رياضيات ثامن

البرهان

المستقيمات المتوازية

المستطيل
المربع
المعين

الكشف عن متوازي الأضلاع

مذكرة الصف الثامن ٢٠٢٠

الفصل الدراسي الثاني

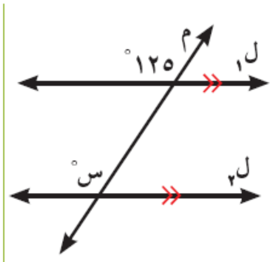
الوحدة الثامنة
الأشكال الرباعية

إعداد المعلمة
راندا موسى

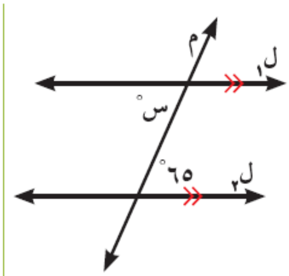
إعداد
أ. رانداموسى

المستقيمات المتوازية

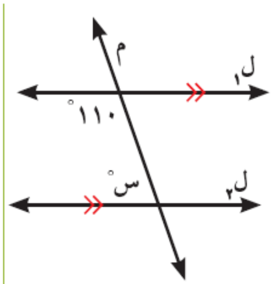
في كلّ من الأشكال التالية أوجد قيمة (س°) مع ذكر السبب.



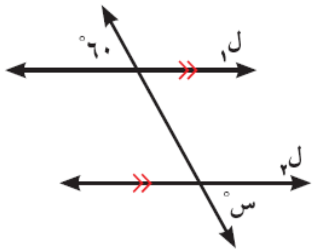
١٢٥° بالتناظر والتوازي



٦٥° بالتبادل والتوازي



٧٠° بالتحالف والتوازي

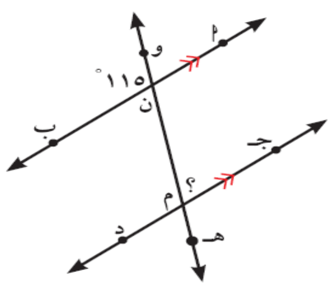


٦٠° بالتناظر والتقابل بالرأس (متبادلتان خارجيًّا مع التوازي)

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل : ↔أ ب // ↔جـ د ، ↔و هـ قاطع لهما في ن ، م على الترتيب ، ق (و نَ^ ب) = ١١٥° .

فأكمل لتوجد بالبرهان ق (جـ مَ^ ن) .



المعطيات : (١) ↔أ ب // ↔جـ د ، ↔و هـ قاطع لهما

(٢) ق (و نَ^ ب) = ١١٥°

المطلوب : إيجاد ق (جـ مَ^ ن)

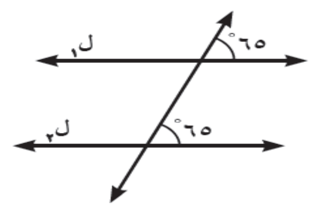
البرهان : ∵ ↔أ ب // ↔جـ د ، ↔و هـ قاطع لهما (معطى)

∵ ق (و نَ^ ب) = ١١٥° (معطى)

∴ ق (ن مَ^ د) = ق (و نَ^ ب) = ١١٥° (بالتوازي والتناظر)

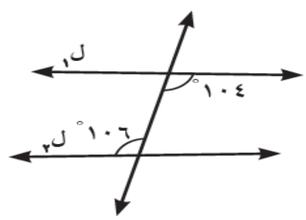
∴ ق (جـ مَ^ ن) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° لأنَّ جـ مَ^ ن ، ن مَ^ د متجاورتان على المستقيم

في أي من الأشكال التالية يكون المستقيمان ل١ ، ل٢ متوازيين ؟ وضّح ذلك .



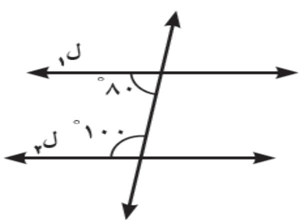
∵ الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

∴ ↔ل١ // ↔ل٢



∵ الزاويتان المتبادلتان غير متطابقتين

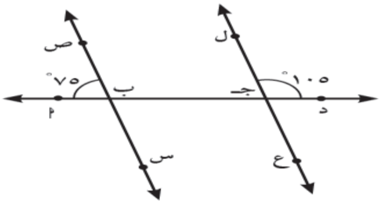
∴ ↔ل١ ، ↔ل٢ غير متوازيتين



∵ الزاويتان المتحالفتان متكاملتان

∴ ↔ل١ // ↔ل٢

إعداد
أ. رماندا موسى

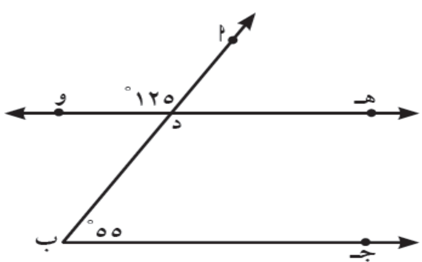


في الشكل المقابل أ د قاطع للمستقيمين
س ص ، ع ل في ب ، جـ على الترتيب ،
ق (أ ب̂ ص) = ٧٥° ، ق (ل جـ̂ د) = ١٠٥° ،
برهن أنّ س ص // ع ل .

الحلّ :

المعطيات : (١) أ د قاطع للمستقيمين س ص ، ع ل .
(٢) ق (أ ب̂ ص) = ٧٥° ، ق (ل جـ̂ د) = ١٠٥°
المطلوب : إثبات أنَّ س ص // ع ل

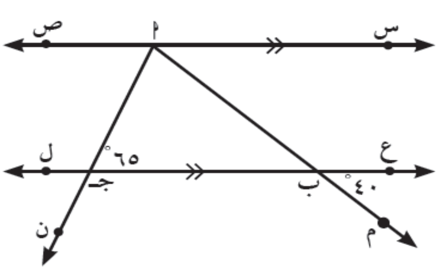
البرهان : ∵ ق (ل جـ̂ د) = ١٠٥° (معطى)
∴ ق (ب جـ̂ ل) = ١٨٠° − ١٠٥° = ٧٥° (بالتجاور على مستقيم)
∵ ق (أ ب̂ ص) = ٧٥° (معطى)
∵ ق (أ ب̂ ص) = ق (ب جـ̂ ل) = ٧٥° (وهما في وضع تناظر)
∴ س ص // ع ل



في الشكل المقابل : ق (أ د̂ و) = ١٢٥° ،
ق (د ب̂ جـ) = ٥٥° ، أثبت أنَّ هـ و // ب جـ

المعطيات : (١) ق (أ د̂ و) = ١٢٥°
(٢) ق (د ب̂ جـ) = ٥٥°
المطلوب : إثبات أنَّ هـ و // ب جـ

البرهان : ∵ ق (أ د̂ و) = ١٢٥° (معطى)
∴ ق (هـ د̂ ب) = ١٢٥° (زاويتان متقابلتان بالرأس) .
∵ ق (هـ د̂ ب) + ق (د ب̂ جـ) = ١٢٥° + ٥٥° = ١٨٠° (وهما متحالفتان)
∴ هـ و // ب جـ



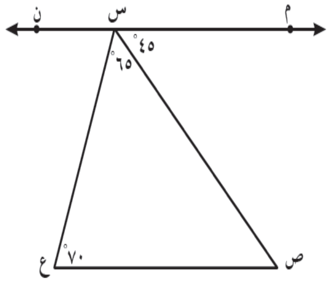
١ في الشكل المقابل س ص // ع ل ،
ق (ع ب̂ م) = ٤٠° ، ق (أ جـ̂ ب) = ٦٥°
أوجد بالبرهان كلًّا من :
ق (ص أ̂ جـ) ، ق (س أ̂ ب) ، ق (جـ أ̂ ب)

ق (ص أ̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب) = ٦٥° (بالتبادل والتوازي)
ق (أ ب̂ جـ) = ق (ع ب̂ م) = ٤٠° (زاويتان متقابلتان بالرأس)
ق (س أ̂ ب) = ق (أ ب̂ جـ) = ٤٠° (بالتبادل والتوازي)
ق (جـ أ̂ ب) = ١٨٠° − (٦٥° + ٤٠°) = ٧٥° (مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠°)

إعداد
أ. رائد موسى

في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أنَّ م ن ↔ // ص ع .

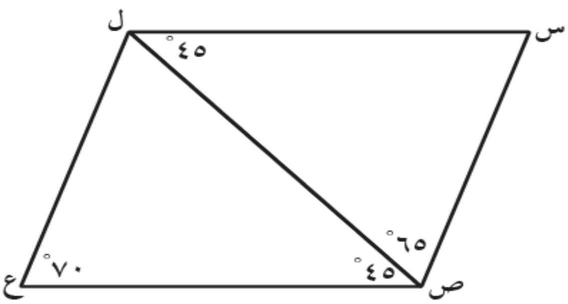


ق (س صَ^ ع) = ١٨٠° − (٦٥° + ٧٠°) = ٤٥° (مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠°)

ق (س صَ^ ع) = ق (م شَ^ ص) = ٤٥° وبما أنَّ الزاويتين متبادلتان ، إذًا م ن ↔ // ص ع

في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة عليه ،

برهن أن س ل // ص ع ، س ص // ل ع .



