



وزارة التربية  
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية  
ثانوية حمود الجابر الصباح بنين

قسم الرياضيات  
الفصل الدراسي الأول  
العام الدراسي : ٢٠١٧ - ٢٠١٨

دفتر الطالب

الصف العاشر

مادة الرياضيات

الاسم :
الصف :

الموجه الفني  
أ. يوسف ذياب

رئيس القسم  
أ. عسران رجب



مدير المدرسة : أ. أحمد الحربي

العام الدراسي : ٢٠١٧ - ٢٠١٨

هذه المذكرة معينه للطالب ولا تغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين

التاريخ الميلادي :

بند ( ١ - ١ ) خواص نظام الأعداد الحقيقية

التاريخ الهجري :

الوحدة الأولى

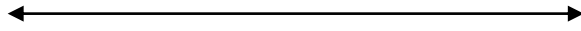
## Real number system properties

الأعداد الحقيقية :-

إتحاد مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية يشكل مجموعة تسمى الأعداد الحقيقية

$$C = N \cup N'$$

تمثيل مجموعة الأعداد الحقيقية بخط الأعداد : كل عدد حقيقي يمثل بنقطة على هذا الخط



حاول أن تحل رقم ١ ص ١٣

سم مجموعة الأعداد التي ينتمي إليها كل من :  $\pi$ ,  $e$ ,  $\sqrt[3]{4}$ ,  $1$

خواص عملية الجمع والضرب على الأعداد الحقيقية

Properties al addition and multiplicativeal real numbers

لكل  $a, b, c \in \mathbb{R}$  فإن

الخاصية	الجمع	الضرب
الابدالية	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
المحايد	$a = a + 0 = 0 + a$	$a = a \times 1 = 1 \times a$
المعكوس ( التطير )	$0 = a + (-a) = (-a) + a$	$0 \neq a, 1 = a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a$

التاريخ الميلادي :

التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى تابع بند ( ١ - ١ ) خواص نظام الأعداد الحقيقية

### ٣- ترتيب الأعداد الحقيقية :-

مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة مرتبة ، هذا يعني أننا نستطيع مقارنة أي عددين حقيقيين باستخدام رموز علامات الترتيب ( < أو > أو = )  
والقول أن عدداً ما هو (أكبر من) أو ( أصغر من ) أو ( يساوي ) الآخر  
لأي عددين حقيقيين  $a$  ،  $b$  فإن واحد فقط مما يلي هو صحيح  
 $a < b$  ،  $a = b$  ،  $a > b$

ليكن  $a$  ،  $b$  ،  $c$  أعداد حقيقية

ملاحظات	القاعدة	الخاصية
	إذا كان $a \geq b$ ، $b \geq c$ فإن $a \geq c$	التعدي
	إذا كان $a \geq b$ فإن $a + c \geq b + c$	الجمع
	إذا كان $a \geq b$ فإن $a - c \geq b - c$	الطرح
لاحظ أن علامة الترتيب تنعكس عندما يكون $c$ سالبا	إذا كان $a \geq b$ ، $c < 0$ فإن $a \cdot c \leq b \cdot c$ إذا كان $a \geq b$ ، $c > 0$ فإن $a \cdot c \geq b \cdot c$	الضرب
لاحظ أن علامة الترتيب تنعكس عندما يكون $c$ سالبا	إذا كان $a \geq b$ ، $c < 0$ فإن $a \div c \leq b \div c$ إذا كان $a \geq b$ ، $c > 0$ فإن $a \div c \geq b \div c$	القسمة

### ٤- خاصية الكثافة :-

يوجد بين أي نقطتين مختلفتين على خط الأعداد عدد لا نهائي من النقاط ، وبالتالي بين أي عددين حقيقيين مختلفين يوجد عدد لا نهائي من الأعداد الحقيقية .

حاول أن تحل رقم ٢ ص ١٥ :-

أعط ستة أعداد حقيقية بين ١,٤١٤ ، ١,٤١٥

.....

.....

.....

.....



التاريخ الميلادي :

تابع بند ( ١ - ١ ) خواص نظام الأعداد الحقيقية

التاريخ الهجري :

الوحدة الأولى

ثانياً : الفترات غير المحدودة :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
$(\infty, ٢ ]$	نصف مغلقة وغير محدودة من الأعلى	$س \leq ٢$	
$(\infty, ٢)$	مفتوحة وغير محدودة من الأعلى	$س < ٢$	
$[ ٢, \infty-)$	نصف مغلقة وغير محدودة من الأسفل	$س \geq ٢$	
$( ٢, \infty-)$	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	$س > ٢$	

تدريب : أكمل الجدول التالي :

الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
$(\infty, ١- ]$			
$(\infty, ٣-)$			
$[ ٤, \infty-)$			
$( ٢, \infty-)$			

حاول أن تحل رقم ٣ ص ١٧ :

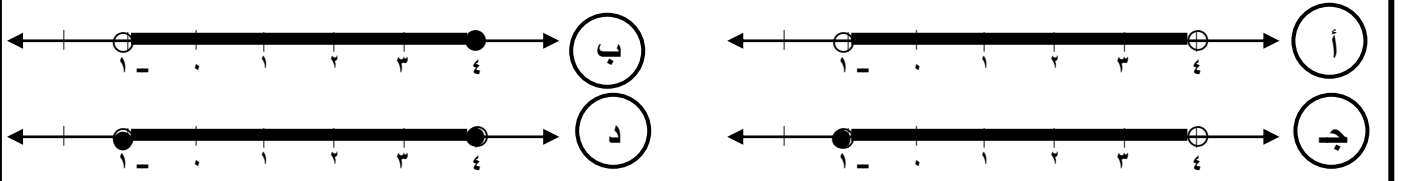
حدد نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية :-  
( أ )  $( ١, ٢-)$  ( ب )  $[ ٣, \infty-)$

الحل :

الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
$( ١, ٢-)$			
$[ ٣, \infty-)$			

سؤال موضوعي :

(١) التمثيل البياني للفترة  $( ١, ٤ ]$  هو



التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى

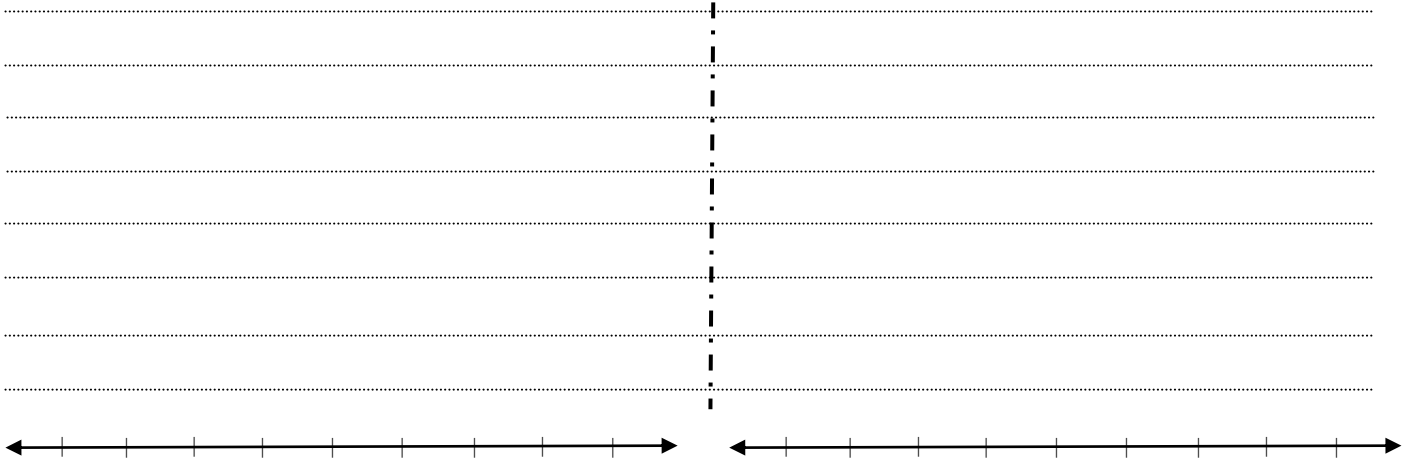
التاريخ الميلادي :

بند ( ١ - ٣ ) حل المتباينات

استخدام خاصية المعكوس الجمعي في حل المتباينات

حاول أن تحل رقم ١ ص ٢٣ :-

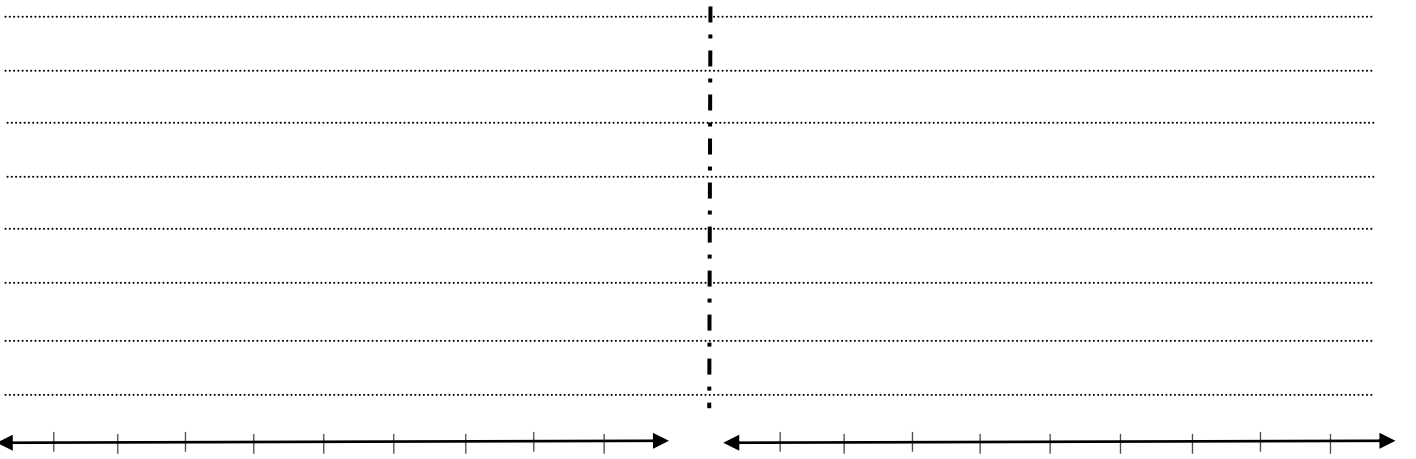
أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي :-  
(أ)  $١ \leq ٤ - ص$  (ب)  $٥ \geq ١٢ - س$



مثال : أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

(٢)  $٣ > ٥ + س$

(١)  $٧ > ٣ + س$



أسئلة موضوعية :

(١) مجموعة حل المتباينة  $٥ \leq ٢ + س$  هي

(أ)  $(-\infty, ٣]$  (ب)  $(-\infty, ٧]$

(ج)  $(-\infty, ٣)$  (د)  $(-\infty, ٣]$

(٢) مجموعة حل المتباينة  $١ \geq ٣ + س$  هي

(أ)  $(١, -\infty)$  (ب)  $(١, -\infty)$

(ج)  $[٢, -\infty)$  (د)  $(٢, -\infty)$

(أ)  $(١, -\infty)$  (ب)  $(١, -\infty)$

(ج)  $[٢, -\infty)$  (د)  $(٢, -\infty)$

(أ)  $(١, -\infty)$  (ب)  $(١, -\infty)$

(ج)  $[٢, -\infty)$  (د)  $(٢, -\infty)$

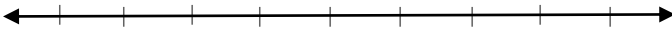
استخدام المعكوس الضربي في حل المتباينات

عندما تضرب طرفي متباينة في عدد سالب أو تقسم طرفي متباينة على عدد سالب " إعكس ترتيب المتباينة " مثال ٣ ص ٢٤ :

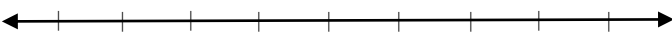
أوجد مجموعة حل المتباينة  $1 \leq \frac{س}{٢-}$  ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد

حاول أن تحل رقم ٣ ص ٢٤ :

أوجد مجموعة حل المتباينة  $1 \leq \frac{ب}{٤}$  ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد



تمرين إضافي : أوجد مجموعة حل المتباينة - ٢ س ≥ ٦ ومثل الحل بيانياً على خط الأعداد .



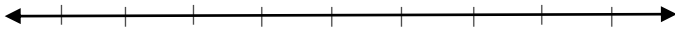
التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى

التاريخ الميلادي :

تابع بند ( ١ - ٣ ) حل المتباينات

مثال ٥ ص ٢٦ :

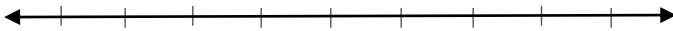
أوجد مجموعة حل المتباينة :  $٢ (٢ + م) - م^٣ \leq ١$  و مثل مجموعة الحل على خط الاعداد



حاول أن تحل رقم ٥ ص ٢٦ :

أوجد مجموعة حل المتباينة ثم مثل الحل على خط الاعداد

$$٣ (س + ٤) + ٥س \geq ٢$$



سؤال موضوعي :

ب.

أ.

(١) مجموعة حل المتباينة  $٢ (س - ٤) > ٢$  هي  $(-∞ ، ١)$

أوجد مجموعة حل كلاً من التباينات التالية ومثل الحل على خط الأعداد

١ س ٥ - ٢ > ١٣

.....

