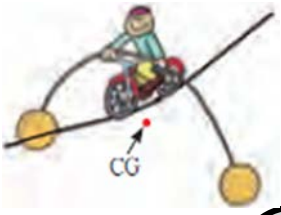
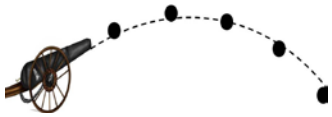
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية
ثانوية فهد الدويري بنين

نموذج الاجابة

ثانوية فهد الدويري بنين





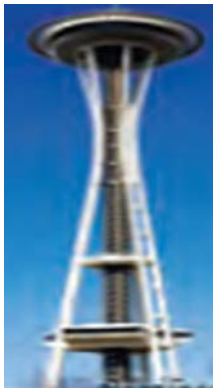
قسم الفيزياء و الكيمياء

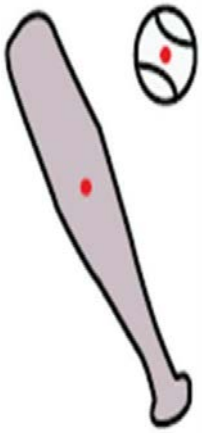
دفتر المتابعة

فيزياء الحادي عشر (11)

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي 2019 / 2020 م





أسم الطالب / .....

الصف / .....

إعداد

أ/ يوسف بدر عزمي

مركز كلة المجموعة الشمسية

رئيس القسم	الموجه الفني	مدير المدرسة
أ/نبيل الدالي	أ/محمود الحمادي	د/عبد العزيز الجاسم

دفتر المتابعة لا يغني عن كتاب الطالب

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الأول : حركة المقذوفات

الدرس (1 -1) : الكميات العددية و الكميات المتجهة

وجه المقارنة	الكميات العددية (القياسية)	الكميات المتجهة
التعريف	**كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار و وحدة القياس**	**كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار و وحدة القياس والاتجاه**
أمثلة	**المسافة – السرعة العددية**	**الإزاحة – السرعة المتجهة**
العمليات الحسابية المستخدمة	**الجبر الحسابي**	**جبر المتجهات**

** تكتب الكمية المتجهة بحرف يوضع فوقه سهم مثل ($\vec{V}$)

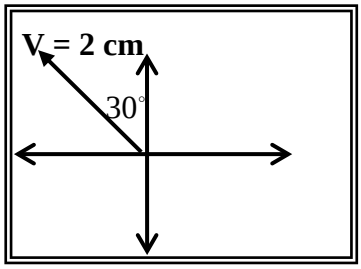
الإزاحة **اقصر مسافة بين نقطة بداية الحركة إلي نقطة نهاية الحركة**

وجه المقارنة	المتجهات الحرة	المتجهات المقيدة
التعريف	**متجهات يمكن نقلها مع المحافظة علي المقدار و الاتجاه**	**متجهات لا يمكن نقلها و مقيدة بنقطة تأثيرها**
أمثلة	**الإزاحة – السرعة المتجهة**	**القوة**

علل لما يأتى :

1- الإزاحة متجه حر بينما القوة متجه مقيد .

لأن الإزاحة متجه يمكن نقله بينما القوة مقيدة بنقطة تأثيرها

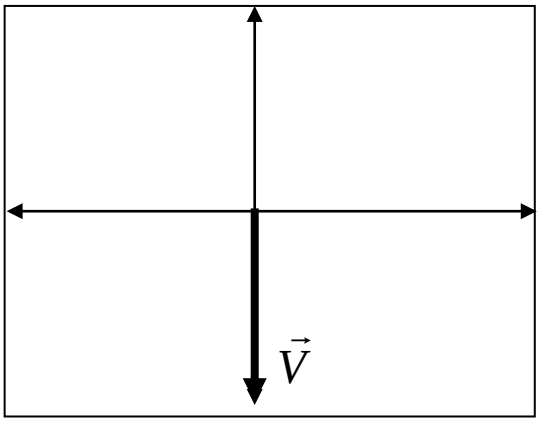


مثال 1 : الشكل المقابل يمثل المتجه البياني المعبر عن سرعة تحرك سيارة ، فإذا علمت أن مقياس الرسم **(1 cm : 10 m/s)** عبر رياضياً عن المتجه **($\vec{V}$)** .

$$\vec{V} = (20\ \text{m/s}\ ,\ 120^{o})$$

مثال 2 : أوجد متجه العجلة لجسم كتلته **(2 Kg)** وتؤثر عليه قوة **(10 N , 60°)** .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5\,m/s^2 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = (5\,m/s^2, 60^o)$$

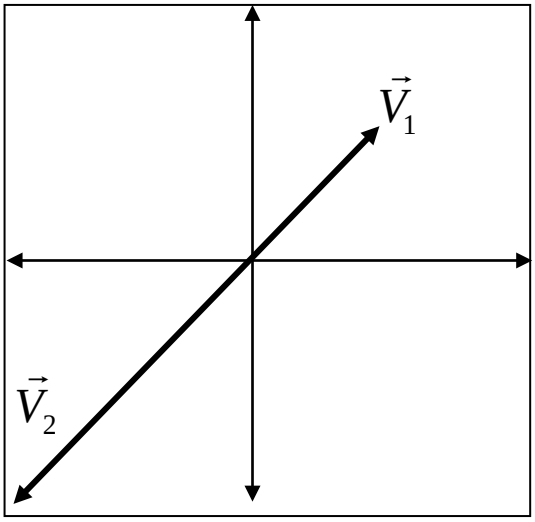


مثال 3 : ورد في نشرة الأرصاد الجوية أن سرعة الرياح القادمة من الشمال تساوي **(60 km / h)** مثل هذه السرعة **بيانياً** - **رياضياً** .

بيانياً : مقياس الرسم **30 Km/h = 1cm** **V = 2 cm**

رياضيا : $\vec{V} = (60\ \text{km/h}\ ,\ 270^{o}) = (60\ \text{km/h}\ ,\ -90^{o})$

مثال 4 : سيارة تسير بسرعة متجهة ($\vec{V}_1 = 10\, m/s$) في اتجاه شرق الشمال بزاوية (30°) . أجب عما يلي :



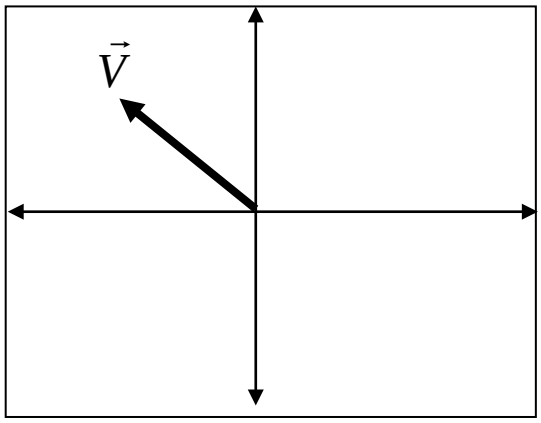
أ) مثل بيانياً ($\vec{V}_1$) مستخدماً مقياس رسم (1 cm) لكل (5 m/s) :

ب) عبر رياضياً عن المتجه ($\vec{V}_1$) : $\vec{V}_1 = (10\,\text{m/s}\ ,\ 60^o)$

ج) مثل بيانياً ($\vec{V}_2 = -2\vec{V}_1$) مستخدماً نفيس مقياس الرسم :

د) عبر رياضياً عن المتجه ($\vec{V}_2$) : $\vec{V}_2 = (-20\,\text{m/s}\ ,\ 240^o)$

مثال 5 : تتحرك سيارة بسرعة (150 km/h) باتجاه يصنع زاوية مقدارها (130) مع المحور الأفقي الموجب .أختر مقياس رسم مناسب ثم أكتب مقدار واتجاه المتجه وأرسم المتجه المعبر عن سرعة السيارة .

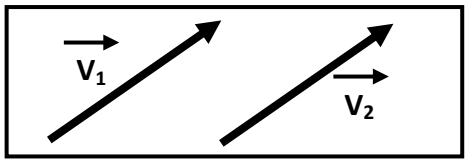


بيانياً : **مقياس الرسم** 100 Km/h = 1cm V = 1.5 cm

رياضيا : $\vec{V} = (150\,\text{km/h}\,, 130^o)$

==========

خصائص المتجهات

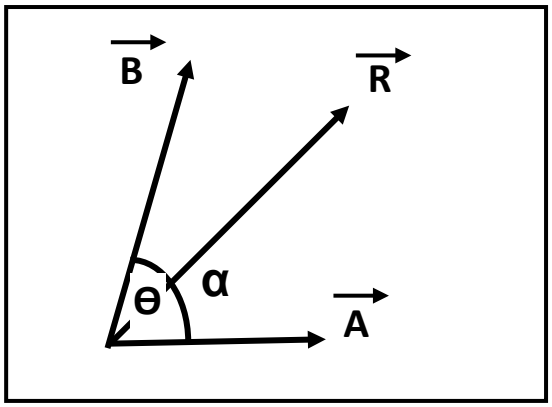


التساوي **المتجهان يكونان متساويان بشرط تساوي المقدار والاتجاه**

سؤال : تسير سيارة شمالاً بسرعة عددية تساوي (80 km / h) بينما تسير سيارة أخري جنوباً بسرعة (80 km/h) . هل سرعتهما المتجهتان متساويتان ؟ ولماذا ؟

لا / لأنهما مختلفان في الاتجاه

جمع المتجهات (تركيب المتجهات) **عملية الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد يسمي المحصلة**



أولاً : حساب المحصلة بالطريقة الحسابية :

$$R = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

لحساب اتجاه المحصلة :

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$$

حيث (Θ) هي الزاوية **بين ذيلي المتجهين** و (α) هي زاوية **ميل المحصلة** ($\vec{R}$) **مع المتجه** ($\vec{A}$)

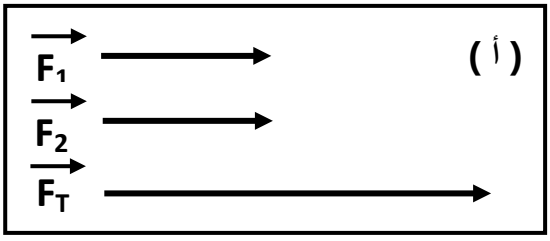
تابع جمع المتجهات

حالات خاصة بجمع المتجهات

أ) محصلة متجهين متوازيين و في اتجاه واحد : ($\Theta = 0$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 + F_2$

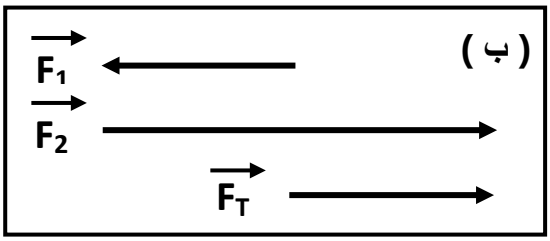
** يكون اتجاه المحصلة : **في نفس اتجاه القوتين**



ب) محصلة متجهين متوازيين و متعاكسين : ($\Theta = 180$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_2 - F_1$

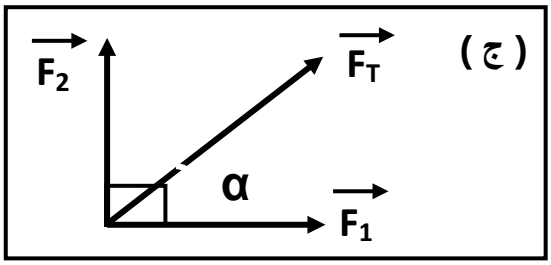
** يكون اتجاه المحصلة : **في اتجاه القوة الكبرى**



ج) محصلة متجهين متعامدين : ($\Theta = 90$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

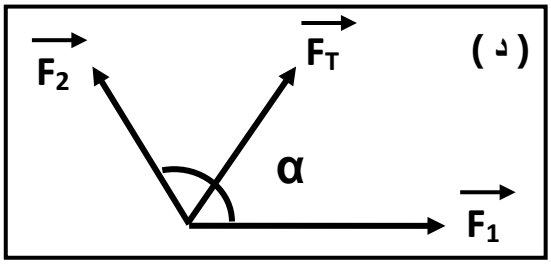
** يكون اتجاه المحصلة : $\tan\alpha = \frac{F_2}{F_1}$



د) محصلة متجهين متساويين و بينهما زاوية ($\Theta = 120$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 = F_2$

** يكون اتجاه المحصلة : $\alpha = 60$

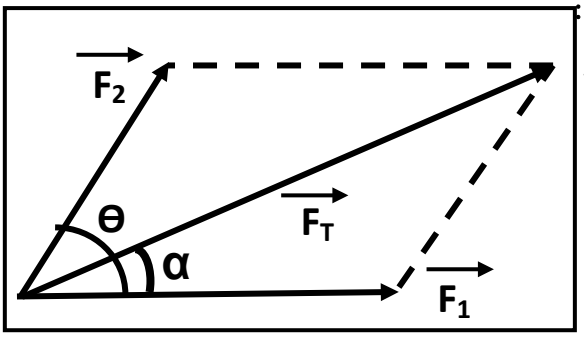


ثانياً : الطريقة البيانية (الهندسية) أو (متوازي الأضلاع) :

1- نمثل كل متجه بمقياس رسم مناسب بحيث تكون الزاوية Θ بينهما

2- نكمل متوازي الأضلاع و نرسم قطره من نقطة التقاء المتجهين

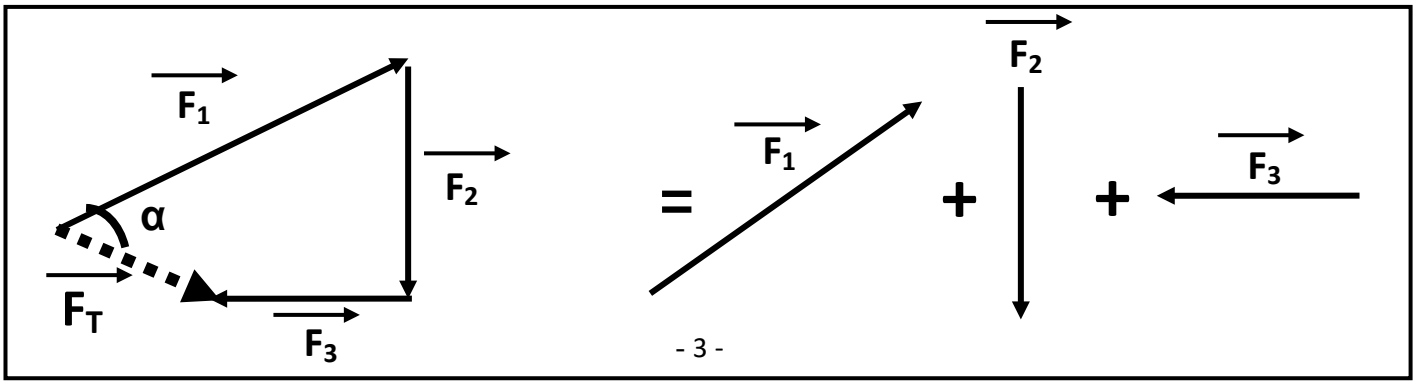
3- نقيس طول قطر متوازي الأضلاع و نضرب الناتج بمقياس الرسم فيكون هو مقدار المحصلة ونجد اتجاه المحصلة بقياس الزاوية α



ثالثاً : جمع عدة متجهات :

1- المتجهات ترسم رأساً بذيل والمحصلة تكون المتجه الذي ذيله نقطة البداية ورأسه نقطة النهاية .

2- نجد اتجاه المحصلة بقياس الزاوية بين المحصلة والمتجه الأول .



1- يتساوي الجمع العددي مع الجمع الاتجاهي ($\vec{A}+\vec{B}=A+B$) عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

2- تكون أقل محصلة عندما يكون المتجهين **متعاكسين** وأكبر محصلة عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

3- تقل المحصلة بين المتجهين كلما زادت **الزاوية المحصورة بينهما**

4- محصلة متجهين بيانياً تساوي **قطر** متوازي الأضلاع

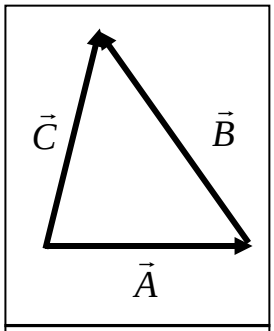
5- العوامل التي تتوقف عليها محصلة متجهين هي : 1- **مقدار المتجهين** 2- **الزاوية المحصورة بين المتجهين**

6- محصلة المضلع المقفل يساوي **صفر**

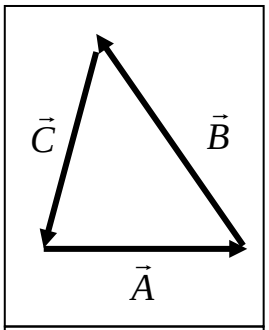
7- المحصلة تبدأ من **ذيل** المتجه الأول وتنتهي بـــ **رأس** المتجه الأخير

8- عملية جمع المتجهات عملية **أبدالية** حيث ($\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$)

9- أحسب المحصلة في كل شكل من الأشكال التالية :



$\vec{R}=\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$



$\vec{R}=0$

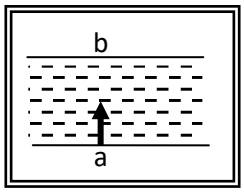
علل لما يأتي :

1- يمكن الحصول علي عدة قيم للمحصلة لنفس المتجهين .

بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين

2- تتغير السرعة التي تُحلق بها طائرة في الجو علي الرغم من ثبات السرعة التي يكسبها المحرك للطائرة .

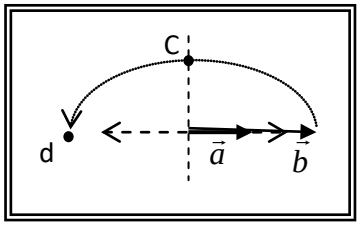
بسبب وجود رياح متغيرة السرعة لذلك تتحرك الطائرة بمحصلة سرعتها وسرعة الرياح



3- لا يستطيع سباح أن يعبر النهر من نقطة (a) إلي نقطة (b) بصورة مباشرة كما في الشكل .

