الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

مدرسة مرشد سعد البذال الثانوية

قسم الرياضيات

ملخص قوانين الرياضيات صف ١١ علمي

الفصل الدراسي الأول ٢٠١٨ / ٢٠١٩

إعداد أ / محمد مصطفى أحمد

مدير المدرسة

أ / صالح المطيري

مدرسة مرشد سعد البذال الثانوية

قوانين هامة للصف ١١ علمي تيرم أول ٢٠١٨ /٢٠١٩

معادلة الدالة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0, 0)$ هي: $y = ax^2$

بعض خواص القطوع المكافئة

المعادلة على الصورة: $y = a(x-h)^2 + k$، هي دالة مكتوبة بدلالة إحداثيات الرأس، وهذه المعادلة تمدك بالمعلومات التالية:

- رأس المنحنى هو النقطة (h, k)، ومحور التماثل هو الخط: $x = h$
- تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة، وتكون فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل عندما تكون a سالبة.
- إذا كان $1 > |a|$، فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة: $y = x^2$
- إذا كان $1 < |a|$، فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة: $y = x^2$

إذا كان (a, b) زوج مرتب من علاقة r فإن (b, a) هو زوج مرتب من معكوس هذه العلاقة.

الصورة العامة للدالة الجذرية $y = \sqrt{x-h} + k$

الدالة الزوجية والدالة الفردية

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1 $\forall x \in D \ ، -x \in D$ 2 $f(-x) = f(x)$

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1 $\forall x \in D \ ، -x \in D$

2 $f(-x) = -f(x)$

نظرية العامل

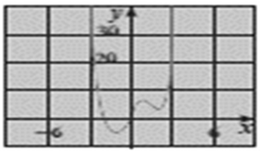
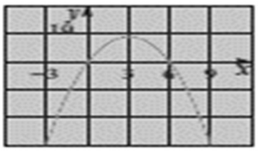
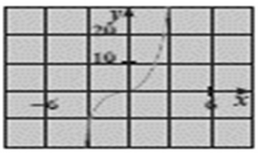
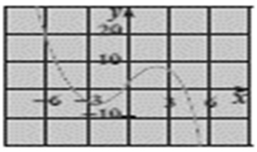
المقدار $(x - a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Longleftrightarrow$ a صفر من أصفار كثيرة الحدود.

نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x - a)$ حيث a ثابت، فإن باقي القسمة هو $f(a)$

إعداد ا / محمد مصطفى احمد

سلوك نهاية الدالة

الدرجة زوجي أم فردي	سلوك النهاية	المعامل الرئيسي موجب، سالب	الدالة وبيانها	نظام الإشارات
الرابعة زوجي	(↖ ، ↗)	1 عدد موجب	 $y = x^4 - 3x^3 + 5x$	
الثانية زوجي	(↙ ، ↘)	-1 عدد سالب	 $y = -x^2 + 6x$	
الثالثة فردي	(↙ ، ↗)	1 عدد موجب	 $y = x^3$	
الثالثة فردي	(↖ ، ↘)	-0.3 عدد سالب	 $y = -0.3x^3 + 4x + 2$	

الأصفار النسبية الممكنة

نظرية

بفرض أن: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 \,;\, a_n \neq 0$

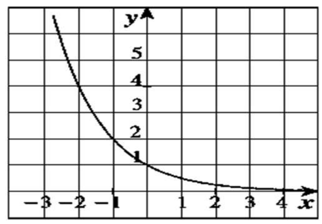
حيث $a_n , a_{n-1} , ..., a_0$ **أعداد صحيحة فتكون مجموعة الأصفار النسبية الممكنة لِـ** $f(x)$ **هي:**

$\left\{ \frac{a}{b} : a \right.$ عامل من عوامل الحد الثابت a_0، b عامل من عوامل المعامل الرئيسي $\left. a_n \right\}$

مدرسة مرشد سعد البذال الثانوية

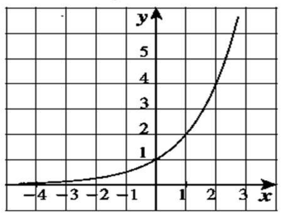
الدالة الأسية

تضاؤل أسي



عندما تكون $0 < b < 1$، فإن الدالة تمثل تضاؤلًا أسيًا، وتكون b هي عامل التضاؤل.

