تمرّنْ
7–3
ص 46

(1) أوجد رأسي القطع – البؤرتين – معادلة كل من الخطين المقاربين
معادلة كل من الدليلين – طول كل من المحورين
ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع الزائد ·

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$$

إلى أعلى

معادلة القطع الزائد : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$a^2 = 25 \Longrightarrow a = 5$

$b^2 = 16 \Longrightarrow b = 4$

(1) المحور القاطع على محور السينات وبالتالي :

رأسا القطع الزائد هما : $A_1(0,-5)\ , A_2(0,5)$

$a^2 + b^2 = c^2$

$25 + 16 = c^2$

$c = \sqrt{41}$

(2) ∴ البؤرتين :

$F_1(0,\sqrt{41}\ ),\ F_2(0,\sqrt{41}\ )$

(3) معادلة الخطين المقاربين :

$$y = \pm\frac{a}{b}x = \pm\frac{5}{4}x$$

(4) معادلة الدليلين

$$y = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{25}{\sqrt{41}}$$

(5) طول كلاً من المحورين :

طول المحور القاطع : $2a = 2\times5 = 10$

طول المحور المرافق : $2b = 2\times4 = 8$

تمرّنْ
7–3

ص 46

(2) أوجد رأسي القطع – البؤرتين – معادلة كل من الخطين المقاربين
معادلة كل من الدليلين – طول كل من المحورين

ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع الزائد .

$$24x^2 - 12y^2 - 192 = 0$$

الحل

$$\frac{24x^2}{192} - \frac{12y^2}{192} = \frac{192}{192}$$

معادلة قطع زائد :

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{16} = 1$$

المحور القاطع على محور السينات وبالتالي :

$$a = 2\sqrt{2} \qquad b = 4$$

(1) رأسي القطع الزائد :

$$A_1(-2\sqrt{2}\ ,0),\ A_2(2\sqrt{2}\ ,0)$$

(2) ∴ البؤرتين :

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$= 8 + 16 = 24$$
$$c = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$F_1(-2\sqrt{6}\ ,0),\ F_2(2\sqrt{41}\ ,0)$$

(3) معادلة الخطين المقاربين :

$$y = \pm\frac{b}{a}x = \pm\frac{4}{2\sqrt{2}} = \pm\sqrt{2}$$

(4) معادلة الدليلين :

$$y = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{8}{2\sqrt{6}} = \pm\frac{2}{3}\sqrt{6}$$

(5) طول كلاً من المحورين :

طول المحور القاطع : $2a = 4\sqrt{2}$

طول المحور المرافق : $2b = 8$

تمرّنْ 7-3

ص 46

(3) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدي بؤرتيه $F_1(-5,0)$ ورأساه $A_1(-3,0), A_2(3,0)$

ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربين وارسم شكلاً تقريبيا له ٠

الحل

∵ البؤرتين على محور السينات :

∴ معادلة قطع زائد : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

إحدي البؤرتين : $F_1(-5,0) \longrightarrow \boxed{c = 5}$

أحد الرأسين : $A_2(3,0) \longrightarrow \boxed{a = 3}$

$$\therefore b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 9 = 16 \longrightarrow b = 4$$

(1) معادلة القطع الزائد : $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

(2) معادلتا الخطين المقاربين :

$$y = \pm \frac{b}{a} x = \pm \frac{4}{3} x$$

تمرّنْ
7–3
ص 46

(4) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$
وإحدي بؤرتيه $F_1(0,-\sqrt{5})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y=2x$

الحل

∵ البؤرتين على محور الصادات :

∴ معادلة قطع زائد :
$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

إحدي البؤرتين : $F_1(0,-\sqrt{5})$

$$c=\sqrt{5}$$

$$\because a^2+b^2=c^2 \qquad \therefore a^2+b^2=5 \longrightarrow (1)$$

معادلة المقارب :
$$y=\pm\frac{a}{b}x=2x$$

$$\frac{a}{b}=2 \qquad a=2b \longrightarrow (2)$$

بالتعويض من (2) في (1) :

$$4b^2+b^2=5 \qquad b^2=1 \qquad b=1 \qquad a=2$$

معادلة القطع الزائد هي :
$$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{1}=1$$

