(2 – 1) الأسس النسبية

الأمثلة

حاول أن تحل

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

a $-\sqrt[4]{81} = -\sqrt[4]{3^4} = -3$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

b $\sqrt[4]{-81} =$ لا تنتمي إلى ح

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

c

$$\sqrt[4]{36\times108}=\sqrt[4]{2^2\times3^2\times2^2\times3^3}=$$

$$\sqrt[4]{2^4\times3^5}=\sqrt[4]{2^4\times3^4\times3}=$$

$$2\times3\sqrt[4]{3}=6\sqrt[4]{3}$$

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

d

$$\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}=\sqrt[5]{\frac{256}{8}}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

e $\sqrt[5]{32y^{10}} = \sqrt[5]{2^5(y^2)^5} = 2y^2$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

f $\sqrt[5]{-x^{20}} = -\sqrt[5]{(x^4)^5} = -(x^4) = -x^4$

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

g $\sqrt[5]{0.01024} = \sqrt[5]{\frac{1024}{100000}} = \sqrt[5]{\frac{2^{10}}{10^5}} =$

$$\sqrt[5]{\frac{(2^2)^5}{10^5}} = \frac{2^2}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$$

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

h $\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{729}=\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{3^6}$

$=\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{3^4\times3^2}$

$=3+3\sqrt[4]{3^2}$

$=3(1+\sqrt[4]{3^2})$

$=3(1+\sqrt{3})$

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

$$\sqrt[4]{\frac{16x^{25}}{y^{12}}} : x, y > 0$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$\sqrt[4]{\frac{2^4(x^{24})(x)}{y^{12}}} = \sqrt[4]{\frac{2^4(x^6)^4(x)}{(y^3)^4}}$$

$$= 2\left|\frac{x^6}{y^3}\right|\sqrt[4]{x} = 2\frac{x^6}{y^3}\sqrt[4]{x}$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

a $$x^{\frac{1}{6}}, x \geq 0 = \sqrt[6]{x}, x \geq 0$$

b $$x^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{x^2}$$

c $$y^{-\frac{9}{8}}, y > 0 = \left(\frac{1}{y}\right)^{\frac{9}{8}} = \frac{1}{y^{\frac{9}{8}}} = \frac{1}{\sqrt[8]{y^9}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(y^8)(y)}}$$

$$= \frac{1}{y\sqrt[8]{y}} : y > 0$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

d $$x^{1.5}, x \geq 0 = x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{x^3} = \sqrt{(x^2)(x)} = x\sqrt{x} : x \geq 0$$

e $$x^{\frac{3}{4}}, x \geq 0 = \sqrt[4]{x^3}, x \leq 0$$

f $$7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

g $y^{3.2} = y^{\frac{32}{10}} = y^{\frac{16}{5}} = \sqrt[5]{y^{16}} = \sqrt[5]{(y^{15})(y)} = y^3 \sqrt[5]{y}$

h $x^{-\frac{2}{3}}, x \neq 0 = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} : x \neq 0$

(3) بسط كل من الأعداد التالية دون استخدام الحاسبة

a $64^{\frac{2}{3}} = \left(2^6\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{6\times\frac{2}{3}} = 2^4 = 16$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

b $(-32)^{-\frac{4}{5}} = \left(-2^5\right)^{-\frac{4}{5}} = \left(-2\right)^{5\times-\frac{4}{5}} =$

$$\left(-2\right)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

c $4^{1.5} = 4^{\frac{3}{2}} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

الفهرس

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

a $\sqrt{7x^3}, x \geq 0 = (7x^3)^{\frac{1}{2}}$

b $\sqrt{(7x)^3}, x \geq 0 = ((7x)^3)^{\frac{1}{2}} = (7x)^{\frac{3}{2}}$

c $(\sqrt{7x})^3, x \geq 0 = \sqrt{(7x)^3}, x \geq 0 = ((7x)^3)^{\frac{1}{2}} = (7x)^{\frac{3}{2}}$

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

d $$\sqrt[3]{(5xy)^6} = (5xy)^{\frac{6}{3}} = (5xy)^2$$

e $$\sqrt[4]{81x^3} = \sqrt[4]{3^4 x^3} = 3x^{\frac{3}{4}}$$

f $$\sqrt{0.0049t^{52}} = \sqrt{\frac{49}{10000}t^{52}} = \sqrt{\frac{7^2}{10^4}t^{52}} =$$

$$\frac{7}{10^2}\left|t^{26}\right| = \frac{7}{10^2}t^{26}$$

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

g $\sqrt[5]{(1024)^3} = \sqrt[5]{(2^{10})^3} = \sqrt[5]{2^{30}} =$

$2^{\frac{30}{5}} = 2^6$

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

(5) بسط كلاً مما يلي:.