نمو أسي



عندما تكون $b > 1$، فإن الدالة تمثل نموًا أسيًا، وتكون b هي عامل النمو.

الدالة:

$\forall x \in \mathbb{R}$ $\quad y = ab^x$

$a \in \mathbb{R}^*$ (عدد ثابت)

$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ (الأساس)

تسمى دالة أسية.

الدالة اللوغاريتمية والدالة الأسية

تعريف

$$\forall y \in \mathbf{R}^+ \quad , \quad b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون:

$$y = b^x \iff \log_b y = x$$

انسحاب الدوال اللوغاريتمية

التمثيل البياني للدالة: $y = \log_b(x-h)+k$ هو انسحاب لبيان دالة المرجع: $y = \log_b x$، h وحدة أفقيًا، k وحدة رأسيًا.

خواص اللوغاريتمات

$$\forall m, n, b \in \mathbf{R}^+ , b \neq 1$$

خاصية الضرب $\quad \log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة $\quad \log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى $\quad \log_b m^k = k \log_b m \;,\; k \in \mathbf{R}$

ملاحظات:

1 $\quad \log_b 1 = 0$ $\qquad$ 2 $\quad \log_b b = 1$ $\qquad$ 3 $\quad \log_b b^m = m$

حيث m , b عددان حقيقيان موجبان $b \neq 1$

إعداد أ / محمد مصطفى أحمد

قاعدة تغيير الأساس

$$\forall m, b, c \in \mathbb{R}^+,\ \ b \neq 1,\ \ c \neq 1$$
$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

متجه الموضع

إذا كانت α زاوية الإسناد للزاوية θ فإن:

$$\theta = \begin{cases} \alpha & \text{عندما } x > 0\ ,\ y > 0 \\ 180^\circ - \alpha & \text{عندما } x < 0\ ,\ y > 0 \\ 180^\circ + \alpha & \text{عندما } x < 0\ ,\ y < 0 \\ 360^\circ - \alpha & \text{عندما } x > 0\ ,\ y < 0 \end{cases}$$

وتحدد زاوية الإسناد α بالعلاقة: $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$

طول (معيار) متجه واتجاهه

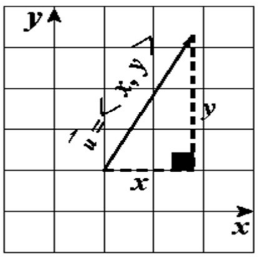
تعريف

لكل متجه $\overrightarrow{U} = < x, y >$ معيار (طول) يرمز له بالرمز $\| \overrightarrow{U} \|$

ويعطى بالعلاقة: $\| \overrightarrow{U} \| = \sqrt{x^2 + y^2}$

يحدد اتجاه المتجه $\overrightarrow{U}$ بالزاوية الموجهة θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

حيث $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$



$\| \overrightarrow{u} \| = \sqrt{x^2 + y^2}$

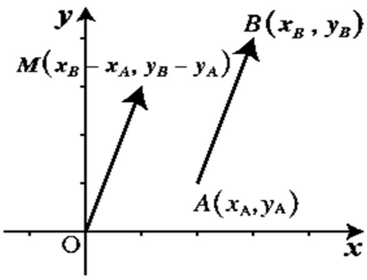
تعريف

$\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي

حيث $A(x_A, y_A)\ ,\ B(x_B, y_B)$

متجه الموضع لهذه القطعة هو القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$

حيث $M(x_B - x_A\ ,\ y_B - y_A)$



متجه الوحدة

تعريف

المتجه $\overrightarrow{U} = < x, y >$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن:

$$\| \overrightarrow{U} \| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

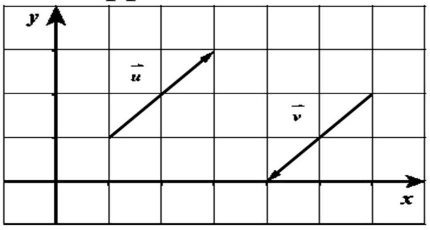
تساوي متجهين

ليكن: $\overrightarrow{A} = < x_A\ , y_A >,\ B = < x_B\ , y_B >$

$$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} \iff x_A = x_B\ \ ,\ \ y_A = y_B$$

