

استكشاف دوال القوى ومعكوساتها

# استكشاف دوال القوى ومعكوساتها

الغرض  
من العمل  
التعاوني  
هو  
استكشاف  
الرسوم  
البيانية  
لبعض  
دوال  
القوى



$x$	$y_1 = x^2$	$y_2 = x^4$
-1.6	2.56	6.5536
-1.2	1.44	2.0736
-0.8	0.64	0.4096
-0.4	0.16	0.0256
0	0	0
0.4	0.16	0.0256
0.8	0.64	0.4096
1.2	1.44	2.0736
1.6	2.56	6.5536

## عمل تعاوني

1 استخدم آلة حاسبة لحل النظام:  
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^4 \end{cases}$$
  
تحقق من كل حل.

2 يبين الجدول المقابل  $y_1 = x^2$  ,  $y_2 = x^4$

ما قيم  $x$  في الجدول التي تحقق  $x^2 < x^4$  ؟

ما قيم  $x$  في الجدول التي تحقق  $x^2 > x^4$  ؟

3 استخدم رسمًا بيانيًا لإيجاد مجموعة حل كل من المتباينتين:

a  $x^2 < x^4$

b  $x^2 > x^4$

4 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $x^6 < x^4$

ارسم بيانيًا دالة القوى:  $y = x^6$  باستخدام آلة حاسبة بيانية وتحقق من إجابتك.

هي دوال قوى

$$y = x^2 , y = x^4$$

الدوال مثل :

تكون دوال القوى على الشكل

$$y = ax^n$$

$$a \neq 0 , n \in \mathbb{Z}^+$$

التأكيد هنا على الشرط وكذلك الصيغة



## تطبيقات حياتية

مثال (1)

تستخدم الصيغة:  $w = 0.014 c^3$  لتقدير وزن  $w$  برتقالة بالجرام (g)، بدلالة  $c$  محيط أكبر مقطع دائري فيها بالسنتيمتر (cm). قدر وزن برتقالة محيط أكبر مقطع دائري فيها 20 cm



$$w = 0.014 c^3$$

$$w = 0.014(20)^3$$

$$w = 112g$$

يكون وزن البرتقالة التي يبلغ محيطها  
20cm حوالي 112g

1 قَدْر وزن برتقالة محيط أكبر مقطع دائري فيها 22 cm باستخدام الصيغة في مثال (1).



$$w = 0.014c^3$$

$$w = 0.014(22)^3$$

$$w = 149.07 \text{ g}$$

يكون وزن البرتقالة التي يبلغ محيطها  
22cm حوالي 149g

الدالة  $w(x) = 15.625x^3$ ، هي تقريب للوزن  $w$  بالكجم (kg) لأنثى الزرافة بدلالة طولها  $x$  بالمتر (m). أوجد وزن كل من إناث الزرافة التي طولها 3.268m ، 3.175m



$$w(x) = 15.625x^3$$

$$w(3.175) = 15.625 \times (3.175)^3$$

$$w(3.175) \approx 500kg$$

$$w(3.268) = 15.625 \times (3.268)^3$$

$$w(3.268) \approx 545.34kg$$

## التقييم

الدالة  $w(x) = 15.625x^3$ ، هي تقريب للوزن ( $w$ ) بالكجم (kg) لأنثى الزرافة بدلالة طولها ( $x$ ) بالمتر (m). أوجد وزن كل من إناث الزرافة التي طولها 3.268m ، 3.175m

2 في المثال (2)، أوجد وزن زرافة طولها 3.3 m



$$w(x) = 15.625x^3$$

$$w(3.3) = 15.625 \times (3.3)^3$$

$$w(3.3) \approx 561.5kg$$

## نشاط 1

x	y
-3	-27
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8
3	27

يوضح الجدول المقابل بعض القيم للدالة  $y = x^3$   
أكمل ما يلي:

a في أي ربعين من المستوي الإحداثي تتوقع ظهور الرسم البياني لهذه الدالة؟

**الربع الأول والربع الثالث**

b أكمل كل زوج من النقاط التي تنتمي إلى بيان الدالة: (4, 64)،  
(□, 0.125)، (-0.5, -0.125)، (-4, □)

