،\, \mu = 1600$

[1] صياغة الفرض الإحصائية

$H_0 : \mu = 1600$ مقابل $H_1 : \mu \neq 1600$

[2] توحيد المقياس الإحصائي

∵ σ غير معلوم و $n > 30$

$$\therefore Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = -2.5$$

[3] ∵ مستوى الثقة 95%

$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

[4] منطقة القبول $(-Z_{\frac{\alpha}{2}} \,،\, Z_{\frac{\alpha}{2}}) = (-1.96 \,،\, 1.96)$

$\because -2.5 \notin (-1.96 \,،\, 1.96)$

[5] اتخاذ القرار الإحصائي

نرفض فرض العدم $H_0 : \mu = 1600$

ونقبل الفرض البديل

$H_1 : \mu \neq 1600$

③ P.181

$\alpha = 0.05$ 95% درجة الثقة ، $\bar{x} = 296$ ، $n = 10$ ، $S = 5$ ، $\mu = 290$

[1] صياغة الفرض الإحصائية

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$

[2] توجد المقياس الإحصائي

∵ $n \leq 30$ و ∴ س غير معلوم

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{296 - 290}{\frac{5}{\sqrt{10}}} = 3.7947$$

[3] ∵ مستوى الثقة 95 %

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

∵ $n = 10$ ∴ درجة الحرية

$$n - 1 = 10 - 1 = 9$$

من جدول توزيع t نجد

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$$

[4] منطقة القبول

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}} , t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262 , 2.262)$$

$$\because 3.7947 \notin (-2.262 , 2.262)$$

[5] اتخاذ القرار الإحصائي

نرفض فرض العدم

ونقبل الفرض البديل

$H_0 : \mu = 960$

$H_1 : \mu \neq 960$