.....

.....

.....

.....

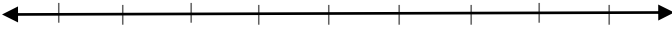
.....

.....

.....

.....

.....



٢ س ٤ + ١٣ ≤ ٥

.....

.....

.....

.....

.....

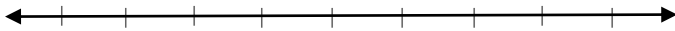
.....

.....

.....

.....

.....



٣ س ٣ + ٢ ≥ ١٤

.....

.....

.....

.....

.....

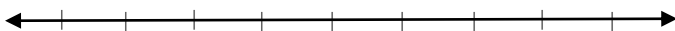
.....

.....

.....

.....

.....



مثال ٧ ص ٢٧ :

أوجد مجموعة حل المتباينة :  $٦س - ١٥ < ٤س + ١$  و مثل الحل على خط الاعداد

.....

.....

.....

.....

.....

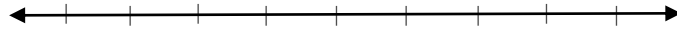
.....

.....

.....

.....

.....



حاول أن تحل رقم ٧ ص ٢٧ :

أوجد مجموعة حل المتباينة :  $٢(٢س - ٨) < ٤س + ٢$  و مثل الحل على خط الاعداد

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Absolute Value

## القيمة المطلقة

تعريف لكل عدد حقيقي  $s$  يكون :

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ إذا كان } s < 0 \\ \bullet \text{ إذا كان } s = 0 \\ \bullet \text{ إذا كان } s > 0 \end{array} \right\} = |s|$$

بعض خواص القيمة المطلقة للأعداد الحقيقية

ليكن  $a, b \geq 0$  فإن :-

$$(1) \quad 0 \leq |a| \quad (2) \quad |a| = |-a| \quad (3) \quad |a \times b| = |a| \times |b|$$

$$(4) \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (5) \quad |a| \leq |a| \quad (6) \quad |a - b| = |b - a|$$

مثال ١ ص ٢٨ : أعد تعريف  $|a - b|$  دون استخدام رمز القيمة المطلقة

حاول أن تحل ١ ص ٢٨ : أعد تعريف كل مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة :-

$$(أ) \quad |s + 3| \quad (ب) \quad |s - 4|$$

تذكر أن :  $|s - a| = |a - s|$

## حل المعادلات تتضمن قيمة مطلقة :-

(١) إذا كان  $p$  عدداً حقيقياً موجباً فإن حل المعادلة  $|s| = p$  هو :  $s = p$  أو  $s = -p$

(٢) إذا كان  $p$  عدداً حقيقياً سالباً فإن حل المعادلة  $|s| = p$  مجموعة حلها  $\emptyset$

(٣) إذا كان  $p = 0$  فإن حل المعادلة  $|s| = p$  هو  $s = 0$

حاول أن تحل ٢ ص ٢٩ : أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين ، ثم تحقق من صحة الحل

(ب)  $|2s - 1| = 0$

(أ)  $|5s + 3| = 8$

موضوعي : (١) رأس منحنى الدالة  $v = |2s - 4|$  هو النقطة

(أ) (٠، ٢) (ب) (٠، ٤) (ج) (٠، ٤) (د) (٠، ٢)

(٢) مجموعة حل المعادلة  $|3s + 5| = 0$  هي

(أ) { ٢ } (ب) { -٨، ٢ } (ج) ح (د)  $\emptyset$

عند حل مسائل متعددة الخطوات نبدأ بوضع القيمة المطلقة في طرف واحد

حاول أن تحل ٣ ص ٣٠ : أوجد مجموعة حل المعادلة :  $٥ + |٢س - ٤| = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل ٤ ص ٣٠ : أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين

( أ )  $٣ |٢س + ٤| - ٦ = ٠$       ( ب )  $٥س - ٤ |٣ + ٣| = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أسئلة موضوعية :

- |       |       |  |
|-------|-------|--|
| ( أ ) | ( ب ) | ( ١ ) مجموعة حل المعادلة $ ٣س - ١  + ١ = ٠$ هي $\emptyset$ |
| ( أ ) | ( ب ) | ( ٢ ) مجموعة حل المعادلة $ ٢س - ١  - ٣ = ٠$ هي $\{-١, ٢\}$ |
| ( أ ) | ( ب ) | ( ٣ ) مجموعة حل المعادلة $ ٢س + ١  - ٥ = ٠$ هي $\{-١, ٣\}$ |
| ( أ ) | ( ب ) | ( ٤ ) مجموعة حل المعادلة $ ٣س + ١  - ٩ = ٠$ هي $\{-٤, ٢\}$ |

• من خواص القيمة المطلقة :

$$(١) \quad |٢ - س| = |س - ٢| \quad (٢) \quad |س| = |س| \quad |س| = |س|$$

$$(٣) \quad \text{إذا كان } |ص| = |س| \text{ فإن (أ) } ص = س \text{ أو } ص = -س \text{ (ب) } (|س|) = (|ص|)$$

حاول أن تحل ٥ ص ٣٢ : أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين

$$(أ) \quad |٣ + ص٢| = |٥ - ص|$$

$$(ب) \quad |٣ + س| = |٥ - س|$$

• أضيف إلى معلوماتك

(١)  $|s| = \sqrt{s^2}$  | (٢)  $(\sqrt{s})^2 = s$  (حيث  $s \geq 0$ )  
(٣) مجموعة الحل هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض

حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة في أحد طرفيها

نعلم أن الطرف الأيمن للمعادلة غير سالب نتيجة وجود القيمة المطلقة لذلك :

(١) يجب أن يكون الطرف الأيسر غير سالب :

أي نوجد مجموعة التعويض : بوضع الطرف الأيسر  $\leq 0$

(٢) نحل المعادلة  $|2s + 3| = 3 - s$

(٣) نتحقق من انتماء الحل لمجموعة التعويض ثم نحدد مجموعة الحل .

مثال ٦ ص ٣٢ : أوجد مجموعة حل المعادلة :  $|2s + 3| = 3 - s$

حاول أن تحل ٦ ص ٣٢ : أوجد مجموعة حل المعادلة :  $|4s - 1| = s + 2$

حل متباينات تتضمن قيمة مطلقة :-

تذكر :  $|س| \geq ١$  تعني أن بعد س عن الصفر هو أصغر من أو يساوي ١

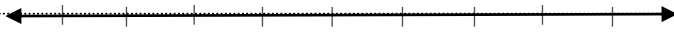
تعميم : ليكن ( ٢ ) عدداً حقيقياً موجبا .

$$(١) \quad |س| \geq ٢ \text{ تكافئ } -٢ \leq س \leq ٢$$

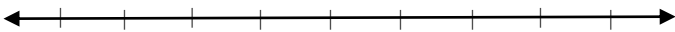
$$(٢) \quad |س| \leq ٢ \text{ تكافئ } س \geq -٢ \text{ أو } س \leq ٢$$

مثال ٧ ص ٣٣ : أوجد مجموعة حل المتباينة و مثل مجموعة الحل على خط الاعداد

$$٤ | ١ + س | + ٤ \geq ١٢$$



حاول أن تحل ٧ ص ٣٣ :  
أوجد مجموعة حل المتباينة  $٠,٦ > | \frac{٤}{٥} - س |$  و مثل مجموعة الحل على خط الأعداد



سؤال موضوعي  
مجموعة حل المتباينة  $|س + ٣| \geq ٥$  هي

د  $(٨, \infty)$

ج  $[-٨, ٢]$

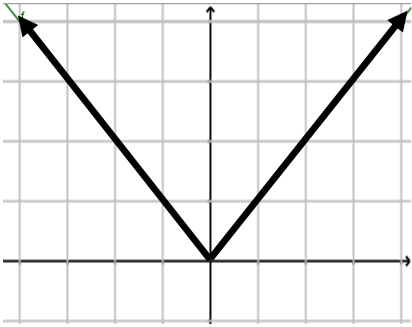
ب  $[-٢, ٨)$

أ  $(-\infty, ٢)$

التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى

التاريخ الميلادي :

بند ( ١ - ٥ ) دالة القيمة المطلقة



لرسم الدالة  $y = |x|$  بيانياً يمكن استخدام جدول قيم

٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	س
٣	٢	١	٠	١	٢	٣	$y =  x $

ويمكن أيضاً كتابة  $y = |x|$  دون استخدام رمز القيمة المطلقة

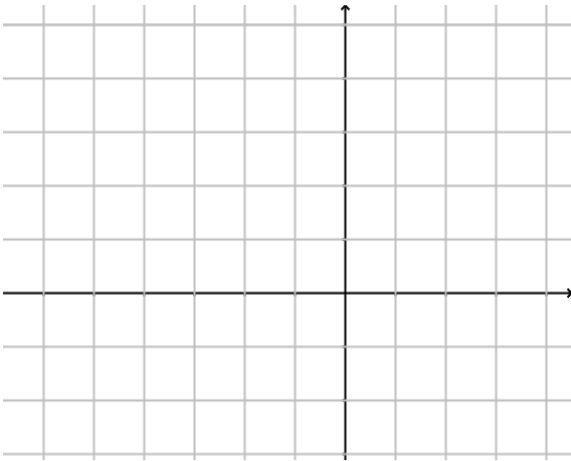
$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{س} < ٠ \\ \text{س} = ٠ \\ \text{س} > ٠ \end{array} \right\} = \text{س}$$

تعميم :

رأس منحنى الدالة  $y = |٢س + ب| + ج$  هو النقطة  $(ج, \frac{ب-}{٢})$

رأس منحنى الدالة  $y = |٢س + ب|$  هو النقطة  $(٠, \frac{ب-}{٢})$

مثال ١ ارسم بيانياً الدالة  $y = |٢س + ٤|$



.....

.....

.....

.....

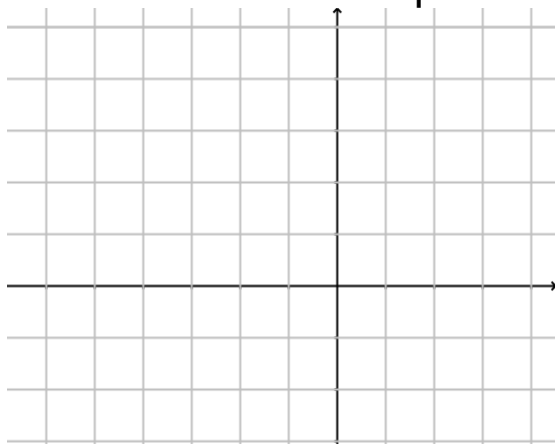
.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل ١ ص ٣٦ : ارسم بيانياً الدالة  $y = |٢س + ٣|$



.....

.....

.....

.....

.....

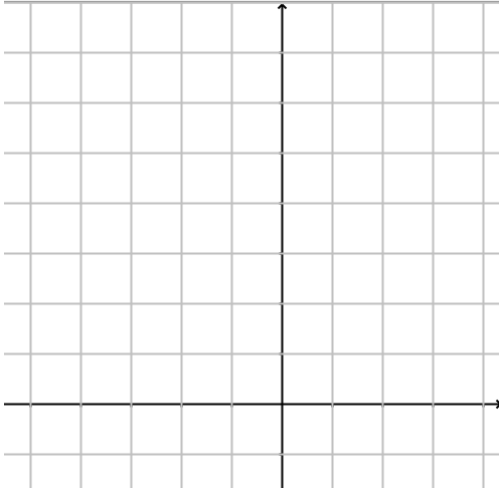
.....

.....

.....

مثال ٢ ص ٣٧ :

إرسم بيانيا الدالة  $y = |x - 3| + 2$  بعد كتابتها دون إستخدام رمز القيمة المطلقة



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

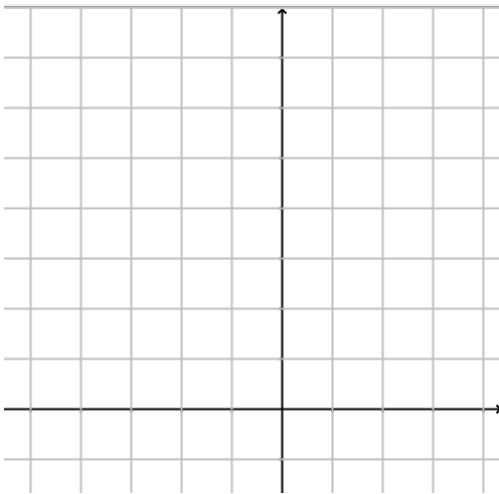
.....

.....

.....

حاول أن تحل ٢ ص ٣٧ :

إرسم بيانيا الدالة  $y = |x + 1| - 3$  بعد كتابتها دون إستخدام رمز القيمة المطلقة



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

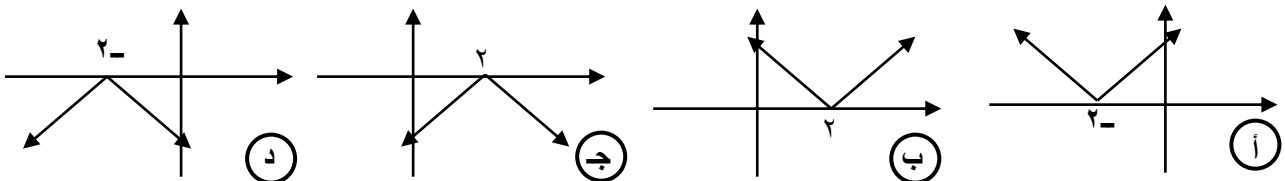
.....