**(0.5 , 0.125)**

**(-4 , -64)**

c لنفرض أن النقطة (a, b) تنتمي إلى بيان الدالة:  $y = x^3$ ، فأَي من النقاط التالية سوف تنتمي أيضًا إلى بيان هذه الدالة؟

1 (a, -b)

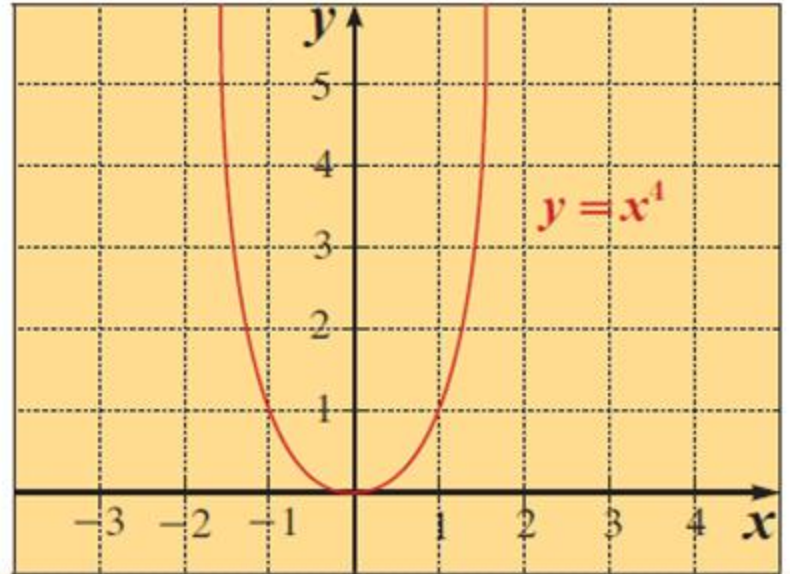
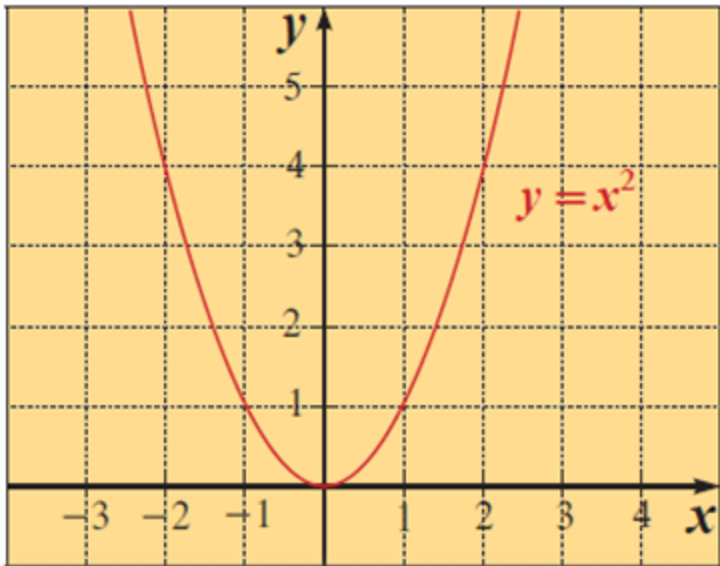
2 (-a, b)

3 (-a, -b)

4 (2a, 3b)

# لاحظ هنا بيان الدوال ذات الأسس الزوجية

$$y = x^2 , \quad y = x^4$$



وهذا يمثل الشكل العام للدوال التي على الصورة :