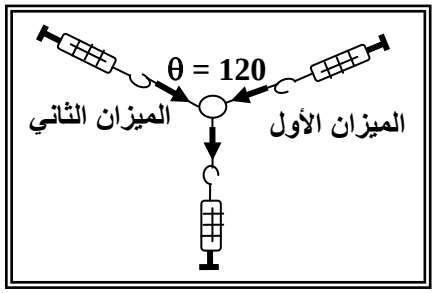
لأنه يتحرك بتأثير سرعة السباح و سرعة تيار الماء العمودي علي اتجاه سرعة السباح

ماذا يحدث :



1- لمقدار واتجاه محصلة المتجهين الموضحين بالشكل المقابل إذا دار المتجه (b) نصف دورة مروراً بالنقاط (c ، d) حول نقطة اتصاله بالمتجه (a) .

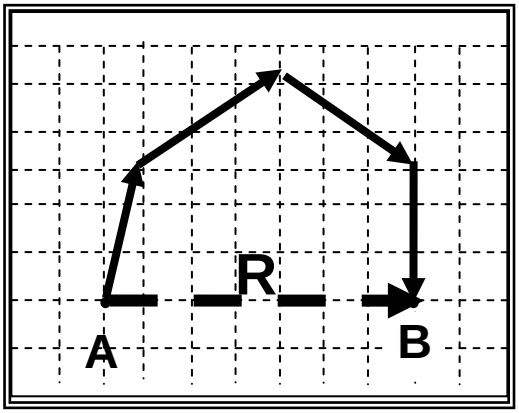
تقل تدريجيا حتى تصبح أقل ما يمكن ويتغير اتجاه المحصلة



<u>مثال 1</u> : إذا كانت قراءة كل من الميزانين الأول والثاني هي (100 N) .

أحسب قراءة الميزان الثالث :

$$F_T = F_1 = F_2 = 100N$$



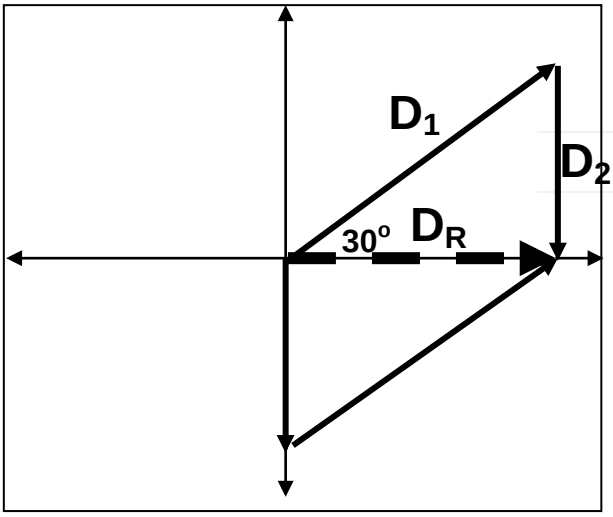
<u>مثال 2</u> : قام جهاز الحاسب الآلي لطائرة برسم المسار الذي سلكته الطائرة من لحظة إقلاعها من المدينة (A) حتى هبطت في المدينة (B) كما بالشكل المقابل .أحسب الإزاحة المحصلة للطائرة مقداراً واتجاهاً (علماً بأن مقياس الرسم المستخدم 1 cm : 300 Km)

R = 3.5 x 300 = 1050 Km **في اتجاه الشرق**

تطبيقات علي جمع المتجهات

مثال 3 : تحرك قارب ليقطع (8 km) باتجاه (30°) شمال الشرق ثم (4 km) إلي الجنوب . أحسب المحصلة مقداراً و اتجاهاً ؟

أ) بالطريقة الهندسية ؟ ب) بالطريقة الحسابية ؟



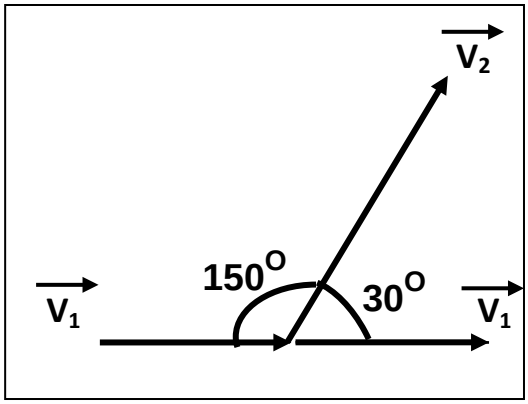
$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta}$$

$$D_R = \sqrt{8^2 + 4^2 + 2\times4\times8\cos120} = 6.9\ Km$$

$$\sin\alpha = \frac{D_2\sin\theta}{D_R} = \frac{4\times\sin120}{6.8} = 0.5$$

$$\alpha = 30^o$$

مثال 4 : في الشكل متجهين ($\vec{V}_1 = 60\ m/s$) و ($\vec{V}_2 = 80\ m/s$) . أحسب المحصلة مقداراً و اتجاهاً ؟



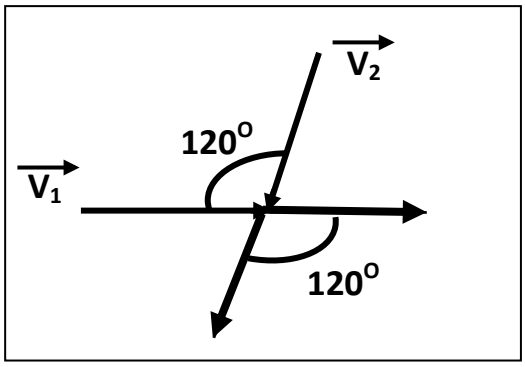
$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times60\times80\cos30} = 135.32\ m/s$$

$$\sin\alpha = \frac{V_2\sin\theta}{V_R} = \frac{80\times\sin30}{135.32} = 0.295$$

$$\alpha = 17^o$$

مثال 5 : في الشكل متجهين ($\vec{V}_1 = 60\ m/s$) و ($\vec{V}_2 = 80\ m/s$) . أحسب المحصلة مقداراً و اتجاهاً ؟



$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times60\times80\cos120} = 72.11\ m/s$$

$$\sin\alpha = \frac{V_2\sin\theta}{V_R} = \frac{80\times\sin120}{72.11} = 0.96$$

$$\alpha = 73.7^o$$

مثال 6 : متجهين قيمتهما ($\vec{A} = 20\ N$) و ($\vec{B} = 30\ N$) . فأحسب ($\vec{A} + \vec{B}$) و اتجاهه في الحالات الآتية ؟

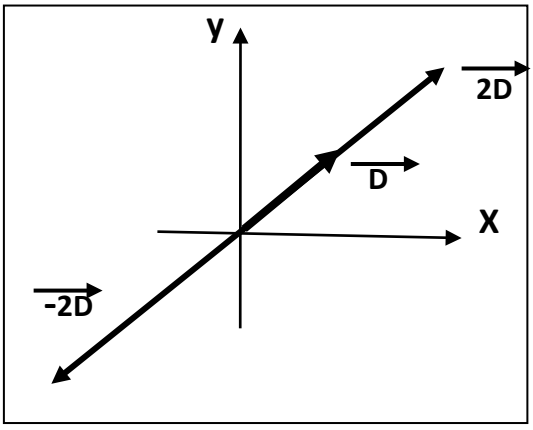
أ) أكبر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهين في اتجاه واحد) :

R = A + B = 20 + 30 = 50 N **في نفس اتجاه المتجهين**

ب) أصغر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهين متعاكسين) :

R = B - A = 30 - 20 = 10 N **في اتجاه المتجه الأكبر**

ضرب المتجهات



1- ضرب كمية عدديه موجبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجه جديد في **نفس** الاتجاه

2- ضرب كمية عدديه سالبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجه جديد في **عكس** الاتجاه

3- ضرب كمية عددية (أكبر من الواحد) × كمية متجهة

يغير **مقدار** المتجه الناتج ويغير الاتجاه إذا كانت الكمية العددية **سالبة**

علل لما يأتي :

1- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تعتبر القوة كميه متجهة .

لأنها حاصل ضرب كمية عددية (الكتلة m) في كمية متجهة (العجلة a)

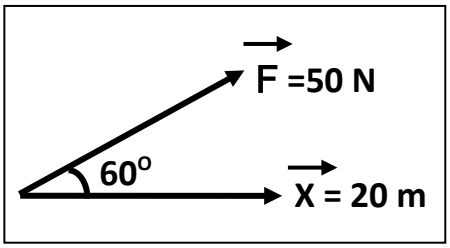
2- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تكون القوة دائماً في نفس اتجاه العجلة .

لأن الكتلة m كمية عددية موجبة

ضرب المتجهات	1- الضرب العددي (القياسي) أو (النقطي) أو (الداخلي)	2- الضرب الاتجاهي (التقاطعي) أو (الخارجي)
العلاقة الرياضية	$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$	$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta$
ناتج الضرب	**كمية عددية**	**كمية متجهة**
تنعدم قيمة الناتج	**المتجهين متعامدين** لأن $\cos 90 = 0$	**المتجهين متوازيين** لأن $\sin 0 = 0$
أكبر قيمة للناتج	**المتجهين متوازيين** لأن $\cos 0 = 1$	**المتجهين متعامدين** لأن $\sin 90 = 1$
صفاته	**عملية أبدالية**	**عملية ليست أبدالية**
العوامل	**مقدار المتجهين - الزاوية بينهما**	**مقدار المتجهين - الزاوية بينهما**

الضرب العددي

$$W = \vec{F}\cdot\vec{X} = FX\cos\theta$$

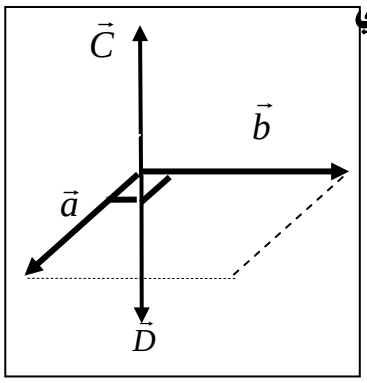


مثال : قوة مقدارها (50 N) تسبب إزاحة للجسم قدرها (20 m) وتصنع مع القوة زاوية (60°) . أحسب مقدار الشغل الناتج .

W = F X COSΘ = 50 X 20 COS 60 = 500 J

تابع ضرب المتجهات

الضرب الاتجاهي **متجه جديد يساوي مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين**



1- يكون اتجاه ناتج الضرب الاتجاهي عمودي علي المتجهين ويحدد بقاعدة اليد اليمني

2- متجه ($\vec{C}$) = $\vec{a}\times\vec{b}$ واتجاهه لأعلي أو خارج الصفحة

3- متجه ($\vec{D}$) = $\vec{b}\times\vec{a}$ واتجاهه لأسفل أو داخل الصفحة

4- يتساوي الضرب العددي مع الاتجاهي عند Θ = 45 لأن COS 45 = SIN 45

5- إذا كان حاصل الضرب القياسي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما Θ = 0

6- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما Θ = 90

7- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي مثلي حاصل الضرب العددي لنفس المتجهين

فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي Θ = 63.4

8- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي نصف حاصل الضرب العددي لنفس المتجهين

فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي Θ = 26.5

علل لما يأتي :

1- يسمي الضرب القياسي بهذا الاسم بينما الضرب الاتجاهي بهذا الاسم .

لأن ناتج الضرب القياسي كمية عددية بينما ناتج الضرب الاتجاهي كمية متجهة

2- الشغل كمية فيزيائية عددية (قياسية) .

لأن الشغل ناتج الضرب العددي لمتجه القوة و متجه الإزاحة

3- الضرب العددي عملية أبدالية بينما الضرب الاتجاهي عملية ليست أبدالية .

لأن في الضرب العددي $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$ أي لا يؤثر على ناتج الضرب

بينما في الضرب الاتجاهي $\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$ يتغير اتجاه المتجه الناتج أي يؤثر على اتجاه ناتج الضرب

مثال 1 : متجهان متساويان ومتوازيان حاصل ضربهما القياسي (25) unit^2 . أحسب :

أ) مقدار حاصل ضربهما الاتجاهي :

$$\vec{A}\times\vec{A}=A^2.\sin 0=0$$

ب) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A}.\vec{A}=A^2.\cos\theta \Rightarrow 25=A^2.\cos 0 \Rightarrow A=5 \text{ unit}$$

$$R=A+A=5+5=10 \text{ unit}$$

مثال 2 : متجهان متساويان ومتعامدين حاصل ضربهما الاتجاهي $(36)\ unit^2$. أحسب :

أ) مقدار حاصل ضربهما القياسي :

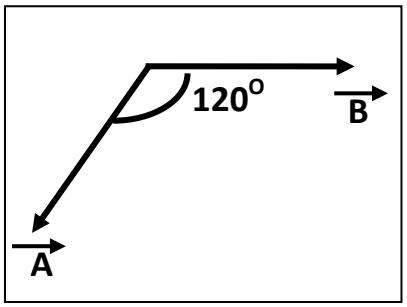
$$\vec{A}.\vec{A} = A^2.\cos 90 = 0$$

ب) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A}.\vec{A} = A^2.\cos\theta \ \Rightarrow\ 36 = A^2.\cos 90 \ \Rightarrow\ A = 6\ \text{unit}$$

$$R = \sqrt{A^2 + A^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8.48\ \text{unit}$$

مثال 3 : متجهين مقدارهما ($\vec{A} = 6\,\text{unit}$) و ($\vec{B} = 8\,\text{unit}$) . فأحسب :



أ) مقدار $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ واتجاهه : **عمودي على مستوى المتجهين لأسفل**

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta = 8 \times 6\sin 120 = 41.56\ \text{unit}^2$$

ب) مقدار $\vec{D} = \vec{B} \times \vec{A}$ واتجاهه : **عمودي على مستوى المتجهين لأعلي**

$$\vec{D} = \vec{B} \times \vec{A} = AB\sin\theta = 8 \times 6\sin 120 = 41.56\ \text{unit}^2$$

ج) ما العلاقة بين المتجهين $\vec{D}$ و $\vec{C}$:

$$\vec{C} = -\vec{D} \ \Leftrightarrow\ \vec{D} = -\vec{C}$$

د) مقدار $\vec{A} \cdot \vec{B}$:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta = 6 \times 8\cos 120 = -24\ \text{unit}^2$$

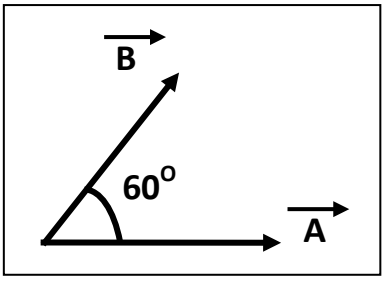
د) مقدار $\vec{A} + \vec{B}$ و اتجاهه :

$$R = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2 + 2 \times 6 \times 8\cos 120} = 7.2\ \text{unit}$$

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R} = \frac{8\sin 120}{7.2} \Rightarrow \alpha = 73.7^{o}$$

مثال 4 : متجهين مقدارهما ($\vec{A} = 6\,\text{unit}$) و ($\vec{B} = 8\,\text{unit}$) . فأحسب :



أ) مقدار $\vec{A} \cdot \vec{B}$:

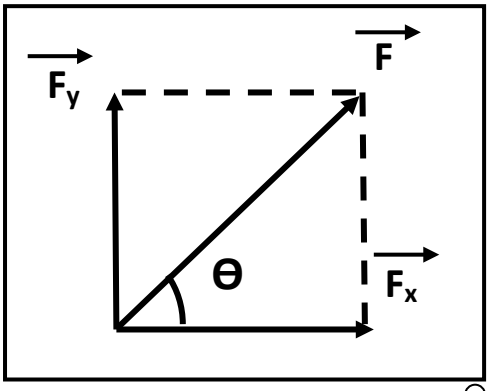
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta = 6 \times 8\cos 30 = 41.56\ \text{unit}^2$$

ب) مقدار $\vec{A} \times \vec{B}$ و اتجاهه : **عمودي على مستوى المتجهين لأعلي**

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta = 8 \times 6\sin 30 = 24\ \text{unit}^2$$

تحليل المتجهات

تحليل المتجهات **عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين متعامدين**



* من الشكل المقابل باستخدام نظرية فيثاغورث نستنتج العلاقات الاتية :

المركبة الأفقية $\cos\theta = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\theta$

المركبة الرأسية $\sin\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta$

مقدار المحصلة $F = \sqrt{F_X^{\,2} + F_y^{\,2}}$

اتجاه المحصلة $\tan\theta = \frac{F_y}{F_X}$

1- تتساوي المركبة الأفقية مع المركبة الرأسية $(F_x = F_y)$ عند **Θ = 45** لأن **SIN 45 = COS 45**

2- المركبة الأفقية تساوي مقدار المتجه الأصلي $(F_x = F)$ عند **Θ = 0** لأن **COS 0 = 1**

3- المركبة الرأسية تساوي مقدار المتجه الأصلي $(F_y = F)$ عند **Θ = 90** لأن **SIN 90 = 1**

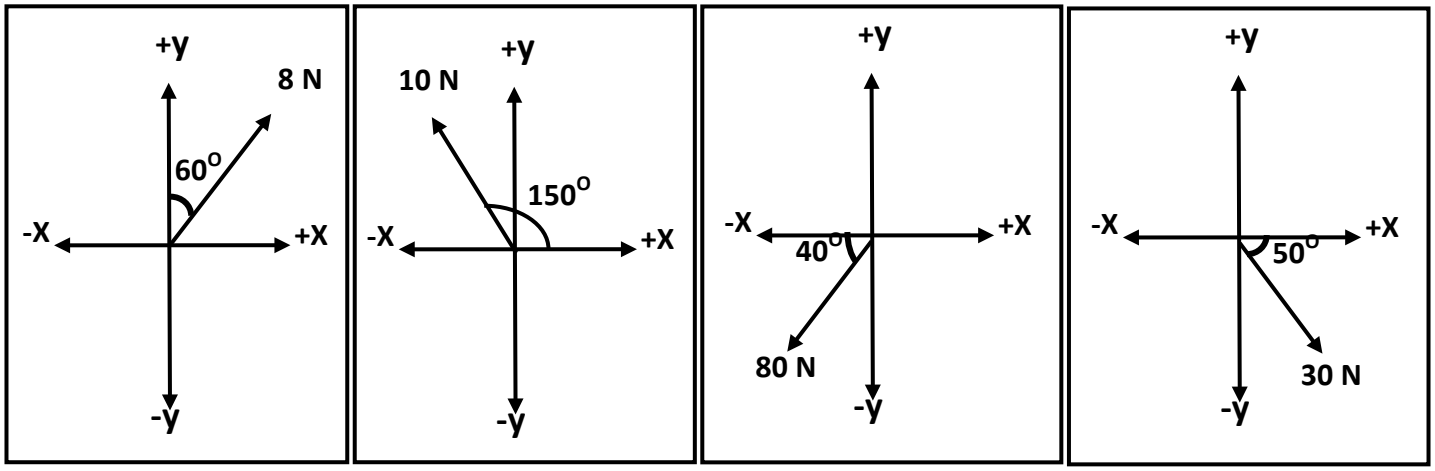
4- المركبة الأفقية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه $(F_x = -F)$ عند **Θ = 180** لأن **COS 180 = -1**