ق (س لَ^ ص) = ق (ل صَ^ ع) = ٤٥° وهما في وضع تبادل إذًا س ل // ص ع

Δ ل ص ع فيه :

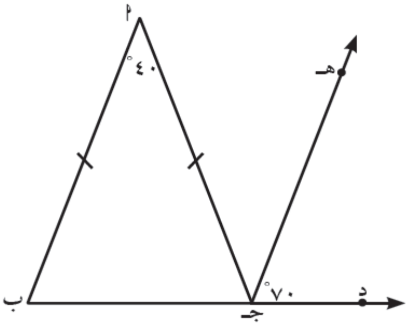
ق (ص لَ^ ع) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

∵ ق (س صَ^ ل) = ق (ع لَ^ ص) = ٦٥° وهما في وضع تبادل

∴ س ص // ل ع

في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أن جـ هـ // ب ٲ .



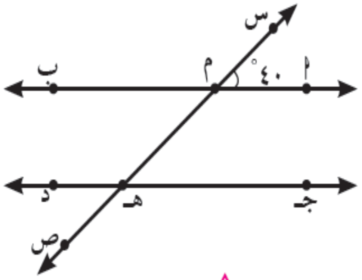
∵ Δ ٲ ب جـ متطابق الضلعين

∴ ق(ٲ بَ^ جـ) = ق(ٲ جَـ^ ب) = (١٨٠° − ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(ٲ بَ^ جـ) = ق(هـ جَـ^ د) = ٧٠° وهما في وضع تناظر

∴ جـ هـ ↔ // ب ٲ ↔

إعداد
أ. رماندا موسى



في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ قاطع لهما في م ، هـ على الترتيب ، ق (أ م^ س) = ٤٠° ، أوجد مع ذكر السبب :

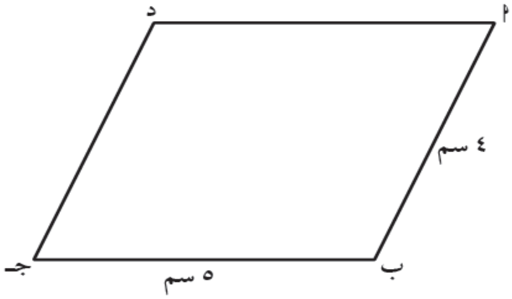
أ ق (جـ هـ^ م) = ٤٠° السبب : بالتناظر والتوازي مع أ م^ س

ب ق (جـ هـ^ ص) = ١٤٠° السبب : بالتجاور على مستقيم مع جـ هـ^ م

جـ ق (م هـ^ د) = ١٤٠° السبب : بالتقابل بالرأس مع جـ هـ^ ص
أو بالتجاور على مستقيم مع جـ هـ^ م

إعداد
أ. رماندا موسى

متوازي الأضلاع وخواصه



في الشكل المقابل متوازي أضلاع .

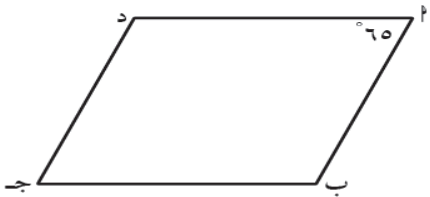
أوجد محيط متوازي الأضلاع :

لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع :

د جـ = ٤ سم السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

أ د = ٥ سم السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

محيط متوازي الأضلاع = ٤ + ٥ + ٤ + ٥ = ١٨ سم



أ ب جـ د متوازي أضلاع . ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

أوجد ق ($\hat{ب}$) ، ق ($\hat{جـ}$) ، ق ($\hat{د}$)

المعطيات : (١) أ ب جـ د متوازي أضلاع ، (٢) ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

المطلوب : إيجاد قياس ($\hat{ب}$) ، ($\hat{جـ}$) ، ($\hat{د}$)

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

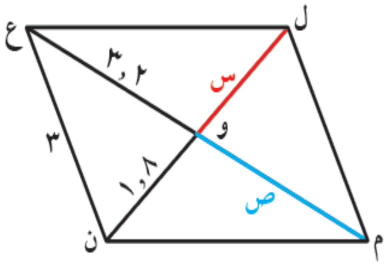
∴ ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠° − (٦٥°) = ١١٥° (لأنَّ كل زاويتين متتاليتين متكاملتان)

∴ ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{أ}$) = ٦٥° (لأنَّ كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

ق ($\hat{د}$) = ق ($\hat{ب}$) = ١١٥° (لأنَّ كل زاويتين متقابلتين متطابقتان)

ل م ن ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و .

أوجد : (١) س ، ص . (٢) محيط المثلث ل م و



∵ الشكل ل م ن ع متوازي أضلاع

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

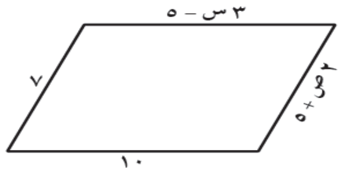
∴ س = و ن = ١,٨ وحدة طول ،

وبالمثل ص = و ع = ٣,٢ وحدة طول

∴ محيط Δ ل م و = ٣ + ٣,٢ + ١,٨ = ٨ سم

إعداد
أ. رانداموسى

في متوازي الأضلاع المقابل ،
أوجد قيمة كلٍّ من س ، ص .



∵ من خواص متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان :

فيكون : ٣ س – ٥ = ١٠

٣ س = ١٠ + ٥

٣ س = ١٥

س = ٥

بالمثل : ٢ ص + ٥ = ٧

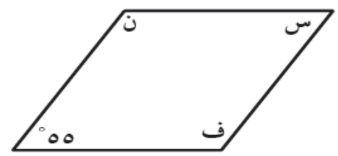
٢ ص = ٧ – ٥

٢ ص = ٢

ص = ١

أوجد قيمة كلٍّ من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية :

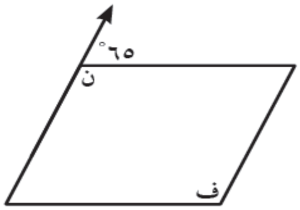
أ



الشكل متوازي أضلاع فيكون:
س = ٥٥ °
كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

ن = ١٨٠ ° - ٥٥ ° = ١٢٥ °
كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

ب

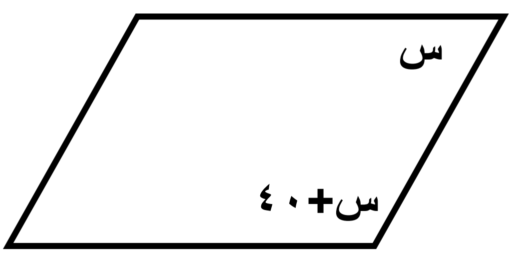


ن = ١٨٠ ° - ٦٥ ° = ١١٥ °
بالتجاور على مستقيم واحد

الشكل متوازي أضلاع فيكون:

ف = ١١٥ °
كل زاويتان متقابلتان متطابقتان

إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع وكان الفرق بين أي زاويتين غير متقابلتين ٤٠°،
فما هو قياس الزاوية الصغرى لمتوازي الأضلاع؟



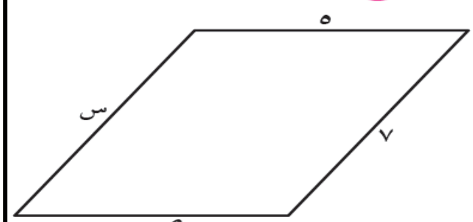
نفرض ان الزاوية الصغرى هي س
الشكل متوازي أضلاع فيكون:
كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

س + س + ٤٠ = ١٨٠
٢س + ٤٠ = ١٨٠
٢س + ٤٠ – ٤٠ = ١٨٠ – ٤٠
٢س = ١٤٠
س = ٧٠
قياس الزاوية الصغرى هو ٧٠ °

إعداد
أ . رانداموسى

أوجد الأطوال المجهولة في متوازيات الأضلاع التالية :

أ

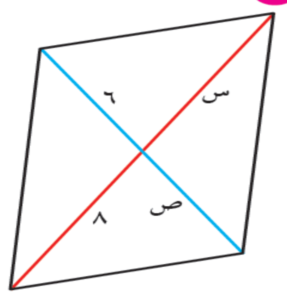


س = ٧ وحدة طول

ص = ٥ وحدة طول

كل ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الاضلاع

ب

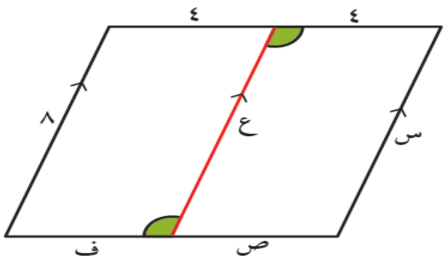


س = ٨ وحدة طول

ص = ٦ وحدة طول

الأقطار ينصف كل منهما الآخر في متوازي الاضلاع

جـ



س = ٨ وحدة طول

ص = ٤ وحدة طول

ع = ٨ وحدة طول

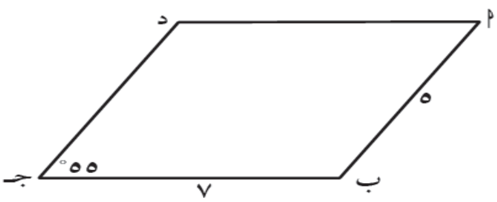
ف = ٤ وحدة طول

كل ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الاضلاع

أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ ب = ٥ وحدة طول ،

ب جـ = ٧ وحدة طول ، ق (جـ^) = ٥٥° ،

أوجد ما يلي مع ذكر السبب :



أ د = ب جـ = ٧ وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)

د جـ = أ ب = ٥ وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)

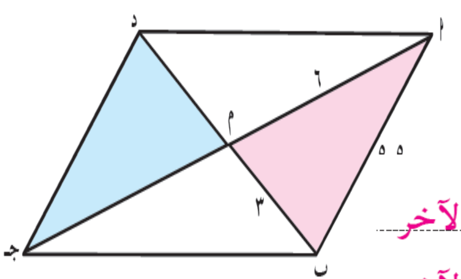
ق (أ^) = ق (جـ^) = ٥٥° السبب : (زاويتان متقابلتان متطابقتان)

ق (ب^) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥° السبب : (زاويتان متتاليتان متكاملتان)

ق (د^) = ق (ب^) = ١٢٥° السبب : (زاويتان متقابلتان متطابقتان)

أ ب جـ د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، أ ب = ٥,٥ وحدة طول ،

م أ = ٦ وحدة طول ، ب م = ٣ وحدة طول . احسب محيط Δ د م جـ .

