الإختلاف المركزي

① P. 129 حدد نوع القطع في كل مما يلي ، أوجد معادلته :

(a) اختلافه المركزي $(e=1)$ وبؤرته $F(-1,0)$

$e=1$ ⟸ القطع هو قطع مكافئ ، البؤرة $F(-1,0)$ ∴ $p=-1$

ومحور السينات هو محور التماثل

$$\therefore y^2 = 4px \Rightarrow y^2 = 4(-1)x \Rightarrow y^2 = -4x$$

(b) اختلافه المركزي $(e=\frac{4}{5})$ واحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2},0)$

$e=\frac{4}{5} < 1$ ∴ القطع هو قطع ناقص والبؤرة $F(-4\sqrt{2},0)$

∴ المحور الأكبر ينطبق على محور السينات ومركزه نقطة الأصل

$$c = 4\sqrt{2} \ , \ e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{a} \Rightarrow a = 5\sqrt{2}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow (4\sqrt{2})^2 = (5\sqrt{2})^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = 50 - 32 = 18$$

∴ المعادلة

$$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{18} = 0$$

(c) اختلافه المركزي $(e=\sqrt{3})$ ومعادلة دليله $x=\frac{1}{3}$

$e=\sqrt{3} > 1$ ⟸ القطع هو قطع زائد ، معادلة الدليل $x=\frac{1}{3}$

∴ المحور القاطع «الأساسي» ينطبق على محور السينات ومركزه $(0,0)$

من معادلة الدليل

$$x = \frac{a^2}{c} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{a^2}{c} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{3}c$$
$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \sqrt{3}a$$
$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ or } a = 0 \text{ مرفوض}$$

$$\therefore c = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1 \ , \ b^2 = c^2 - a^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

وتكون المعادلة

$$\frac{x^2}{\frac{1}{3}} - \frac{y^2}{\frac{2}{3}} = 1 \Leftarrow \frac{3x^2}{1} - \frac{3y^2}{2} = 1$$

② P. 131 اوجد الإختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته:

ⓐ $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow$ هو قطع ناقص

$a^2 = 25$ ، $b^2 = 1$

$a = 5$ $\quad b = 1$

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = 25 - 1 = 24 \Rightarrow c = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

ويكون الإختلاف المركزي

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

ⓑ $24y^2 = 600 + 25x^2$

بقسمة الطرفين على 600

$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$

∴ القطع هو قطع زائد محوره المقاطع الصادات

$a^2 = 25$ $\quad b^2 = 24$

$a = 5$ $\quad b = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 24 = 49 \Rightarrow c = 7$

∴ الإختلاف المركزي

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{7}{5}$

③ P. 131 اوجد طول المحور المقاطع للقطع الزائد الذي اختلافه المركزي $e = 2$ ،
وطول محوره المرافق 6 وحدات

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{c}{a} \Rightarrow c = 2a$

$2b = 6 \Rightarrow b = 3$ ، $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 4a^2 = a^2 + 9$

$\Rightarrow 3a^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$

طول المحور المقاطع

$2a = 2\sqrt{3}$

④ P. 133

إذا كان القمر الإصطناعي لـ مدار بيضاوي "قطع ناقص" حول الأرض حيث اختلافه المركزي $e=0.05$ وطول نصف محوره الأكبر $8600\ km$ واحدى بؤرتيه مركز الأرض

a) اوجد معادلة مدار القمر الإصطناعي

b) على إعتبار ان طول نصف قطر الأرض $6372\ km$ فأوجد أطول و أقصر بعد للقمر الصناعي عن سطح الأرض

a) $e=0.05$ ، $a=8600$ $\quad e=\frac{c}{a} \Rightarrow$

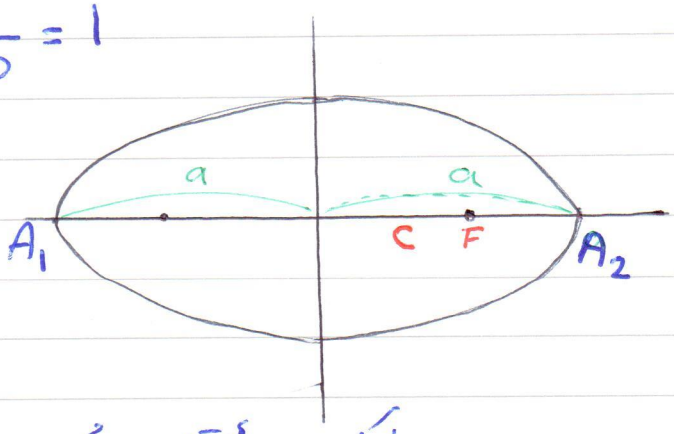
$$0.05=\frac{c}{8600} \Rightarrow c=0.05\times 8600$$
$$=430$$

$$c^2=a^2-b^2 \Rightarrow (430)^2=(8600)^2-b^2 \Rightarrow$$

$$b^2=73775100$$

وتكون معادلة المدار

$$\frac{x^2}{73960000}+\frac{y^2}{73775100}=1$$



b) طول نصف قطر الأرض 6372

$$A_2F=a-c$$
$$=8600-430$$
$$=8170$$

فيكون أقصر بعد: $8170-6372=1798$

$$A_1F=a+c$$
$$=8600+430$$
$$=9030$$

فيكون أطول بعد:

$$9030-6372=2658$$