5- المركبة الراسية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه $(F_y = -F)$ عند **Θ = 270** لأن **sin 270 = -1**

6- إذا كانت محصلة متجهين متعامدين تساوي **(20N)** والمركبة الأفقية لهذه المحصلة تساوي **(10N)**

فأن الزاوية بين المركبة الأفقية والمحصلة تساوي **60** والزاوية بين المركبة الرأسية والمحصلة تساوي **30**

مثال 1 : أحسب المركبة الأفقية و المركبة الرأسية لكل قوة من القوى الموضحة بالشكل :



$F_X = 8 \text{ SIN } 60$ $F_y = 8 \text{ COS } 60$	$F_X = -10 \text{ COS } 30$ $F_y = 10 \text{ SIN } 30$	$F_X = -80 \text{ COS } 40$ $F_y = -80 \text{ SIN } 40$	$F_X = 30 \text{ COS } 50$ $F_y = -30 \text{ SIN } 50$

تابع تحليل المتجهات

علل لما يأتي :

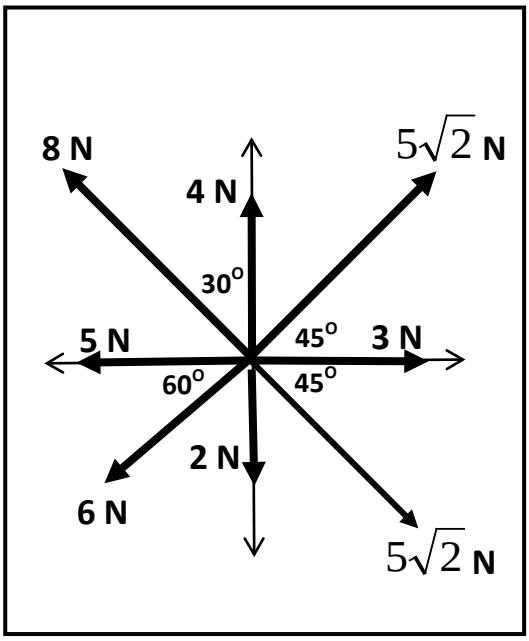
1- تحليل المتجهات عملية معاكسة لجمع المتجهات

لأن التحليل عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين بينما الجمع عملية الاستعاضة عن متجهين بمتجه واحد

2- تحليل المتجهات أفضل من جمع المتجهات في حساب المحصلة

لأن تحليل المتجهات يمكنه حساب محصلة عدة متجهات بينما جمع المتجهات يمكنه جمع متجهين فقط

مثال 2 : أحسب محصلة القوى الموضحة بالشكل المقابل .

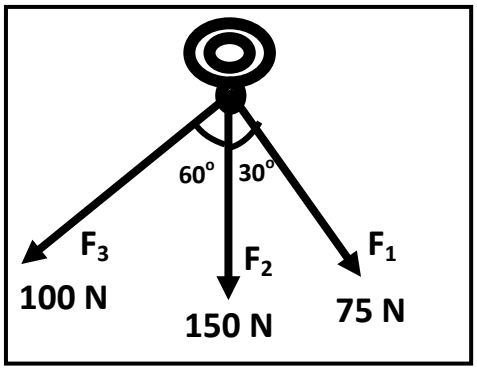


	F_X	F_y
F_1	3	0
F_2	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	$5\sqrt{2}\sin 45 = 5$
F_3	0	4
F_4	$-8\sin 30 = -4$	$8\cos 30 = 6.9$
F_5	- 5	0
F_6	$-6\cos 60 = -3$	$-6\sin 60 = -5.2$
F_7	0	- 2
F_8	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	$-5\sqrt{2}\sin 45 = -5$
F_T	1	3.7

$$F = \sqrt{F_X^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{1^2 + 3.7^2} = 3.8\ \text{N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X} = \frac{3.7}{1} = 3.7 \Rightarrow \theta = 74.8^{\circ}$$

مثال 3 : حلقة معدنية يتم شدها بثلاث قوي . أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً .

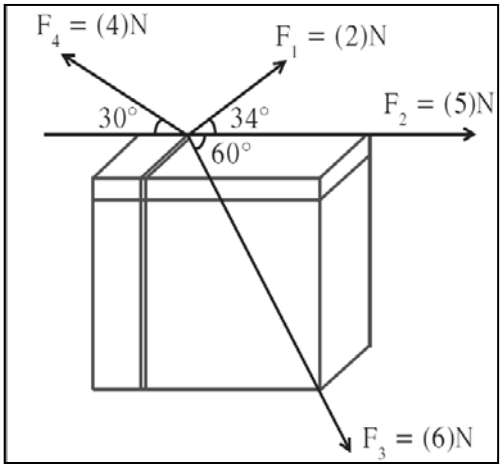


	F_X	F_y
F_1	75 SIN 30 = 37.5	- 75 COS 30 = - 64.95
F_2	0	- 150 N
F_3	- 100 SIN 60 = - 86.6	-100COS60=-50N
F_T	- 49.1	- 264.95

$$F = \sqrt{F_X^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{(-49.1)^2 + (-264.95)^2} = 269.46\ \text{N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X} = \frac{-264.95}{-49.1} = 5.39 \Rightarrow \theta = 79.5^{\circ}$$

مثال 4 : من الشكل المقابل . أحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً .

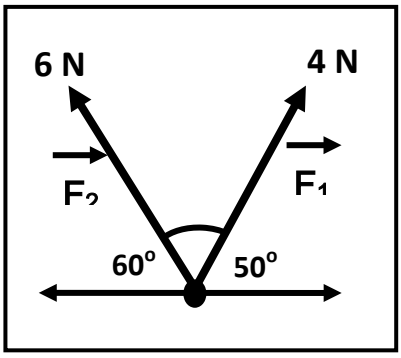


F_y	F_X	
2 sin 34 = 1.1	2 cos 34 = 1.65	F_1
0	5	F_2
- 6 sin 60 = - 5.2	6 cos 60 = 3	F_3
4 sin 30 = 2	- 4 cos 30 = - 3.46	F_4
- 2.1	6.19	F_T

$$F = \sqrt{F_X^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{(6.19)^2 + (-2.1)^2} = 6.5\ N$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X} = \frac{-2.1}{6.19} = -0.339 \Rightarrow \theta = -18.7^O$$

مثال 5 : من الشكل . أحسب : أ) المحصلة مقداراً واتجاهاً بطريقة جمع المتجهات



$$F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$F = \sqrt{(4)^2 + (6)^2 + 2\times 4\times 6\cos 70} = 8.27\ N$$

$$\sin\alpha = \frac{F_2 \sin\theta}{F_R} = \frac{6\sin 70}{8.27} = 0.681 \Rightarrow \theta = 43^O$$

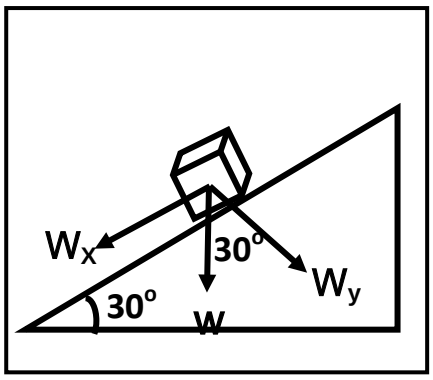
ب) أحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً بطريقة تحليل المتجهات

F_y	F_X	
4 sin 50 = 3	4 cos 50 = 2.57	F_1
6 sin 60 = 5.25	6 cos 60 = -3	F_2
8.25	- 0.43	F_T

$$F = \sqrt{(-0.43)^2 + (8.25)^2} = 8.27\ N$$

$$\tan\theta = \frac{8.25}{-0.43} = -19.1 \Rightarrow \theta = -87^O$$

مثال 6 : جسم كتلته (50 kg) موضوع علي مستوي مائل بزاوية (30°) مع المحور الأفقي . أحسب :



أ) القوة اللازمة لتحريك الجسم علي المستوي المائل (المركبة الأفقية للوزن) :

$$F = W_x = W \sin\Theta = mg \sin\Theta = 50 \times 10 \sin 30 = 250\ N$$

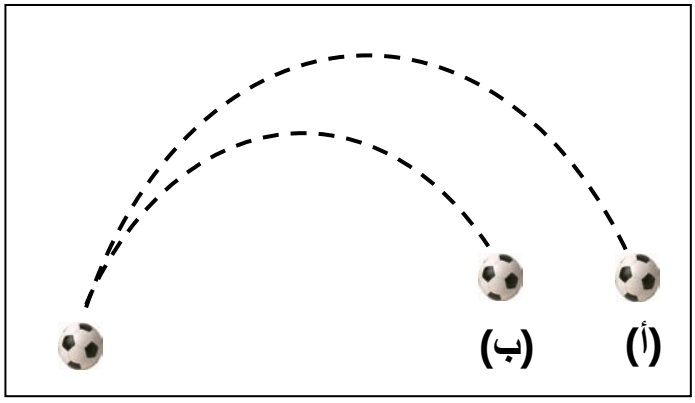
ب) قوة رد الفعل للمستوي المائل (المركبة الراسية للوزن) :

$$N = W_y = W \cos\Theta = mg \cos\Theta = 50 \times 10 \cos 30 = 433\ N$$

الدرس (1- 3) : حركة القذيفة

المقذوفات **الأجسام التي تقذف في الهواء و تتعرض لقوة الجاذبية الأرضية**

** من الشكل المقابل :



1- شكل المسار في (أ) : **قطع مكافئ مثالي**

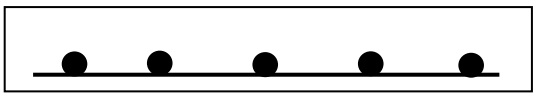
2- شكل المسار في (ب) : **قطع مكافئ غير مثالي**

3- بم تفسر اختلاف شكل المسارين ؟

بسبب مقاومة الهواء تبطئ سرعة الكرة في شكل (ب)

وتسقط الكرة أسفل القطع المكافئ

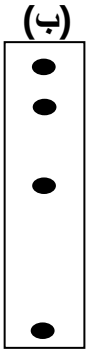
** من الشكل المقابل :



أ) عند دحرجة كرة علي سطح أفقي عديم الاحتكاك

الحدث : **سرعة الكرة منتظمة أو الكرة تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية**

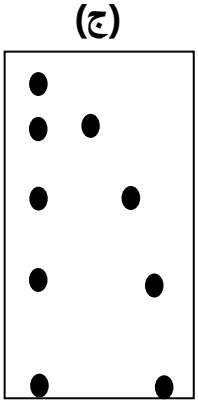
السبب : **عدم وجود قوة أفقية** ($F_X = 0$) **وعدم وجود عجلة أفقية** ($a = 0$)



ب) عند إسقاط الكرة لأسفل

الحدث : **سرعة الكرة متزايدة**

السبب : **وجود قوة رأسية** (F_y) **و وجود عجلة رأسية هي عجلة الجاذبية الأرضية** (g)



ج) عند سقوط كرتان في نفس اللحظة أحدهما تسقط سقوط حر والأخرى أفقياً بإهمال مقاومة الهواء

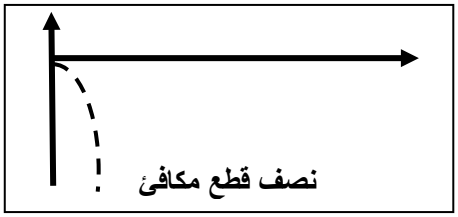
الحدث : **تصل الكرتان معا للأرض في اللحظة نفسها**

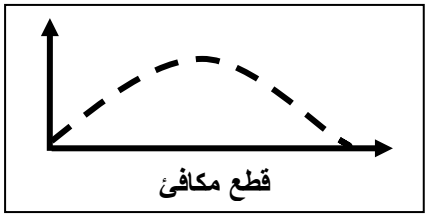
السبب : **لأنهما يتحركان بنفس العجلة هي عجلة الجاذبية الأرضية** (g)

حركة القذيفة **حركة مركبة من حركة رأسية منتظمة العجلة وحركة أفقية منتظمة السرعة**

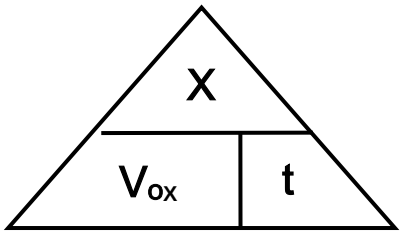
علل : تتبع المقذوفات المسار المنحني بعد انطلاقها .

لأن الحركة الأفقية والحركة الراسية للقذيفة غير مترابطتين (آنيتين)



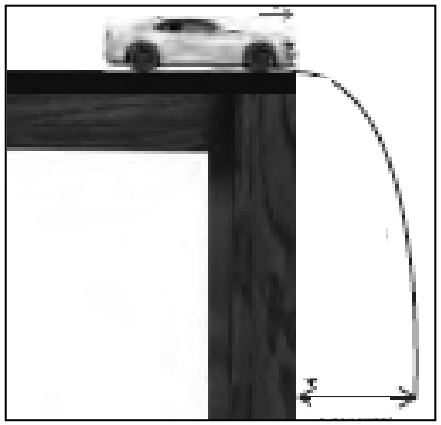


زاوية إطلاق القذيفة = 90°	زاوية إطلاق القذيفة = 0	زاوية إطلاق بين (90° – 0)
شكل المسار **خط رأسي**	شكل المسار **نصف قطع مكافئ**	شكل المسار **قطع مكافئ**

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي (θ = 0)	
** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
السرعة الأفقية ثابتة لأن العجلة (a = 0)	**السرعة الابتدائية** ($V_{0y} = 0$) **والعجلة** (a = g)
$X = V_{oX} \cdot t$ 	$V_y = V_{oy} + gt = gt$ $V_y^{\ 2} = V_{oy}^{\ 2} + 2gy = 2gy$ $y = V_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2$

** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
* المركبة الأفقية للسرعة : $V_X = V_{oX} = \frac{X}{t}$	* المركبة الرأسية للسرعة : $V_y = gt = \sqrt{2gy}$
* المسافة الأفقية (المدى الأفقي) : $X = V_x \cdot t$	* الارتفاع الرأسي : $y = \frac{1}{2}gt^2$
* زمن السقوط : $t = \frac{X}{V_X}$	* زمن السقوط : $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
* السرعة الكلية : $V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2}$	* اتجاه السرعة الكلية : $\tan\theta = \frac{V_y}{V_X}$

<u>مثال 1</u> : دفع ولد سيارته عن طاولة ارتفاعها (125 cm) لتسقط علي الأرض عند نقطة تبعد أفقياً (40 cm)



أ) أحسب الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصطدم بالأرض :

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2\times1.25}{10}} = 0.5\,s$$

ب) أحسب سرعة السيارة لحظة انطلاقها مبتعدة عن سطح الطاولة :

$$V_X = V_{oX} = \frac{X}{t} = \frac{0.4}{0.5} = 0.8\,m \quad \Leftrightarrow \quad V_{oy} = 0$$

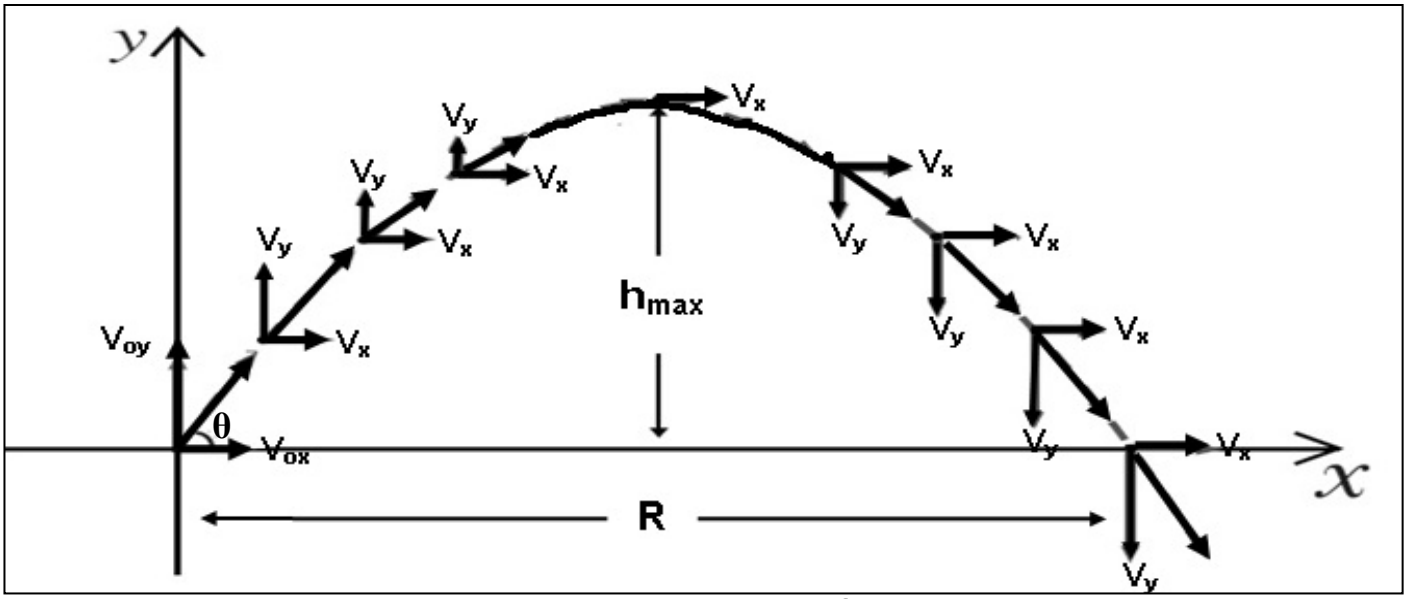
ج) أحسب مقدار سرعة السيارة واتجاهها لحظة اصطدامها بالأرض :

$$V_y = gt = 10\times0.5 = 5\,m/s$$

$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{0.8^2 + 5^2} = 5\,m/s$$

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_X} = \frac{5}{0.8} \Rightarrow \theta = 81^o$$