.....

.....

أسئلة موضوعية :

(٢٠) الشكل الذي يمثل بيان الدالة  $y = |x - 2| - 1$  هو :



### رسم بيان دوال المطلق باستخدام بعض التحويلات الهندسية

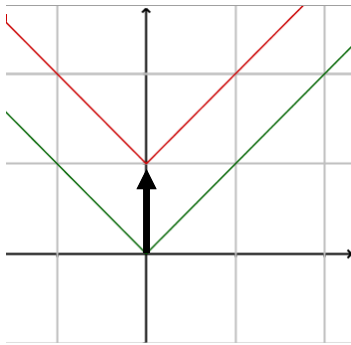
دالة المرجع هي دالة نستخدم بيانها للحصول على بيان دوال أخرى بإجراء بعض التحويلات الهندسية .

بعض دوال المرجع هي :  $v = p$  ،  $v = s^2$  ،  $v = |s|$

\* التمثيل البياني للدالة  $v = |s|$  ينتج من انسحاب التمثيل البياني للدالة  $v = |s|$  (إلى الأعلى أو إلى الأسفل) ك وحدة

التمثيل البياني للدالة  $v = |s + l|$  (حيث  $l$  عدد حقيقي موجب) هو انسحاب للرسم البياني للدالة  $v = |s|$  ،  $l$  وحدة إلى جهة اليسار .

التمثيل البياني للدالة  $v = |s - l|$  (حيث  $l$  عدد حقيقي سالب) هو انسحاب الرسم البياني للدالة  $v = |s|$  ،  $l$  وحدة إلى جهة اليمين .

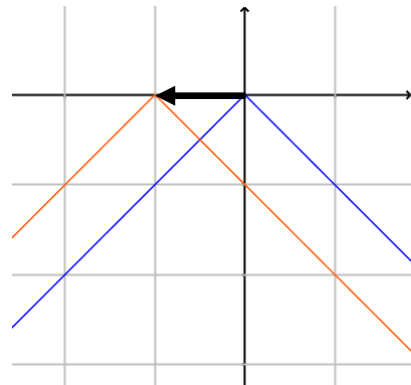


مثال ١ : استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة :

$$v = |s + 2|$$

الحل : دالة المرجع هي  $v = |s|$  ،  $ك = ٢$

نرسم بيان الدالة  $v = |s|$  ثم إزاحة إلى الأعلى بمقدار وحدتين



مثال ٢ : استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم دالة

$$v = |s + 2| - ٢$$

الحل : دالة المرجع  $v = |s|$  ثم انعكاس لها حول

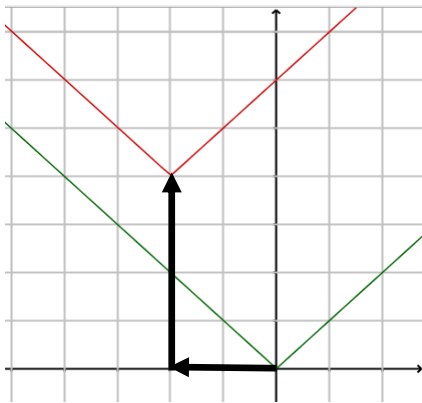
محور السينات نحصل على  $v = |s| - ٢$  ،  $ك = ٢$

تعني إزاحة إلى اليسار بمقدار وحدتين

### ملحوظة :

يمكن استخدام الانسحابين الأفقي والرأسي

معا للحصول على بعض الرسوم البيانية للدوال



مثال ٣ : استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة :

$$v = |s + 2| + ٤$$

سؤال موضوعي : تم انسحاب بيان الدالة  $v = |s|$  وحدتين إلى الأسفل فإن معادلة الدالة الجديدة هي

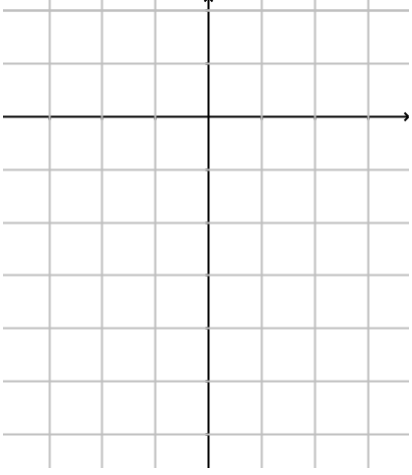
- أ)  $v = |s - 2|$     ب)  $v = |s| - ٢$     ج)  $v = |s + 2| - ٢$     د)  $v = |s + 2|$

التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى تابع بند ( ١ - ٥ ) رسم بيان دوال المطلق باستخدام بعض التحويلات الهندسية

التاريخ الميلادي :

حاول أن تحل ٥ ص ٤٠ : إستخدم دالة المرجع و الانسحاب لرسم الدالة

$$٥ + |س| = ص$$



.....

.....

.....

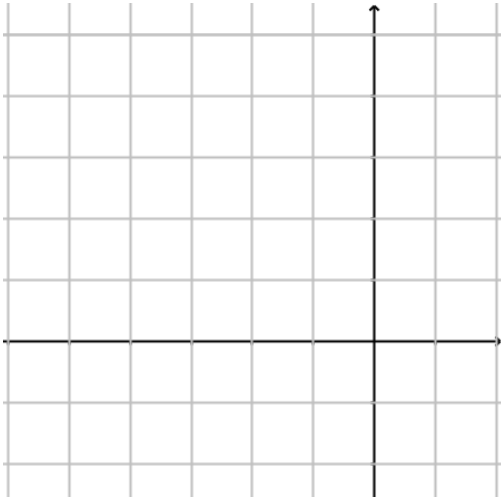
.....

.....

.....

حاول أن تحل ٦ ص ٤٠ : إستخدم دالة المرجع و الانسحاب لرسم الدالة

$$|س + \frac{١}{٢}| = ص$$



.....

.....

.....

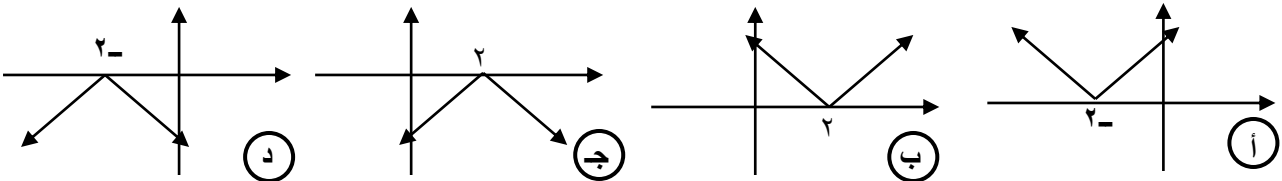
.....

.....

.....

.....

سؤال موضوعي : إذا تم انسحاب دالة المرجع ص = |س| وحدتين جهة اليمين فإن بيان الدالة الجديدة هو



التاريخ الهجري :  
 الوحدة الأولى تابع بند ( ١ - ٥ ) رسم بيان دوال المطلق باستخدام بعض التحويلات الهندسية

حاول أن تحل ٧ ص ٤١ : لكل من الدالتين ، حدد دالة المرجع و قيمة مسافة الانسحاب ل ثم إرسم  
 بيانيا كل دالة مستخدما الانسحاب

( أ )  $|ص - ٢| = س$



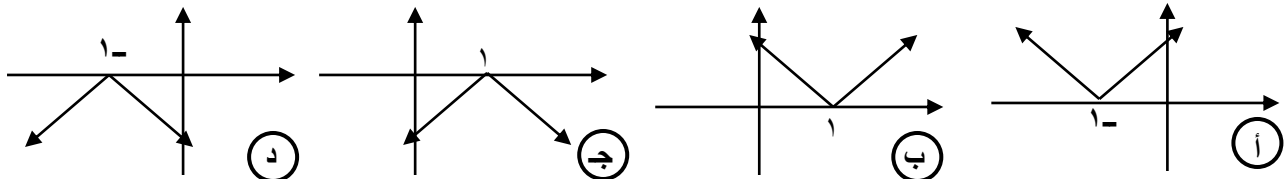
.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

( ب )  $|ص - ٣| = س$



.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

سؤال موضوعي : إذا تم انسحاب دالة المرجع ص = |س| وحدة جهة اليسار فإن بيان الدالة الجديدة هو



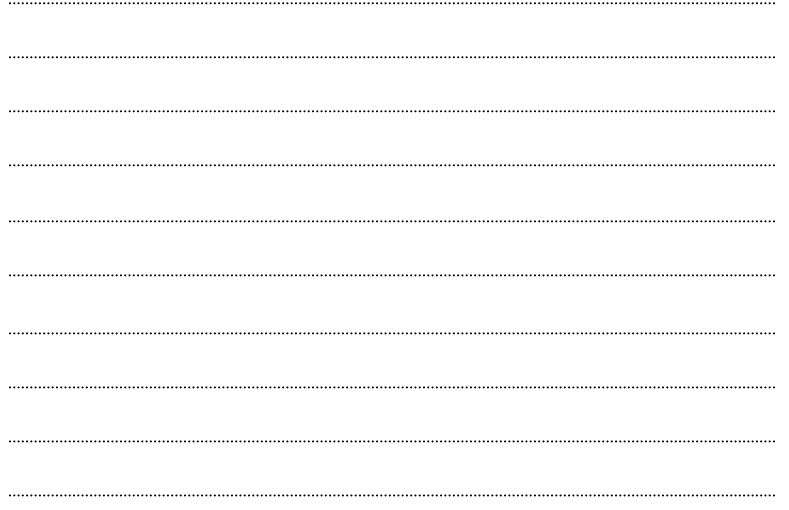
التاريخ الهجري :  
الوحدة الأولى

التاريخ الميلادي :

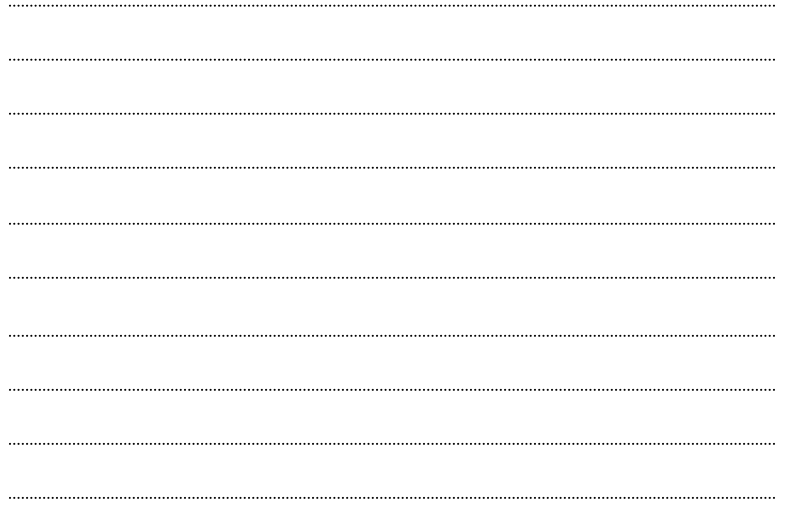
تابع بند ( ١ - ٥ ) رسم بيان دوال المطلق باستخدام بعض التحويلات الهندسية

حاول أن تحل ٨ ص ٤٢ : استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم الدالة :

$$(أ) \quad ٣ + |٤ + س| = ص$$



$$(ب) \quad ٣ - |٥ - س| = ص$$



سؤال موضوعي :  
تم انسحاب بيان الدالة  $ص = |س|$  ثلاث وحدات إلى الأسفل وحدتين إلى اليمين فإن معادلة الدالة الجديدة هي

- أ  $ص = |س + ٢| + ٣$     ب  $ص = |س + ٢| - ٣$     ج  $ص = |س - ٢| + ٣$     د  $ص = |س - ٢| - ٣$











استخدام القانون لحل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد

\* القانون العام لحل معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد :-

حل المعادلة :  $٢س + ب س + ج = ٠$  ، حيث  $٢ \neq ٠$  هو

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤٢ج}}{٢}$$

حاول أن تحل ٢ ص ٥٠ : باستخدام القانون أوجد مجموعة حل المعادلة

( أ )  $٠ = ٥ + س ٦ - ٢س$

( ب )  $٧ = ( ٢ - س ) س$





إذا كان م ، ن هما جذرا المعادلة :  $x^2 + ٢س + ب = ٠$

$$٠ = \frac{ج}{٢} + س + \frac{ب}{٢}$$

وحيث أن م + ن =  $\frac{ب}{٢}$  ، م × ن =  $\frac{ج}{٢}$

إذا المعادلة على الصورة :  $x^2 - (م + ن)س + م × ن = ٠$

$$٠ = س^2 - (مجموع الجذرين)س + حاصل ضرب الجذرين$$

وهي معادلة بمعلومية مجموع الجذرين ونتاج جذريهما .

