القطع الناقص

① P. 112

إذا كانت معادلة القطع $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ ، $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$

∴ الرأسان هما $A_1(0,-3)$ ، $A_2(0,3)$

طرفا المحور الأصغر $B_1(-2,0)$ ، $B_2(2,0)$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$

∴ البؤرتان $F_1(0,-\sqrt{5})$ ، $F_2(0,\sqrt{5})$

معادلتي الدليلين: $y = \frac{a^2}{c}$ ، $y = -\frac{a^2}{c}$

$y = \frac{9}{\sqrt{5}}$ ، $y = -\frac{9}{\sqrt{5}}$

$y = \frac{9\sqrt{5}}{5}$ ، $y = \frac{-9\sqrt{5}}{5}$

طول المحور الأكبر

$2a = 2 \times 3 = 6$

طول المحور الأصغر

$2b = 2 \times 2 = 4$

P. 113 ② أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F_1(-2,0)$ ، $F_2(2,0)$ وطول محوره الأكبر 6 .

∵ البؤرتان تقعان على محور السينات فتكون المعادلة من الشكل

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

البؤرة

$$F(2,0) \Rightarrow c = 2$$

طول المحور الأكبر $= 6 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

∴ طرفا المحور الأكبر $(-3,0)$ ، $(3,0)$

$a^2 = 9$ ، $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow$

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 9 - 4 = 5$$

∴ معادلة القطع $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

P. 113 ③ أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الذي معادلته

$x^2 + 4y^2 = 16$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{4y^2}{16} = \frac{16}{16} \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ ، $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$

$c^2 = 16 - 4 \Rightarrow c^2 = 12 \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$

البؤرتان $F_1(-2\sqrt{3},0)$ ، $F_2(2\sqrt{3},0)$

الرأسان $B_1(-4,0)$ ، $B_2(4,0)$

طول المحور الأكبر $2a = 2 \times 4 = 8$

P. 114 ④ اوجد معادلة قطع ناقص طول محوره الأكبر 16cm والمسافه بين البؤرتين 10 cm ومحوره الأكبر ينطبق على محور السينات

طول المحور الأكبر 16cm ⟸

$2a = 16 \Rightarrow a = 8$

المسافه بين البؤرتين 10cm ⟸

$2c = 10 \Rightarrow c = 5$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات إذن معادلة القطع

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$$

P. 115 حل المثال (5) بطريقه ثانيه

البؤره $F_1(2,0)$ تقع على محور السينات

∴ البؤره الثانيه $F_2(-2,0)$

والقطع يمر بالنقطه $A(2,1)$

$$\therefore AF_1 = \sqrt{(2-2)^2 + (0-1)^2} = 1$$

$$AF_2 = \sqrt{(-2-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$2a = AF_1 + AF_2 = 1 + \sqrt{17} \Rightarrow a = \frac{1+\sqrt{17}}{2} = 2.56$$

$$\therefore a^2 = 6.56$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 6.56 - 4 = 2.56$$

ومعادلة القطع الناقص هي

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6.56} + \frac{y^2}{2.56} = 1$$

⑤ P.115 اوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأصغر افقي طوله 10 cm ويمر بالنقطة $A(2, 2\sqrt{6})$

∵ المحور الأصغر افقي طوله 10 cm

$\therefore 2b = 10 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$

∵ معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$A(2, 2\sqrt{6}) \in$ للقطع

$$\therefore \frac{4}{25} + \frac{24}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{24}{a^2} = 1 - \frac{4}{25} \Rightarrow a^2 = \frac{200}{7}$$

∴ معادلة القطع هي

$$\frac{x^2}{25} + \frac{7y^2}{200} = 1$$

⑥ P.116 مجسم قطع ناقص نقطتا طرفي محوره الأكبر $A_1(-8, 0), A_2(8, 0)$ واحد طرفي محوره الأصغر $B_1(0, 3.5)$ اوجد احداثيات البؤرتين

من المعطيات $a = 8$ ، $b = 3.5$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - 3.5^2}$$

$$c \approx 7.194$$

∴ البؤرتان هما

$$F_1(-7.19, 0) \text{ ، } F_2(7.19, 0)$$

⑦ P.116 من المثال (7) طول محوري الصالة 78m ، 36m
على اي مسافة من مصدر الصوت يجب أن يكون موقع شخص
ليتمكن من سماع الصوت المنطلق بشكل واضح

∵ مصدر الصوت عند احدى البؤرتين ∴ يجب ان يقف الشخص
عند البؤرة الأخرى حتى يسمع الصوت بوضوح

الشكل البيضاوي للصالة يمثل قطعاً ناقصاً محوره الأكبر طوله 78m

$\therefore 2a = 78 \Rightarrow a = 39$

$2b = 36 \Rightarrow b = 18$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = (39)^2 - (18)^2 = 1197$

$\Rightarrow c = \sqrt{1197} = 34.6$

والمسافة بين البؤرتين

$2c = 69.2$

∴ يجب أن يكون موقع الشخص على بُعد 69.2m من مصدر الصوت

---

⑧ P.117

معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$a = 76 \times 10^6 \Rightarrow a^2 = 5.7 \times 10^{15}$

$b = 74 \times 10^6 \Rightarrow b^2 = 5.4 \times 10^{15}$

∴ المعادلة

$$\frac{x^2}{5.7 \times 10^{15}} + \frac{y^2}{5.4 \times 10^{15}} = 1$$