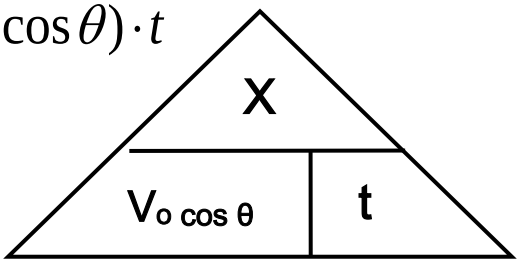
الدرس (1-3) : حركة قذيفة أطلقت بزاوية



** تحليل متجه السرعة الابتدائية :

$$V_{0X} = V_0 \cos\theta$$

$$V_{0y} = V_0 \sin\theta$$

** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
المركبة الأفقية للسرعة ثابتة	**المركبة الرأسية للسرعة متناقصة**
$X = (V_0 \cos\theta)\cdot t$ 	$V_y = (V_0 \sin\theta) - gt$ $V_y^2 = (V_0 \sin\theta)^2 - 2gy$ $y = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

المدى الأفقي : **المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول علي المحور الأفقي**

معادلة المسار : **علاقة بين مركبة الحركة الأفقية و مركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن**

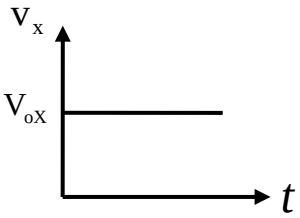
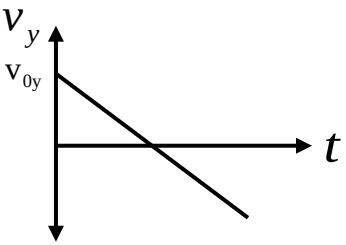
**** استنتاج معادلة المسار** :

$$* \; t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

$$* \; y = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$* \; y = (V_0 \sin\theta)\left(\frac{X}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{X^2}{V_0^2 \cos^2\theta}\right)$$

$$* \; y = (\tan\theta)X - \left(\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta}\right)X^2$$

حركة القذيفة	الاتجاه الأفقي	الاتجاه الرأسي
القوة واتجاهها (بإهمال الاحتكاك)	**لا توجد قوة في الاتجاه الأفقي** $\vec{F}_X = 0$	**قوة جذب الأرض (وزن الجسم)** **و اتجاهها رأسياً لأسفل** $\vec{F}_y = m \cdot g$
نوع الحركة	**حركة بسرعة منتظمة** (**العجلة الأفقية صفر** a = 0)	**حركة بسرعة متناقصة ثم متزايدة** (**العجلة الراسية منتظمة** g = 10)
السرعة الابتدائية	$v_{0X} = v_0 \cos\theta$	$v_{0y} = v_0 \sin\theta$
معادلة السرعة في أي لحظة	$v_X = v_{0X} = v_0 \cos\theta$	$v_y = v_0 \sin\theta - gt$
معادلة المسافة (موقع الجسم)	$X = v_0 \cos\theta \cdot t$	$y = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$
معادلة الزمن	$t' = 2t = 2.(\frac{v_0 \sin\theta}{g})$	$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصي ارتفاع	$R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$	
شكل منحني (v - t)	المركبة الأفقية للسرعة والزمن للقذيفة 	المركبة الراسية للسرعة والزمن للقذيفة 

1- تكون مركبة السرعة الراسية للقذيفة عند أقصي ارتفاع (الذروة) تساوي **صفر**

2- تكون سرعة القذيفة عند أقصي ارتفاع (الذروة) تساوي **السرعة الأفقية فقط** $V_T = V_X$

3- يكون أكبر مدي للقذيفة عند إطلاقها بزاوية إطلاق **45** وأقصي ارتفاع عند إطلاقها بزاوية إطلاق **90**

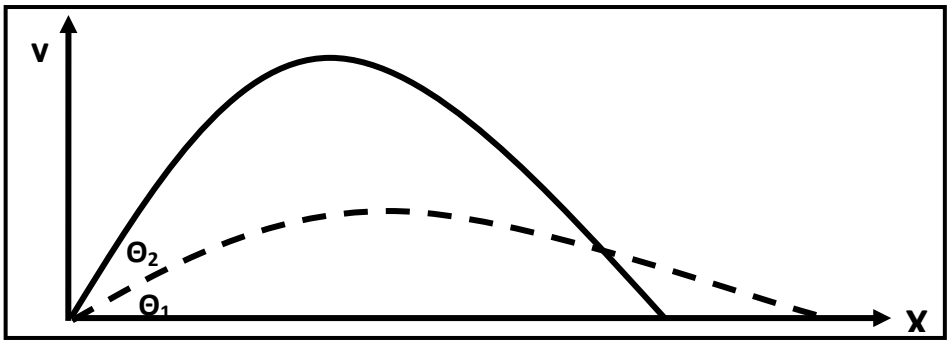
4- قذيفتين مختلفتين في الكتلة حيث كتلة الأولي (m) وكتلة الثانية (2 m) أطلقت كل منهما بزاوية (Θ) فإذا كان مدي القذيفة الأولي (R) وارتفاعها (y) فأن مدي القذيفة الثانية يكون **R** وارتفاعها **y**

5- زمن الوصول للمدى يساوي **مثلي** زمن الوصول إلي أقصي ارتفاع .

6- عند دراسة المقذوفات بعيدة المدى يجب أن يدخل في الاعتبار انحناء سطح الأرض وبالتالي عندما يطلق المقذوف سيجعله يسقط حول الأرض ويصبح **قمر صناعي**

تابع حركة قذيفة أطلقت بزاوية

** العلاقة بين زاوية الإطلاق والمدى وأقصي ارتفاع :



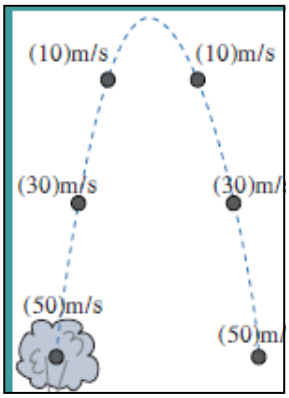
وجه المقارنة	زاوية إطلاق أكبر	زاوية إطلاق أقل
مركبة السرعة الراسية (V_y) وارتفاع القذيفة (h_{max})	**أكبر**	**أقل**
مركبة السرعة الأفقية (V_x) ومدي القذيفة (R)	**أقل**	**أكبر**

ماذا يحدث :

** بإهمال مقاومة الهواء (بإهمال الاحتكاك) :

1- إذا قذف جسمان بنفس السرعة أحدهما بزاوية (60°) والآخر بزاوية (30°) . (مجموعهما 90°)

يصلان لنفس المدى و لكن المقذوف بزاوية أكبر يصل لارتفاع أكبر و يستمر بالهواء زمن أطول



2- لعجلة القذيفة أثناء صعودها وأثناء هبوطها .

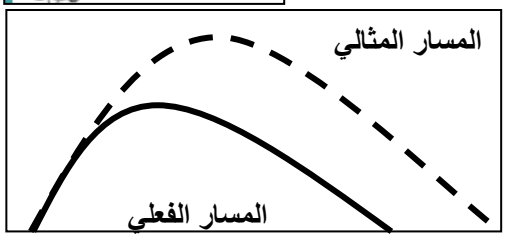
عجلة التسارع للقذيفة أثناء الهبوط تساوي عجلة التباطؤ للقذيفة أثناء الصعود

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض .

سرعة اصطدام القذيفة بالأرض تساوي سرعة إطلاق القذيفة

4- لمدي وارتفاع قذيفتين مختلفتين الكتلة القذيفة الأولي كتلتها (m_1) والثانية كتلتها (m_2)

القذيفتين يكون لهما نفس المدى و نفس الارتفاع



** عدم إهمال مقاومة الهواء (وجود الاحتكاك) :

1- لارتفاع القذيفة : **يقل ارتفاع القذيفة**

2- لمسار القذيفة : **يتحول مسارها من مسار مثالي (قطع مكافئ حقيقي) إلي مسار فعلي (قطع مكافئ غير حقيقي)**

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض : **تقل سرعة اصطدام القذيفة بالأرض عن سرعة إطلاق القذيفة**

** العوامل التى يتوقف عليها كل من :

1- معادلة المسار : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

2- أقصي ارتفاع : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

3- المدى الأفقي : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

4- شكل المسار : **زاوية الإطلاق**

** افترض أن جسماً قذف بالسرعة نفسها وفي الاتجاه نفسه علي الأرض والقمر . ماذا يحدث للكميات التالية :

1- المركبة الأفقية للسرعة : **السرعة الأفقية ثابتة لأنها لا تتوقف علي العجلة** $V_x = V_0 \cos\theta$

2- زمن تحليق الجسم : **زمن التحليق يزداد لأن العجلة تقل علي سطح القمر** $t = \frac{V_o \sin\theta}{g}$

3- أقصي ارتفاع : **أقصي ارتفاع يزداد لأن العجلة تقل علي سطح القمر** $h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

4- المدى الأفقي : **المدى الأفقي يزداد لأن العجلة تقل علي سطح القمر** $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

علل لما يأتي :

1- سرعة المقذوف منتظمة (ثابتة) في الاتجاه الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفر ($F_X = 0$) و العجلة الأفقية تساوي صفر ($a = 0$) و السرعة ثابتة

2- عدم وجود عجلة أفقية للجسم المقذوف بزاوية مع المحور الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفر($F_X = 0$) و السرعة ثابتة

3- سرعة المقذوف تتناقص تدريجياً بانتظام في الاتجاه الراسي إلي أعلي .

لأن المقذوف يتحرك بعجلة تباطؤ سالبة و هي عجلة الجاذبية الأرضية

4- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر يكون ارتفاعها كبير و يكون مداها صغير .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أكبر و مركبة السرعة الأفقية (V_x) أقل

5- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أقل يكون ارتفاعها صغير ويكون مداها كبير .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أقل و مركبة السرعة الأفقية (V_x) أكبر

6- يكون أكبر مدى للقذيفة عند إطلاقها بزاوية ($\Theta = 45^o$) .

لأن $R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ **حيث** $\sin(2 \times 45) = 1$ **وبالتالي تكون** $R = \frac{V_0^2}{g}$ **و هو أكبر مدي**

7- يتغير مسار القذيفة بتغيير زاوية الإطلاق بالنسبة إلي المحور الأفقي .

لأن من معادلة المسار فأن الزاوية (90) يصبح المسار خط رأسي والزاوية (0) يكون المسار نصف قطع مكافئ و الزاوية بين (0 – 90) يكون المسار قطع مكافئ

8- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط في غياب الاحتكاك مع الهواء .

لأن عجلة التباطؤ عند الصعود تساوي عجلة التسارع عند الهبوط (زمن صعود القذيفة لأعلي يساوي زمن الهبوط لأسفل

9- أطلقت قذيفتان كتلتاهما (m) و (2 m) بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاوية (Θ) مع المحور الأفقي فيكون المدى الأفقي للقذيفة (m) يساوي المدى الأفقي للقذيفة (2 m) .

لأن المدى لا يتوقف الكتلة حيث $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

10- أطلقت قذيفتان بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاويتي إطلاق مختلفتين الأولي بزاوية (30°) والثانية بزاوية (60°) بالنسبة إلي المحور الأفقي نفسه فإن القذيفة التي أطلقت بزاوية (60°) تصل إلي ارتفاع أكبر .

لأن مركبة السرعة الراسية (V_y) تكون أكبر للمقذوف بزاوية (60)

تطبيقات علي حركة قذيفة أطلقت بزاوية

مثال 1 : أطلق شخص سهماً في أحدي مسابقات المبارزة بسرعة ابتدائية مقدارها (40 m/s) ليصل إلي هدفه الموجود علي مسافة (60 m) بإهمال مقاومة الهواء . المطلوب :

أ) حدد قيمة الزاوية بالنسبة للمحور الأفقي حتي يتمكن الشخص من إصابة الهدف :

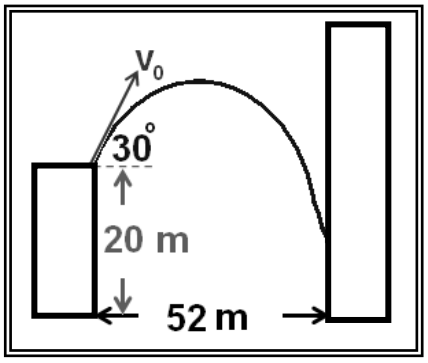
$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow 60 = \frac{40^2 \times \sin(2\theta)}{10} \Rightarrow \theta = 11$$

ب) أحسب المسافة الأفقية التي يقطعها السهم إذا أطلق بزاوية (8°) بالنسبة للمحور الأفقي :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \times \sin(2\times 8)}{10} = 44\, m$$

ج) هل يصل السهم الذي يطلقه الشخص إلي الهدف ؟ ولماذا ؟

لا يصل إلى الهدف لأن الهدف على بعد اكبر من المسافةالتي قطعتها القذيفة



مثال 2 : في الشكل قذفت كرة من حافة مبنى بسرعة (20 m/s) .

أوجد ارتفاع النقطة التي تصدم بها الكرة بالجدار .

$$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2$$

$$y = (\tan 30)\times 52 - (\frac{10}{2\times 20^2\cos^2 30})\times 52^2 = -15\, m$$

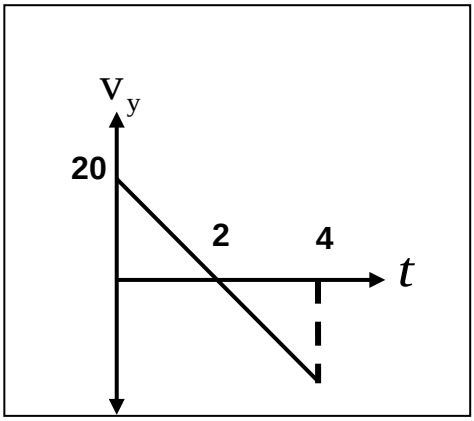
$$h = 20 - 15 = 5\, m$$

مثال 3 : يطلق صنبور ملقى على الأرض تيارا مائيا نحو الأعلى بزاوية (60°) مع المستوى الأفقي ، فإذا كانت سرعة الماء عند مغادرته للصنبور (20 m/s) على أي ارتفاع يصدم الماء جدار يقع على مسافة (5 m) .

$$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2$$

$$y = (\tan 60)\times 5 - (\frac{10}{2\times 20^2\cos^2 60})\times 5^2 = 7.4\, m$$

مثال 4 : الشكل المقابل يمثل منحني (السرعة – الزمن) لجسم مقذوف بزاوية (30°) مع الأفق . أحسب :



أ) السرعة التي قذف بها الجسم :

$$V_{0y} = V_o \sin\theta \Rightarrow 20 = V_o \sin 30 \Rightarrow V_o = 40 \text{ m/s}$$

ب) المدى الأفقي للمقذوف :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \sin(2\times 30)}{10} = 138.5\, m$$

ج) أقصي ارتفاع يبلغه المقذوف :

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{40^2 \sin^2 30}{2\times 10} = 20 \text{ m}$$

مثال 5 : أطلقت قذيفة بسرعة ابتدائية (20 m/s) وبزاوية (60°) مع المحور الأفقي . بإهمال مقاومة الهواء .

أ) أكتب معادلة المسار للقذيفة :

$$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2 = 1.73X - 0.05X^2$$

ب) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلي أقصي ارتفاع :

$$t = \frac{V_o \sin\theta}{g} = \frac{20\times\sin 60}{10} = 1.73\ s$$

ج) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلي المدى :

$$t' = 2t = 2\times 1.73 = 3.46\ s$$

د) أحسب مقدار أقصي ارتفاع تبلغه القذيفة :

$$h_{\max} = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{20^2\sin^2 60}{2\times 10} = 15\,\mathrm{m}$$

س) أحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة :

$$R = \frac{V_0^2\sin 2\theta}{g} = \frac{20^2\sin(2\times 60)}{10} = 34.6\ m$$

ص) أوجد موقع الجسم (الإحداثيات) بعد ثانية :

$$X = (\mathrm{v}_0\cos\theta).t = (20\cos 60)\times 1 = 10\ m$$

$$y = (V_o\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = (20\sin 60)\times 1 - \frac{1}{2}\times 10\times 1^2 = 12.32\ m/s$$

ز) أحسب سرعته بعد ثانية :

$$\mathrm{v_X} = \mathrm{v_{0X}} = \mathrm{v_0}\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ \mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{V_y} = V_o\sin\theta - gt = 20\sin 60 - 10\times 1 = 7.32\ \mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{V_T} = \sqrt{\mathrm{V_X^2} + \mathrm{V_y^2}} = \sqrt{10^2 + 7.32^2} = 12.39\ \mathrm{m/s}$$

و) أحسب سرعته عند أقصي ارتفاع :

$$\mathrm{V_T} = \mathrm{V_X} = 10\ \mathrm{m/s}$$

ي) أحسب متجه السرعة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض :

$$\mathrm{v_X} = \mathrm{v_{0X}} = \mathrm{v_0}\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ \mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{V_y} = V_o\sin\theta - gt = 20\sin 60 - 10\times 3.46 = -17.28\ \mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{V_T} = \sqrt{\mathrm{V_X^2} + \mathrm{V_y^2}} = \sqrt{10^2 + (-17.28)^2} = 20\ \mathrm{m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{-17.28}{10} = -1.728 \Rightarrow \theta = -60^o$$

الفصل الثاني : الحركة الدائرية

الدرس (2-1) : وصف الحركة الدائرية

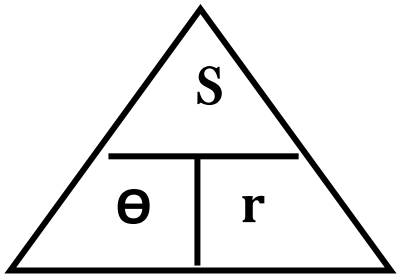
الحركة الدائرية حركة الجسم علي مسار دائري حول مركز دوران مع المحافظة علي مسافة ثابتة منه

الحركة الدائرية المنتظمة حركة جسم يقطع أقواسا متساوية خلال أزمنة متساوية (سرعة منتظمة)