إعداد ا / محمد مصطفى احمد

المتجه المعاكس — The Opposite Vector



- إذا كان $\vec{u} = < a, b >$ فإن المتجه $\vec{v} = < -a, -b >$ هو المتجه المعاكس لِـ $\vec{u}$
- مركبات المتجه المعاكس هي المعكوس الجمعي لمركبات المتجه.
- المتجه $< \overrightarrow{BA} >$ هو متجه معاكس للمتجه $< \overrightarrow{AB} >$
- $< \overrightarrow{AB} > = - < \overrightarrow{BA} >$

مجموع متجهين جبريًا — Adding Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\vec{A} = < x_A , y_A >, \vec{B} = < x_B , y_B >$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن مجموع هذين المتجهين هو المتجه $< x_A + x_B , y_A + y_B >$ ويرمز له بالرمز $\vec{A} + \vec{B}$

أي أن: $\vec{A} + \vec{B} = < x_A + x_B , y_A + y_B >$

الفرق بين متجهين جبريًا — Difference of Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\vec{A} = < x_A, y_A >, \vec{B} = < x_B, y_B >$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = < x_A - x_B , y_A - y_B >$$

متجه الوحدة الأساسين

- المتجه $\vec{i} = < 1, 0 >$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(1, 0)$ يسمى «متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور السيني$(x - \text{axis})$»،
- المتجه $\vec{j} = < 0, 1 >$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(0, 1)$ يسمى «متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور الصادي $(y - \text{axis})$»،

الضرب الداخلي لمتجهين — Scalar Product

في المستوى الإحداثي لأي متجهين غير صفريين $\vec{A}, \vec{B}$

ناتج الضرب الداخلي لهما ويرمز له بالرمز $\vec{A} \bullet \vec{B}$ يساوي ناتج ضرب طولي المتجهين في جيب تمام قياس الزاوية المحددة بهما.

أي أن: $\vec{A} \bullet \vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \cos(\vec{A}, \vec{B})$, $0^\circ \leqslant m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ$

قانون

إذا كان $\overrightarrow{A} = < x_A , y_A > , \overrightarrow{B} = < x_B , y_B >$ متجهين في المستوي الإحداثي

فإن $\overrightarrow{A} . \overrightarrow{B} = x_A . x_B + y_A . y_B$

فإذا كان: $\overrightarrow{A} = < x_A , y_A >$ فإن $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{A} = x_A^2 + y_A^2 = \| \overrightarrow{A} \|^2$

شرط تعامد متجهين

$\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B} \Leftrightarrow \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = 0$ حيث $\overrightarrow{A} \neq \overrightarrow{0} \ , \ \overrightarrow{B} \neq \overrightarrow{0}$

$$x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B = 0$$

شرط توازى متجهين

$\overrightarrow{A} \parallel \overrightarrow{B} \Leftrightarrow \overrightarrow{A} = k \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} \neq \overrightarrow{0} \ , \ \overrightarrow{B} \neq \overrightarrow{0}$

$$x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0$$

قياس الزاوية بين متجهين

إذا كان $\overrightarrow{A} , \overrightarrow{B}$ متجهين وكان $\overrightarrow{A} \neq \overrightarrow{0} \ , \ \overrightarrow{B} \neq \overrightarrow{0}$ فإن:

$$\cos(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) = \frac{\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}}{\| \overrightarrow{A} \| \cdot \| \overrightarrow{B} \|} \quad , 0^\circ \leq m(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) \leq 180^\circ$$

$$= \frac{x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2} \sqrt{x_B^2 + y_B^2}}$$

الإحصـــــــــــاء

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n}$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

قياس الزاوية المركزية لقطاع = التكرار النسبي × 360°

$$\text{حيث التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار القيمة (أو الفئة)}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

القـاعدة التجـريبية

68% من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-\sigma,\ \bar{x}+\sigma]$

95% من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-2\sigma,\ \bar{x}+2\sigma]$

99.7% من البيانات تقع على الفترة $[\bar{x}-3\sigma,\ \bar{x}+3\sigma]$

$$\text{القيمة المعيارية} = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$$

إعداد أ / محمد مصطفى أحمد