$$y = a x^n$$

حيث  $n$  عددا زوجيا ،  $a \neq 0$



$$y = -x^2 ,$$

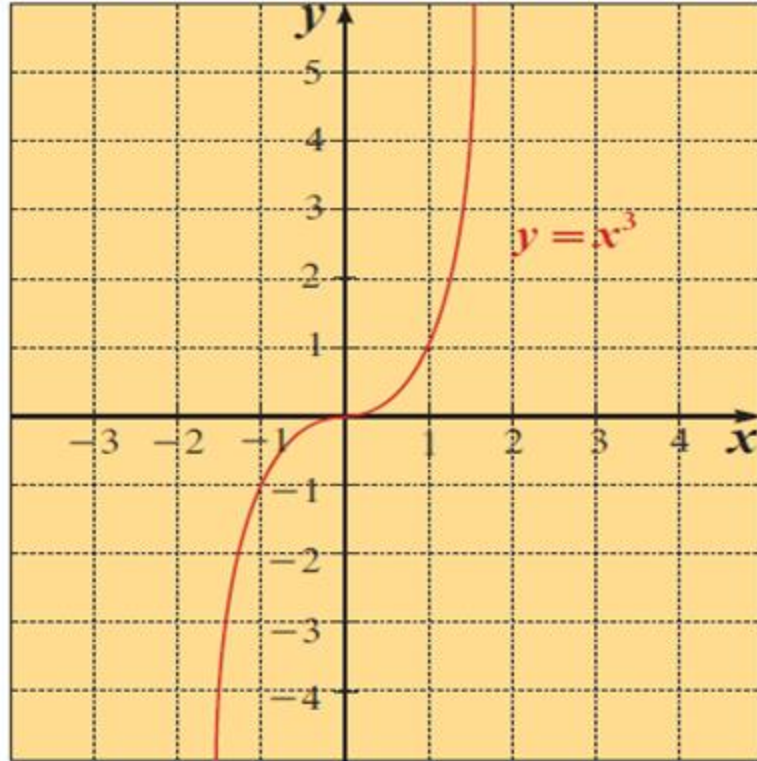
تأكيد للشرط أن  $a \neq 0$



$$y = -x^4$$



لاحظ هنا أن بيان الدوال ذات الأسس الفردية مثل  $y = X^3$



وهذا يمثل الشكل العام للدوال التي على الصورة :

$$y = a x^n$$

حيث  $n$  عدداً فردياً ،  $a \neq 0$



تأكيد للشرط أن  $a \neq 0$



$$y = -x^3 ,$$



## التطبيق

كراسة التمارين صفحة 39

الأرقام 16 ، 18 ثم 17

والموضوعي

## الدوال الزوجية والدوال الفردية

## معلومة

يكون لبيان دالة نقطة تماثل (مركز تناظر)  
إذا دار بيان الدالة بزاوية  $180^\circ$  حول هذه النقطة  
وانطبق على نفسه

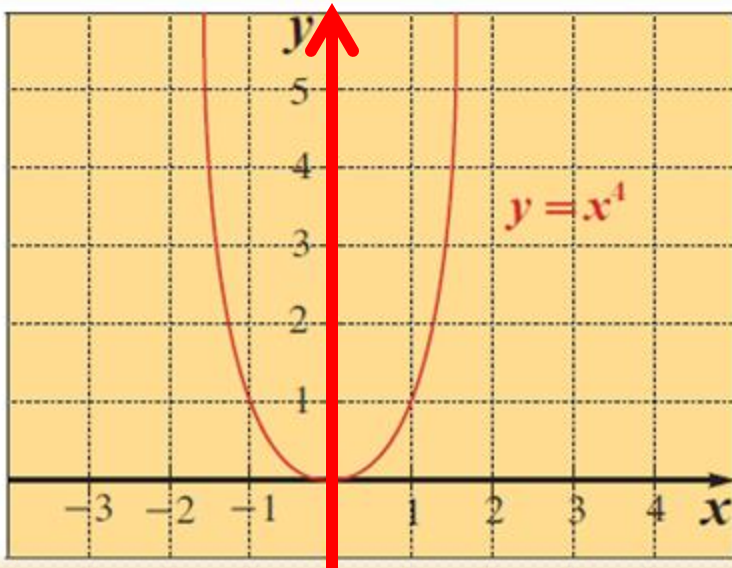
بمحور التماثل

تذكير

تعريف:

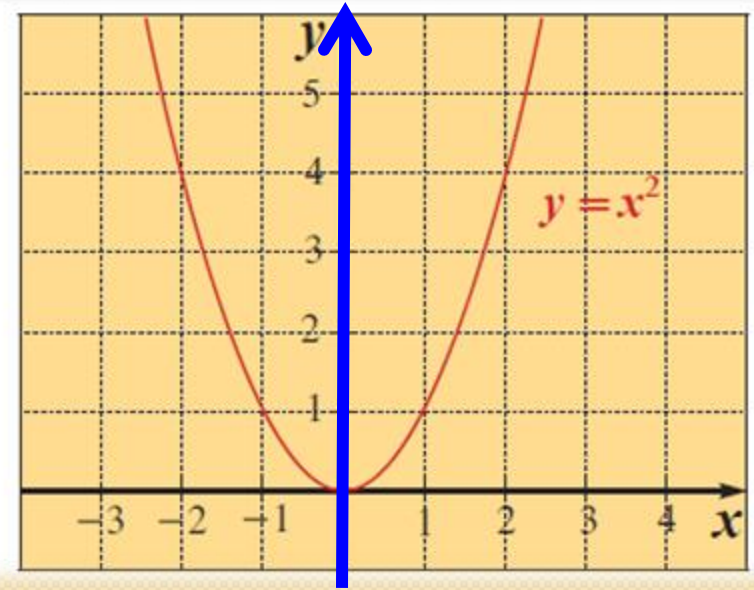
تكون الدالة  $y = f(x)$  والتي مجالها  $D$  دالة زوجية

$$f(-x) = f(x) \forall x, -x \in D \quad \text{إذا و فقط إذا كان}$$



$$f(x) = x^2$$

$$h(x) = x^4$$



$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

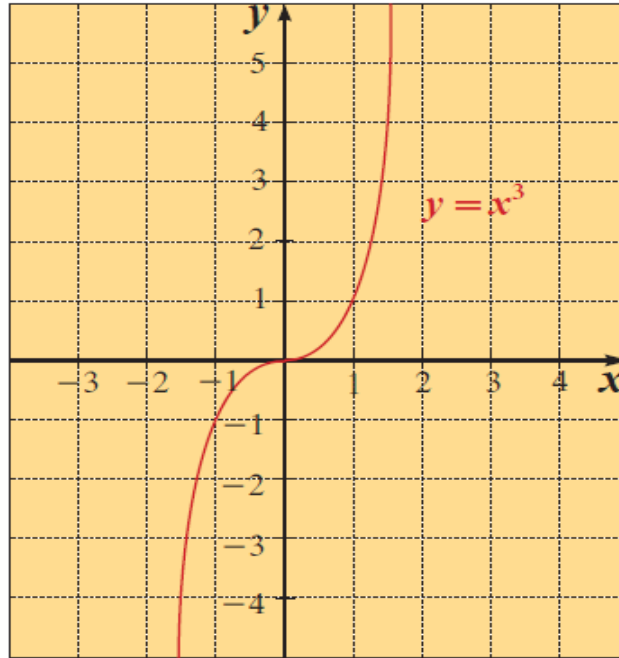
$$h(-x) = (-x)^4 = x^4 = h(x)$$

في المستوى الإحداثي المحور الصادي هو محور تماثل (تناظر) لبيان كل دالة زوجية

تعريف:

تكون الدالة  $y = f(x)$  والتي مجالها  $D$  دالة فردية

إذا و فقط إذا كان  $f(-x) = -f(x) \forall x, -x \in D$



$$f(x) = x^3$$

$$f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$$

في مستوى الإحداثيات، نقطة الأصل هي نقطة تماثل (تناظر) لبيان كل دالة فردية

لنتساءل ؟



ماذا عن الدالة الثابتة ؟

هل يوجد دوال قوى  
ليست زوجية وليست فردية ؟

الخلاصة :