وجه المقارنة	الحركة الدائرية المحورية (المغزلية)	الحركة الدائرية المدارية
التعريف	حركة جسم يدور حول محور داخلي	حركة جسم يدور حول محور خارجي
أمثلة	دوران الأرض حول محورها	دوران الأرض حول الشمس

المحور الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية

الإزاحة الزاوية الزاوية بين الخط المرجعي والخط المار بالمركز و النقطة المتحركة



** لحساب الإزاحة الزاوية (Θ) :

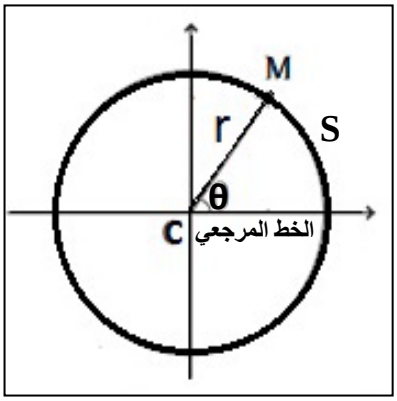
$$\theta = \frac{S}{r} = 2\pi.N$$

** لحساب محيط الدائرة (L) :

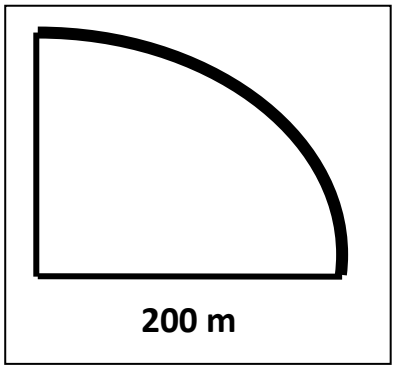
$$L = 2\pi.r$$

** (s) هي **طول القوس** (r) هي **نصف القطر** (N) هي **عدد الدورات**

** تقاس الإزاحة الزاوية بوحدة **الراديان** (rad)



مثال 1 : يقف حكم مباراة الركض في مركز المسار الدائري المخصص للسباق علي بعد (200 m) من لاعب يقف علي الخط المرجعي باتجاه الشرق يستعد للركض بالاتجاه الدائري الموجب ركض اللاعب علي المسار حتى نقطة النهاية تقع شمال الحكم علي المحور الرأسي . أحسب : أ) المسافة التي قطعها اللاعب :



$$\theta_{rad} = \frac{\theta_{Deg}}{180} \times \pi = \frac{90}{180} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$$

$$S = \theta.r = \frac{1}{2}\pi \times 200 = 314\ m$$

ب) مسافة السباق لو كان اللاعب أكمل دورة كاملة :

$$L = 2\pi.r = 2\pi \times 200 = 1256\ m$$

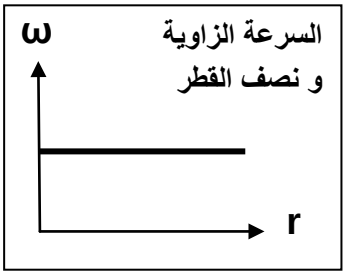
ج) عدد الدورات التي يعملها الجسم :

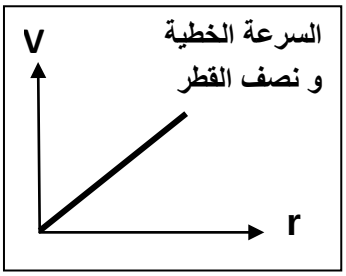
$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\pi}{2\pi} = \frac{1}{4}\ \text{rev}$$

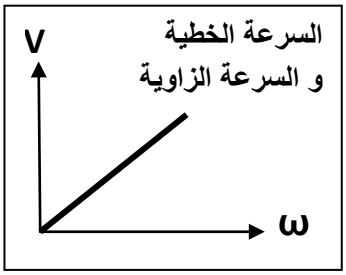
السرعة في الحركة الدائرية

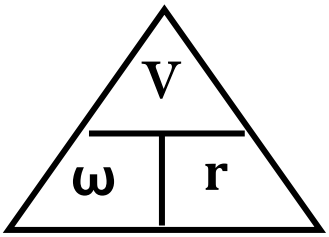
وجه المقارنة	1- السرعة الخطية (المماسية)	2- السرعة الزاوية (الدائرية)
التعريف	**طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن**	**الزاوية التي يمسحها نصف القطر في وحدة الزمن**
القانون	$V = \frac{S}{t}$	$\omega = \frac{\theta}{t}$
وحدة القياس	m/s	rad/s
العلاقة عندما يتحرك الجسم دورة كاملة	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f$	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$
العوامل	**طول القوس - الزمن الدوري - نصف القطر**	**الزاوية المركزية - الزمن الدوري - التردد**

العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية







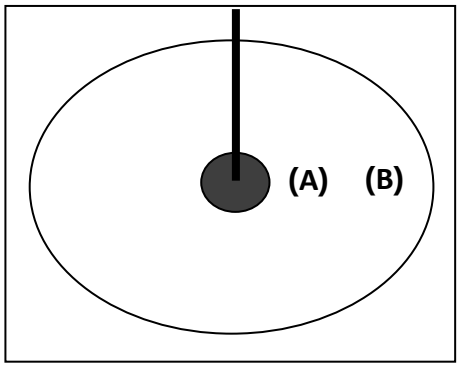


$$V = \omega . r$$

1- تتساوي السرعة الخطية مع السرعة الزاوية عندما يكون نصف قطر المسار يساوي <u>1</u>

2- إذا تحرك الجسم دورة كاملة فأن الزمن المستغرق يساوي **الزمن الدوري**

3- السرعة الخطية لجسم يدور عند الحافة الخارجية **أكبر من** السرعة الخطية لجسم يدور بالقرب من المركز



ماذا يحدث :

1- للسرعة المماسية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة :

تزداد

2- للسرعة الزاوية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة :

لا تتغير

3- للسرعة المماسية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الخطية عند (B) **مثلي السرعة الخطية عند** (A)

4- للسرعة الزاوية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الزاوية عند (B) **تساوي السرعة الزاوية عند** (A)

علل لما يأتي :

1- تسمي السرعة الخطية بالسرعة المماسية .

لأن اتجاه الحركة يكون دائماً مماساً للدائرة

2- في أي نظام دائري تكون لجميع الأجزاء السرعة الدائرية نفسها علي الرغم من تغير السرعة المماسية .

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الزاويةو نصف القطر

3- كلما زادت سرعة دوران لعبة الساقية الدوارة في المدينة الترفيهية زادت السرعة المماسية.

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الزاويةو نصف القطر

4- يكون لكل أجزاء دوران المنضدة الدوارة معدل الدوران نفسه .

لأن كل الأجزاء تدور حول محورها في الفترة الزمنية نفسها أو لها عدد الدورات نفسها في وحدة الزمن

مثال 1: شخصين سرعتهما الزاوية (2 rad/s) يدوران حول محور الأول يبعد (4 m) والثاني (8 m) عن المحور .

أحسب السرعة الخطية لكل منهما .

$$V_1 = \omega . r_1 = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s}$$

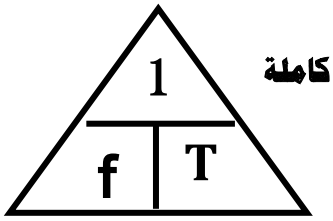
$$V_2 = \omega . r_2 = 2 \times 8 = 16 \text{ m/s}$$

التردد **عدد الدورات في وحدة الزمن**

$$f = \frac{N}{t}$$

الزمن الدوري **الزمن الذي يستغرقه الجسم لعمل دورة كاملة**

$$T = \frac{t}{N}$$



1- (N) هي عدد الدورات (t) هي الزمن الكلي

2- العلاقة بين التردد والزمن الدوري علاقة عكسية

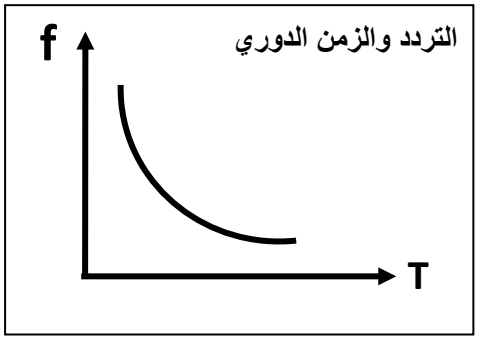
3- حاصل ضرب التردد في الزمن الدوري يساوي 1

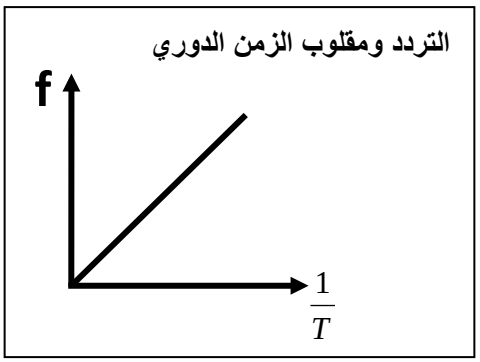
4- لحساب التردد بدلالة الزمن الدوري نستخدم العلاقة $f = \frac{1}{T}$

5- لحساب الزمن الدوري بدلالة التردد نستخدم العلاقة $T = \frac{1}{f}$

6- الوحدة الدولية لقياس الزمن الدوري هي الثانية s

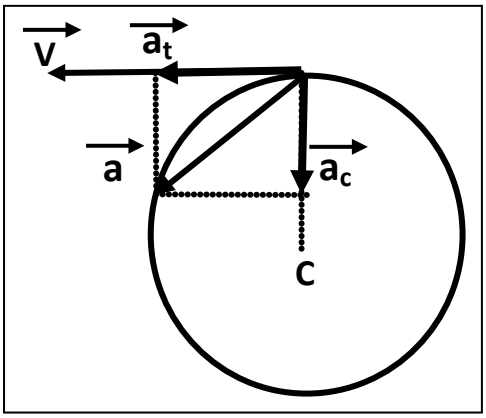
7- الوحدة الدولية لقياس التردد هي الهرتز Hz





العجلة في الحركة الدائرية

وجه المقارنة	1- العجلة الخطية	2- العجلة الزاوية
التعريف	**تغير السرعة الخطية في وحدة الزمن**	**تغير السرعة الزاوية في وحدة الزمن**
القانون	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$	$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
وحدة القياس	m/s^2	rad/s^2
العوامل	**السرعة الخطية - الزمن**	**السرعة الزاوية - الزمن**



العجلة الخطية للعجلة مركبتين متعامدتين هما :

أ) العجلة المماسية (a_t):

عجلة لها نفس اتجاه السرعة المماسية و تكون مماساً للدائرة

ب) العجلة المركزية (a_c) :

عجلة عمودية علي اتجاه السرعة المماسية و اتجاهها نحو مركز الدائرة

علل لما يأتي :

1- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفر .

بسبب ثبوت مقدار السرعة الزاوية

2- العجلة المماسية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفر .

بسبب ثبوت مقدار السرعة الخطية

3- الحركة الدائرية معجلة (بعجلة مركزية) بالرغم من ثبوت السرعة الخطية .

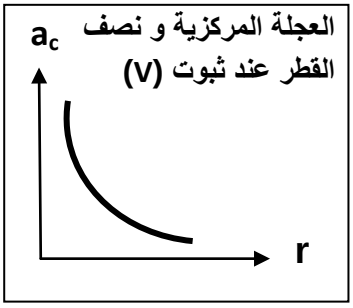
بسبب تغير اتجاه السرعة الخطية

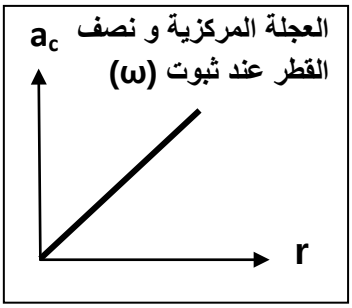
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة

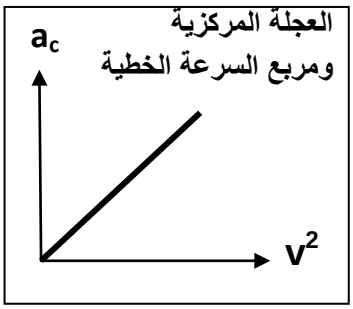
** العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة لا تساوي **صفر** ولكن تساوي مقدار **العجلة المركزية**

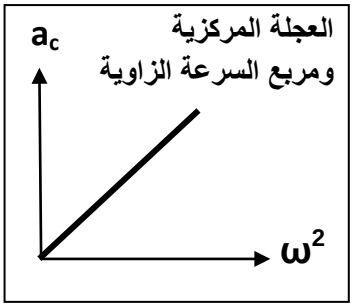
$$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2 . r$$

** العوامل التي تتوقف عليها مقدار العجلة المركزية : 1- **نصف القطر** 2- **السرعة الخطية (السرعة الزاوية)**









معادلات الحركة الدائرية المنتظمة العجلة

معادلات الحركة الخطية منتظمة العجلة

$$* V = V_0 + at$$

$$* X = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$* a = \frac{V - V_0}{t}$$

معادلات الحركة الدائرية منتظمة العجلة

$$* \omega = \omega_0 + \theta'' t$$

$$* \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \theta'' t^2$$

$$* \theta'' = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

1- السرعة الخطية (V) تستبدل بـ السرعة الزاوية (ω)

2- السرعة الابتدائية (V_0) تستبدل بـ السرعة الزاوية الابتدائية (ω_0)

3- العجلة الخطية (a) تستبدل بـ العجلة الزاوية (θ'')

4- الإزاحة الخطية (X) تستبدل بـ الإزاحة الزاوية (θ)

5- إذا أنطلق الجسم من نقطة المرجع فتكون (Θ_0) تساوي صفر

6- إذا أنطلق الجسم من السكون فتكون (ω_0) تساوي صفر

7- لحساب الإزاحة الزاوية بدلالة عدد الدورات ($\theta = 2\pi \cdot N$)

مثال 1 : يدور قرص حول محور من السكون وبعجلة زاوية منتظمة ($20\ rad/S^2$) بعد مرور (10) ثواني .

(علماً بأن القرص انطلق من السكون من نقطة مرجعية $\Theta_0 = 0$) . أحسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = \omega_0 + \theta'' t = 0 + 20 \times 10 = 200\ rad/s$$

ب) الإزاحة الزاوية :

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \theta'' t^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 20 \times 10^2 = 1000\ rad$$

ج) عدد الدورات :

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159\ rev$$

مثال 2 : تدور عجلة مسننة بسرعة زاوية (10 rad/S) ثم توقفت بعد مرور ثانيتين . أحسب :

أ) العجلة الزاوية :

$$\theta'' = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 10}{2} = -5\ rad/s^2$$

ب) الإزاحة الزاوية :

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \theta'' t^2 = 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times -5 \times 2^2 = 10\ rad$$

الدرس (2-2) : القوة الجاذبة المركزية

القوة الجاذبة المركزية

القوة التي تسبب الحركة الدائرية و يكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة

أو محصلة عدة قوى مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة

** من أمثلة القوة الجاذبة المركزية : **الشمس والأرض - الإلكترون والنواة - دوران السيارة حول مسار دائري**

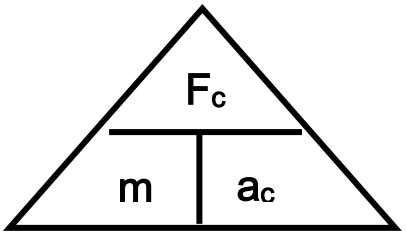
** من الشكل المقابل بما تفسر :

1- دوران السيارة في المنحني في الشكل الأول .

لأن قوة الاحتكاك أكبر من أو تساوي القوة الجاذبة المركزية

2- انزلاق السيارة بعيداً عن المنحني في الشكل الثاني .

لأن قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية



$$F_C = m.a_c = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r$$

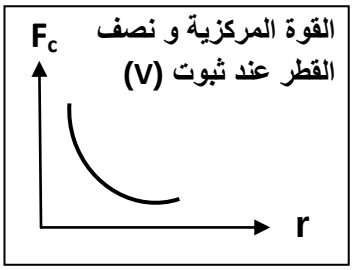
1- العوامل التي تتوقف عليها القوة المركزية : 1- **الكتلة** 2- **نصف القطر** 3- **السرعة الخطية أو الزاوية**

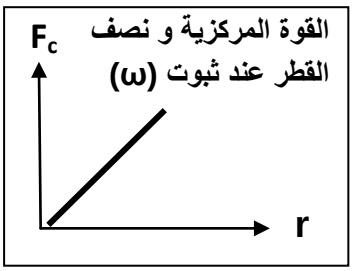
2- القوة المركزية تتناسب طردياً مع **مربع السرعة الخطية أو مربع السرعة الزاوية** عند ثبات نصف القطر .

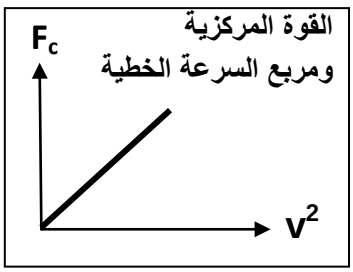
3- القوة المركزية تتناسب **عكسياً** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الخطية .

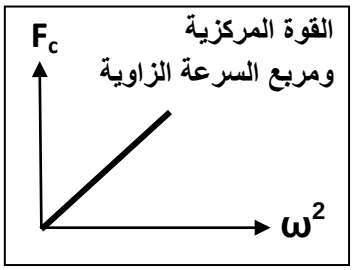
4- القوة المركزية تتناسب **طردياً** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الزاوية .

5- إذا كان اتجاه القوة المؤثرة على الجسم المتحرك عمودية على اتجاه مساره فإن هذا المسار يكون **دائري**









علل لما يأتي :

1- يستخدم الحوض المغزلي في الغسالة الأوتوماتيكية في تجفيف الملابس .

لأن الملابس تدور بقوة جاذبة مركزية في مسار دائري بينما الماء يخرج من الفتحات بسبب القصور الذاتي

2- الجسم ينطلق في خط مستقيم وباتجاه المماس عند موقعه لحظة إفلات الخيط .

بسبب انعدام القوة الجاذبة المركزية و تصبح محصلتها تساوي صفر

3- عندما تكون القوة عمودية على اتجاه السرعة الخطية يكون المسار دائري .