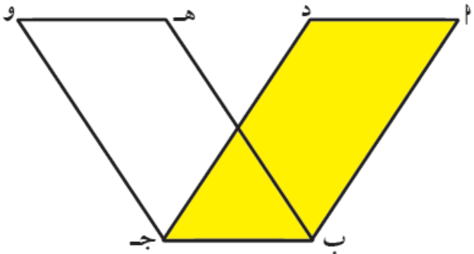


د م = م ب = ٣ وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر

م جـ = م أ = ٦ وحدة طول السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر

د جـ = أ ب = ٥,٥ وحدة طول السبب : (ضلعان متقابلان متطابقان)

∴ محيط Δ د م جـ = ٦ + ٣ + ٥,٥ = ١٤,٥ وحدة طول



أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ،
أثبت أن : أ د = هـ و .

أ د = ب جـ (ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الأضلاع أ ب جـ د)

هـ و = ب جـ (ضلعان متقابلان متطابقان في متوازي الأضلاع هـ ب جـ و)

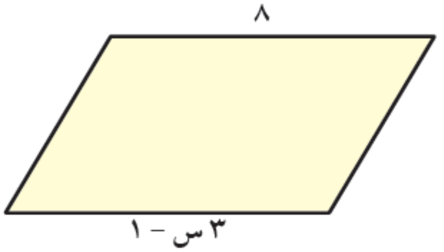
إذًا أ د = هـ و من خواص المساواة

أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة س في كل مما يلي :

أ

الشكل متوازي أضلاع فيكون:
كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

٢س + ٣٠ + ١٢٠ = ١٨٠
٢س + ١٥٠ = ١٨٠
٢س + ١٥٠ ـ ١٥٠ = ١٨٠ ـ ١٥٠
٢س = ٣٠
س = ١٥



الشكل متوازي أضلاع فيكون:
كل ضلعان متقابلان متطابقان

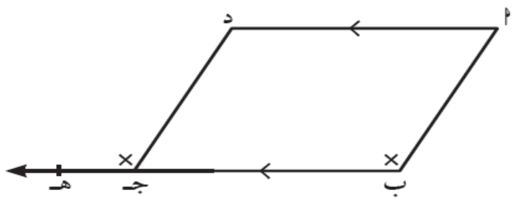
٣س - ١ = ٨
٣س -١ + ١ = ٨ + ١
٣س = ٩
س = ٣

إعداد
أ. رماندا موسى

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع

الحالة (من التعريف)
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

برهن على أنَّ الشكل الرباعي ٮ ب جـ د متوازي أضلاع .



∵ ٮد // ب جـ (١) (معطى)

∵ ق (ب^) = ق (د جـ هـ^) (معطى)

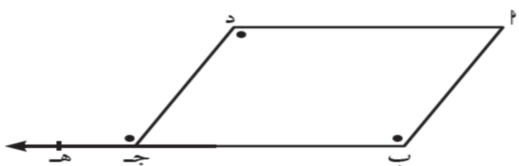
(وهما في وضع تناظر) .

∴ ٮ ب // د جـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ الشكل الرباعي ٮ ب جـ د متوازي أضلاع

لأنَّ فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

برهن على أنَّ الشكل الرباعي ٮ ب جـ د متوازي أضلاع .



∵ ق (ب^) = ق (د جـ هـ^)

(وهما في وضع تناظر)

∴ ٮ ب // د جـ (١)

∵ ق (د^) = ق (د جـ هـ^)

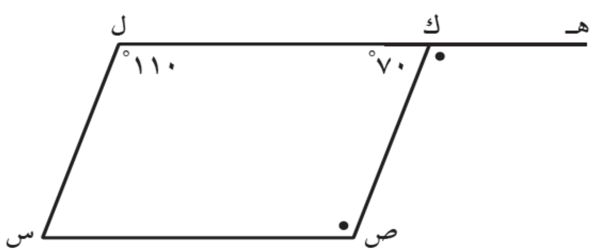
(وهما في وضع تبادل)

∴ ٮ د // ب جـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ الشكل الرباعي ٮ ب جـ د متوازي أضلاع

لأنَّ فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

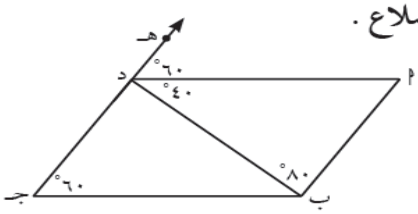
اثبت ان الشكل متوازي أضلاع



نعم ، بما أنّ ق (ل^) = ق (هـ ك^ ص) = ١١٠° وهما في وضع تناظر وكذلك ق (هـ ك^ ص) = ق (ص^) وهما في وضع تبادل ، إذًا كلّ ضلعين متقابلين متوازيان و ك ل س ص متوازي أضلاع .

إعداد
أ. رماندا موسى

برهن على أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .



المعطيات : أ ب جـ د شكل رباعي ،

(١) ق (أ دَ̂ هـ) = ق (جـ̂) = ٦٠°

(٢) ق (أ بَ̂ د) = ٨٠°

(٣) ق (أ دَ̂ ب) = ٤٠°

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .

البرهان : ق (أ دَ̂ هـ) = ق (جـ̂) = ٦٠° (وهما في وضع تناظر)

∴ أ د // ب جـ (١)

في Δ أ ب د ، ق (أ̂) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° لأنَّ مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠°

∵ ق (أ دَ̂ هـ) = ق (أ̂) = ٦٠° (وهما في وضع تبادل)

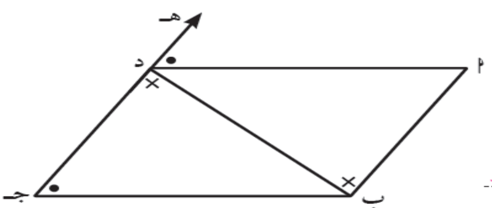
∴ أ ب // د جـ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن :

أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان)

من البيانات على الشكل المقابل :

أثبت أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .



∵ ق (أ هـ̂ د) = ق (جـ̂) وهما في وضع تناظر

∴ أ د // ب جـ ⟵ (١)

∵ ق (جـ دَ̂ ب) = ق (أ بَ̂ د) وهما في وضع تبادل

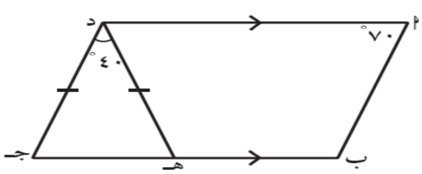
∴ أ ب // د جـ ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) يكون الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان .

في الشكل المقابل : أ د // ب جـ ،

د هـ = د جـ ، ق (أ̂) = ٧٠° ،

ق (هـ دَ̂ جـ) = ٤٠° ،



برهن أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .

∵ أ د // ب جـ (معطى) ⟵ (١)

∵ ق (أ̂) = ٧٠° (معطى)

∴ ق (ب̂) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° زاويتان متتاليتان متكاملتان

Δ د هـ جـ المتطابق الضلعين فيه :

∵ ق (هـ دَ̂ جـ) = ٤٠° (معطى)

∴ ق (د هـ̂ جـ) = ق (جـ̂) = (١٨٠° − ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

∵ ق (ب̂) + ق (جـ̂) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠° وهما زاويتان متتاليتان

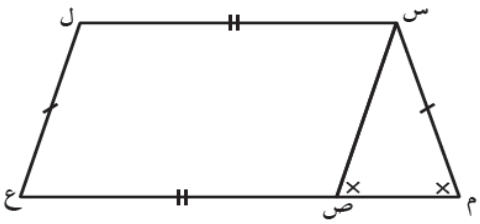
∴ أ ب // د جـ ⟵ (٢)

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان .

إعداد
أ. رماندا موسى

الحالة الأولى
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل ضلعان متقابلان متطابقان

إذا كان س ل = ص ع ، س م = ل ع ، $\widehat{\text{م}} \cong \widehat{\text{س ص م}}$ ،
برهن أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .



الحلّ :

المعطيات : (١) س ل = ص ع

(٢) س م = ل ع

(٣) $\widehat{\text{م}} \cong \widehat{\text{س ص م}}$

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

البرهان : في Δ س م ص ، $\widehat{\text{م}} \cong \widehat{\text{س ص م}}$ (فرضًا)

∴ Δ س م ص متطابق الضلعين فيه س م = س ص

∵ س م = ل ع (فرضًا)

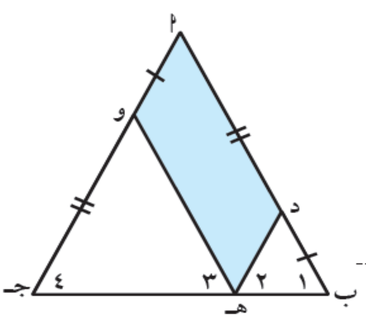
∴ س ص = ل ع (من خواص المساواة) (١)

∵ س ل = ص ع (فرضًا) (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان) .

في الشكل المقابل : ق ($\widehat{١}$) = ق ($\widehat{٢}$) ،
ق ($\widehat{٣}$) = ق ($\widehat{٤}$) ، ا د = و جـ ، ا و = د ب ،
برهن أنَّ ا د هـ و متوازي أضلاع .



Δ د ب هـ فيه :

∵ ق ($\widehat{١}$) = ق ($\widehat{٢}$) (معطى)

∴ د ب = د هـ (مثلث متطابق الضلعين)

∵ د ب = ا و (معطى)

∴ د هـ = ا و (من خواص المساواة) ⟵ (١)

بالمثل : Δ و هـ جـ فيه :

∵ ق ($\widehat{٣}$) = ق ($\widehat{٤}$) (معطى)

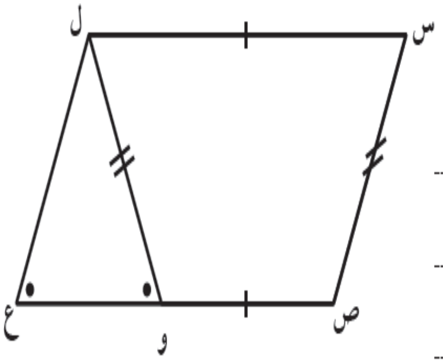
∴ و هـ = و جـ (مثلث متطابق الضلعين)

∵ و جـ = ا د (معطى)

∴ و هـ = ا د (من خواص المساواة) ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن الشكل ا د هـ و متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين .

إعداد
أ . رماندا موسى



أثبت أنَّ : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .

Δ ل و ع فيه ق (ل و^ ع) = ق (ع^)

∴ Δ ل و ع متطابق الضلعين

∴ ل و = ل ع ⟵ (١)

∵ س ص = ل و (معطى) ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ س ص = ل ع ⟵ (٣)

∵ س ل = ص ع (معطى) ⟵ (٤)

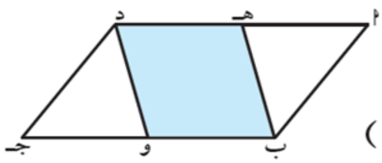
من (٣) ، (٤) ∴ الشكل س ص ع ل فيه كل ضلعان متقابلان متطابقان

∴ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع

إعداد
أ. رماندا موسى

الحالة الثانية
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان

إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف أ د ، و منتصف ب جـ
برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .



المعطيات : أ ب جـ د متوازي أضلاع ،

(١) أ هـ = هـ د (هـ منتصف أ د)

(٢) ب و = و جـ (و منتصف ب جـ)

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ أ د = ب جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ ١/٢ أ د = ١/٢ ب جـ (من خواص المساواة)

∵ هـ منتصف أ د ، و منتصف ب جـ (فرضًا)

∴ هـ د = ب و (١)

∵ أ د // ب جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

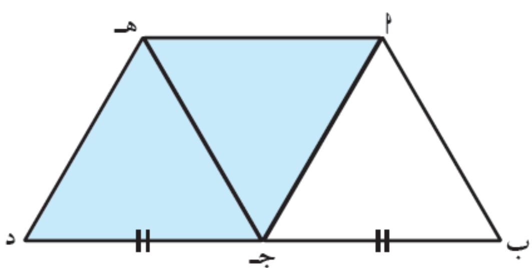
∵ هـ ∈ أ د ، و ∈ ب جـ

∴ هـ د // ب و (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

إذا كان أ ب جـ هـ متوازي أضلاع ، ب جـ = جـ د ، ب ، جـ ، د على استقامة واحدة ، فبرهن أنَّ الشكل الرباعي أ جـ د هـ متوازي أضلاع .



∵ الشكل أ ب جـ هـ متوازي أضلاع (معطى)

∴ ب جـ = أ هـ (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ب جـ = جـ د (معطى)

∴ ب جـ = جـ د = أ هـ (من خواص المساواة) ⟵ (١)

∵ ب جـ // أ هـ (من خواص متوازي الأضلاع)

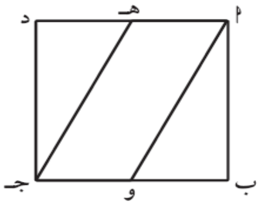
∵ ب ، جـ ، د على إستقامة واحدة (مُعطى)

∴ جـ د // أ هـ (بُرهانًا) ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن الشكل أ جـ د هـ متوازي أضلاع لأن فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.

إعداد
أ. رانداموسى

أ ب جـ د مربع ، هـ منتصف أ د ، و منتصف ب جـ
أثبت أنَّ : أ و جـ هـ متوازي أضلاع .



المعطيات : أ ب جـ د مربع ، هـ منتصف أ د ، ومنتصف ب جـ

المطلوب : إثبات أنَّ : أ و جـ هـ متوازي أضلاع

البرهان :

أ ب جـ د مربع (معطى)

∴ أ د = ب جـ (أطوال أضلاع المربع متطابقة)

∵ هـ منتصف أ د (معطى) ، ∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ د

∵ و منتصف ب جـ (معطى) ، ∴ و جـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

∴ أ هـ = و جـ (من خواص المساواة) (١)

∵ أ د // ب جـ (من خواص المربع)

∴ أ هـ // و جـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

الشكل أ و جـ هـ متوازي أضلاع (لأنَّه شكل رباعي فيه ضلعان متطابقان ومتوازيان)

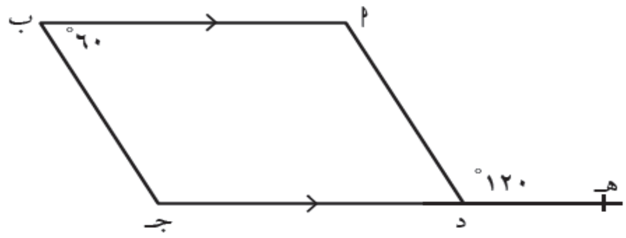
إعداد
أ. رماندا موسى

الحالة الثالثة

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

أو

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل زاويتين متتاليتين متكاملتين



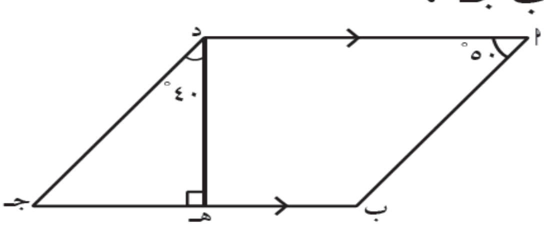
ق (أ د̂ جـ) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

∴ ق (جـ̂) = ٣٦٠° − (١٢٠° + ٦٠° + ٦٠°) = ١٢٠°

مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

أمّا ق (ب جـ̂ د) = قياس الزاوية الخارجية أ د هـ ، ق (هـ د̂ أ) = ق (أ̂) = ١٢٠° بالتبادل والتوازي بما أنّ أب // د جـ ، إذاً كلّ زاويتين متقابلتين متطابقتان والشكل الرباعي هو متوازي أضلاع .

إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه أ د // ب جـ ، د هـ ⊥ ب جـ ، ق (أ̂) = ٥٠° ، ق (هـ د̂ جـ) = ٤٠° ، فبرهن أنَّ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع .



∵ أ د // ب جـ (معطى)

∵ ق (أ̂) = ٥٠° (معطى) ⟵ (١)

∴ ق (ب̂) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° زاويتان متتاليتان متكاملتان ⟵ (٢)

Δ د هـ جـ القائم الزاوية في (هـ) فيه :

∵ ق (هـ د̂ جـ) = ٤٠° (معطى)

∵ د هـ ⊥ ب جـ (معطى)

∴ ق (جـ̂) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠° مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠° ⟵ (٣)

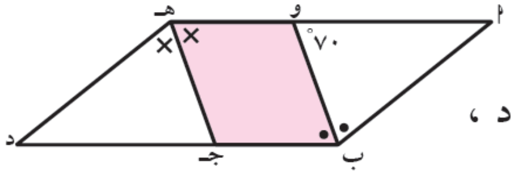
∴ ق (أ د̂ جـ) = ٣٦٠° − (٥٠° + ١٣٠° + ٥٠°)

= ٣٦٠° − ٢٣٠°

= ١٣٠° مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠° ⟵ (٤)

∴ من (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه كل زاويتان متقابلتان متطابقتان .

