كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (١)

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

١) اختلافه المركزي ($e = \frac{3}{2}$) و إحدى بؤرتيه : $F(0, 3)$

الحل :

$\frac{3}{2} > 1$ ، $e = \frac{3}{2}$ القطع هو قطع زائد .

إحدى البؤرتين $F(0, 3)$

المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومركزه نقطة الأصل .

من البؤرة $F(0, 3)$ نستنتج أن $c = 3$

$e = \frac{c}{a}$ $\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{a}$ $\rightarrow a = 2$

في القطع الزائد:

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 3^2 = 2^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 9 - 4$

$\therefore b^2 = 5$

معادلة القطع الزائد هي : $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (٢)

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

2) اختلافه المركزي ($e = \frac{\sqrt{7}}{4}$) و إحدى بؤرتيه : $F\ (0\ , -\sqrt{7})$

الحل

:

$\frac{\sqrt{7}}{4} < 1$ ، $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$ القطع هو قطع ناقص

إحدى البؤرتين $F\ (\ 0\ , -\sqrt{7})$.

المحور الأكبر ينطبق على محور االصادات ومركزه نقطة الأصل .

من البؤرة $F\ (\ 0\ , -\sqrt{7}\ )$ نستنتج أن : $c = \sqrt{7}$

$e = \frac{c}{a}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{a}$ $a = 4$

في القطع الناقص :

$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow (\sqrt{7})^2 = (4)^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = 16 - 7$

$\therefore\ b^2 = 9$

معادلة القطع الناقص هي : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (٣)

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

3) اختلافه المركزي ($e = \frac{5}{3}$) و إحدى راسيه $A(-4, 0)$

الحل

: $\frac{5}{3} > 1$ ، $e = \frac{5}{3}$ القطع هو قطع زائد .

إحدى راسه $A(-4, 0)$

المحور القاطع ينطبق على محور السينات ومركزه نقطة الأصل .

من الراس $F(-4, 0)$ نستنتج أن $a = 4$

$e = \frac{c}{a}$ $\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{c}{4}$ $C = \frac{20}{3}$

في القطع اللزائد:

$c^2 = a^2 + b^2$

$\Rightarrow (\frac{5}{3})^2 = 4^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{25}{9} - 16$

$\therefore b^2 = \frac{256}{9}$

معادلة القطع االزائد هي : $\frac{x^2}{16} - \frac{9y^2}{256} = 1$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (4)

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

4) اختلافه المركزي ($e = \frac{3}{4}$) و معادلة أحد دليليه : $x = 8$

الحل :

$\frac{3}{4} < 1$ ، $e = \frac{3}{4}$ القطع هو قطع ناقص

معادلة أحد دليليه $x = 1$

المحور الاكبر ينطبق على محور السينات ومركزه (0 , 0) .

معادلة الدليل هي :

$$x = \frac{a^2}{c} \Rightarrow 8 = \frac{a^2}{c} \qquad a^2 = 8c \ \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{c}{a} \qquad 4c = 3a \ \ldots\ldots\ldots (2)$$

بحل معادلتين (1) , (2)

$$a^2 = 8 \times \frac{3}{4} a \Rightarrow a(a - 6) = 0$$

$\therefore\ a = 0$ مرفوضة أو $a = 6$ قيمة مقبولة $\Rightarrow c = \frac{9}{2}$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^2 = (6)^2 - b^2 \qquad \therefore\ b^2 = \frac{63}{4}$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{4y^2}{63} = 1$$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (5)

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته :

$$5)\quad \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$

الحل :

قطع ناقص معادلته : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

بالمقارنة نجد :

$a^2=9 \quad \Rightarrow \quad a=3$

$b^2=4 \quad \Rightarrow \quad b=2$

$c^2=a^2-b^2 \quad \Longrightarrow \quad c^2=9-4=5 \quad \Rightarrow \quad c=\sqrt{5}$

الاختلاف المركزي : $e=\frac{c}{a}$

$$\therefore \quad e=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (6)

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته :

$6\ )\ 4y^2 - 9x^2 = 36$

الحل :

بقسمة الطرفين على 36 فنجد .

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$$

قطع زائد معادلته : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

بالمقارنة نجد :

$a^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad a = 3$

$b^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad b = 2$

$c^2 = a^2 + b^2 \quad \Longrightarrow \quad c^2 = 9 + 4 = 13 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{13}$

الاختلاف المركزي : $e = \frac{c}{a}$

$$\therefore \quad e = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (7)

أوجد الراسين والبؤرتين الاختلاف المركزي ومعادلتي الدليلين للقطع الزائد معادلته :

$$7)\quad \frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

الحل

قطع زائد معادلته: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

بالمقارنة نجد : المحور القاطع ينطبق على محور السينات ومركزه نقطة الاصل

الراسين هما: $a^2 = 7 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{7} \quad \Rightarrow (\sqrt{7}, 0), (-\sqrt{7}, 0)$

$b^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad b = 4$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \Longrightarrow \quad c^2 = 7 + 16 = 23 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{23}$$

البؤرتين هما : $\Rightarrow (\sqrt{23}, 0), (-\sqrt{23}, 0)$

الاختلاف المركزي : $e = \frac{c}{a}$

$$\therefore \quad e = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}}$$

معادلة الدليلين هما : $x = \pm \frac{a^2}{c}$

معادلة الدليلين هما : $x = \pm \frac{7}{\sqrt{23}}$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (8)

أوجد الراسين والبؤرتين الاختلاف المركزي ومعادلتي الدليلين للقطع الزائد معادلته :

$$8)\quad \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$$

الحل :

قطع زائد معادلته : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومركزه نقطة الاصل

بالمقارنة نجد :

$a^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad a = 4 \quad \Rightarrow (0\,,4\,),(\,0\,,-4\,)$ الراسين هما:

$b^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad b = 2$

$c^2 = a^2 + b^2 \quad \Longrightarrow \quad c^2 = 16 + 4 = 20 \quad \Rightarrow \quad c = 2\sqrt{5}$

البؤرتين هما : $\Rightarrow (0\,,2\sqrt{5}\,),(\,0\,,-2\sqrt{5}\,)$

الاختلاف المركزي : $e = \frac{c}{a}$ $\quad \therefore \quad e = \frac{\sqrt{5}}{2}$

معادلة الدليلين هما : $y = \pm\frac{a^2}{c}$

معادلة الدليلين هما : $y = \pm\frac{8}{\sqrt{5}}$

كراسة التمارين صـ ٤٩ رقم (9)

مسار الأرض حول الشمس هو قطع ناقص حيث تقع الشمس عند احدى بؤرتيه اذا كان طول المحور الأكبر للقطع 300000km واختلافه المركزي e= 0,017 فاوجد اكبر بعد واصغر بعد للأرض عن الشمس..

الحل :

$e = 0.017 \quad , \quad a = 150000\ km$

لدينا : $e = \frac{c}{a} = 0.017$ بالتعويض :

$c = 150000 \text{ x } 0.017$

$c = 2550$

و يكون موقع الشمس إحدى البؤرتين أي $F\ (2550\ ,0)$

أقصر بعد للأرض عن الشمس هو عند النقطة $F\ A_2$.

نوجد المسافة FA_2

$FA_2 = 150000 - 2550 = 147450\ km$

أطول بعد للأرض عن الشمس هو عند النقطة $F\ A_1$.

نوجد المسافة FA_1

$FA_1 = 150000 + 2550 = 152550\ km$