لأن القوة المركزية تغير اتجاه السرعة الخطية و لا تغير مقدارها

مثال 1 : سيارة كتلتها (2 tons) تتحرك بسرعة منتظمة علي طريق دائرية قطرها (40 m) أكملت (5) دورات في الدقيقة . أحسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \frac{5}{12} = 2.6 \text{ rad/s}$$

ب) السرعة الخطية :

$$V = \omega.r = 2.6 \times 40 = 104 \text{ m/s}$$

ج) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2.r = (2.6)^2 \times 40 = 270.4 \text{ m/s}^2$$

د) القوة المركزية :

$$F_C = m.a_c = 2000 \times 270.4 = 540800 \text{ N}$$

هـ) العجلة المماسية :

$$\vec{a}_t = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = 0$$

و) العجلة الزاوية :

$$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = 0$$

مثال 2 : طائرة تطير بسرعة (100 m/s) في مسار دائري نصف قطرها (200 m) والقوة الجاذبة المركزية التي تحافظ علي بقائها تساوي (95×10^4 N) . أحسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ rad/s}$$

ب) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2.r = (0.5)^2 \times 200 = 50 \text{ m/s}^2$$

ج) كتلة الطائرة :

$$m = \frac{F_C}{a_C} = \frac{95 \times 10^4}{50} = 19000 \text{ Kg}$$

تطبيقات علي القوة الجاذبة المركزية

1- المنعطفات الأفقية

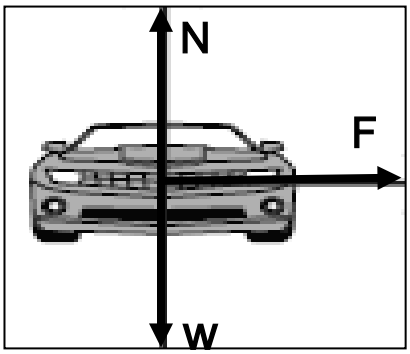
علل لما يأتى :

1- يجب وجود قوة احتكاك بين عجلات السيارة والطريق الدائري .

لأن قوة الاحتكاك تكون كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية

2- يسهل انزلاق السيارة عن مسارها في الأيام الممطرة أو الجليد في المسار الدائري .

لأن قوة الاحتكاك تكون غير كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية



** مجموع القوي المؤثرة علي السيارة في الشكل المقابل هي :

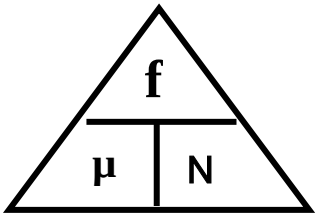
1- وزن السيارة (W) = قوة رد فعل الطريق (N) و محصلتهما تساوي صفر

2- قوة الاحتكاك (F) و تعمل كقوة جاذبة مركزية

** لحساب قوة رد الفعل (N) علي السيارة في المنعطفات الأفقية : $N = w = mg$

معامل الاحتكاك **نسبة قوة الاحتكاك على قوة رد الفعل**

$$\mu = \frac{f}{N}$$



1- يحدث الالتفاف للسيارة دون انزلاق إذا كانت قوة الاحتكاك أكبر أو تساوي القوة الجاذبة المركزية .

2- يحدث انزلاق للسيارة ولا يحدث لها التفاف إذا كانت قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية .

مثال 1: سيارة كتلتها (2000 kg) تنعطف علي مسار دائري قطره (200 m) علي طريق أفقية بسرعة (20 m/s)

أ- أحسب القوة الجاذبة المركزية :

$$F_C = \frac{mV^2}{r} = \frac{2000 \times 20^2}{100} = 8000\ N$$

ب- أحسب قوة رد الفعل :

$$N = mg = 2000 \times 10 = 20000\ N$$

ج- هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.5) :

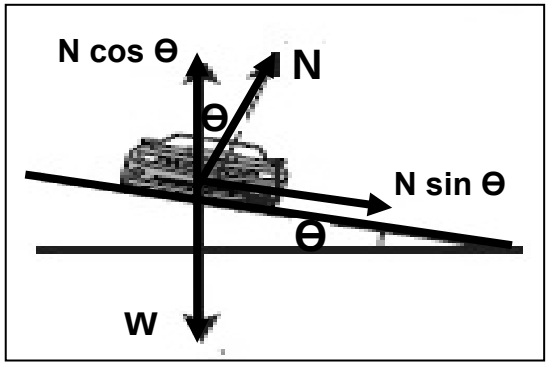
$$f = \mu \times N = 0.5 \times 20000 = 10000\ N$$ **لا يحدث انزلاق للسيارة**

د- هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.25) :

$$f = \mu \times N = 0.25 \times 20000 = 5000\ N$$ **يحدث انزلاق للسيارة**

تابع تطبيقات علي القوة الجاذبة المركزية

2- المنعطفات المائلة



المنعطفات المائلة

منعطفات تميل علي الأفقي بزاوية مناسبة و الحافة الخارجية أعلي من الحافة الداخلية

** مجموع القوي المؤثرة علي السيارة في الشكل المقابل :

1- القوة الجاذبة المركزية = المركبة الأفقية لقوة رد الفعل

$$N\sin\theta = \frac{mV^2}{r}$$

2- وزن السيارة = المركبة العمودية لقوة رد الفعل

$$N\cos\theta = mg$$

* حساب زاوية إمالة الطريق (Θ)	$\tan\theta = \frac{V^2}{rg}$
* حساب السرعة التي تنعطف بها السيارة (V)	$V = \sqrt{rg\tan\theta}$
* حساب قوة رد الفعل في المنعطفات المائلة (N)	$N = \frac{mg}{\cos\theta}$
* حساب معامل الاحتكاك في المنعطفات المائلة (μ)	$\mu = \tan\theta$

وجه المقارنة	المنعطف الدائري الأفقي	المنعطف الدائري المائل
القوة الجاذبة المركزية	**تنشأ من قوة الأحتكاك**	**تنشأ من إمالة الطريق بزاوية مناسبة**
رد فعل الطريق	$N = mg$	$N = \frac{mg}{\cos\theta}$
معامل احتكاك	$\mu = \frac{f}{N}$	$\mu = \tan\theta$
السرعة الآمنة	$V = \sqrt{\frac{F_C.r}{m}}$	$V = \sqrt{rg\tan\theta}$
زاوية الإمالة		$\tan\theta = \frac{V^2}{rg}$

سرعة التصميم (السرعة الآمنة) **السرعة التي ينعطف بها الجسم علي المنعطف المائل بدون الحاجة إلي الاحتكاك**

** العوامل التي تتوقف عليها السرعة الآمنة علي منعطف مائل : 1- **نصف القطر** 2- **زاوية إمالة الطريق**

علل لما يأتى :

1- إمالة الطرف الخارجي للطرقات عن المستوي الأفقي عند المنعطفات .

لكي تتوفر قوة جاذبة مركزية لا تعتمد على قوة الاحتكاك حتى يساعد السيارة علي الالتفافدون انزلاق

2- السرعة القصوى الآمنة على طريق دائري لا تعتمد على كتلة السيارة .

لأن $v = \sqrt{rgTan\theta}$ **السرعة لا تتوقف علي كتلة السيارة**

ماذا يحدث :

1- لمقدار السرعة القصوي لسيارة تنعطف علي مسار دائري نصف قطره (50 m) ومعامل الاحتكاك السكوني بين العجلات والطريق (0.8) عندما يصبح معامل الاحتكاك (0.4) .

$$v_1 = \sqrt{rg.\mu_1} = \sqrt{50 \times 10 \times 0.8} = 20 \text{ m/s}$$

تقل السرعة القصوى

$$v_2 = \sqrt{rg.\mu_2} = \sqrt{50 \times 10 \times 0.4} = 14 \text{ m/s}$$

2- لقوة الاحتكاك ومعامل الاحتكاك بتغير كتلة السيارة المتحركة علي المنعطف المائل .

تتغير قوة الاحتكاك و لا يتغير معامل الاحتكاك

<u>مثال 1</u> : سيارة تنعطف علي مسار دائري نصف قطره (50 m) يميل بزاوية (30°) علي الأفقي .

أحسب السرعة التي يجب أن تنعطف بها السيارة بدون الحاجة إلي قوة الاحتكاك .

$$v_1 = \sqrt{rg.\tan\theta} = \sqrt{50 \times 10 \times \tan 30} = 17 \text{ m/s}$$

<u>مثال 2</u> : منعطف نصف قطره (50 m) يسمح للسيارة بالانعطاف عليه بسرعة (54 km/h) بدون الحاجة للاحتكاك .

أ) أحسب زاوية إمالة الطريق :

$$V = 54 \times \frac{1000}{3600} = 15 \text{ m/s} \quad \Leftrightarrow \quad \tan\theta = \frac{V^2}{rg} = \frac{15^2}{50 \times 10} = 0.45 \quad \Rightarrow \quad \theta = 24.2^O$$

ب) رد فعل الطريق علي سيارة كتلتها (1500 kg) :

$$N = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{1500 \times 10}{\cos 24.2} = 16445 \text{ N}$$

ج) المركبة العمودية لرد فعل الطريق علي نفس السيارة :

$$N\cos\theta = mg = 1500 \times 10 = 15000 \text{ N}$$

د) معامل الاحتكاك :

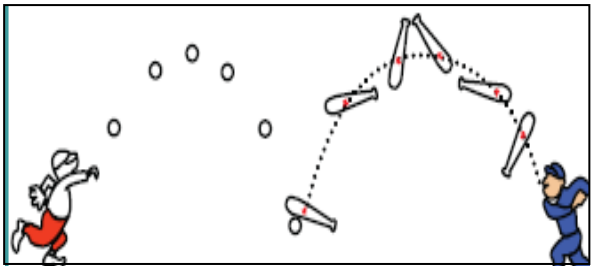
$$\mu = \tan\theta = \tan 24.2 = 0.45$$

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس (3-1) : مركز الثقل

** عند إلقاء الكرة تتبع مسار قطع مكافئ ومضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم **قطع مكافئ**

** حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين هما : **حركة دورانية و حركة انتقالية**



وزن الجسم **قوة جذب الأرض للجسم**

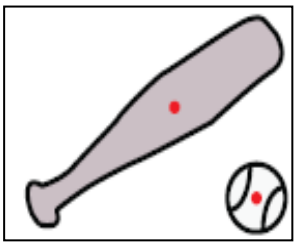
مركز الثقل **الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس**

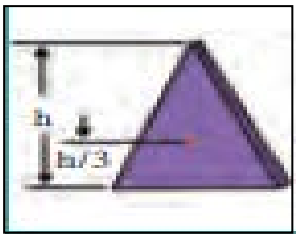
أو نقطة تأثير ثقل الجسم

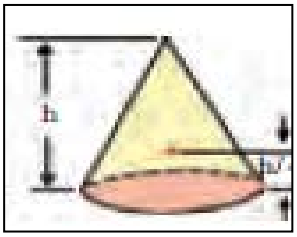
ماذا يحدث :

1- عند تطبيق قوة علي الجسم في مركز ثقله بحيث تكون معاكسة لقوة ثقله في الاتجاه ومساوية لها في المقدار.

يتزن الجسم







وجه المقارنة	الأجسام منتظمة الشكل	الأجسام غير منتظمة الشكل
موضع مركز الثقل	**في المركز الهندسي**	**ناحية الطرف الأثقل**
وجه المقارنة	جسم مثلث الشكل	جسم مخروط الشكل
موضع مركز الثقل بالنسبة للقاعدة	**ثلث الارتفاع** ⅓ h	**ربع الارتفاع** ¼ h
وجه المقارنة	كرة مجوفة تملئ حتى المنتصف بالرصاص	
موضع مركز الثقل	**ناحية النصف الممتلئ بالرصاص أسفل المركز الهندسي**	
حركة	مفتاح انجليزي علي سطح أفقي	مفتاح انجليزي في الهواء
مسار مركز الثقل	**خط مستقيم**	**شكل قطع مكافئ**
مسار الجسم	**حركة دورانية حول مركز الثقل**	**حركة دورانية حول مركز الثقل**

علل لما يأتي :

1- مركز الثقل يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية في خط مستقيم أثناء انزلاق جسم عند دورانه حول نفسه .

لأن محصلة القوي المؤثرة علي الجسم تساوي صفر و لذلك يتحرك بسرعة ثابتة

2- لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة علي نقطة الوسط للمضرب .

لأن الأجسام غير المنتظمة يكون ثقل أحد طرفيها أكبر من ثقل الطرف الأخرو مركز الثقل ناحية الطرف الأثقل

3- عند إلقاء الكرة تتبع مسار قطع مكافئ وعند إلقاء مضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم قطع مكافئ .

لأن حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين حركة دورانية وحركة انتقالية لأن مركز ثقله ناحية الجزء الأثقل

4- يعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له .

لأن محصلة القوي المؤثرة علي الجسم تساوي صفر أو معدومة

الدرس (3 - 2) : مركز الكتلة

مركز الكتلة (مركز العطالة) **الموضع المتوسط لكتل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم**

1- يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون الأجسام قريبة من الأرض أو صغيرة

2- لا يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون الأجسام كبيرة جداً

وجه المقارنة	موضع مركز الكتلة
جسم كتلته موزعة بشكل متجانس	في المركز الهندسي
حلقة دائرية متجانسة	في المركز الهندسي
مستطيل متجانس	نقطة تقاطع الوترين
جسم كتلته موزعة بشكل غير متجانس	ناحية الجزء الأكبر كتلة
مطرقة حديدية	ناحية الرأس الحديدية

** القوي الداخلية أثناء انفجار الألعاب النارية الصاروخية **لا تغير** موضع ثقل القذيفة .

** لا تدور الكواكب حول مركز الشمس بل حول **مركز كتلة** المجموعة الشمسية .

ماذا يحدث :

1- لحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية قبل انفجارها ؟

تتحرك علي مسار قطع مكافئ

2- لشظايا وحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية بعد انفجارها ؟

يتابع مركز كتلة القذيفة قطع مكافئ و الشظايا ترسم قطوع مكافئة مختلفة

3- إذا كانت الكواكب مبعثرة حول الشمس في جميع الجهات ؟

ينطبق مركز كتلة المجموعة الشمسية مع مركز الشمس

4- إذا كانت الكواكب حول الشمس في خط مستقيم و في جانب واحد ؟

يبتعد مركز كتلة المجموع الشمسية عن مركز الشمس بمسافة(1.5 مليون كيلو متر)

علل لما يأتي :

1- يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون الجسم صغير .

بسبب تساوي قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم

2- لا يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون الجسم كبير .

بسبب اختلاف قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم

3- مركز الثقل للمباني المرتفعة مثل مركز التجارة العالمي ارتفاعه (541 m) يقع أسفل مركز كتلته بـ (1 mm) .

لأن قوي الجاذبية علي الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من القوي المؤثرة علي الجزء العلوي منه

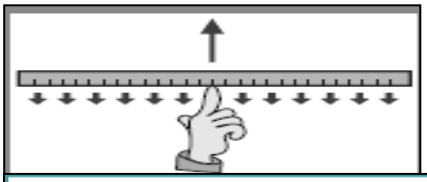
4- لا ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة في بعض الحالات .

بسبب اختلاف قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم عندما يكون كبير جداً

5- حركة دوران الشمس تبدو للمراقب البعيد علي شكل تأرجح بسيط بين نقطتين .

لأن الشمس تدور حول نقطتين هما مركز الشمس و مركز كتلة المجموعة الشمسية

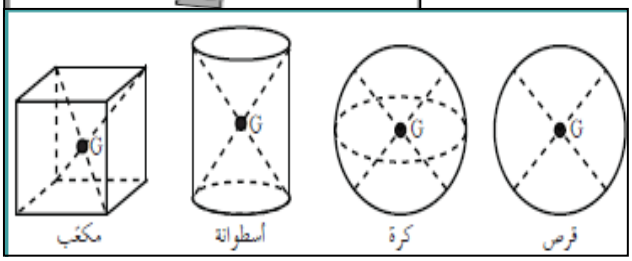
الدرس (3-3) : تحديد موضع مركز الكتلة



علل لما يأتي :

1- يمكن موازنة المسطرة بالتأثير علي مركز الثقل بقوة واحدة لأعلي في الشكل .

لأن محصلة القوي المؤثرة علي الجسم تساوي صفر

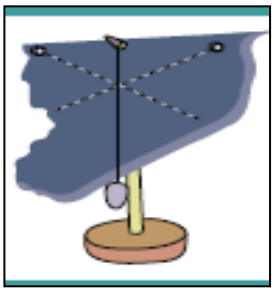


تحديد مركز ثقل الأجسام

1- ينطبق مركز الثقل في الأجسام المنتظمة مع **المركز الهندسي**

2- يكون نقطة مادية من الجسم إذا كان الجسم **مصمت**

3- يكون نقطة خارج الجسم إذا كان الجسم **مجوف**



** كيف تحدد موقع مركز الثقل في جسم منتظم أو غير منتظم الشكل ؟

1- **علق جسم من أي نقطة عليه و انتظر حتى يستقر ثم ارسم الخط العمودي المار بنقطة التعليق**

2- **علق جسم من أي نقطة أخرى وانتظر حتى يستقر ثم أرسم الخط العمودي المار بنقطة التعليق**

3- **حدد نقطة تقاطع الخطين فتكون هي مركز الثقل**

** مركز ثقل الفنجان و الوعاء يقع في **التجويف الداخلي**

** مركز ثقل الكرسي يقع في **أسفل قاعدة الكرسي**

حساب موقع مركز كتلة عدة كتل نقطية موجودة في الفراغ

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$z_{c.m.} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

مركز ثقل الأجسام المجوفة **مجموعة نقاط تشكل محور التناظر**

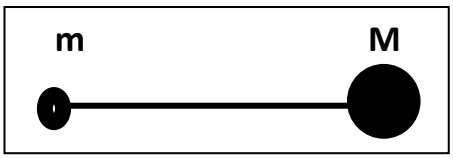
علل لما يأتى :

1- يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد .

في الأجسام المجوفة يكون لها أكثر من مركز ثقل واحد حيث يكون مركز الثقل مجموعة نقاط تشكل محور التناظر

2- لمنع اهتزاز إطارات السيارات أثناء دورانها توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار .

لكي يقع مركز ثقل الإطار في محور الدوران تماماً حتى لا يتمايل أثناء الدوران



3- في الشكل المقابل يمثل كتلتين نقطيتين تقعان علي محور السينات فإذا حلت كل منهما محل الأخرى فإن مركز الكتلة للمجموعة يتغير موضعه .