إعداد
أ. رانداموسى



إذا كان أ ب د هـ متوازي أضلاع ،

ب و منصف أ ب̂ د ، هـ جـ منصف أ هـ̂ د ،

ق (أ و̂ ب) = ٧٠° ،

فبرهن أنَّ الشكل الرباعي و ب جـ هـ متوازي أضلاع .

∵ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

∴ ق (أ ب̂ د) = ق (أ هـ̂ د) (برهانًا)

∵ ب و منصف أ ب̂ د ، كذلك ∵ هـ جـ منصف أ هـ̂ د (معطى)

∴ ق (و ب̂ جـ) = ق (و هـ̂ جـ) (برهانًا)

أيضًا ق (أ و̂ ب) = ق (و ب̂ جـ) = ٧٠° (التبادل والتوازي) ← (١)

∴ ق (أ و̂ ب) = ق (و ب̂ جـ) = ق (و هـ̂ جـ) = ٧٠° ← (٢)

الشكل و ب جـ هـ فيه :

ق (ب و̂ هـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° التجاور على مستقيم ← (٣)

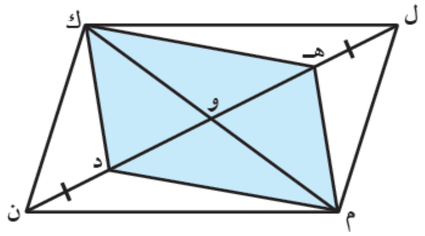
ومنه : ق (ب جـ̂ هـ) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٧٠° + ١١٠°)

ق (ب جـ̂ هـ) = ٣٦٠° − ٢٥٠° = ١١٠° مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠° ← (٤)

∴ من (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) نجد أن الشكل و ب جـ هـ متوازي أضلاع لأن فيه كل زاويتان متقابلتان متطابقتان.

إعداد
أ . رماندا موسى

الحالة الرابعة
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه القطران ينصف كل منهما الآخر



إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ،
برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

المعطيات : ل م ن ك متوازي أضلاع ، ل هـ = د ن

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

البرهان : ∵ ل م ن ك متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ م و = و ك (من خواص متوازي الأضلاع) (١)

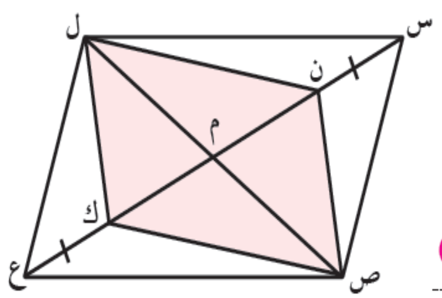
∴ ل و = و ن (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطى)

∴ ل و − ل هـ = و ن − د ن (من خواص المساواة)

∴ هـ و = و د (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كلّ منهما الآخر)



٧ إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع ، فأثبت أنَّ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .

∵ الشكل ن ص ك ل متوازي أضلاع (معطى)

∵ م نقطة تقاطع قطرية

∴ م ص = م ل (برهانًا) ← (١)

أيضًا م ن = م ك (برهانًا)

∵ س ن = ع ك (معطى)

∴ م ن + ن س = م ك + ك ع

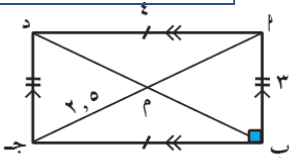
∴ م س = م ع (برهانًا) ← (٢)

∴ من (١) ، (٢) نجد أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع لأن فيه القطران ينصف كل منهما الآخر .

المستطيل (خواصه والكشف عنه)

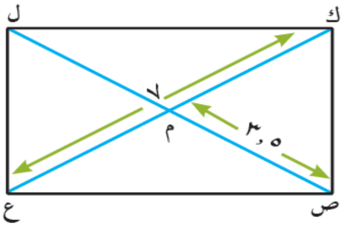
إعداد
أ . رماندا موسى

متوازي الأضلاع يكون مستطيل إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية:
- إحدى زواياه قائمة
- قطراه متطابقان



أ ب جـ د مستطيل فيه : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠°،
أ ب = ٣ ، أ د = ٤ ، م جـ = ٢,٥
أكمل ما يلي :

١ د جـ = ٣ لأن الضلعين المتقابلين متطابقان
٢ أ جـ = ٥ لأن القطران ينصف كل منهما الآخر
٣ ق ($\hat{د}$) = ٩٠° لأن الزوايا قائمة
٤ ق ($\hat{جـ}$) = ٩٠° لأن الزوايا قائمة

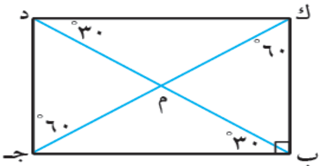


ك ص ع ل متوازي أضلاع فيه : ك ع = ٧ وحدة طول ،
ص م = ٣,٥ وحدة طول .
أثبت أنَّ : ك ص ع ل مستطيل

المعطيات : (١) ك ص ع ل متوازي أضلاع
(٢) ك ع = ٧ وحدة طول ، ص م = ٣,٥ وحدة طول

المطلوب : إثبات أنَّ ك ص ع ل مستطيل

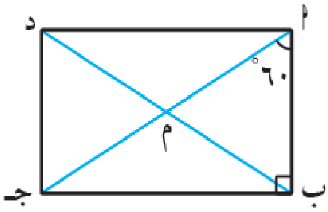
البرهان : ∵ ك ص ع ل متوازي أضلاع (معطى)
∴ ص م = ل م = ٣,٥ وحدة طول ، القطران ينصف كلّ منهما الآخر
∴ ص ل = ٧ وحدة طول
∴ ك ع = ص ل = ٧ ، القطران متطابقان
∴ الشكل ك ص ع ل مستطيل لأنَّ
ك ص ع ل شكل متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان



في الشكل المقابل أثبت أنَّ : ك ب جـ د مستطيل .

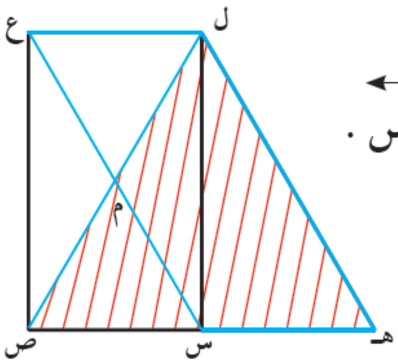
البرهان :
∵ ق (ك $\hat{د}$ ب) = ق (د $\hat{ب}$ جـ) (وهما في وضع تبادل)
∴ ك د // ب جـ (١)
∵ ق (ب $\hat{ك}$ جـ) = ق (د $\hat{جـ}$ ك) (وهما في وضع تبادل)
∴ ك ب // د جـ (٢)
∴ من (١) ، (٢) الشكل متوازي أضلاع ،
∵ ق (ك $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠°
∴ الشكل مستطيل لأنّه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

إعداد
أ. رماندا موسى



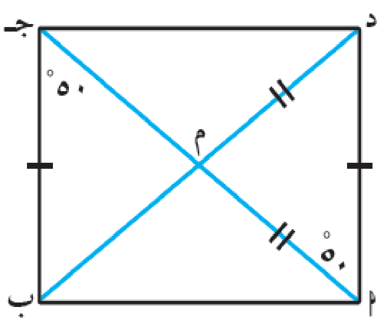
أ ب جـ د مستطيل فيه : ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٦٠° ،
احسب ق (د $\hat{ب}$ جـ) .

ق (د $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠° (بما أنّ ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ق (أ $\hat{ب}$ د) = ٦٠°)



س ص ع ل مستطيل ، هـ س ع ل متوازي أضلاع ،
أثبت أنَّ : Δ ل ص هـ متطابق الضلعين ، هـ ∈ ص س .

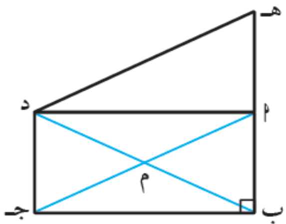
ل ص = ع س (القطران متطابقان في المستطيل) ،
ل هـ = ع س (ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع
متطابقان) إذًا ل ص = ل هـ ، Δ ل ص هـ متطابق
الضلعين.



أ ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م
أ د = ب جـ ، م د = م أ ،
ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ق (ب $\hat{جـ}$ أ) = ٥٠° ،
أثبت أنَّ : أ ب جـ د مستطيل ، ثم أوجد ق (ب $\hat{أ}$ جـ) .