مثال ١٠ ص ٥٧ : أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣ ، ٥

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

تمرين : أوجد معادلة من الدرجة الثانية يكون جذراها - ٣ ، ٦

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

حاول أن تحل ١٠ ص ٥٧ : إذا كان جذرا المعادلة  $x^2 - ٥س + ٦ = ٠$  هما ل ، م

فكون المعادلة التي جذراها ٢ ، ٢م

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

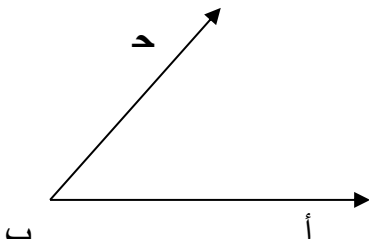


## بند (٢-١) الزاوية وقياسها

تعريف الزاوية : هي اتحاد شعاعين لهما نقطة بدء مشتركة تسمى ( رأس الزاوية )

والشعاعان هما ضلعا الزاوية كما في الشكل المجاور :

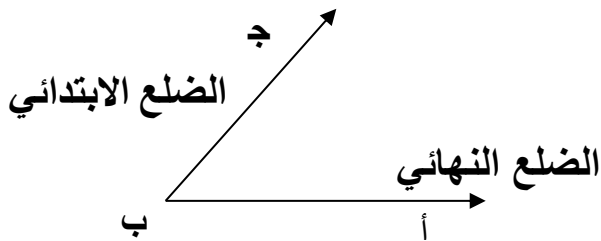
( > أ ب ج ) تسمى زاوية رأسها ( ب )



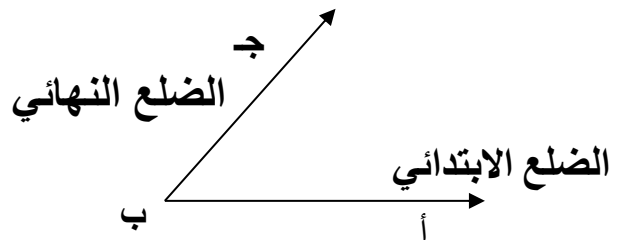
ضلعاها الشعاعان ب أ ، ج ب

وتسمى الزاوية أنها موجهة إذا حدد ضلعيها الابتدائية والنهائي

\* الزاوية الموجهة الموجبة والزاوية الموجهة السالبة



نقول عن الزاوية أنه سالبة القياس إذا كان الدوران بجهة دوران عقارب الساعة



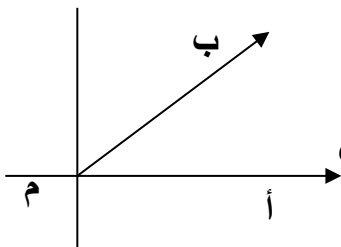
نقول عن الزاوية أنه موجبة القياس إذا كان الدوران عكس دوران عقارب الساعة

الزاوية الموجهة في الوضع القياس

نقول عن الزاوية الموجهة أنها في الوضع القياسي إذا تحقق شرطان

( ١ ) إذا كان الضلع الابتدائي لها على الجزء الموجب من محور السينات

( ٢ ) إذا كان رأسها هو نقطة الأصل .



شكل يوضح ذلك

التاريخ الميلادي :

تابع بند ٢-١ الزوايا و قياساتها

التاريخ الهجري :

الوحدة الثانية

\*الزاوية الربعية :

هي زاوية موجهة في الوضع القاسي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الاحداثيات مثل الزوايا  $0^\circ$  ،  $90^\circ$  ،  $180^\circ$  ،  $270^\circ$  ،  $360^\circ$

Angle Measurement systems

أنظمة قياس الزاوية :

توجد أنظمة مختلفة لقياس الزاوية ، أهمها القياس الستيني والقياس الدائري

The degree measure

أولاً : القياس الستيني :

في هذا القياس تقسم الزاوية التي تمقل دورة كاملة إلى  $360^\circ$  قسمًا متساويًا قياس كل منها يسمى درجة ويرمز لها بالرمز ( $^\circ$ ) وهناك اجزاء الدرجة :

الدقيقة وتساوي  $\frac{1}{60}$  من الدرجة ، الثانية وتساوي  $\frac{1}{60}$  من الدقيقة

مثال ١ ص ٦٣ : اكتب  $\frac{7}{8}$  الزاوية القائمة بالقياس الستيني ( بالدرجات و الدقائق )

حاول أن تحل ١ ص ٦٤ : اكتب كلا مما يلي بالقياس الستيني

(أ)  $\frac{7}{32}$  الزاوية القائمة

التاريخ الهجري :

التاريخ الميلادي :

الوحدة الثانية

تابع بند ٢-١ الزوايا و قياساتها

حاول أن تحل ٢ ص ٦٤ : استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد  $\frac{3}{7}$  الزاوية المستقيمة

The Radian measure

ثانياً :- القياس الدائري

يعتمد هنا القياس على طول القوس في الدائرة الذي تحصره الزاوية المركزية . وعلى طول نصف قطر الدائرة

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة =  $\frac{\text{طول القوس من الدائرة تحصره الزاوية}}{\text{طول نصف قطر هذه الدائرة}}$

ويرمز له بالرمز هـ

تعريف الزاوية النصف قطرية :

هي زاوية مركزية في دائرة تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة

حاول أن تحل ٣ ص ٦٦ :

دائرة طول نصف قطرها ٥ سم . أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية قياسها (١,٢) هـ

Degree – Radium Relation

العلاقة بين القياسين الدائري والستيني :

إذا كان لدينا زاوية قياسها الدائري هـ وقياسها الستيني س ° فإن

$$\frac{180}{\pi} \times \text{هـ} = \text{س}^\circ \quad \Rightarrow \quad \frac{\text{هـ}}{\pi} = \frac{\text{س}^\circ}{180}$$
$$\frac{\pi}{180} \times \text{س}^\circ = \text{هـ}$$

التاريخ الهجري :

التاريخ الميلادي :

الوحدة الثانية

تابع بند ٢-١ الزوايا و قياساتها

حاول أن تحل ٤ ص ٦٧ : أوجد بدلالة  $\pi$  القياس الدائري للزوايا التي قياسها

(أ)  $300^\circ$

(ب)  $150^\circ$

حاول أن تحل ٥ ص ٦٧ : أوجد القياس الستيني للزوايا التالية

(أ)  $0,75^\circ$

(ب)  $3,35^\circ$

(ج)  $\frac{\pi}{5}$

أسئلة موضوعية

(ب)

(أ)

(١)  $0,75^\circ$  الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني  $30^\circ$   $67^\circ$

(ب)

(أ)

(٢) القياس الستيني للزاوية التي قياسها  $\frac{2}{3}\pi$  هو  $120^\circ$

التاريخ الميلادي :

التاريخ الهجري :

تابع بند ٢-١ الزوايا و قياساتها

الوحدة الثانية

مثال ٧ ص ٦٧ :

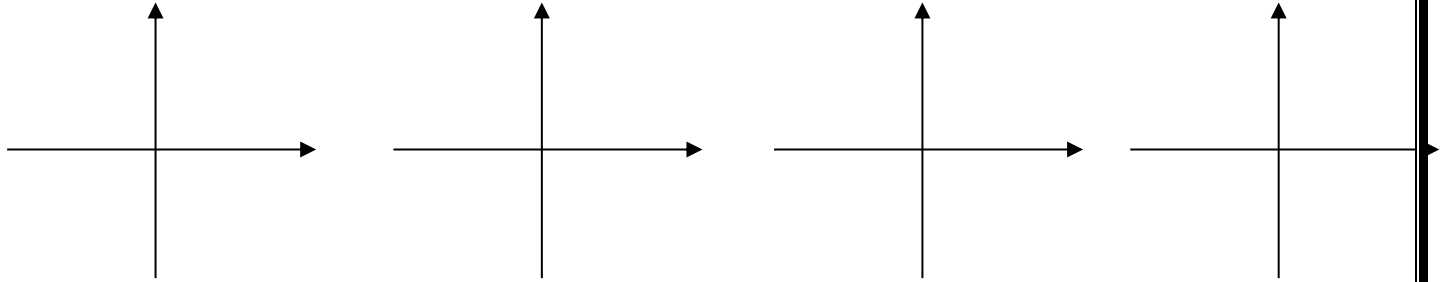
ارسم كلا من الزوايا الموجهة التالية في الوضع القياسي ، ثم حدد الزوايا الربعية منها

(د)  $\frac{\pi^3}{2}$

(ج)  $\frac{\pi^3}{4}$

(ب)  $270^\circ$

(أ)  $150^\circ$



حاول أن تحل ٧ ص ٦٧ : حدد الزوايا الربعية من بين الزوايا التالية :

$\pi$  ،  $250^\circ$  ،  $\frac{\pi^5}{7}$  ،  $\frac{\pi}{2}$  ،  $330^\circ$

أسئلة موضوعية :

(١)  $0,625$  ، الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني تساوي  $30^\circ$  /  $112^\circ$  (أ) (ب)

(٢) الزاوية المركزية ع و د قياسها  $0,75$  ، في دائرة طول قطرها ٨ سم فإن طول القوس ع د

الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم

(أ) (ب)

(٥) الزاوية التي قياسها  $\frac{\pi^{11}}{9}$  تقع في الربع الرابع

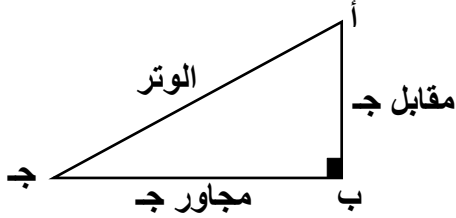
(أ) (ب)

التاريخ الميلادي :

التاريخ الهجري :

بند ٢-٢ النسب المثلثية (الجيب و جيب التمام و مقلوباتها )

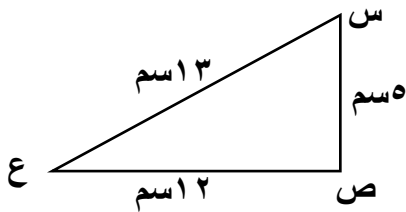
الوحدة الثانية



$$\frac{\text{المقابل للزاوية}}{\text{الوتر}} = \text{جيب الزاوية}$$

$$\frac{\text{المجاور للزاوية}}{\text{الوتر}} = \text{جيب تمام الزاوية}$$

ملاحظة	الشرط	مقلوب النسبة	النسبة المثلثية
جاء $\times$ قتا ج = ١	جا ج $\neq$ ٠	$\frac{١}{\text{جا ج}}$	جتا ج
جتا ج $\times$ قا ج = ١	جتا ج $\neq$ ٠	$\frac{١}{\text{جتا ج}}$	قا ج



حاول أن تحل ١ ص ٧٠ : في الشكل المرسوم :

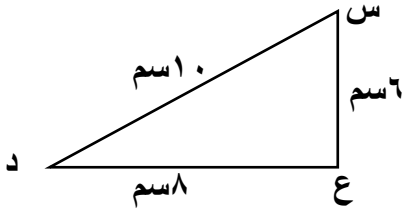
أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص  
أوجد جا س ، ج ع

التاريخ الهجري :

التاريخ الميلادي :

الوحدة الثانية تابع بند ٢-٢ النسب المثلثية (الجيب و جيب التمام و مقلوباتها)

حاول أن تحل ٢ ص ٧٢ : في الشكل المرسوم :



(١) أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ع

(٢) أوجد كلا ج ا س ، جتا ع ، ج ا د ، جتا د

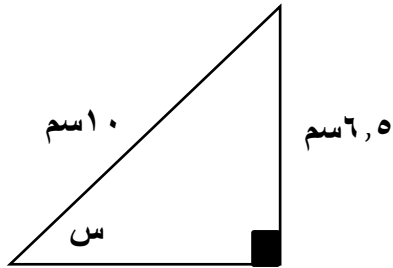
(٣) ماذا تلاحظ بالنسبة إلى النسب المثلثية للزاويتين س ، د

حاول أن تحل ٣ ص ٧ :-

أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٧ سم ، ب ج = ٢٤ سم ، أ ج = ٢٥ سم . أثبت أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية ، ثم أوجد ج ا ، جتا أ ، قا أ ، قتا أ ، ج ا د ، جتا د ، قا د ، قتا د

التاريخ الهجري :  
 الوحدة الثانية  
 التاريخ الميلادي :  
 تابع بند ٢-٢ النسب المثلثية (الجيب و جيب التمام و مقلوباتها)

إيجاد قياس زاوية متى علم جيبها أو جبي تمامها  
 حاول أن تحل ٦ ص ٧٤ : أوجد قيمة س لأقرب درجة



(أ)

.....

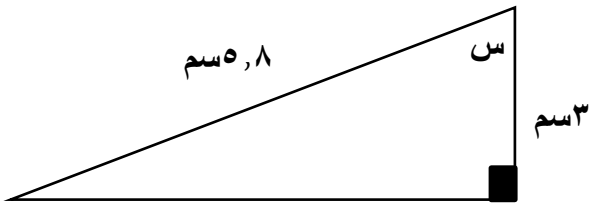
.....

.....

.....

.....

(ب)



.....

.....

.....

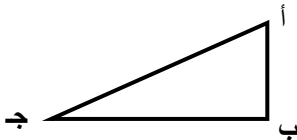
.....

.....