تمرّنْ
7–3
ص 46

(5) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A_2(\frac{2}{3},0)$ ويمر بالنقطة $(1,1)$

الحل

∵ المحور القاطع ينطبق على محور السينات حيث :

$A_2(\frac{2}{3},0) \quad a = \frac{2}{3}$

∴ معادلة قطع زائد :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

القطع الزائد يمر بالنقطة : $(1,1)$

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \longrightarrow b^2 = \frac{4}{5} \longrightarrow b = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

∴ معادلة القطع الزائد :

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{5y^2}{4} = 1$$

$$9x^2 - 5y^2 = 4$$

تمرّنْ
7–3
ص 46

(6) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A\,(2,1), B\,(4,3)$ ومحوره الأساسي جزء من محور السينات .

الحل

∵ المحور القاطع ينطبق على محور السينات أو جزء منه :

∴ معادلة قطع زائد : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

القطع الزائد يمر بالنقطتين : $A\,(2,1), B\,(4,3)$

بالتعويض في معادلة القطع الزائد بالنقطة : A: $\frac{4}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{4}{a^2} = -1$

بالتعويض في معادلة القطع الزائد بالنقطة B : (2) : $\frac{16}{a^2} - \frac{9}{b^2} = 1$

بالتعويض من (1) في (2) $\frac{16}{a^2} - 9(\frac{4}{b^2} = 1) = 1 \Rightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{36}{a^2} + 9 = 1$

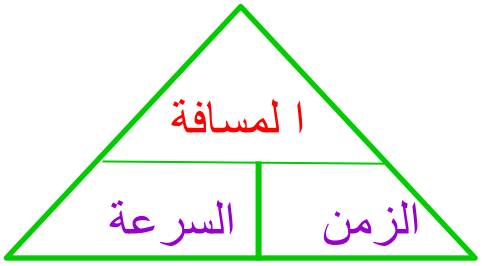
$$\frac{-20}{a^2} = -8$$

$$a^2 = \frac{20}{8} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

معادلة القطع الزائد هي : $\frac{2x^2}{5} - \frac{3y^2}{5} = 1 \quad 2x^2 - 3y^2 = 5$

سمع صوت طلق ناري عند النقطة $A(150,0)$ وبعده بثانيتين سمع الصوت نفسه عند النقطة $B(-150,0)$ أثبت أن مجموعة النقاط $P(x,y)$ التي يمكن أن تكون مصدراً للصوت تمثل قطع زائد ثم أوجد معادلته علماً بأن سرعة الصوت في الهواء $50\ units/s$

الحل :



∵ الزمن اللازم لوصول الصوت عند النقطة B هو $\frac{d_1}{50}$

∵ الزمن اللازم لوصول الصوت عند النقطة A هو $\frac{d_2}{50}$

∴ الفرق بين زمن وصول الصوت عند النقطة B والنقطة A ثانيتين

$$\therefore \frac{d_1}{50} - \frac{d_2}{50} = 2$$

∴ مجموعة النقاط $p(x, y)$ التي تكون مصدر للصوت تمثل قطع زائد

بؤرتاه $B(-150, 0)$, $A(150, 0)$

$$\therefore c = 150 \Rightarrow c^2 = 22\,500$$

$$\therefore d_2 - d_1 = 100$$

$$2a = 100$$

$$\therefore a = 50 \Rightarrow a^2 = 2500$$

$$\because c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b^2 = 22\,500 - 2\,500$$

∴ البؤرتان تقعان على محور السينات

∴ الصورة العامة معادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

∴ معادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{x^2}{2500} - \frac{y^2}{20\,000} = 1$$