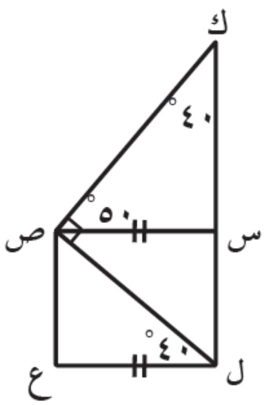
ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ق (ب $\hat{جـ}$ أ) = ٥٠° والزاويتان متبادلتان
إذًا $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، كذلك $\overline{\text{أ د}}$ ≅ $\overline{\text{ب جـ}}$
إذًا أ ب جـ د متوازي أضلاع .
ولكن م أ = م د إذًا القطران متساويان لذلك أ ب جـ د مستطيل ،
ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

إعداد
أ. رماندا موسى



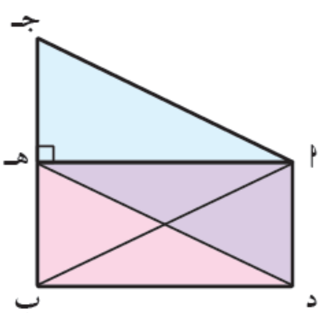
هـ أ جـ د متوازي أضلاع ، ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠° ،
أ د // ب جـ ، هـ ، أ ، ب على استقامة واحدة .
أثبت أنّ : أ ب جـ د مستطيل .

∵ الشكل هـ أ جـ د متوازي أضلاع
∴ هـ أ // د جـ ، ∵ هـ ، أ ، ب على استقامة واحدة
∴ أ ب // د جـ ⟵ (١)
∵ أ د // ب جـ ⟵ (٢)
∴ من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان
∵ ق (ب̂) = ٩٠°
∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل إحدى زواياه قائمة .



إثبات أنّ س ص ع ل مستطيل

ق (س ص̂ ل) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠° = ق (ص ل̂ ع) وهما في وضع تبادل ،
إذًا س ص // ل ع وكذلك س ص ≅ ل ع ، إذًا س ص ع ل متوازي أضلاع .
ق (ك س̂ ص) = ١٨٠° − (٥٠° + ٤٠°) = ٩٠° ، إذًا ق (ص س̂ ل) = ٩٠° ،
بذلك س ص ع ل مستطيل .

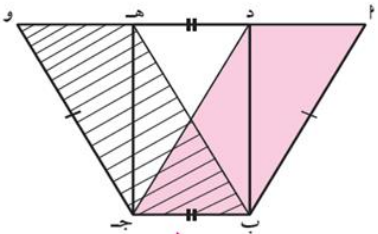


في الشكل أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين ،
أ د هـ جـ متوازي أضلاع ، أ هـ ⊥ ب جـ .
أثبت أنّ : الشكل أ د ب هـ مستطيل .

∵ △ أ ب جـ متطابق الضلعين فيه :
أ هـ ⊥ ب جـ (معطى)
∴ هـ ب = هـ جـ (١)
∵ أ د هـ جـ متوازي أضلاع (معطى)
∴ أ د = جـ هـ (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن :
أ د = هـ ب (٣)
∵ أ د // هـ جـ من خواص متوازي أضلاع
∵ ب ∈ جـ هـ
∴ أ د // ب هـ (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج أن الشكل الرباعي أ د ب هـ متوازي أضلاع (٥)
∵ △ أ ب جـ متطابق الضلعين
∴ أ جـ = أ ب (٦)
∵ أ د هـ جـ متوازي أضلاع
∴ أ جـ = د هـ (٧)
من (٦) ، (٧) ينتج أن أ ب = د هـ القطران متطابقان
∴ الشكل أ د ب هـ مستطيلا

إعداد
أ. رماندا موسى



ا ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع .

د ، هـ ∈ $\overline{او}$ بحيث د هـ = ب جـ ، ا ب = و جـ

أثبت أنَّ : د ب جـ هـ مستطيل .

المعطيات : ا ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ، د هـ = ب جـ ، ا ب = و جـ

المطلوب : إثبات أنَّ : د ب جـ هـ مستطيل

البرهان :

∵ ا ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع (معطى)

∴ $\overline{اد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$ (من خواص متوازي أضلاع)

∵ د ، هـ ∈ $\overline{ا و}$ (معطى)

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ (١)

د هـ = ب جـ (معطى) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

د ب جـ هـ متوازي أضلاع (لأنَّه شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان) (٣)

∵ ا ب = د جـ ، و جـ = هـ ب (من خواص متوازي الأضلاع)

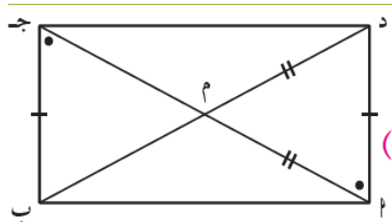
∵ ا ب = و جـ (معطى)

∴ ا ب = د جـ = ب هـ = و جـ (من خواص المساواة)

∴ د جـ = هـ ب ، ∴ القطران متطابقان (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج أنَّ :

الشكل د ب جـ هـ مستطيل (لأنَّه متوازي أضلاع فيه قطران متطابقان)



أثبت أنَّ : الشكل ا ب جـ د مستطيل .

∵ ق (د ا جـ) = ق (ب جـ م) وهما من وضع تبادل (معطى)

∴ $\overline{اد}$ // $\overline{جـ ب}$ (١)

∵ ا د = جـ ب (٢) (معطى)

من (١) ، (٢) : $\overline{ا د}$ ، $\overline{جـ ب}$ ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان

∴ الشكل ا ب جـ د متوازي أضلاع (٣)

∵ م نقطة تقاطع قطرية (القطران ينصف كلًّا منهما الآخر)

∴ م د = م ب ، م ا = م جـ

∵ م د = م ا ∴ د ب = ا جـ (القطران متطابقان) (٤)

من (٣) ، (٤) ∴ الشكل ا ب جـ د مستطيل

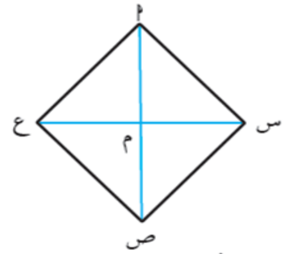
إعداد
أ. رإندا موسى

متوازي الأضلاع يكون معين إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية:

- إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه
- إذا تعامد قطراه

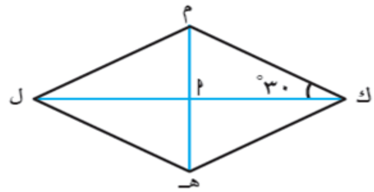
المُعيَن (خواصه والكشف عنه)

في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب :



ق (س م^ أ) = ٩٠°

السبب : القطران متعامدان



ق (م كَ^ هـ) = ٦٠°

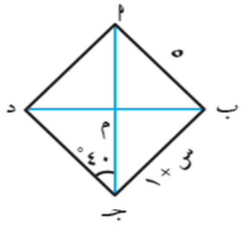
السبب : القطر ينصف الزاوية

ق (م لَ^ هـ) = ٦٠°

السبب : زاويتان متقابلتان

ق (ل هـَ^ ك) = ١٢٠°

السبب : قياس زاويتين متتاليتين ١٨٠°



طول ب جـ = ٥

السبب : أضلاع المعين متطابقة

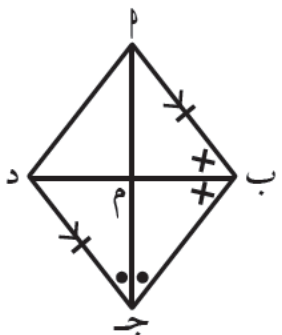
أوجد قيمة س :

س + ١ = ٥

س = ٤

محيط المعين = ٢٠

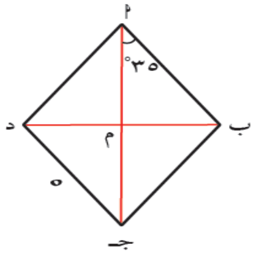
إثبات أنّ الشكل الرباعي أ ب جـ د معيَّن .



∵ أب // جـ د ، أب ≅ جـ د ،

∴ أ ب جـ د متوازي أضلاع ، ق (أ بَ^ جـ) + ق (ب جـَ^ د) = ١٨٠° (من خواصّ متوازي أضلاع)

∴ ق (د بَ^ جـ) + ق (ب جـَ^ أ) = ١٨٠° ÷ ٢ = ٩٠° ، إذًا ق (ب مَ^ جـ) = ٩٠° وبذلك القطران متعامدان في نقطة المنتصف م ، أ ب جـ د معيَّن .



أ ب جـ د معين تقاطع قطريه في م ، ق (ب أَ^ جـ) = ٣٥° ، جـ د = ٥ وحدة طول .

أ) احسب قياسات زوايا المعين .

ق (ب أَ^ د) = ق (ب جـَ^ د) = ٧٠°

ق (أ بَ^ جـ) = ق (أ دَ^ جـ) = ١١٠°

ب) أوجد طول ب جـ .

ب جـ = ٥ وحدة طول

جـ) أوجد قياس أ مَ^ ب .

ق (أ مَ^ ب) = ٩٠°

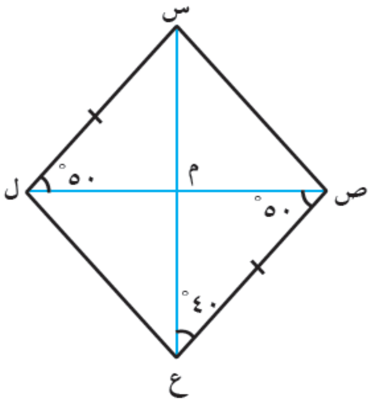
إعداد
أ. رانداموسى

في الشكل المقابل :

ق (س ل̂ ص) = ق (ع ص̂ ل) = ٥٠° ،

ق (ص ع̂ س) = ٤٠° ، س ل = ص ع .