أسئلة موضوعية

(أ) (ب)

(٦) إذا كان جاج  $\neq$  صفر فإن جاج قجاج = ١



(٧) الشكل المرسوم : المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب

(أ) (ب)

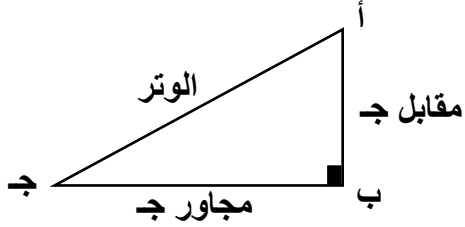
فإن : أ ج = أ ب جاج

التاريخ الميلادي :

التاريخ الهجري :

بند ٢-٣ ظل الزاوية و مقلوبها

الوحدة الثانية

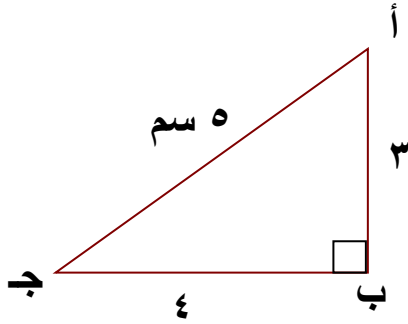


$$\frac{\text{مقابل الزاوية}}{\text{مجاور الزاوية}} = \text{ظل الزاوية}$$

$$\text{ظل } ج = \frac{١}{\text{ظل } ج} , \text{ ظل } ج \neq ٠ , \text{ ظل } ج \times \text{ظل } ج = ١$$

مثال ١ ص ٧٥ : في الشكل المقابل

أوجد ظل أ ، ظ ب ، ظل أ ، ظ ب



.....

.....

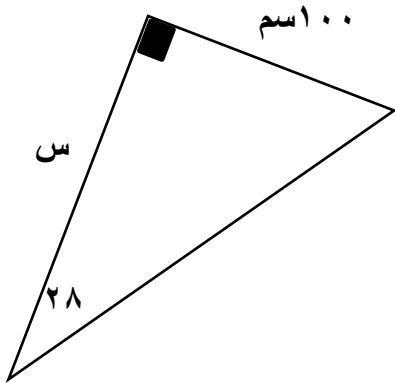
.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل ٢ ص ٧٦ : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة



.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ الميلادي :

التاريخ الهجري :

بند ٢-٣ ظل الزاوية و مقلوبها

الوحدة الثانية

ايجاد قياس زاوية إذا علم ظلها

حاول أن تحل ٣ ص ٧٧ :

أوجد ق (س) حيث ظاس = ٠,٥

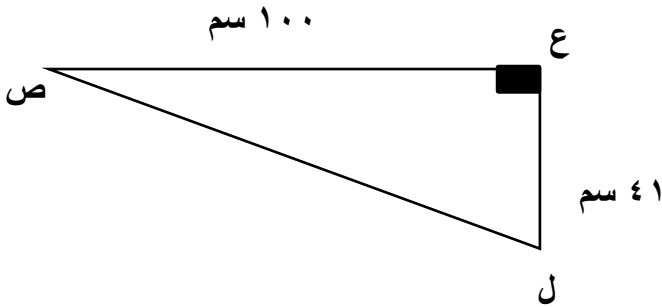
.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل ٤ ص ٧٧ : في الشكل المقابل ، أوجد ق (ل) لأقرب درجة



.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل ٥ ص ٧٨ : إحسب قياس الزاوية الحادة الموجبة التي يصنعها المستقيم

$$ص = \frac{١}{٤} س + ٦ \text{ مع الاتجاه الموجب للمحور السيني}$$

.....

.....

.....

.....

## النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

التاريخ :

(١) المثلث ٤٥ ، ٤٥ ، ٩٠

جا ٤٥ =  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

جتا ٤٥ =  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ظا ٤٥ = ١

(٢) المثلث ثلاثيني ستيني

جا ٦٠ =  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

جتا ٦٠ =  $\frac{1}{2}$

ظا ٦٠ =  $\sqrt{3}$

جا ٣٠ =  $\frac{1}{2}$

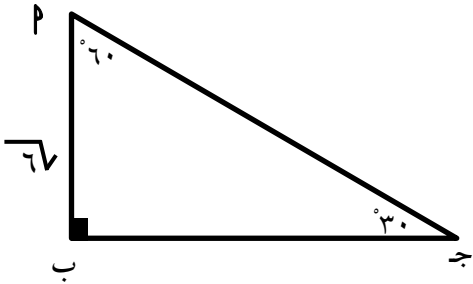
جتا ٣٠ =  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ظا ٣٠ =  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

حاول ان تحل رقم (١) صفحة (٨١)

(٢) ب جـ مثلث ٤٥ ، ٤٥ ، ٩٠ . أوجد طول الوتر إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة = ٥ سم

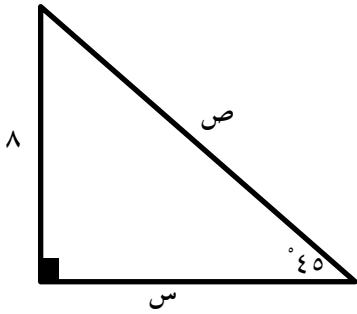
(ب) الحساب الذهني : إذا كان ظا جـ = ١ فكيف توجد ق (جـ) دون إستخدام الآلة الحاسبة ؟

حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (٨٢)في مثلث ثلاثيني ستيني إذا كان طول الضلع الأصغر =  $\sqrt{3}$  سم ، فأوجد طول الضلعين الاخرين .

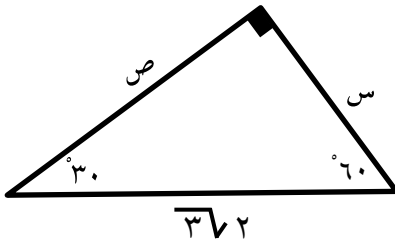
التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ١ ) ، ( ٢ ) صفحة ( ٥٢ )

في التمارين ( ١ - ٢ ) : أوجد قيمة كل متغير .

( ١ )



( ٢ )



## حل المثلث القائم

التاريخ :

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ٨٥ )(١) حل المثلث  $P$  ب ج القائم في  $\hat{J}$  حيث : ب ج = ١٥ سم ،  $P$  ج = ١٢ سمحاول ان تحل رقم ( ٢ ) صفحة ( ٨٥ )(٢) حل المثلث  $P$  ب ج القائم في  $\hat{J}$  حيث :  $P$  ج = ٢٠ سم ، ق (  $\hat{B}$  ) =  $75^\circ$

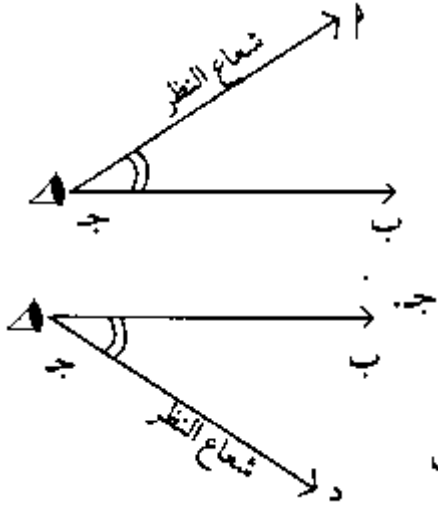
التطبيق : أرقام (١) صفحة (٦٠)

حل المثلث  $\triangle$  ب ج د القائم في  $\hat{ج}$ . قرب الاطوال إلى أقرب جزء من عشرة .  
(١)  $ق(ب) = ٣٩$  ،  $ب ج = ٢٨$  سم

(٢)  $ب ج = ٨,٥$  سم ،  $\triangle$  ج د =  $١٤,٧$  سم

## زوايا الارتفاع و الانخفاض

التاريخ :



١ - إذا رصد شخص (ج) نقطة أ أعلى من مستوى نظره الأفقي جـ ب فإن الزاوية التي يحددها جـ أ ، جـ ب تسمى زاوية ارتفاع أ عن المستوى الأفقي لنظر الشخص جـ.

٢ - وإذا رصد الشخص جـ نقطة د أدنى من مستوى نظره الأفقي جـ ب فإن الزاوية التي يحددها جـ د ، جـ ب تسمى زاوية انخفاض د عن المستوى الأفقي لنظر الشخص جـ.

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ٨٧ )

من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متر عن قاعدة منڈنة وجد أن قياس زاوية ارتفاع المنڈنة ١٢° . أوجد ارتفاع المنڈنة عن سطح الأرض .

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٢ ) صفحة ( ٦١ )

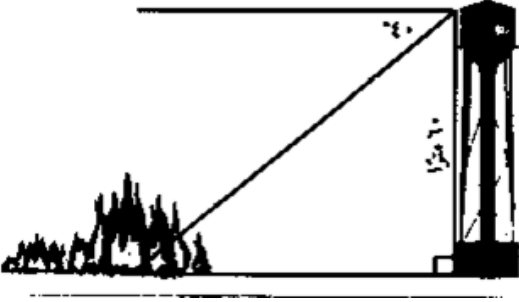
من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ متر عن قاعدة برج عمودي . وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣ ° ، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض .

## تابع زوايا الارتفاع و الانخفاض

التاريخ :

حاول ان تحل رقم ( ٢ ) صفحة ( ٨٨ )

يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ متر شاهد حريق بزاوية إنخفاض قياسها  $40^\circ$  .  
ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة و موقع الحريق ؟



التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٥ ) صفحة ( ٦١ )

رصد قارب من قمة فنار إرتفاعه ١٥ متر ، فوجد أن قياس زاوية إنخفاضه  $25^\circ$   $34'$  أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب و قاعدة الفنار .

الواجب رقم ( ٦ ) صفحة ( ٦٢ )

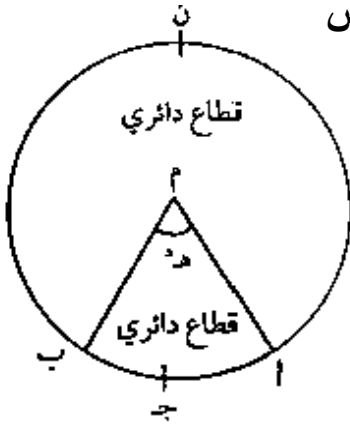
قاس بحار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ متر ، فوجد أنها  $39^\circ$  . اوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار .

القطاع الدائري والقطعة الدائرية

التاريخ :

تعريف :

القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة محدودة بنصفي قطرين و قوس



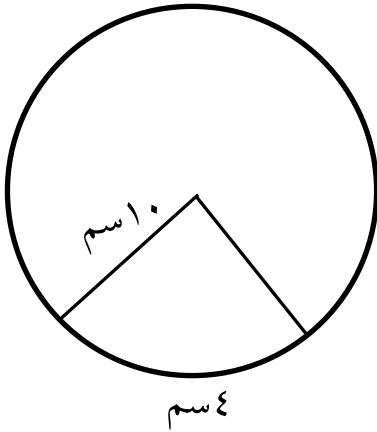
مساحة القطاع الدائري :

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{1}{2} \text{ل نق}$$

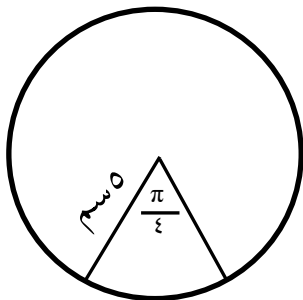
$$= \frac{1}{2} \text{هـ نق}^2$$

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ٩١ )

أوجد مساحة القطاع الذي طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم و طول قوسه ٤ سم



أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المقابل :



(١) قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم ، و طول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته .

(٤) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم<sup>٢</sup> ، و طول نصف قطر دائرته ١٠ سم ، أحسب طول قوسه .

الواجب : من كراسة التمارين رقم ( ٢ ) صفحة ( ٦٣ )

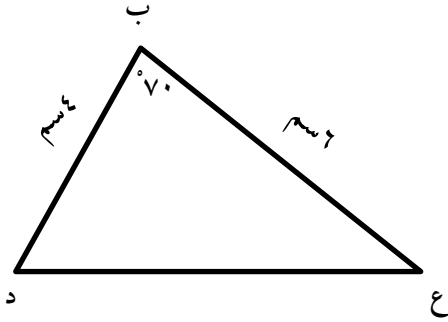
(٢) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم ، و زاوية رأسه ١٠٠° . أوجد مساحته .

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولي أي ضلعين  $\times$  جيب الزاوية المحددة بهما

مثال :

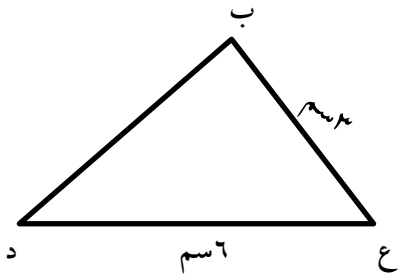
ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم ، ب د = ٤ سم ، ق (ب) =  $70^\circ$

أوجد مساحة المثلث .

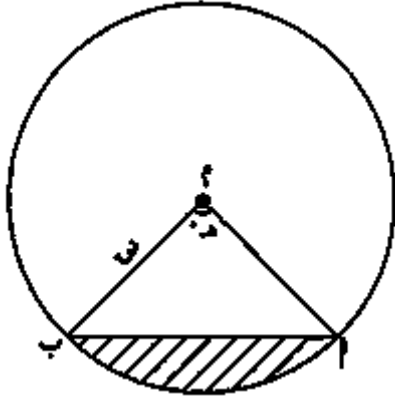


حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (٩٢)

في المثلث المقابل إذا كانت مساحته = ٧ سم ٢ . إوجد ق (ع)

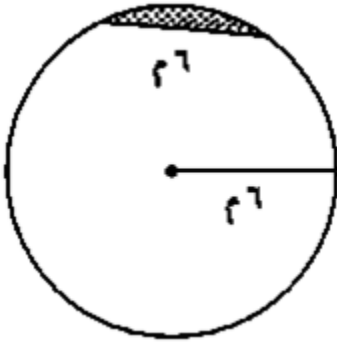


مساحة القطعة الدائرية =  $\frac{1}{2}$  نق<sup>2</sup> ( هـ - ج هـ )



التطبيق : كراسة التمارين رقم ( ٣ ) صفحة ( ٩٤ )

حوض زهور دائري طول نصف قطره ٦ م ( انظر الشكل المقابل )  
في هذا الحوض وتر طوله ٦ م . احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى .



التطبيق :

اوجد مساحة قطعة دائرية طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم و قياس زاويتها المركزية ٧٠° .

التاريخ :

حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (١٠١)

$$\text{إذا كان } \frac{٤}{٦} = \frac{ص}{٩} \text{ فأوجد قيمة ص}$$

حاول ان تحل رقم (٣) صفحة (١٠٢)

$$\text{أوجد قيمة ب في التناسب : } \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢}{ب}$$

حاول ان تحل رقم (٤) صفحة (١٠٣)

أثبت أن ٤، ٣، ٧، ٢، ١٤، ٢، ٤، ٢ أعداد متناسبة

إذا كانت الاعداد ٢، ب، ج متناسبة مع الأعداد ٣، ٥، ١١ . فأوجد القيمة العددية للمقدار  $\frac{٣+٢}{٥}$  ب + ج

التطبيق كراسة التمارين رقم ( ١ - ٤ ) صفحة ٦٩ :

(١) إذا كان ( ٥س - ١ ) : ( س + ٤ ) = ٤ : ٥ ، فأوجد س

(٢) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة : ٣٥، .....، ٧، ٤

التناسب المتسلسل الهندسي :

مثال :

إذا كانت الأعداد ٥ ، س ، ٢٠ في تناسب متسلسل ، فأوجد قيمة س ، ثم تحقق .

حاول ان تحل رقم (١٠) صفحة (١٠٨)

إذا كانت الأعداد ٤ ، س - ٢ ، ١ ،  $\frac{1}{4}$  في تناسب متسلسل ، أوجد قيمة س

التطبيق : حاول ان تحل رقم (٩) صفحة (١٠٧)

هل يمكن إيجاد قيمة س بحيث تكون الأعداد -٩ ، س ، ٤ في تناسب متسلسل ؟ فسر .

التغير الطردي

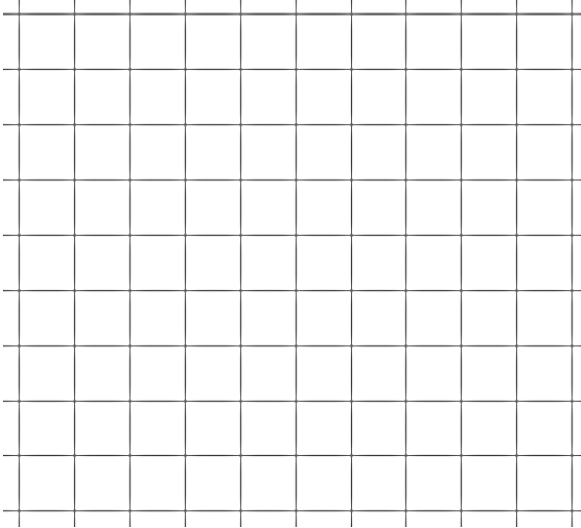
التاريخ :

التغيير الطردي :

هو دالة خطية يمكن أن تكتب بالصورة :  $v = k \cdot s$  حيث  $k \neq 0$   
و يسمى  $k$  ثابت التغيير أو معدل التغيير  
و يمكن التعبير عن العلاقة  $v = k \cdot s$  على الصورة  $v = \alpha \cdot s$

مثال : (١) صفحة (١١٢)

إذا كانت  $v = \alpha \cdot s$  وكانت  $v = 30$  عندما  $s = 10$  ، فأوجد قيمة  $v$  عندما  $s = 40$  ،  
ثم مثل العلاقة بين  $s$  ،  $v$  بيانيا

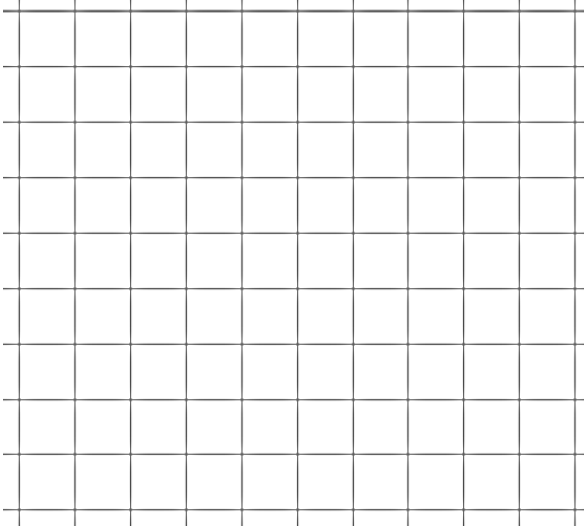


حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (١١٣)

هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $P(2, 3)$  ،  $b(4, 6)$  يمثل تغيرا طرديا بين  $s$  ،  $v$  . اشرح إجابتك

## التطبيق : حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١١٢ )

إذا كانت ص  $\alpha$  س و كانت ص = ١,٥ عندما س = ١٠ ، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٥ ،  
ثم مثل العلاقة بين س ، ص بيانيا



## التطبيق : كراسة التمارين رقم ( ٧ - ٨ ) صفحة ( ٧٢ )

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين ٢ ، ب يمثل تغيرا طرديا أوجد ص :

$$(٧) \quad ٢ (١, ٢) ، \quad ب (٦, ص)$$

$$(٨) \quad ٢ (٥, ص) ، \quad ب (١٥, ١٢)$$

حاول ان تحل رقم ( ٣ ) صفحة ( ١١٣ )

أي من المعادلات التالية تمثل تغيرا طرديا ؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغير الطردي .

$$( ١ ) \quad ٧ \text{ ص} = ٢ \text{ س}$$

$$( ٢ ) \quad ٨ = ٣ \text{ س} + ٤ \text{ ص}$$

$$( ٣ ) \quad ٢ = ٣ \text{ س} + ( ٢ + \text{ص} )$$

حاول ان تحل رقم ( ٥ ) صفحة ( ١١٦ )

هل تتغير ص طرديا مع س في الجدول

س	١	١-	٢	٣-
ص	٣	١-	٥	٥-

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٥ ) صفحة ( ٧٢ )

كل جدول مما يلي يمثل العلاقة بين س ، ص .  
إختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيرا طرديا أم لا . و إذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة .

(٥)

ص	س
٦	٢
١٣,٥	٥
٢١	٨

(٦)

ص	س
٥,٧	٣
٩,٥	٥
١٧,١	٩

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ١ ) ، ( ٢ ) ، ( ٣ ) صفحة ( ٧٢ )  
في التمارين ( ١ - ٣ ) هل كل معادلة في ما يلي تمثل تغيرا طرديا ؟ و إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير .

$$(٣) \quad ٠ = ص + ٢ + س$$

$$(٢) \quad ٢ = ص + ٤ + ٧س$$

$$(١) \quad ص = \frac{٢}{٣}س$$

التغير العكسي

التاريخ :

التغير العكسي

إذا تغيرت كمية س مع تغير كمية أخرى ص بحيث كان حاصل ضرب الكميتين ثابتا . فإن هذا التغير يسمى تغير عكسيا . و يسمى حاصل الضرب س ص ثابت ، و يرمز إلى ذلك

$$س ص = ك \text{ أو } ص = \frac{ك}{س} , ك \neq ٠$$

و يمكن التعبير عن التغير العكسي بالصورة  $ص = \frac{١}{\alpha}$

حاول ان تحل رقم ( ٣ ) صفحة ( ١٢١ )

في تغير عكسي ص  $\alpha = \frac{١}{س}$  إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٠,٧٥ أوجد س عندما ص = ٣

كراسة التمارين رقم ( ١ ) صفحة ( ٧٦ ):

أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسب عكسية .

( ٨,٥ ) ، ( ٤,م )

حاول ان تحل رقم ( ٤ ) صفحة ( ١٢٣ )

١٠	٦	٥	٤	٣	٢	س
٦	١٠	١٢	١٥	٢٠	٣٠	ص

بالنظر إلى الجدول أعلاه ، هل س × ص يعبر عن تغيير عكسي ؟ اشرح إجابتك .

التطبيق: كراسة التمارين صفحة ( ٥٨ )

إختبر ما إذا كانت العلاقة بين س ، ص تمثل تغيرا طرديا أم عكسيا . أكتب المعادلة التي تمثل نوع التغير

(١)

ص	س
٨	١
٤	٢
٢	٤
١	٨

(٢)

ص	س
٩	٠,٠١
٠,١	٠,٩
٠,٩	٠,١
٠,٠٣	٣

(٣)

ص	س
١,٢	١٤,٤
١	١٢
٠,٧٥	٩
٠,٣	٣,٦

التطبيق: كراسة التمارين صفحة ( ٧٧ )

أوجد ( ن ) لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة على تناسبات عكسية

( ن ، ٧ ) ، ( ٢ ، ١٤ )

التشابه :

تعميم :

- يقال لمضلعين ( لهما العدد نفسه من الاضلاع ) أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معا :
- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية .
  - أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .
- و العكس صحيح  
و تسمى النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين نسبة التشابه .

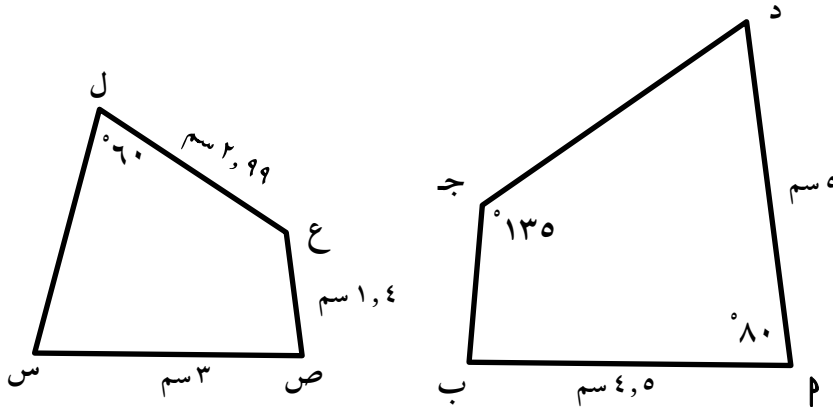
النسبة الذهبية :

في كل مستطيل ذهبي ، نسبة طول الضلع الأكبر إلى طول الضلع الأصغر

تسمى النسبة الذهبية و تساوي  $\frac{\sqrt{5}+1}{2} : 1$  أي حوالي ١,٦١٨ : ١

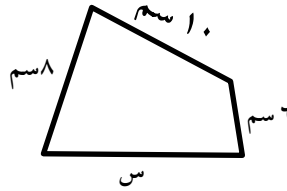
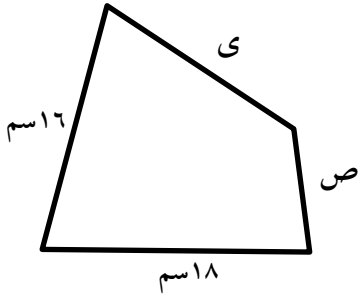
حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١٣١ )

في الشكل المقابل ، المضلعان م ب ج د ، س ص ع ل متشابهان  
أوجد قياسات الزوايا المجهولة و أطوال الاضلاع المجهولة في كلا من المضلعين .



إذا كان عرض أحد المستطيلات الذهبية ٦٠ سم ، فكم يجب أن يكون طوله ؟

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٢ ) . ( أ ) صفحة ( ٨٤ )  
إحسب س ، ص ، ي في الحالات التالية علما بأن المثلثان متشابهان



حاول ان تحل رقم ( ٣ ) صفحة ( ١٣٣ )

قطعة نقدية ورقية مستطيلة الشكل أبعادها ١٠,٥ سم ، ٦,٥ سم  
هل نسبة طولها إلى عرضها تساوي النسبة الذهبية ؟

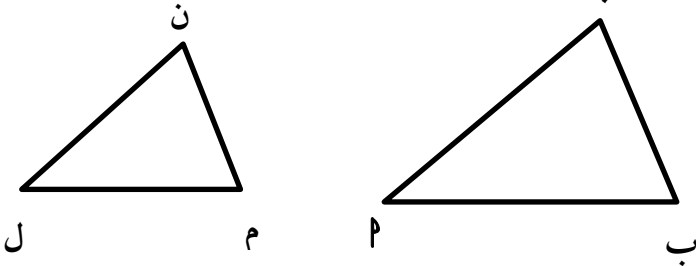
تشابه المثلثات

التاريخ :

نظرية ( ١ )

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زوايتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الاخر .

$$\Delta م ب ج \sim \Delta ل م ن$$

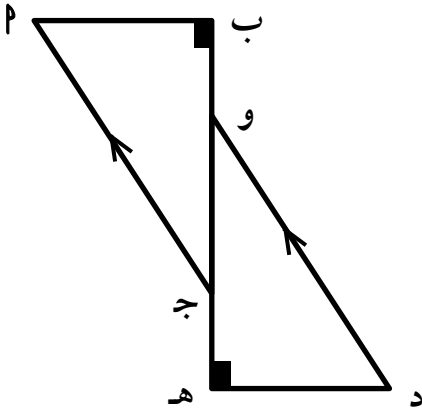


حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١٣٦ )