a

$$2\sqrt[4]{16^3} = 2\sqrt[4]{(2^4)^3} = 2\sqrt[4]{2^{12}} =$$

$$2 \times 2^{\frac{12}{4}} = 2 \times 2^3 = 2^4 = 16$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

b

$$\sqrt[3]{(-27)^{-4}} = \sqrt[3]{\left((-3)^3\right)^{-4}} = \sqrt[3]{\left((-3)\right)^{-12}} =$$

$$(-3)^{\frac{-12}{3}} = (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$$

$$\frac{1}{(3)^4} = \frac{1}{81}$$

27	3
9	3
3	3
1	

(5) بسط كلاً مما يلي:.

c $\sqrt[5]{-243} = -\sqrt[5]{3^5} = -3$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

d $(x^{\frac{2}{7}})(x^{\frac{3}{14}}), x \geq 0$

$$(x^{\frac{2}{7}})(x^{\frac{3}{14}}) = x^{\frac{2}{7}+\frac{3}{14}} = x^{\frac{4}{14}+\frac{3}{14}} = x^{\frac{7}{14}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

e

$$x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}}, x \geq 0$$

$$x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}} = x^{\frac{3}{5}-\frac{1}{10}} = x^{\frac{6}{10}-\frac{1}{10}} = x^{\frac{5}{10}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

f

$$\frac{(x^{\frac{2}{3}})(y^{-\frac{1}{4}})}{(x^{\frac{1}{2}})(y^{-\frac{1}{2}})}, x, y \geq 0$$

$$x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} \bullet y^{-\frac{1}{4}-(-\frac{1}{2})} = x^{\frac{4}{6}-\frac{3}{6}} \bullet y^{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6}} \bullet y^{\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[6]{x} \bullet \sqrt[4]{y}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

g $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \bullet y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}} \bullet y^{-\frac{1}{2}}}, x, y \geq 0$

$$x^{\frac{1}{2}-(-\frac{3}{4})} \bullet y^{-\frac{1}{3}-(-\frac{1}{2})} = x^{\frac{2}{4}+\frac{3}{4}} \bullet y^{-\frac{2}{6}+\frac{3}{6}} = x^{\frac{5}{4}} \bullet y^{\frac{1}{6}} =$$

$$\sqrt[4]{x^5} \bullet \sqrt[6]{y} = x\sqrt[4]{x} \bullet \sqrt[6]{y} =$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

h $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}\right)^{\frac{1}{3}}, x>0$

$$\left(3^{\frac{3}{2}\times 2}x^{-\frac{1}{2}\times 2}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{2}\times 2\times\frac{1}{3}}x^{-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{3}} = 3\ x^{-\frac{1}{3}}$$

$$= 3\times\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 3\times\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

i $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t>0$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12}=\left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12}=\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2}\times 12}}=$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6}=\frac{(3^3t^2)^4}{(3^2t)^6}=\frac{3^{12}t^8}{3^{12}t^6}=t^2$$

الصورة الآسية	الصورة الجذرية
$25^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$
$27^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{27}$
$64^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{64}$

الفهرس

مثال (1)

بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $125^{\frac{1}{3}}$ b $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}$ c $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}}$

a $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

b $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

c $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{100} = \sqrt[3]{1000} = 10$

الفهرس

حاول أن تحل

1 بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

a $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 5$

b $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

c $8^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$

الفهرس

مثال (2)

اكتب العدد $25^{\frac{3}{2}}$ بالصورة الجذرية.

$$25^{\frac{3}{2}} = 25^{3\times\frac{1}{2}} = (25^3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25^3}$$

حاول أن تحل

2 اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

$$64^{\frac{4}{3}} = 64^{4\times\frac{1}{3}} = (64^{4})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^{4}}$$

إذا كان a عددًا حقيقيًّا، $n \geq 2 , n \in \mathbb{Z}^+$:

فإن الجذر النوني للعدد a يرمز له بالرمز $\sqrt[n]{a}$ ويساوي عددًا حقيقيًّا b حيث $a = b^n$

المجذور ← $\sqrt[n]{x}$ → دليل الجذر

إذا كان الجذر النوني لعدد x هو عددًا حقيقيًّا، m عددًا صحيحًا، n عددًا طبيعيًّا $n \geq 2$ ، $n \in \mathbb{Z}^+$ فإن:

1. $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
2. $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$
3. $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x| & \text{إذا كان } n \text{ عددًا زوجيًّا} \\ x & \text{إذا كان } n \text{ عددًا فرديًّا} \end{cases}$

مثال (3)

a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{\frac{2}{5}}$

2 $y^{-2.5}$, $\forall y > 0$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $(\sqrt[5]{y})^2$