لأن مركز الكتلة للمجموعة يقع ناحية الكتلة الأكبر

مثال 1 : كتلتان نقطيتان علي محور السينات قيمتهما ($m_1 = 4$ kg) و($m_2 = 8$ kg) وتبعدان مسافة (6 cm) .

أ) أحسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلي الجسم الأول :

$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{4\times0+8\times6}{8+4} = 4\text{ cm}$$

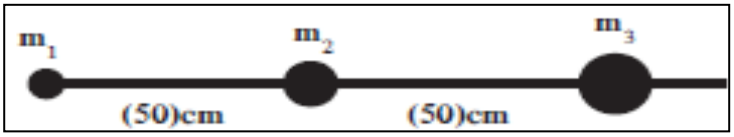
ب) أحسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلي الجسم الثاني :

$$X_{cm} = 6 - 4 = 2\text{ cm}$$

ج) قيم . هل النتيجة مقبولة :

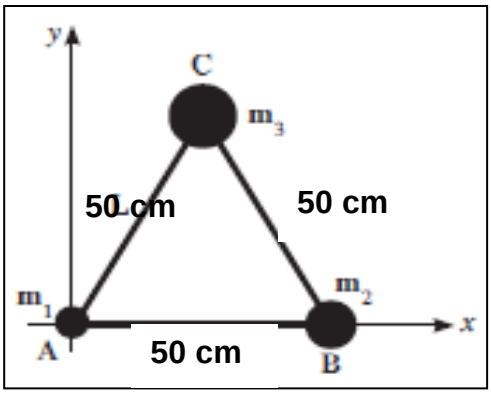
نعم لأن مركز الكتلة للمجموعة يقع ناحية الكتلة الأكبر

مثال 2 : أحسب موقع مركز الكتلة لثلاث كتل نقطية



($m_1 = 10$ g) و ($m_2 = 20$ g) و ($m_3 = 30$ g) .

أ) إذا وضعت علي خط مستقيم :



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{c.m} = \frac{10\times0+20\times50+30\times100}{10+20+30} = 66.67\text{ cm}$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (66.67 cm , 0)

ب) أذا وضعت علي رؤوس مثلث متساو الأضلاع :

$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10\times0+20\times50+30\times25}{10+20+30} = 29.1\text{ cm}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10\times0+20\times0+30\times43.3}{10+20+30} = 21.65\text{ cm}$$

** **إحداثيات مركز الكتلة :** (29.1 cm , 21.65 cm)

مثال 3 : أوجد مركز كتلة الكتل الموزعة علي الشكل التالي :

($m_1 = 8$ kg) عند (1 , 1 , 0) و ($m_2 = 4$ kg) عند (0 , 0 , 1) و ($m_3 = 6$ kg) عند (-1 , 2 , 2)

$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times1+4\times0+6\times-1}{8+4+6} = 0.11\text{ cm}$$

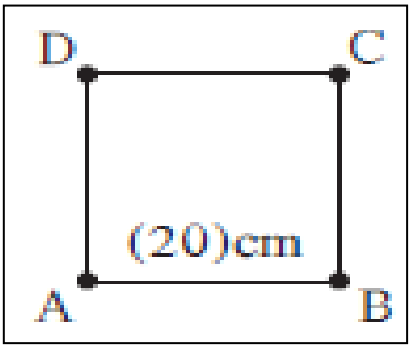
$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times1+4\times0+6\times2}{8+4+6} = 1.11\text{ cm}$$

$$Z_{c.m} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times0+4\times1+6\times2}{8+4+6} = 0.88\text{ cm}$$

** **إحداثيات مركز الكتلة :** (0.11 cm , 1.11 cm , 0.88 cm)

تابع تحديد موضع مركز الكتلة

مثال 4 : نظام مؤلف من أربع كتل هي (m_A = 1 kg) (m_B = 2 kg) (m_C = 3 kg) (m_D = 4 kg) موزعة علي أطراف مربع طول ضلعه (20 cm) ومهمل الكتلة .أحسب موضع مركز الكتلة ؟



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$x_{c.m} = \frac{1\times0 + 2\times20 + 3\times20 + 4\times0}{1+2+3+4} = 10\ \text{cm}$$

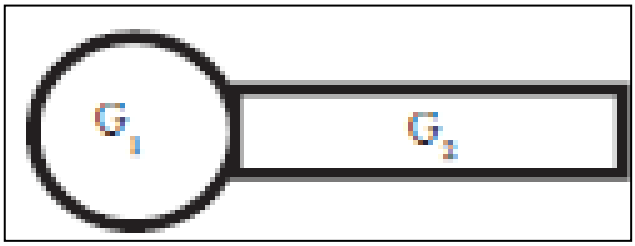
$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$y_{c.m} = \frac{1\times0 + 2\times0 + 3\times20 + 4\times20}{1+2+3+4} = 14\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (10 cm , 14 cm)**

مثال 5 : نظام مؤلف من كرة وعصا كما بالشكل حيث كتلة الكرة تساوي (m_1 = 2 kg) ونصف قطرها يساوي (20 cm) وكتلة العصا (m_2 = 1 kg) وطولها (60 cm) .

أوجد موضع مركز الكتلة للنظام ؟

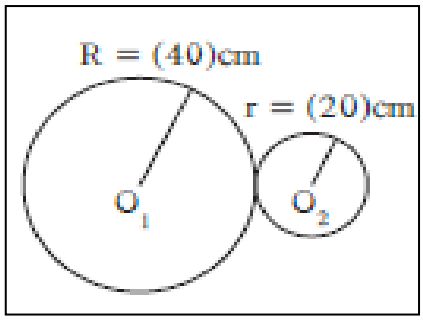


$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2\times0 + 1\times80}{2+1} = 26.67\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (26.67 cm , 0)**

مثال 6 : قرص من الحديد كتلته (500 g) ونصف قطره (40 cm) تم وصله بقرص من النحاس كتلته (200 g) ونصف قطره (20 cm) .

أوجد موضع مركز كتلة القرصين .

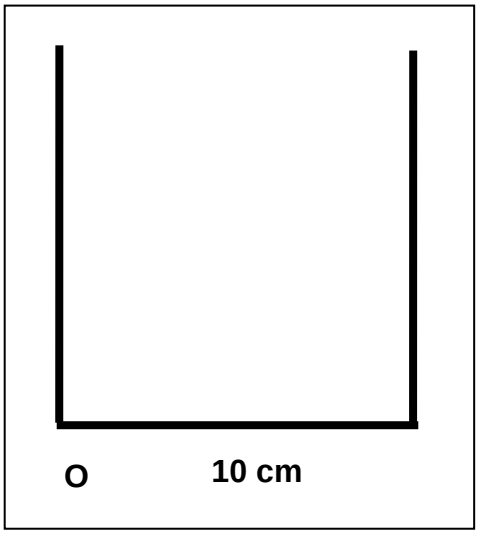


$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{c.m} = \frac{500\times0 + 200\times60}{500+200} = 17.14\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (17.14 cm , 0)**

مثال 7 : الشكل المقابل يوضح ثلاثة قضبان مستقيمة ومتماثلة ومتجانسة وملتصقة بعضها ببعض حيث طول كل ضلع (10 cm) . أوجد موضع مركز الكتلة .



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

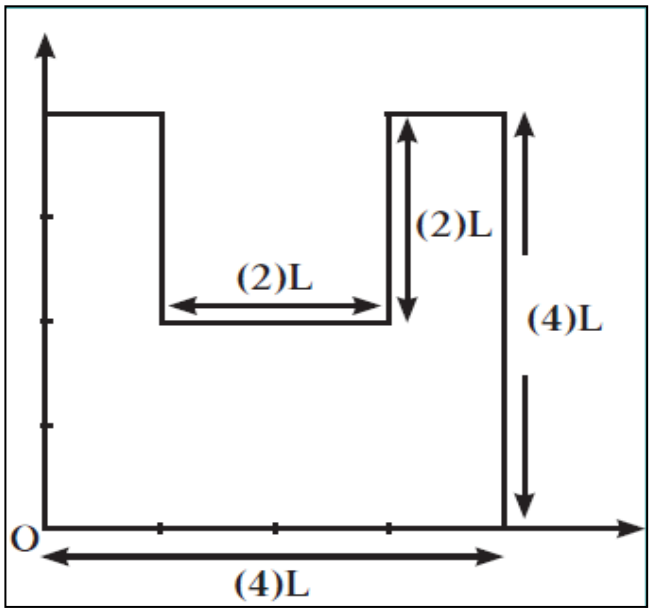
$$x_{c.m} = \frac{1\times 0 + 1\times 5 + 1\times 10}{1+1+1} = 5\,\text{cm}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{1\times 5 + 1\times 0 + 1\times 5}{1+1+1} = 3.33\,\text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (5 cm , 3.33 cm)**

مثال 8 : أحسب موضع مركز الكتلة بالنسبة إلي نقطة الإسناد (O) .



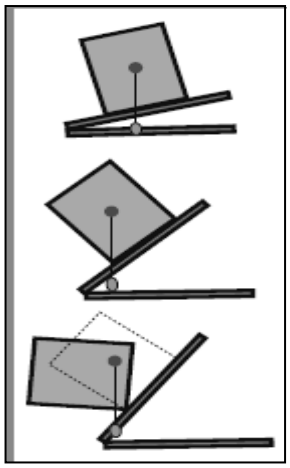
$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{c.m} = \frac{1\times 0.5 + 1\times 2 + 1\times 3.5}{1+1+1} = 2\,\text{L}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{1\times 2 + 1\times 1 + 1\times 2}{1+1+1} = 1.67\,\text{L}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (2 L , 1.67 L)**



الدرس (3- 4) : انقلاب الأجسام

* من الشكل المقابل : وضح سبب حدوث انقلاب الأجسام ؟

مركز ثقل الجسم خارج مساحة القاعدة الحاملة للجسم

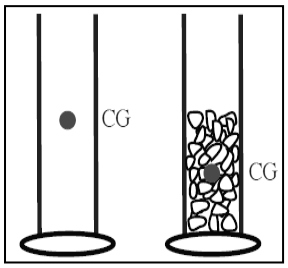
ماذا يحدث :

1- إذا أصبح الخط العمودي من مركز الثقل فوق المساحة الحاملة له .

يتزن الجسم ولا ينقلب

2- إذا أصبح الخط العمودي من مركز الثقل خارج المساحة الحاملة له .

ينقلب الجسم ولا يتزن



** ما التغيير الذي يمكن أن يحدث للقاعدة الحاملة للكرسي عند إزالة أحدي رجليه الأماميتين .

تتحول شكل القاعدة من مستطيل إلي مثلث ويتغير موضع مركز الثقل

** في الشكل المقابل : مخبارين متماثلتين الأول فارغ والثاني ملئ بالحصى .

أ) أين يقع مركز الثقل في المخبارين : **المخبار المملئ بالحصى يقع مركز الثقل أسفل مركز الثقل للمخبار الفارغ**

ب) إذا أثرت قوتين متساويتين علي طرفي المخبارين . أيهما يسهل انقلابه : **المخبار الفارغ**

ج) ماذا تستنتج : **يصعب انقلاب الجسم كلما كان مركز الثقل بالقرب من المساحة الحاملة للجسم(منطقة الارتكاز)**

** في الشكل المقابل : أي الكاسين غير مستقر ويمكن أن ينقلب مع ذكر السبب ؟

الكأس (أ) المملئ بالماء لأن مركز ثقله خارج المساحة القاعدة الحاملة له

علل لما يأتي :

1- إمكانية ميل الحافلة بزاوية (28°) (مثل باص لندن الذي يتكون من طابقين) بدون أن تنقلب .

لأن معظم ثقل الحافلة يرتكز في الطابق السفلي و بالتالي يبقي مركز الثقل فوق مساحة القاعدة الحاملة له

2- عدم وقوع برج بيزا المائل .

لأن مركز ثقله يقع فوق مساحة القاعدة الحاملة له فالخط العمودي من مركز الثقل يقع داخل القاعدة

3- ارتفاع سيارات السباق السريعة عن الأرض يكون صغير .

لأن مركز ثقلها يقع بالقرب من القاعدة الحاملة لها مما يزيد من ثباتها

4- يبعد المصارع قدميه الواحدة عن الأخرى ويثني ركبتيه أثناء اللعب ليقاوم الانقلاب .

لكي يزيد منطقة الارتكاز و يخفض مركز ثقله فيقاوم الانقلاب و يزيد ثباته

5- عند مد جسمك تماماً بينما تكون متعلقاً بيديك في سلك هوائي أسهل من مده متزناً بينما تقف علي يديك .

6- مد ذراعك أفقياً عندما تحمل شيئاً ثقيلاً باليد الأخرى .

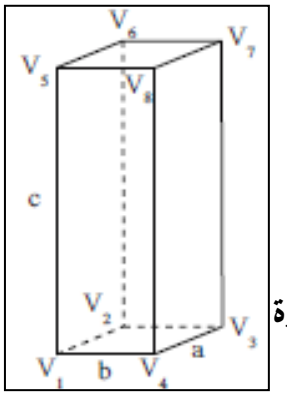
لكي يبقي مركز ثقل جسمك و ما تحمله باليد الأخرى داخل منطقة ارتكازك علي الأرض فلا تتعرض للانقلاب

7- يستطيع القرد أن يمد جسمه لمسافات أكبر دون أن يقع وذيل الحيوانات الضخمة يمكنها من مد رقبتها بعيداً عنها

لكي يبقي مركز ثقل جسمها داخل منطقة ارتكازها فلا تتعرض للانقلاب

زاوية الانقلاب الحدية

الزاوية التي يكون فيها مركز ثقل الجسم في أعلي نقطة

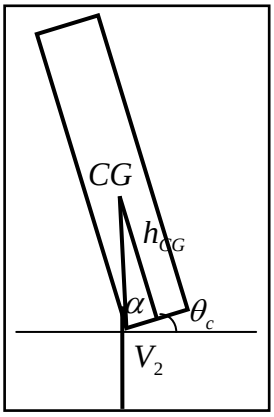


ماذا يحدث :

1- إذا إميل الجسم بزاوية إمالة أكبر من الزاوية الحدية : **ينقلب الجسم**

2- إذا إميل الجسم بزاوية إمالة أصغر من الزاوية الحدية : **يعود الجسم إلي وضع اتزانه**

** الأجسام ذات الزاوية الحدية الكبيرة تكون **أكثر ثباتا** من الأجسام ذات الزاوية الحدية الصغيرة



**** استنتج معادلة لحساب زاوية الانقلاب الحدية:**

$$\tan\alpha = \frac{h_{CG}}{(b/2)} \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b}$$

$$\theta_C = 90 - \alpha \quad \Rightarrow \quad \theta_C = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{2h_{CG}}{b}\right)$$

** (Θ_C) هي **زاوية الانقلاب الحدية** (α) هي **الزاوية بين القاعدة و الخط المار بمركز الثقل**

** (b) هي **طول ضلع القاعدة** (h_{CG}) هي **ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة**

وجه المقارنة	$b > h_{CG}$ ارتفاع مركز الثقل أقل من طول القاعدة	$b < h_{CG}$ ارتفاع مركز الثقل أكبر من طول القاعدة
مقدار الزاوية الحدية	**كبيرة أقرب إلي 90**	**صغيرة أقرب إلي 0**
إمكانية انقلاب الجسم	**يصعب انقلاب الجسم**	**يسهل انقلاب الجسم**

علل : قرب مركز الثقل من قاعدة الجسم يزيد من ثباته ومقاومته للانقلاب .

لأن ارتفاع مركز الثقل يكون أقل من طول القاعدة و الزاوية الحدية كبيرة أقرب إلي 90 و يصعب انقلاب الجسم

مثال 1 : صندوق علي شكل متوازي مستطيلات له الأبعاد : **(a = 5 cm)** و **(b = 5 cm)** و **(c = 20 cm)**

موضوع علي سطح أفقي أملس بحيث الضلع **(C)** عمودي علي السطح الأفقي . أحسب :

أ) مقدار الزاوية الحدية وحدد إمكانية انقلاب الصندوق :

$$\tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b} = \frac{2\times10}{5} = 4 \Rightarrow \alpha = 76^o \Rightarrow \theta_C = 90 - 76 = 14^O$$ **يسهل انقلاب الجسم**

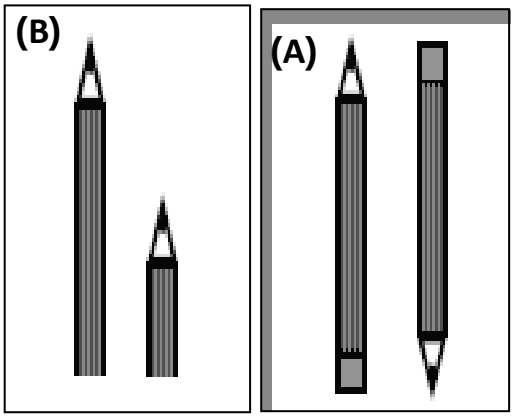
ب) مقدار الزاوية الحدية في حال وضع الصندوق علي الضلع **(C)** وحدد إمكانية انقلاب الصندوق :

$$\tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b} = \frac{2\times2.5}{20} = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = 14^o \Rightarrow \theta_C = 90 - 14 = 76^O$$ **يصعب انقلاب الجسم**

مثال 2 : مكعب من الخشب طول ضلعه **(10 cm)** موضوع علي سطح أفقي . أحسب مقدار الزاوية الحدية :

$$\tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b} = \frac{2\times5}{10} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^o \Rightarrow \theta_C = 90 - 45 = 45^O$$

الدرس (3- 5) : الاتزان (الثبات)



** في الشكل (A) أي القلمين أكثر اتزاناً ولماذا ؟

القلم المرتكز علي قاعدته لأن المساحة الحاملة للقلم أوسع

** في الشكل (B) أي القلمين أكثر اتزاناً ولماذا ؟

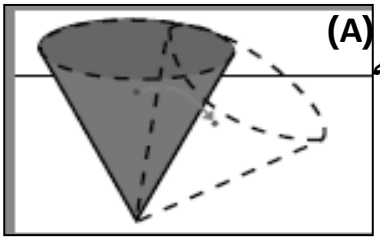
القلم القصير لأن مركز ثقله يقع بالقرب من القاعدة الحاملة للجسم

** يكون الجسم أكثر ثباتاً عندما يكون مركز الثقل أقرب إلي **نقطة الارتكاز**

** كلما احتاج جسم ما إلي شغل **أكبر** لرفع مركز ثقله يكون أكثر استقرار

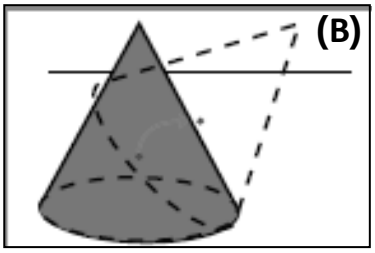
أنواع الاتزان	1- الاتزان الاستاتيكي (السكوني)	2- اتزان الديناميكي
التعريف	**هو اتزان يكون الجسم ساكنا لا يتحرك من موضعه أو لا يدور حول محور**	**هو اتزان عندما يتحرك الجسم بسرعة منتظمة في خط مستقيم أو يدور بسرعة دورانية ثابتة**
مثال	**كتاب موضوع علي طاولة**	**حركة سيارة بسرعة ثابتة**

حالات الاتزان السكونى



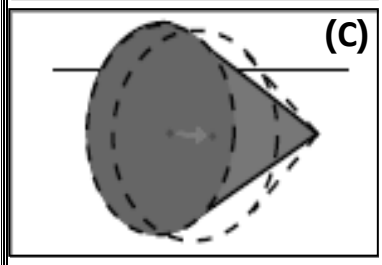
* في الشكل (A) فسر سبب عدم توازن المخروط عند وضعه علي رأسه ؟ وحدد نوعه

مركز ثقل الجسم ينخفض عند إزاحته (توازن غير مستقر)



* في الشكل (B) فسر سبب توازن المخروط عند وضعه علي قاعدته ؟ وحدد نوعه

مركز ثقل الجسم يرتفع عند إزاحته (توازن مستقر)



* في الشكل (C) فسر سبب توازن المخروط علي جنبه ؟ وحدد نوعه

مركز ثقل الجسم لا ينخفض و لا يرتفع عند إزاحته (توازن محايد أو توازن متعادل)

علل لما يأتي :

1- يكون ارتكاز قلم رصاص علي قاعدته المستوية في حالة توازن مستقر .