المثلث م ب ج قائم الزاوية في م ، ق ( ب ) = ٥٥°  
المثلث م ل ح قائم الزاوية في م ، ق ( ل ) = ٣٥°  
أثبت تشابه المثلثين م ب ج ، م ح ل

حاول ان تحل رقم ( ٢ ) صفحة ( ١٣٦ )

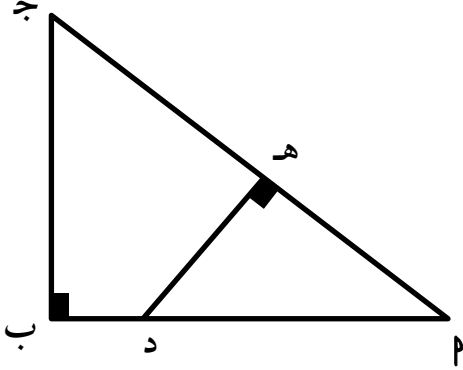
في الشكل المقابل ، أثبت تشابه المثلثين م ب ج ، د ه و



التطبيق : حاول ان تحل رقم ( ٣ ) صفحة ( ١٣٧ )

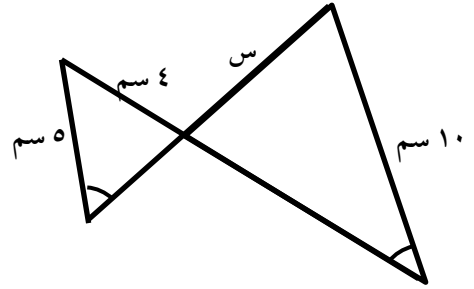
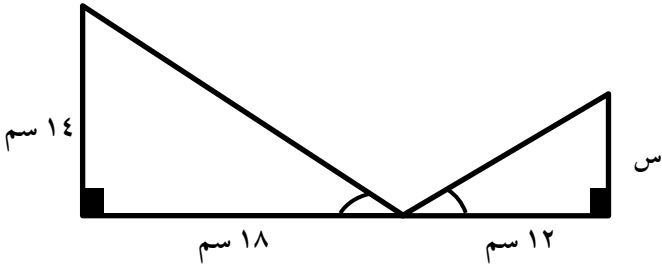
في الشكل المقابل ،

أثبت تشابه المثلثين  $\triangle BDP$  ،  $\triangle BAP$  و أكتب عبارة التشابه



التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٢ ) ، ( أ ) ، ( ل ) صفحة ( ٨٧ )

إستخدم التشابه لإيجاد قيمة س

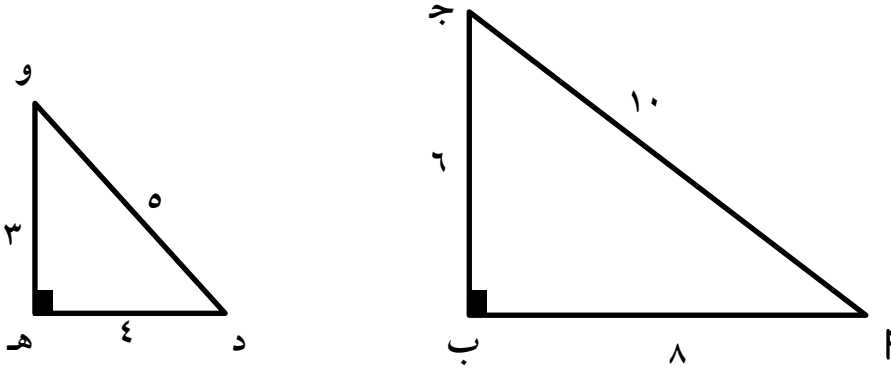


نظرية ( ٢ ) :

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما .

حاول ان تحل رقم ( ٦ ) صفحة ( ١٤١ )

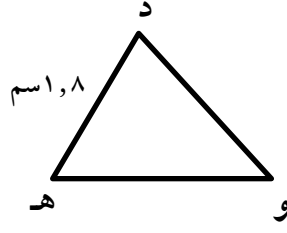
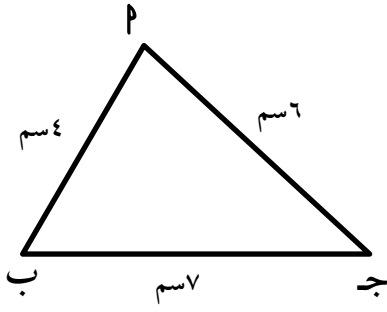
في الشكل المقابل ، أثبت أن المثلثين متشابهين .  
ثم أوجد العلاقة بين نسبة مساحتي المثلثين و نسبة التشابه



حاول ان تحل رقم ( ٥ ) صفحة ( ١٤٠ )

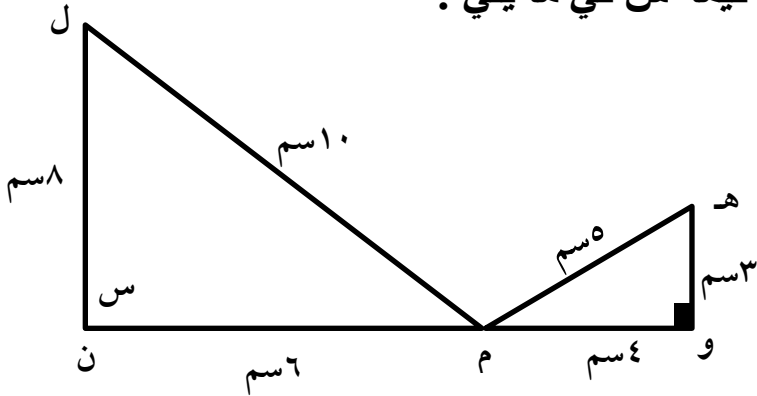
في الشكل المقابل المثلثان P ب ج ، د ه و متشابهان

أوجد طول كل من  $\overline{دو}$  ، و  $\overline{وه}$



التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٣ ) صفحة ( ٨٧ )

أثبت أن المثلثين متشابهان ، ثم أوجد قيمة س في ما يلي :

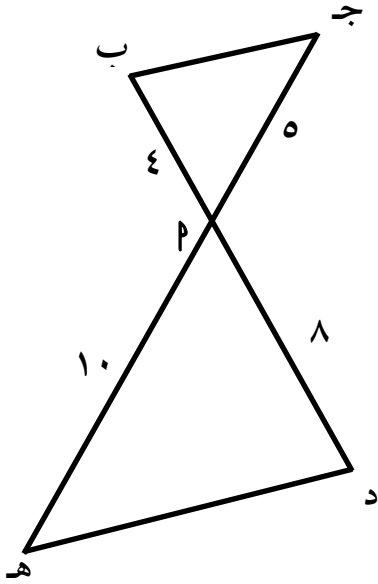


نظرية (٣)

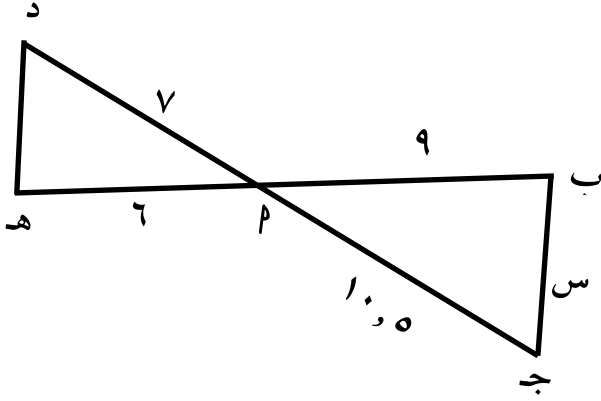
يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طول الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين.

حاول ان تحل رقم (٨) صفحة (١٤٣)

في الشكل المقابل  $\overline{BD} \cap \overline{GH} = \{P\}$  ، أثبت أن المثلثين  $\triangle BPH$  ،  $\triangle DPH$  متشابهان .

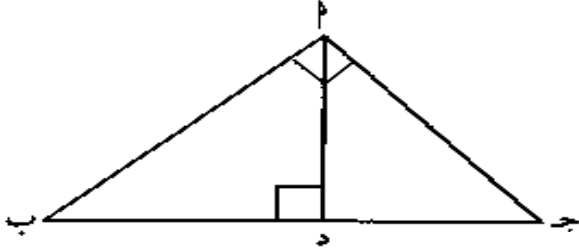


أثبت أن المثلثين متشابهان ، ثم أوجد قيمة س في كل مما يلي :



نظرية (١)

العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي.



نتيجة (١):

$$AD^2 = BD \times CD$$

نتيجة (٢):

إذا كان  $\Delta ABC$  قائم الزاوية،  $AD \perp BC$  :

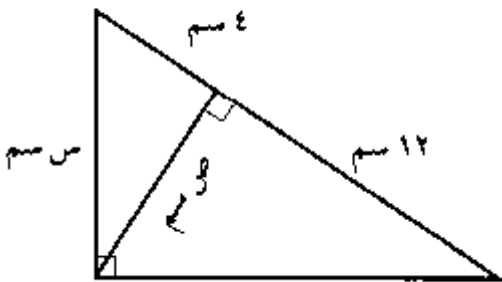
$$1 \quad AB^2 = BD \times BC$$

$$2 \quad AC^2 = CD \times BC$$

$$3 \quad AB \times AC = AD \times BC$$

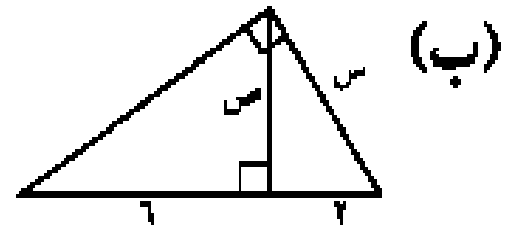
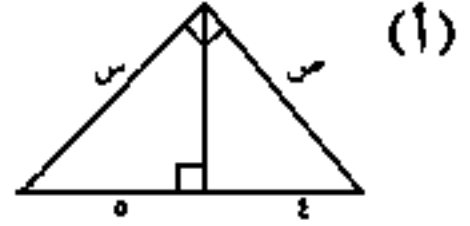
حاول ان تحل رقم (١) صفحة (١٥٠)

أوجد من الشكل المرسوم س، ص في أبسط صورة.



التطبيق : من كراسة التمارين رقم (١) ، (٣) صفحة (٩٣)

أوجد قيمة كل من  $s$ ،  $v$  في كل مما يلي:



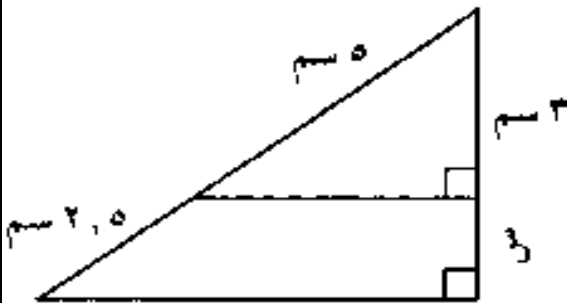
## Parallel Line Theory

## نظرية (١) نظرية المستقيم الموازي

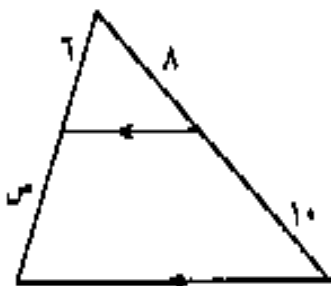
إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة.

حاول ان تحل رقم (١) صفحة (١٥٣)

في الشكل المقابل، استخدم نظرية المستقيم الموازي السابقة لإيجاد قيمة س.



التطبيق : من كراسة التمارين رقم (٢) ، ( ب ) صفحة (٩٧)



(ب)

أوجد قيمة س.

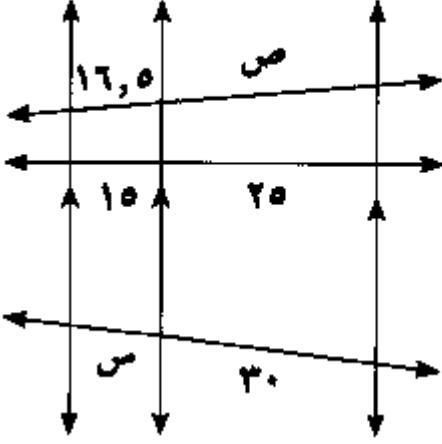


نظرية (٢) نظرية طاليس

إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمتين متوازيتين أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.

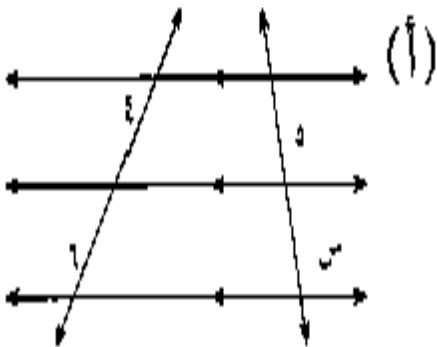
حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (١٥٤)

أوجد في الشكل المقابل س، ص في أبسط صورة.



التطبيق : من كراسة التمارين رقم (٢) صفحة (٩٧)

في الشكل المقابل أوجد قيمة س

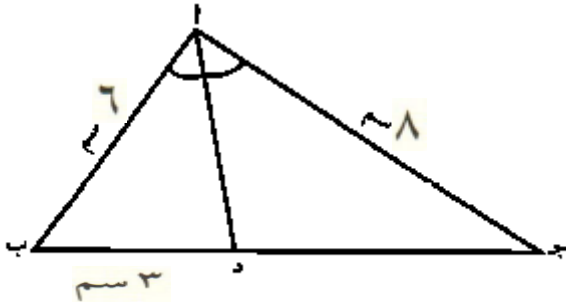


نظرية (٣) نظرية منصف الزاوية في مثلث

إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو من الخارج إلى جزئين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الأخرين للمثلث.