2 $\sqrt{b^3}$, $\forall b \geq 0$

a 1 $x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

2 $y^{-2.5} = y^{-\frac{5}{2}} = (\frac{1}{y})^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{y^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{y^5}}$

b 1 $(\sqrt[5]{y})^2 = \sqrt[5]{y^2} = y^{\frac{2}{5}}$

2 $\sqrt{b^3} = b^{\frac{3}{2}}$

الفهرس

حاول أن تحل

3 a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{0.4}$

2 $y^{\frac{3}{8}}$, $\forall\ y \geq 0$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $\sqrt[3]{x^2}$

2 $(\sqrt{y})^3$, $\forall\ y \geq 0$

a 1 $x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

2 $y^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{y^3} = (\sqrt[8]{y})^3$

b 1 $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

2 $(\sqrt{y})^3 = \sqrt{y^3} = y^{\frac{3}{2}}$

الفهرس

مثال (4)

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام التوازن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس فيه ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبية الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية: $n = \frac{g^{0.5}}{2 \cdot \pi \cdot r^{0.5}}$

حيث n هي السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية(s).

r هو طول نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر (m).

g هي الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز، طول نصف قطره 1.7 m يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي $9.8\ m/s^2$

$$n = \frac{g^{0.5}}{2 \times \pi \times r^{0.5}}$$

$$n = \frac{9.8^{0.5}}{2 \times 3.14 \times 1.7^{0.5}} \approx 0.382$$

مثال (4)

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام التوازن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس فيه ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبية الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية: $n = \frac{g^{0.5}}{2 \cdot \pi \cdot r^{0.5}}$

حيث n هي السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية(s).

r هو طول نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر (m).

g هي الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز، طول نصف قطره 1.7 m يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي $9.8\ m/s^2$

حاول أن تحل

4 احسب السرعة الدورانية المطلوبة للجهاز في المثال (4) ليحاكي جاذبية تحاكي نصف مقدار الجاذبية الأرضية.

$$n = \frac{g^{0.5}}{2 \times \pi \times r^{0.5}}$$

$$n = \frac{4.9^{0.5}}{2 \times 3.14 \times 1.7^{0.5}} \approx 0.270$$

Laws of Rational Exponents
قوانين الأسس النسبية

ليكن m , n عددين نسبيين، a , b عددين حقيقيين حيث b^m , b^n , a^m , a^n أعدادًا حقيقية.

القانون	المثال
$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$	$8^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{3}{3}} = 8^1 = 8$
$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$	$(5^{\frac{1}{2}})^4 = 5^{\frac{1}{2} \times 4} = 5^2 = 25$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \times 5)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = 2 \times 5^{\frac{1}{2}}$
$b^{-n} = \frac{1}{b^n}, b \neq 0$	$9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3}$
$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}, b \neq 0$	$\frac{9^{\frac{3}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} = 9^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = 9^1 = 9$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	$\left(\frac{-125}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{-125^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{-5}{3}$

مثال (5)

بسّط كلًّا مما يلي مستخدمًا قوانين الأسس:

a $(-32)^{\frac{3}{5}}$

b $(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$

a

$$(-32)^{\frac{3}{5}} = (-2^5)^{\frac{3}{5}} = (-2)^3 = -8$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
	1

b

$$(x^{\frac{1}{2}} \bullet x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{4}{3}}) \div x^{\frac{2}{3}} =$$

$$x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = \quad x^{\frac{2}{3}}$$

الفهرس

حاول أن تحل

5 بسِّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

a $25^{-\frac{3}{2}}$ b $(-32)^{\frac{4}{5}}$ c $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

a $$25^{-\frac{3}{2}} = (5^2)^{-\frac{3}{2}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

b $$(-32)^{\frac{4}{5}} = (-2^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^4 = 16$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
	1

c $$\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2^4 x^{14}}{3^4 y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^2 x^7}{3^2 y^9} = \frac{4x^7}{9y^9}$$

لضرب أو لقسمة $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ يمكن استخدام الصورة الأسية لكل منهما وتطبيق قوانين الأسس أو تطبيق قوانين الجذور النونية.

قوانين الجذور النونية

إذا كان: $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ عددين حقيقيين، فإن:

1. $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
2. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \quad , \quad y \neq 0$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$

مثال (6)

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$

b $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

c $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$

a

$$\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7} = \sqrt[4]{5 \times 7} = \sqrt[4]{35}$$

b

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

c

$$\sqrt{\sqrt[4]{256}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$$

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

مثال (6)

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$

b $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

c $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\left((xy)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} =$

$\left[(xy)^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} = [(xy)]^{-\frac{1}{2}} =$

$\frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy} =$