جميع دوال القوي  
إما دوال زوجية أو دوال فردية

$$f(x) = c : x \in R$$

الدالة الثابتة

دالة زوجية طالما أن مجالها  $\mathbf{R}$

هناك دوال ليست زوجية وليست فردية  
ولكنها ليست دوال قوى

بعض الملاحظات

### مثال (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

a  $f(x) = 2x^7$

$$f(-x) = 2(-x)^7 = -2x^7 = -f(x) \quad \forall x, -x \in R$$

$$f(-x) = -f(x)$$

الدالة فردية

### مثال (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

b  $y = -x^8$

$y = g(x)$  **بفرض أن**

$$g(-x) = -(-x)^8 = -x^8 = g(x) \quad \forall x, -x \in R$$

$$g(-x) = g(x)$$

**الدالة زوجية**

### مثال (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

c  $y = (x + 2)^2$   $y = v(x)$  **بفرض أن**

$$v(-x) = (-x + 2)^2 \neq (x + 2)^2 \quad \forall x, -x \in \mathbb{R}$$

$$v(-x) \neq v(x)$$

**إذن الدالة ليست زوجية**

$$v(-x) \neq -(x + 2)^2$$

$$\forall x, -x \in \mathbb{R}$$

$$v(-x) \neq -v(x)$$

**إذن الدالة ليست فردية**

**الدالة ليست زوجية وليست فردية**

### مثال (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

d  $h(x) = 4$   
 $h(-x) = 4 = h(x) \quad \forall x, -x \in R$

$$h(-x) = h(x)$$

الدالة زوجية

## التقييم : حاول أن تحل رقم (3) صفحة 93

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

a  $f_1(x) = x^5$

$$f_1(-x) = (-x)^5 = -(x^5) = -f_1(x)$$

$$\forall x, -x \in R$$

$$f_1(-x) = -f_1(x)$$

الدالة فردية

### حاول أن تحل (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

b  $f_2(x) = x$

$$\forall x, -x \in R$$

$$f_2(-x) = (-x) = -(x) = -f_2(x)$$

$$f_2(-x) = -f_2(x)$$

الدالة فردية

### حاول أن تحل (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

c  $f_3(x) = 2x^4$

$$f_3(-x) = 2(-x)^4 = 2x^4 = f_3(x)$$

$$\forall x, -x \in R$$

$$f_3(-x) = f_3(x)$$

الدالة زوجية

## حاول أن تحل (3)

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

d  $f_4(x) = (x + 3)^3$

$$f_4(-x) = (-x + 3)^3 \neq (x + 3)^3$$

$$\forall x, -x \in R$$

$$f_4(-x) \neq f_4(x)$$

إذن الدالة ليست زوجية

$$f_4(-x) \neq -(x + 3)^3$$

$$\forall x, -x \in R$$

$$f_4(-x) \neq -f_4(x)$$

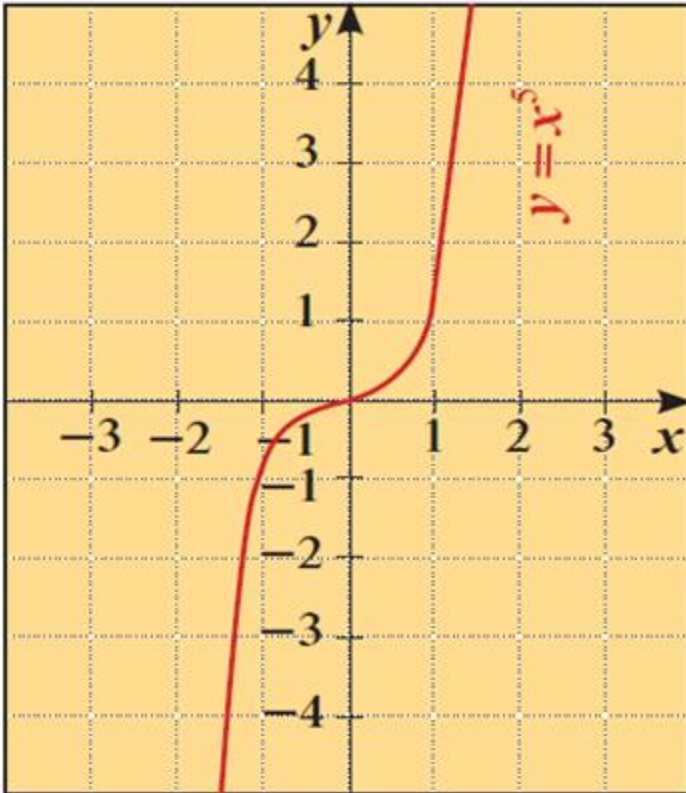
إذن الدالة ليست فردية

إذن الدالة ليست زوجية وليست فردية

## مثال (4)

الأشكال التالية تمثل دوال  $0$  صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أو فردية أو ليست فردية وليست زوجية