لأن مركز ثقل الجسم يرتفع عند إزاحته و المساحة الحاملة للقلم أوسع

2- يعتبر استقرار بعض الأنواع من ألعاب الأطفال اتزانا مستقراً .

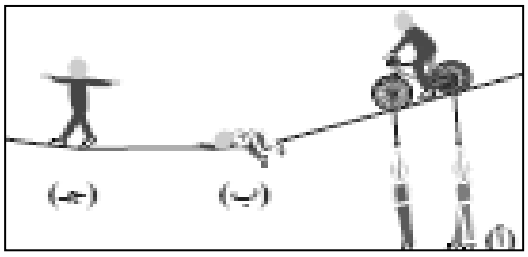
لأن مركز ثقل الألعاب يكون أسفل نقطة الارتكاز

وجه المقارنة	قلم مرتكز علي رأسه	قلم مرتكز علي قاعدته
نوع الاتزان	**التوازن غير المستقر**	**التوازن المستقر**
السبب	**يبتعد الجسم عن حالة اتزانه**	**يعود الجسم إلي حالة اتزانه**

** ما هي العوامل المؤثرة في ثبات الأجسام وعدم انقلابها ؟

1- **اتساع مساحة القاعدة الحاملة للجسم** 2- **قرب مركز الثقل من القاعدة الحاملة للجسم**

وجه المقارنة	التوازن غير المستقر	التوازن المستقر	التوازن المحايد
إزاحة مركز الثقل	**ينخفض**	**يرتفع**	**لا يرتفع أو ينخفض**
حالة الاتزان التي يصل إليها	**يبتعد الجسم عن حالة اتزانه**	**يعود الجسم إلي حالة اتزانه**	**ينتقل الجسم إلي حالة اتزان جديدة**
التعريف	**توازن عندما تسبب أي إزاحة انخفاض مركز الثقل و يبتعد الجسم عن حالة اتزانه**	**توازن عندما تسبب أي إزاحة ارتفاع مركز الثقل و يعود الجسم إلي حالة اتزانه**	**توازن عندما لا تسبب أي إزاحة ارتفاع أو انخفاض مركز الثقل و ينتقل الجسم إلي حالة اتزان جديدة**

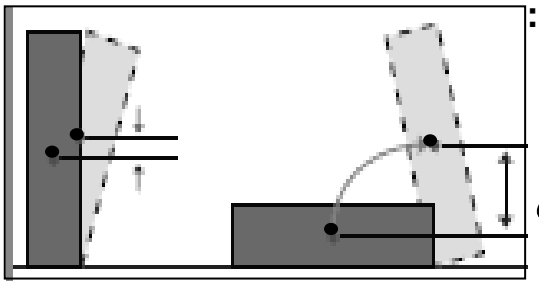


في الشكل المقابل :

أ) يكون توازن **مستقر** بسبب **ارتفاع مركز الثقل عند إزاحته**

ب) يكون توازن **محايد** بسبب **عدم تغير مركز الثقل**

ج) يكون توازن **غير مستقر** بسبب **انخفاض مركز الثقل عند إزاحته**

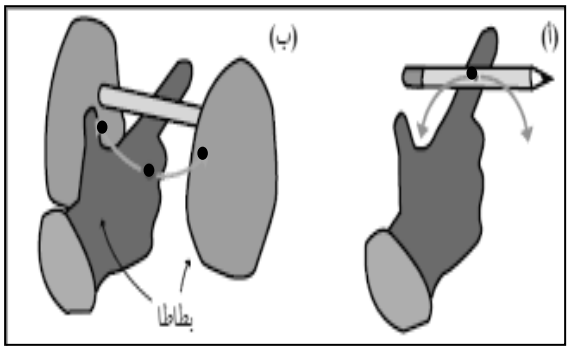


في الشكل كتابان أحدهما موضوع علي حافته والأخر كتاب مسطح :

أ) أكثر استقرارا من الأخر الكتاب **المسطح**

ب) أيهما يكون فيه مركز ثقله أعلي من الأخر الكتاب **الموضوع علي حافته**

ج) بما تفسر : **يكون الجسم أكثر استقرارا عندما يكون موضع مركز الثقل بالقرب من القاعدة الحاملة للجسم**



في الشكل المقابل :

أ) قلم مرتكز علي إصبع اليد :

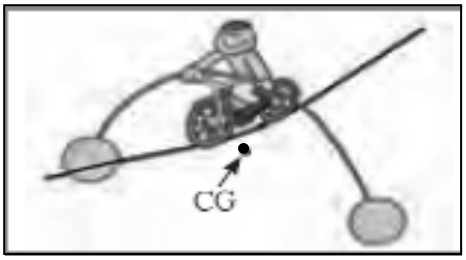
هل يستقر القلم : **لا يستقر**

السبب : **مركز ثقل الجسم ينخفض عند إزاحته (توازن غير مستقر)**

ب) تم تعليق ثمرتي بطاطا بطرفي القلم :

هل تستقر المجموعة : **تستقر**

السبب : **مركز ثقل الجسم يرتفع عند إزاحته (توازن مستقر)**



في الشكل المقابل لعبة اتزان للأطفال :

أ) هل تستقر اللعبة : **نعم**

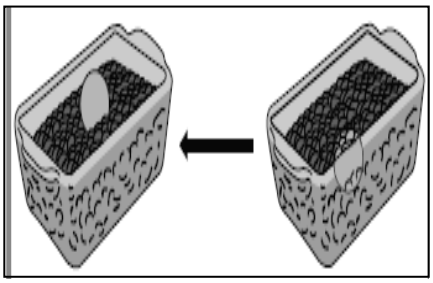
ب) السبب : **مركز ثقل الجسم يرتفع عند إزاحته (توازن مستقر)**

في الشكل المقابل مبني سياتل سبيس في واشنطن وهو يمتد في باطن الأرض :

أ) هل يمكن أن يسقط هذا المبني : **لا**

ب) السبب : **مركز ثقل الجسم يقع أسفل سطح الأرض**

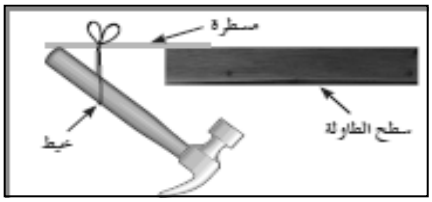
تابع الاتزان (الثبات)



في الشكل : كرة تنس موجودة في قاع صندوق يحتوي علي حصى صغير :

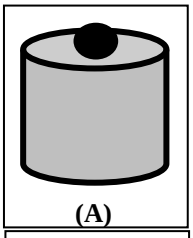
أ) ماذا يحدث عند رج الصندوق : **الحصى يهبط لأسفل ويدفع الكرة لأعلي**

ب) السبب : **انخفاض مركز الثقل المجموعة لأسفل**



في الشكل المقابل : فسر عدم سقوط المطرقة والمسطرة .

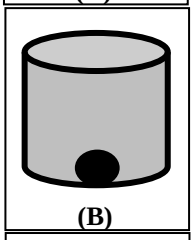
لأن مركز الثقل يقع أسفل نقطة التعليق



في الشكل (A) جسم كثافته صغيرة يطفو علي سطح الماء مثل الثلج :

أ) ماذا يحدث لمركز ثقل المجموعة : **ينخفض**

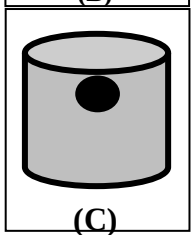
ب) السبب : **لأن ارتفاع الجسم يسبب انخفاض حجم مساو من الماء**



في الشكل (B) جسم كثافته كبيرة يغوص في القاع مثل الحديد :

أ) ماذا يحدث لمركز ثقل المجموعة : **ينخفض**

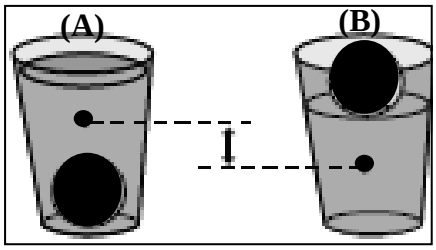
ب) السبب : **لأن انخفاض الجسم يسبب ارتفاع حجم مساو من الماء**



في الشكل (C) جسم كثافته مساوية لكثافة الماء مثل الأسماك :

أ) ماذا يحدث لمركز ثقل المجموعة : **لا يتحرك لأسفل أو لأعلي**

ب) السبب : **لأن مركز ثقل المجموعة لا يعتمد علي موضع الجسم أسفل سطح الماء**



في الشكل المقابل :

أ) في اليسار (A) كرة تنس طاولة في القاع فأن مركز ثقل كوب الماء **يرتفع**

ب) في اليمين (B) كرة تنس طاولة تطفو فأن مركز ثقل كوب الماء **ينخفض**

ماذا يحدث :

1- عند ملء صندوق بقطع حجارة ذات أحجام مختلفة أو زيتون مختلف الأحجام وهزه يميناً ويساراً .

الحجارة الصغيرة تهبط لأسفل وترتفع الحجارة الكبيرة لأعلي

علل لما يأتي :

1- لا يمكن أن يسقط جبل جليد عائم سقوطاً كاملاً .

مركز ثقل الجسم يقع أسفل سطح الماء

2- وزن أي من الأسماك يجب أن يساوي وزن الماء الذي له الحجم نفسه أي لها كثافة الماء نفسها .

لأن مركز ثقل المجموعة لا يعتمد علي موضع الجسم إذا كان الجسم بكامله أسفل سطح الماء

العلاقات الرياضية المستخدمة في المنهج

التحويلات			
الطول	$cm \times 10^{-2} \rightarrow m$ $mm \times 10^{-3} \rightarrow m$	الكتلة	$gm \times 10^{-3} \rightarrow Kg$ $mg \times 10^{-6} \rightarrow Kg$
المساحة	$cm^2 \times 10^{-4} \rightarrow m^2$ $mm^2 \times 10^{-6} \rightarrow m^2$	الزمن	$\min \div 60 \rightarrow \mathrm{S}$ $\mathrm{hr} \div 3600 \rightarrow \mathrm{S}$
الحجم	$cm^3 \times 10^{-6} \rightarrow m^3$ $mm^3 \times 10^{-9} \rightarrow m^3$	السرعة	$\mathrm{Km/h} \times \frac{1000}{3600} \rightarrow \mathrm{m/s}$

قوانين المتجهات	
محصلة متجهين بطريقة جمع المتجهات	$R = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$
اتجاه المحصلة بطريقة جمع المتجهات	$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$
ناتج الضرب العددي	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$
ناتج الضرب الاتجاهي	$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$
المركبة الأفقية للمتجه	$\cos\theta = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\theta$
المركبة الرأسية للمتجه	$\sin\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta$
محصلة متجهين بطريقة تحليل المتجهات	$F = \sqrt{{F_X}^2 + {F_y}^2}$
اتجاه المحصلة بطريقة تحليل المتجهات	$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X}$

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي (θ = 0)	
** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
* المركبة الأفقية للسرعة : $V_X = V_{oX} = \frac{X}{t}$	* المركبة الرأسية للسرعة : $V_y = gt = \sqrt{2gy}$
* المسافة الأفقية (المدى الأفقي) : $X = V_x \cdot t$	* الارتفاع الرأسي : $y = \frac{1}{2}gt^2$
* زمن السقوط : $t = \frac{X}{V_X}$	* زمن السقوط : $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
* السرعة الكلية : $V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2}$	* اتجاه السرعة الكلية : $\tan\theta = \frac{V_y}{V_X}$

معادلات الحركة للمقذوف بزاوية (θ)		
	** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
السرعة الابتدائية	$v_{0X} = v_0\cos\theta$	$v_{0y} = v_0\sin\theta$
معادلة السرعة	$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta$	$v_y = v_0\sin\theta - gt$
معادلة المسافة	$X = v_0\cos\theta \cdot t$	$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$
معادلة الزمن	$t' = 2t = 2.(\frac{v_0\sin\theta}{g})$	$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصي ارتفاع	$R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2$	

قوانين مركز الكتلة	
حساب موقع مركز الكتلة	$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $z_{c.m.} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$
زاوية الانقلاب الحدية	$\tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b} \Rightarrow \theta_C = 90 - \alpha$

قوانين الحركة الدائرية	
الإزاحة الزاوية	$\theta = \frac{S}{r} = 2\pi.N$
محيط الدائرة	$L = 2\pi.r$
السرعة الخطية (المماسية)	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f = \omega.r$
السرعة الزاوية (الدائرية)	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \frac{V}{r}$
التردد	$f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$
الزمن الدوري	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{f}$
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة	$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2.r$
القوة الجاذبة المركزية	$F_C = m.a_c = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r$
معادلات الحركة الدائرية منتظمة العجلة	$\omega = \omega_0 + \theta'' t$ $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\theta'' t^2$

قوانين المنعطفات الدائرية		
	المنعطف الدائري الأفقي	المنعطف الدائري المائل
رد فعل الطريق	$N = mg$	$N = \frac{mg}{\cos\theta}$
معامل احتكاك	$\mu = \frac{f}{N}$	$\mu = \tan\theta$
السرعة الآمنة	$V = \sqrt{\frac{F_C.r}{m}}$	$V = \sqrt{rg\tan\theta}$
زاوية الإمالة		$\tan\theta = \frac{V^2}{rg}$

الاستنتاجات في المنهج

1- استنتاج معادلة المسار للمقذوف بزاوية (θ) :

$$* t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

$$* \mathrm{y} = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$* \mathrm{y} = (V_0 \sin\theta)(\frac{X}{V_0 \cos\theta}) - \frac{1}{2} g (\frac{X^2}{V_0^2 \cos^2\theta})$$

$$* \mathrm{y} = (\tan\theta) X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta}) X^2$$

2- استنتاج معادلة لحساب السرعة القصوى الآمنة علي المعطف المائل :

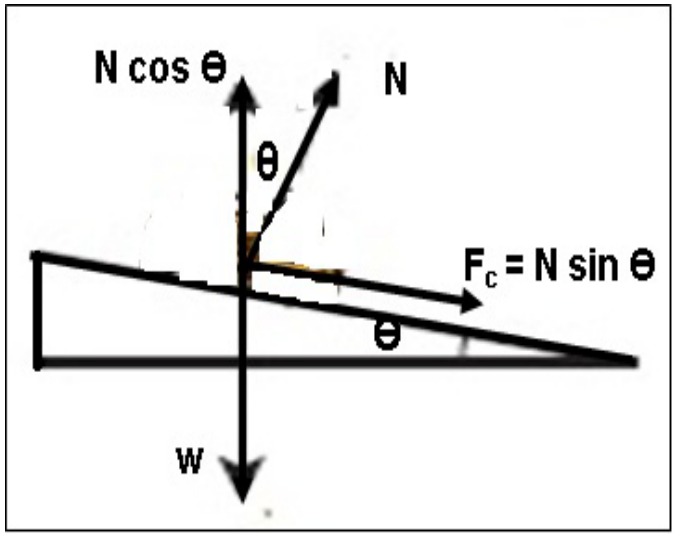
$$* N \sin\theta = \frac{mV^2}{r}$$

$$* N \cos\theta = mg$$

$$* \tan\theta = \frac{V^2}{rg}$$

$$* V^2 = rg \tan\theta$$

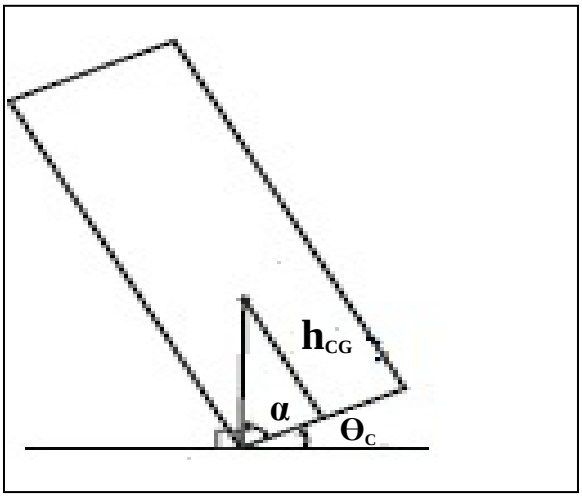
$$* V = \sqrt{rg \tan\theta}$$



3- استنتاج معادلة لحساب زاوية الانقلاب الحدية :

$$* \tan\alpha = \frac{h_{CG}}{(b/2)}$$

$$* \tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b}$$

$$* \theta_C = 90 - \alpha$$

$$* \theta_C = 90 - \tan^{-1}(\frac{2h_{CG}}{b})$$