أثبت أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل معين .



المعطيات :

(١) س ل = ص ع

(٢) ق (س ل̂ ص) = ق (ع ص̂ ل) = ٥٠°

(٣) ق (ص ع̂ س) = ٤٠°

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل س ص ع ل معين

البرهان :

∵ س ل = ص ع (فرضًا) (١)

∵ ق (س ل̂ ص) = ق (ع ص̂ ل) = ٥٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ س ل // ص ع (٢)

∴ من (١) ، (٢) يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّ فيه ضلعين متقابلين متوازيين ، متطابقين (٣)

في Δ ص م ع فيه :

∵ ق (ع ص̂ م) = ٥٠° (فرضًا) ، ∵ ق (ص ع̂ م) = ٤٠° (فرضًا)

∴ ق (ص م̂ ع) = ١٨٠° − (٤٠° + ٥٠°) = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

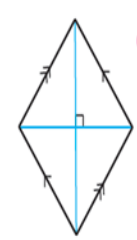
ومنه نستنتج أن : س ع ⊥ ص ل

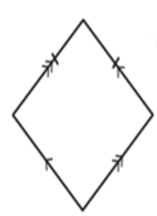
∴ القطران متعامدان (٤)

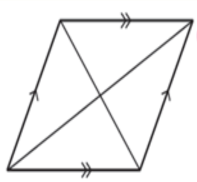
∴ من (٣) ، (٤) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع قطراه متعامدان .

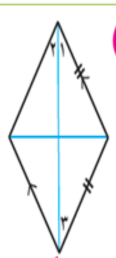
∴ الشكل س ص ع ل معين .

أي الأشكال التالية يمثل معينًا مع ذكر السبب ؟

أ

نعم، متوازي أضلاع وتعامد قطريه

ب

نعم، لأنّه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

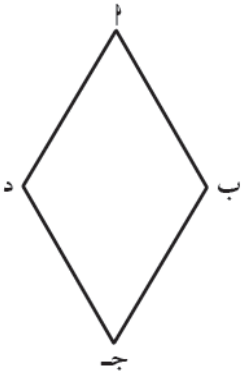
ج

كلا، لعدم توفر الشروط

د


نعم، لأنّه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

إعداد
أ. راندا موسى

أ ب جـ د معين طول قطره $\overline{\text{ب د}}$ يساوي طول ضلعه .
أوجد قياسات زوايا المعين أ ب جـ د الأربع .



∵ Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع

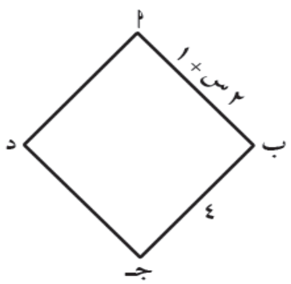
∴ ق (ب أ̂ د) = ٦٠°

∵ أ ب جـ د معين

∴ ق (ب أ̂ د) = ق (ب جـ̂ د) = ٦٠°

ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ د̂ جـ) = ١٢٠°

أ ب جـ د معين ، أ ب = ٢ س + ١ وحدة طول ،
ب جـ = ٤ وحدة طول . أوجد قيمة س .



∵ أ ب جـ د معين

∴ أ ب = ب جـ = جـ د = د أ أضلاع المعين متطابقة

∴ أ ب = ب جـ

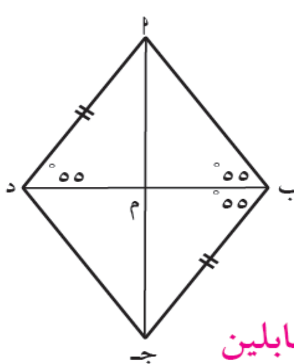
٢ س + ١ = ٤

٢ س = ٤ − ١

٢ س = ٣

س = $\frac{٣}{٢}$

في الشكل أمامك ، أثبت أنَّ أ ب جـ د معين .



∵ أ د = ب جـ (معطى) (١)

∵ ق (أ د̂ ب) = ق (جـ ب̂ د) = ٥٥° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (٢)

من (١) ، (٢) أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن فيه ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين. (٣)

Δ أ ب د فيه :

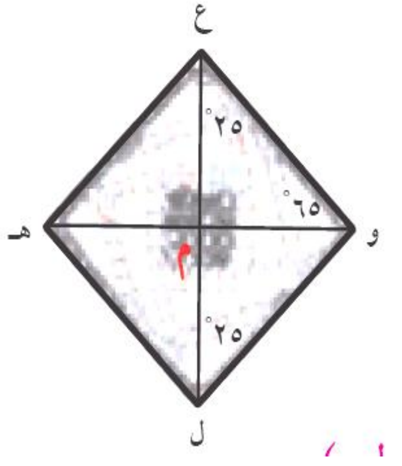
∵ ق (أ ب̂ د) = ق (أ د̂ ب) = ٥٥° (معطى)

∴ أ ب = أ د (٤)

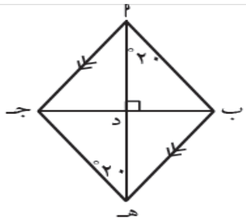
من (٣) ، (٤) أ ب جـ د معين لأنّه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان .

إعداد
أ. رانداموسى

الشكل ع و ل هـ فيه :
ع ل منصف لكل من (و ع هـ) و (و ل هـ)
ق (و ع م) = ق (و ل م) = ٢٥° ، ق (ع و م) = ٦٥°
أثبت أنَّ الشكل الرباعي ع و ل هـ معين .

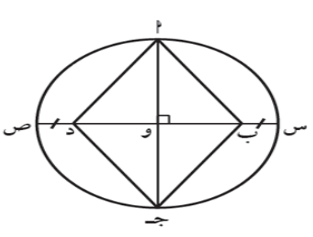


∵ ع ل منصف للزاويتين (و ع هـ) ، (و ل هـ) (معطى)
∵ ق (و ع م) = ق (هـ ل م) = ٢٥° وهما في وضع تبادل
∴ و ع // هـ ل (١)
∵ ق (هـ ع م) = ق (و ل م) = ٢٥° وهما في وضع تبادل
∵ و ل // ع هـ (٢)
من (١) ، (٢) ع و ل هـ متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان (٣)
Δ و ع ل فيه :
ق (و ع ل) = ق (و ل ع) = ٢٥° (معطى)
∴ و ع = و ل (٤)
من (٣) ، (٤) ع و ل هـ معين لأنّه متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

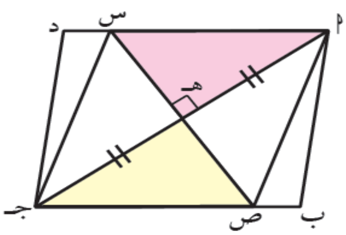


في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ : أ ب هـ جـ معين .
المعطيات : (١) أ جـ // ب هـ ، (٢) أ هـ ⊥ ب جـ
(٣) ق (ب أ هـ) = ق (أ هـ جـ) = ٢٠°
المطلوب : إثبات أنَّ أ ب هـ جـ معين
البرهان : أ جـ // ب هـ ، (١)
∵ ق (ب أ هـ) = ق (أ هـ جـ) (وهما في وضع تبادل)
∴ أ ب // جـ هـ (٢)
∴ من (١) ، (٢) الشكل أ ب هـ جـ متوازي أضلاع
∵ أ هـ ⊥ ب جـ (معطى)
∴ الشكل أ ب هـ جـ معين لأنّه متوازي أضلاع قطراه متعامدان

في الشكل المقابل : و مركز الدائرة ،
أثبت أنَّ الشكل : أ ب جـ د معين .

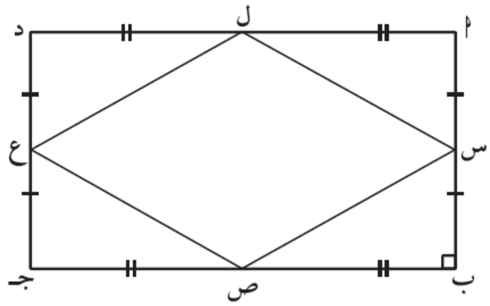


من خواص الدائرة : أنصاف الأقطار متطابقة .
و أ ≅ و جـ ، و س ≅ و ص
∵ س ب = د ص
∴ س و − س ب = و ص − د ص ⟸ ب و = د و
∵ و أ = و جـ
القطران ينصف كلًّا منهما الآخر
∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع ⟵ (١)
∵ أ جـ ⊥ ب د (القطران متعامدان) ⟵ (٢)
من (١) ، (٢) ∴ أ ب جـ د معين .



أ ب جـ د متوازي أضلاع ، س ص ⊥ أ جـ ،
هـ منتصف أ جـ ، س ∈ أ د ، ص ∈ ب جـ .
أثبت أنَّ : الشكل أ ص جـ س معين .