a  $y = x^5, x \in \mathbb{R}$



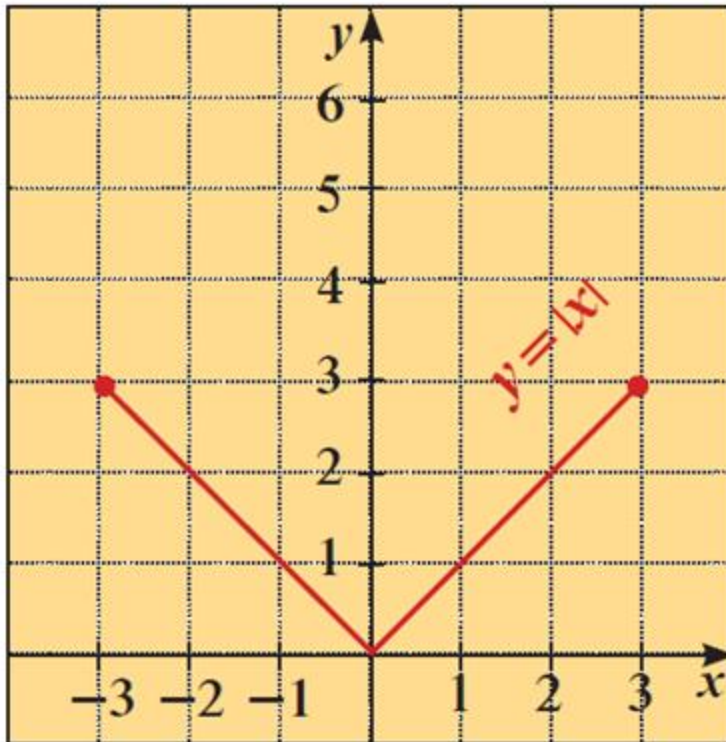
نقطة الأصل هي نقطة التماثل لبيان الدالة

الدالة فردية

## مثال (4)

الأشكال التالية تمثل دوال صف تماثل ل دالة ثم وضح هل هي زوجية أو فردية أو ليست فردية وليست زوجية

b  $y = |x|, x \in [-3, 3]$



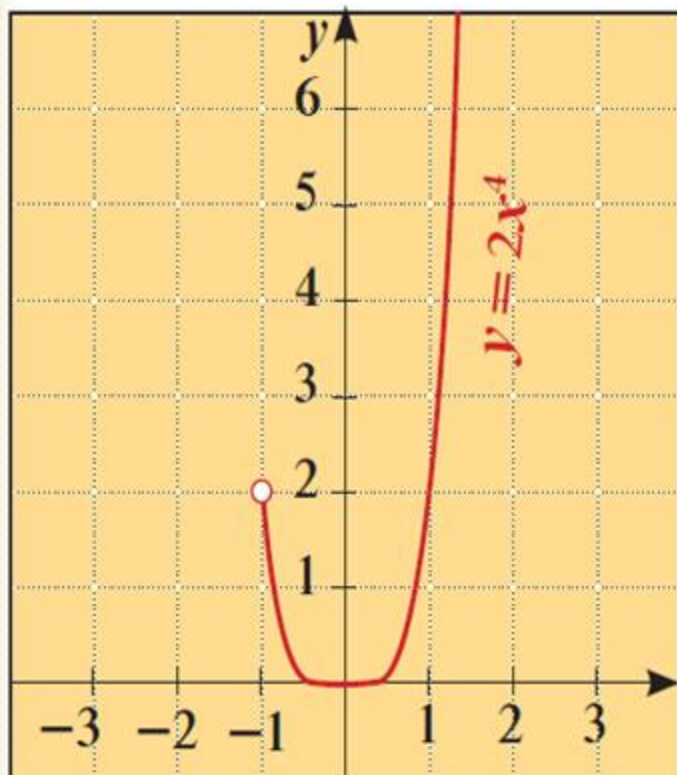
محور الصادات هو محور التماثل لبيان الدالة

الدالة زوجية

## مثال (4)

الأشكال التالية تمثل دوال صف تماثل ل دالة ثم وضح هل هي زوجية أو فردية أو ليست فردية وليست زوجية