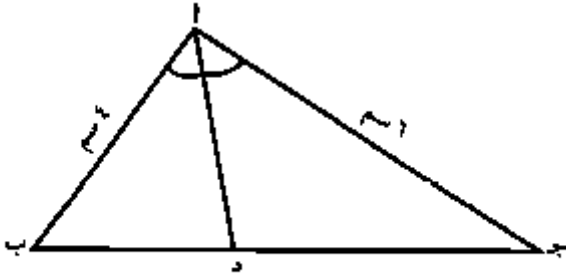
حاول ان تحل رقم (٥) صفحة (١٥٨)

أب جـ مثلث حيث  $AB = 6$  سم،  $AC = 8$  سم، ثم رسم  $AD$  منصف  $B$   $\widehat{A}$  ويقطع  $BC$  في  $D$   
إذا كان  $BD = 3$  سم أوجد  $CD$ .



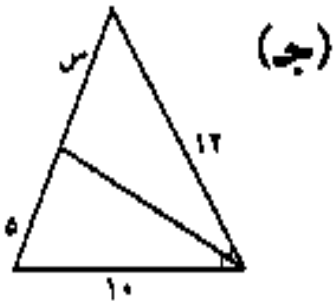
التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٦ ) صفحة ( ٩٨ )

في المثلث  $\triangle ABC$  ،  $\overline{AD}$  منصف  $\widehat{A}$  .  
إذا كان  $AB = ٤$  سم ،  $AC = ٦$  سم ،  $BC = ٨$  سم .  
فأوجد  $BD$  ،  $DC$  .



الواجب : من كراسة التمارين رقم ( ٢ ) ( ج ) صفحة ( ٩٧ )

٢ أوجد قيمة  $s$  .



التاريخ :

### نظرية العلاقة بين محيطات أو مساحات الأشكال المتشابهة

نظرية (١)

إذا كانت نسبة التشابه لأي شكلين متشابهين هي  $\frac{p}{b}$  فإن:

١ النسبة بين محيطي الشكلين =  $\frac{p}{b}$  = نسبة التشابه.

٢ النسبة بين مساحتي الشكلين =  $\frac{p^2}{b^2}$  = مربع نسبة التشابه.

نسبة التشابه بين أي دائرتين هي النسبة بين طولي نصفي قطريهما.

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١٦٢ )

١ لدينا مثلثان متشابهان بنسبة  $\frac{2}{3}$ . إذا كان محيط المثلث الأكبر ٤٥ سم، فأوجد محيط المثلث الأصغر.

٣ دائرتان م، ن، طول نصف قطر الأولى = ٥ سم وطول نصف قطر الثانية = ٨ سم. أوجد النسبة بين محيطي الدائرتين والنسبة بين مساحتهما.

٢ مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه ٣ سم، ٥ سم، ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم والآخر ينقص محيطه ٨ سم عن محيط المضلع الأول. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثاني.

النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين هي  $\frac{16}{9}$ . ما محيط المضلع الأكبر إذا كان محيط المضلع الأصغر ٢٤ سم؟

## الأنماط الرياضية والمتتاليات (المتتابعات)

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١٧١ )

تعريف:

المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة  $\{١, ٢, ٣, ٤, \dots, م\}$  ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

ملاحظة: يمكن التعبير عن المتتالية بكتابة حدودها (ح, ح, ح, ...)

ويمكن الحصول على حدود المتتالية من صور عناصر مجال المتتالية.

المتتالية المنتهية و المتتالية غير المنتهية

حاول ان تحل رقم ( ٢ ) صفحة ( ١٧٢ )

٢ لتكن الدالة  $f: \{١, ٢, ٣, ٤\} \rightarrow \mathbb{R}$  حيث  $f(n) = ١ + ٣^n$

بين في ما إذا كانت هذه الدالة متتالية، ثم أوجد حدودها.

٣ لتكن ت: صـ ← ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) =  $\frac{ن}{١+ن}$ .  
بين في ما إذا كانت ت متتالية، ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى منها.

الواجب :

لتكن ت: صـ ← ح دالة معرفة بالقاعدة ت (ن) =  $\frac{١}{ن}$ .  
بين في ما إذا كانت ت متتالية، ثم اكتب المتتالية مكتملًا بالحدود الثلاثة الأولى منها.  
الحل:

التاريخ :

حاول ان تحل رقم (٦) صفحة (١٧٤)

كتب الصيغة الصريحة (الحد النوني) لكل متتالية في ما يلي، ثم أوجد ح<sub>١٣</sub>.

أ (٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦، ...)

ب  $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \dots)$

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ١١ ) ، ( ١٢ ) صفحة ( ١٠٨ )

في التمرين (١١، ١٢)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة

$$\textcircled{11} (6, 0, 12, 18, 24, \dots)$$

$$\textcircled{12} (-4, -8, -12, -16, \dots)$$

الواجب : من كراسة التمارين أرقام ( ١ ) ، ( ٢ ) صفحة ( ١١٣ )

في التمرين (١، ٢) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية ثم أوجد الحد التالي.

$$\textcircled{1} (7, 13, 19, 25, 31, \dots)$$

$$\textcircled{2} (10, 20, 40, 80, 160, \dots)$$

المتتالية الحسابية

التاريخ :

تعريف:

المتتالية (المتتابعة) الحسابية هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عددًا ثابتًا. يسمى هذا الناتج أساس المتتالية ويرمز إليه بالرمز  $s$ . وعلى ذلك  $u_{n+1} = u_n - s$  أو  $u_{n+1} = u_n + s$ .

حاول ان تحل رقم (١) صفحة (١٧٧)

١ هل المتتاليتان التاليتان حسابيتان؟ إذا كانتا كذلك، فأوجد أساس كل منهما.

أ المتتالية (٢، ٥، ٧، ١٢)

ب المتتالية (٣٩، ٤٢، ٤٥، ٤٨)

حاول ان تحل رقم (٢) صفحة (١٧٨)

٢. إذا كان ح،  $s = 4$ ،  $s = 3$  في متتالية حسابية، فاكتب الحدود الستة الأولى من المتتالية.

حاول ان تحل رقم (٥) صفحة (١٨٠)

٥. في المتتالية (ح) حيث  $3n = 5 + n$  :  $n \in \mathbb{N}$   
أثبت أن المتتالية حسابية.

التطبيق : من كراسة التمارين رقم (١ + ٢) صفحة (١٠٦)

هل المتتالية المعطاة حسابية؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

(١) (١، ٤، ٩، ١٦، ...)

(٢) (-٢١، -١٨، -١٥، -١٢، ...)

الحد النوني للمتتالية الحسابية :

$$ح_n = ح_1 + s(n-1) \quad \text{لكل } n \in \mathbb{N}^+$$

$$ح_n = ح_k + s(n-k)$$

أساس المتتالية الحسابية بدلالة حدين من حدودها :  $s = \frac{ح_n - ح_k}{n - k}$  :  $n \neq k$

حاول ان تحل رقم (٣) صفحة (١٧٩)

٣ في المتتالية الحسابية  $ح_1 = ٤$  ،  $s = ٣$  .  
أوجد  $ح_{١٢}$  .

حاول ان تحل رقم (٤) صفحة (١٧٩)

في المتتالية الحسابية (٢، ٥، ٨، ١١، ...) : أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١ .

حاول ان تحل رقم ( ٦ ) صفحة ( ١٨٠ )

٦ إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي -٣، فأوجد أساس المتتالية ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتملاً بالحدود الأربعة الأولى منها.

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٣ + ٤ ) صفحة ( ١٠٦ )

في كل متتالية حسابية أوجد الحد الثاني والثلاثون.

( ٣ ) ( ٣٤ ، ٣٧ ، ٤٠ ، ٤٣ ، ... )

( ٤ ) ( ٢١٣ ، ٢٠١ ، ١٨٩ ، ١٧٧ ، ... )

الأوساط الحسابية :

حاول ان تحل رقم ( ٨ ) صفحة ( ١٨١ )

٨. أوجد قيمة  $a_n$  من المتتالية الحسابية (٤٣، ص، ٥٧).

حاول ان تحل رقم ( ٩ ) صفحة ( ١٨٢ )

٩. **أ** أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين -٩، ٣.

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٥ + ٦ ) صفحة ( ١٠٦ )

أوجد س في كل متتالية حسابية.

⑤ (-١٦، س، ١، ...)

⑥ ( $\frac{١٣}{٢}$ ، س،  $\frac{٥١}{٢}$ ، ...)

تطبيق : حاول ان تحل رقم ( ٩ ) صفحة ( ١٨٢ )

أدخل خمسة أوساط حسابية بين ١، ١٣.

مجموع ن حداً الأولى من حدود متتالية حسابية :

مجموع ن حداً الأولى من حدود متتالية حسابية (ح<sub>ن</sub>) يعطى بالقاعدة:

$$ج_n = \frac{n}{2} [2ح_1 + n(1 - ح_1)]$$

أو

$$ج_n = \frac{n}{2} (ح_1 + ح_n)$$

حيث ح<sub>ن</sub> هو الحد الذي ترتيبه ن من المتتالية الحسابية وحدها الأول ح<sub>١</sub>.

حاول ان تحل رقم (١٠) صفحة (١٨٣)

١٠. أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول -١٢ وحدها العاشر ٢٤.

حاول ان تحل رقم (١١) صفحة (١٨٤)

متتالية حسابية حدها الأول -٧ وأساسها ٤. أوجد مجموع أول خمسة وعشرين حداً منها.

التطبيق : من كراسة التمارين رقم (٢١) صفحة (١١٠)

أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية (٥، ٧، ٩، ...).

التطبيق : من كراسة التمارين رقم (٢٢) صفحة (١١٠)

٢٢ أوجد الحد الأربعون ح<sub>٤٠</sub> في المتتالية الحسابية حيث ح<sub>١</sub> = ٤، ج<sub>٤</sub> = ٦٠٨٠. ثم أوجد ح<sub>٣٠</sub>.

حاول ان تحل رقم ( ١ ) صفحة ( ١٨٧ )

١. أثبت أن المتتالية (ح) حيث  $ح = (٢)^n$ ، هي متتالية هندسية.

حاول ان تحل رقم ( ٢ ) صفحة ( ١٨٨ )

٢. اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٥ وأساسها ٣.

حاول ان تحل رقم ( ٣ ) صفحة ( ١٨٨ )

٣١ متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس  $\frac{1}{3}$  . اكتب المتتالية مكتملًا بالحدود الخمسة الأولى منها.

التطبيق : من كراسة التمارين رقم (٣+١) صفحة ( ١١٠ )

هل المتتالية التالية هندسية ، اذا كانت كذلك فاوجد اساسها :

( ١ ) ( ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ )

اكتب الحدود الأربعة من المتتالية : ( ٣ ) ح ، ٥ = ، ٣ = -

حاول ان تحل رقم ( ٥ ) صفحة ( ١٩٠ )

٥ أوجد وسطًا هندسيًا بين العددين في كل ما يلي:

أ ٣- ، ٧٢-

ب ٢٠ ، ٨٠

حاول ان تحل رقم ( ٧٥ ) صفحة ( ١٩١ )

٧ أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤ .

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ٥ - ٦ ) صفحة ( ١١٠ )

أوجد قيمة س في المتتالية الهندسية :

$$\left( \frac{16}{135}, \frac{8}{45}, \text{س}, \frac{2}{5} \right) \quad (5)$$

$$(9, 180, \text{س}, 255, \dots) \quad (6)$$

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ١٩ ) صفحة ( ١٣١ )

$$19 \quad \text{أدخل ستة أوساط هندسيّة بين العددين } -\frac{1}{2} \text{ و } -64$$

مجموع ن حداً الأولى من متتالية هندسية :

$$1 \quad ج_0 = ح_1 \times \frac{1-r_0}{1-r} \quad \text{أو} \quad ج_0 = ح_1 \times \frac{1-r_0}{r-1}, \quad r \neq 1$$
$$2 \quad \text{إذا كانت } r=1 \quad \text{فإن } ج_0 = ن_0 ح_1$$

حاول ان تحل رقم ( ٨ ) صفحة ( ١٩٢ )

٨ : أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣، ٩، ٢٧، ...).

التطبيق : من كراسة التمارين رقم ( ١٦ ) صفحة ( ١١١ )

أوجد مجموع حدود المتتالية الهندسية :

$$\text{عدد الحدود} = ٥ \quad \text{ح} = ٣, \quad r = \frac{1}{2} \quad \text{(١٦)}$$

٩) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية ( ٤ ، ■ ، ١ ، ■ ،  $\frac{1}{4}$  ، ... )

رمز المجموع :

حاول ان تحل رقم (١٠) صفحة (١٩٥)

$$١٠ \text{ أوجد قيمة: } \sum_{n=1}^{٨٠} n$$

حاول ان تحل رقم (١٢) صفحة (١٩٦)

$$١٢ \text{ أوجد قيمة } = \sum_{n=1}^٨ (٥ + ٣n).$$

حاول ان تحل رقم (١٣) صفحة (١٩٧)

$$١٣ \text{ أوجد قيمة } = \sum_{n=1}^{١٠} n^٢$$