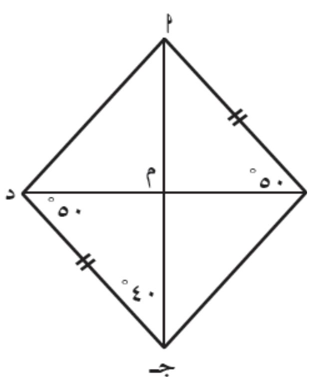
Δ أ هـ س ، Δ جـ هـ ص فيهما :
(١) أ هـ = جـ هـ (معطى)
(٢) ق (أ هـ س) = ق (جـ هـ ص) = ٩٠° (معطى)
(٣) ق (س أ هـ) = ق (ص جـ هـ) (بالتبادل والتوازي)
∴ Δ أ هـ س ≅ Δ جـ هـ ص بحالة (ز . ض . ز)
وينتج أن أ س = ص جـ (١)
∵ س ∈ أ د ، ص ∈ ب جـ
∴ أ س // ص جـ (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن أ ص جـ س متوازي أضلاع (٣)
∵ س ص ⊥ أ جـ (٤)
من (٣) ، (٤) ينتج أن الشكل أ ص جـ س معينًا



أ ب جـ د مستطيل فيه س ، ص ، ع ،
ل منتصفات أضلاعه أ ب ، ب جـ ،
جـ د ، د أ على الترتيب .
أثبت أنَّ س ص ع ل معين .

باستخدام تطابق المثلثات أ ل س ،
ب س ص ، جـ ص ع ، د ع ل نجد أنَّ س ل = ل ع = ع ص = ص س بذلك
ل س ص ع معين

أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د معين .



∵ ق (أ ب د) = ق (جـ د ب) = ٥٠° وهما في وضع تبادل
∴ أ ب // د جـ } ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان
∵ أ ب = د جـ (معطى)
∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع ⟵ (١)
في Δ جـ م د : ∵ ق (م جـ د) = ٤٠° ، ق (م د جـ) = ٥٠°
ق (جـ م د) = ١٨٠° − (٤٠° + ٥٠°) = ٩٠°
∴ أ جـ ⊥ ب د (القطران متعامدان) (٢)
من (١) ، (٢) الشكل أ ب جـ د معين .

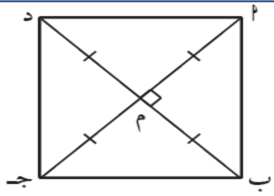
إعداد
أ. مراندا موسى

المربع (خواصه والكشف عنه)

متوازي الأضلاع يكون مربع إذا تطابق وتعامد قطراه

المستطيل يكون مربع إذا كان تطابق فيه ضلعان متجاوران

المعين يكون مربع إذا كانت احدى زواياه قائمة



في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع ،

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مربع .

المعطيات :

أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{\text{أ جـ}} \perp \overline{\text{ب د}}$ ، أ جـ = ب د

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د مربع

البرهان

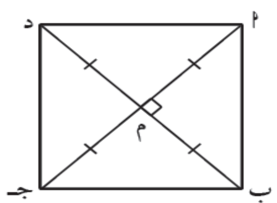
∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه :

أ جـ = ب د (قطراه متطابقان)

∴ أ ب جـ د مستطيل (١)

من تطابق Δ أ م ب ، Δ أ م د (ض . ز . ض) $\Longleftarrow$ أ ب = أ د (ضلعان متجاوران متطابقان) (٢)

∴ من (١) ، (٢) أ ب جـ د مربع



في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع ،

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مربع .

المعطيات :

أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{\text{أ جـ}} \perp \overline{\text{ب د}}$ ، أ جـ = ب د

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د مربع

البرهان

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه :

$\overline{\text{أ جـ}} \perp \overline{\text{ب د}}$ (قطراه متعامدان)

∴ أ ب جـ د معين (١)

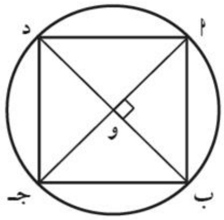
∵ Δ أ م ب قائم ومتطابق الضلعين (م أ = م ب) $\Longleftarrow$ ق (م $\hat{\text{أ}}$ ب) = ٤٥° ،

بالمثل ق (م $\hat{\text{أ}}$ د) = ٤٥° (قطرا المعين ينصفان زواياه)

∴ ق (ب $\hat{\text{أ}}$ د) = ٩٠° (قياس إحدى الزوايا قائمة) (٢)

∴ من (١) ، (٢) أ ب جـ د مربع

إعداد
أ. رناندا موسى



في الشكل المقابل أجـ ، ب د قطران في دائرة مركزها و ،
أجـ ⊥ ب د . أثبت أنَّ أ ب جـ د مربع .

المعطيات : (١) و مركز الدائرة ، (٢) أجـ ⊥ ب د

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د مربع

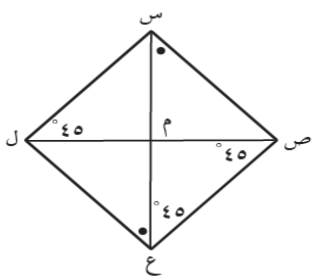
البرهان : ∵ و مركز الدائرة

∴ أو = ب و = جـ و = د و (١)

∴ أجـ = ب د ، القطران متطابقان (٢)

ولكن أجـ ⊥ ب د (٣)

∴ من (١) ، (٢) ، (٣) أ ب جـ د مربع



باستخدام المعطيات في الرسم أثبت أنَّ :
س ص ع ل مربع الشكل .

∵ ق (ص س ع) = ق (ل ع س) معطى وهما في وضع تبادل

∴ س ص // ع ل (١)

∵ ق (ع ص ل) = ق (س ل ص) = ٤٥° وهما في وضع تبادل

∴ ص ع // س ل (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع لأنه شكل رباعي فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان (٣)

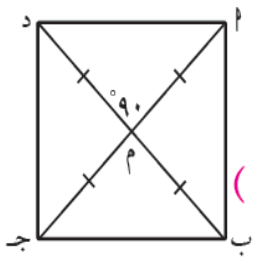
Δ ص م ع فيه :

ق (ص م ع) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠°

∴ س ع ⊥ ص ل (٤)

∴ ص م = م ع (٥)

من (٣) ، (٤) ، (٥) س ص ع ل مربع لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان ومتعامدان .



مستعينًا بالمعطيات على الرسم أثبت أنَّ الشكل مربع .

∵ أم = م جـ ، ب م = م د (معطى)

∴ أ ب جـ د متوازي أضلاع لأن القطران ينصف كل منهما الآخر (١)

∵ ق (أ م د) = ٩٠° (معطى)

∴ أجـ ⊥ ب د (٢) (القطران متعامدان)

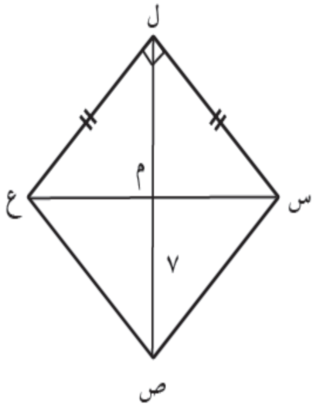
∵ أم = م جـ = ب م = م د (معطى)

∴ أجـ = ب د (٣) (القطران متطابقان)

من (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن أ ب جـ د مربع لأنه متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان ومتعامدان

إعداد
أ. رإندا موسى

في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ ب + ٤ ،
ع م = ٢ جـ − ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كلٍّ من ب ، جـ .

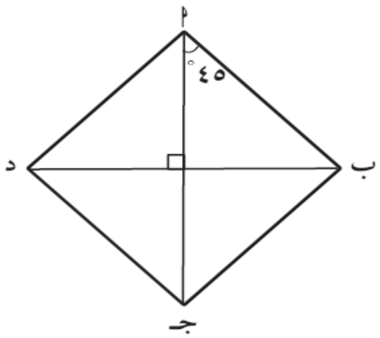


٣ ب + ٤ = ٧ ، ب = ١

٢ جـ − ١ = ٧ ، جـ = ٤

لأن الأقطار متطابقة وينصف كل منهما الآخر في المربع

أ ب جـ د معين فيه ق (ب أ^ جـ) = ٤٥° ،
أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د مربع .



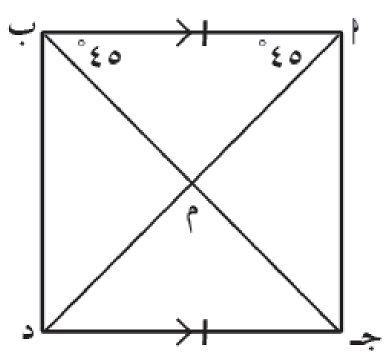
∵ أ ب جـ د معين

∴ أ جـ ينصف الزاوية د أ ب

∴ ق (د أ^ ب) = ٩٠°

∴ أ ب جـ د مربع

أثبت أنَّ : الشكل أ ب د جـ مربع .



∵ أ ب = جـ د
∵ أ ب // جـ د
ضلعان متقابلان متوازيان

∴ الشكل أ ب د جـ متوازي أضلاع ⟵ (١)

في Δ م أ ب:

∵ ق (م أ^ ب) = ق (م ب^ أ) = ٤٥° (مثلث متطابق الضلعين)

∴ ق (أ م^ ب) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠°

∴ أ م ⊥ ب م ⟸ أ د ⊥ ب جـ (القطران متعامدان) ⟵ (٢)

∵ Δ م أ ب متطابق الضلعين

∴ م أ = م ب ∴ أ ب = ب جـ (القطران متطابقان) ⟵ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ الشكل أ ب د جـ مربع .