$$y = 2x^4, x \in (-1, \infty)$$



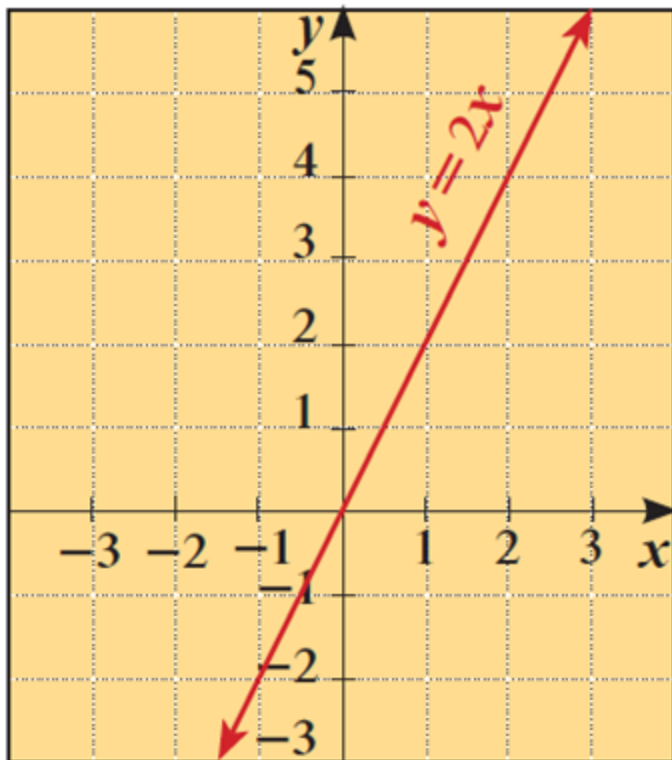
بيان الدالة ليس لها نقطة تناظر وليس لها محور تناظر

الدالة ليست فردية وليست زوجية

## مثال (4)

الأشكال التالية تمثل دوال صف تماثل ل دالة ثم وضح هل هي زوجية أو فردية أو ليست فردية وليست زوجية

d  $y = 2x, x \in \mathbb{R}$



نقطة الأصل هي نقطة التماثل لبيان الدالة

الدالة فردية

## التطبيق

كراسة التمارين صفحة 38

رقم 4 – 1 ، صفحة 39

رقم 9 – 5 موضوعي

معكوس العلاقة  $( r^{-1} )$

## تذكر بعض النقاط التالية

■ إذا كان  $(a, b)$  مرتب من العلاقة فإن  $r$  هو زوج  $(b, a)$  معكوس هذه العلاقة

$$(a, b) \xrightarrow{r} (b, a) \xrightarrow{r^{-1}}$$

■ مجال معكوس العلاقة  $(r^{-1})$  هو مدى العلاقة  $(r)$

■ المستقيم الذي معادلته  $x = y$  هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة  $r$  والنقاط التي تمثل معكوسها

■ إذا كان لدينا دالة فيمكننا إيجاد معكوسها مع ملاحظة انه ليس بالضرورة أن يكون المعكوس دالة

## مثال (5)

أوجد معكوس الدالة :  $y = 2x^4$

$$y = 2x^4$$

لاحظ أن  $y \geq 0$

$$x = 2y^4$$



$$\frac{x}{2} = y^4$$

س

$$y = \pm \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$$

أى أن المعكوس له قيمتان لبعض قيم  $x$  (المعكوس ليس دالة)

هل يكفي بكتابة الجذر على هذه الصورة أم تبسط  
(راجع كراسة التمارين ص 40 موضوعي رقم 6)



أوجد معكوس الدالة :

$$y = 5x^3$$

التقييم

$$x = 5y^3$$



$$\frac{x}{5} = y^3$$



$$y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}}$$

$x \in \mathbb{R}$

نلاحظ أن : المعكوس يمثل دالة

## ملاحظة:

معكوس الدالة ليس بالضرورة أن يكون دالة

معلومة:

يرمز لمعكوس الدالة  $f$   
بالرمز  $f^{-1}$

خطأ مطبعي



## مثال (6)

مثال (6)

$$x \geq -2$$

أوجد معكوس الدالة:  $f(x) = \sqrt{x+2}$

الحل:

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$x = \sqrt{y+2}$$

$$x^2 = y+2$$

$$y = x^2 - 2$$

أعد كتابة الدالة باستخدام

اعكس المتغيرين  $x$  ,  $y$

ربع طرفي المعادلة

حل في  $y$

∴ معكوس الدالة  $f(x) = \sqrt{x+2}$  هو

$$f^{-1}(x) = x^2 - 2 \quad , \quad x \geq -2$$

أوجد معكوس الدالة:  $f(x) = \sqrt{x+2}$  :  $x \geq -2$

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$x = \sqrt{y+2}$$

$$x^2 = y+2$$

$$y = x^2 - 2$$

أعد كتابة الدالة

اعكس المتغيرين

ربع طرفي المعادلة

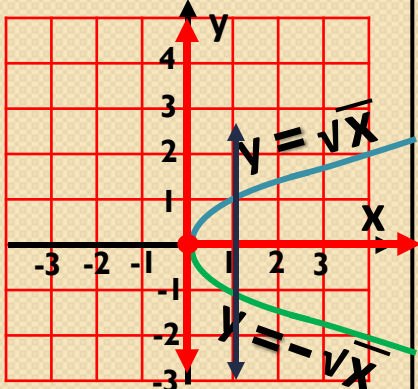
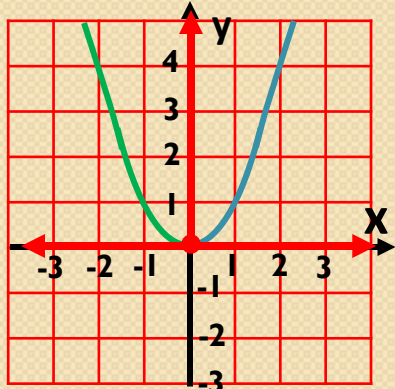
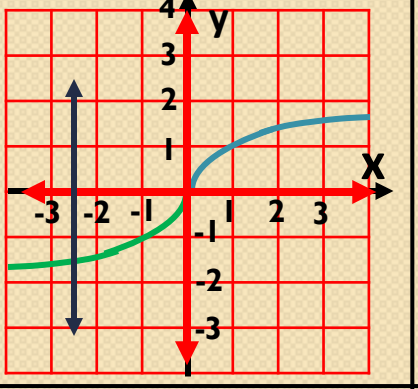
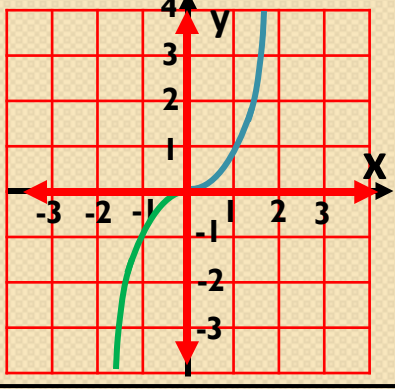
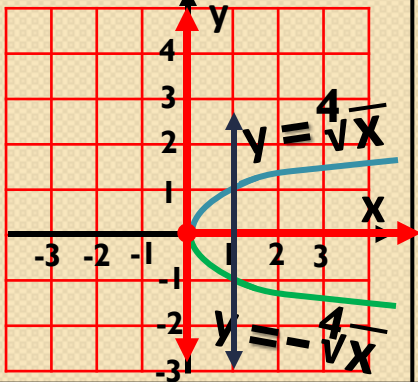
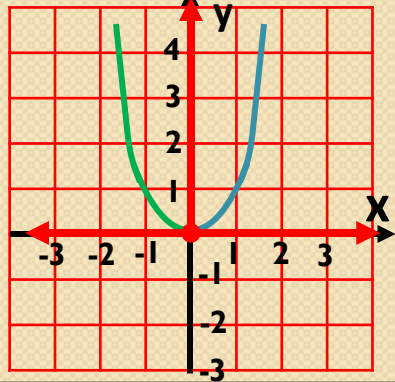
حل في  $y$

الحل :

أوجد معكوس الدالة:  $f(x) = \sqrt{x-4}$  :  $x \geq 4$

التقييم

## الرسوم البيانية لدوال القوى ومعكوساتها

ملاحظات	بيان المعكوس	المعكوس	بيان الدالة	دوال القوى
المعكوس ليس دالة		$y = \pm \sqrt{x}$ المجال: المدى:		$Y = x^2$ المجال: $\mathbb{R}$ المدى: $[0, \infty)$
المعكوس دالة		$y = \sqrt[3]{x}$ المجال: المدى:		$Y = x^3$ المجال: $\mathbb{R}$ المدى: $\mathbb{R}$
المعكوس ليس دالة		$y = \pm \sqrt[4]{x}$ المجال: $[0, \infty)$ المدى:		$Y = x^4$ المجال: $\mathbb{R}$ المدى: $[0, \infty)$

## التطبيق

كراسة التمارين ص 39  
الأرقام من  
15 - 10 + موضوعي