



مذكرة الصف الثاني عشر علمي

مادة الرياضيات

أئلة اختبارات
وإجابات نموذجية

العام الدراسي
2020-2019

الفترة الثانية



دولة الكويت

وزارة التربية

2019 / 2018 م

الامتحان في 12 صفحة

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$

والمستقيم : $y_2 = -2x$

الحل :

(8 درجات)

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

في الفترة $[0, 2]$ $f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$

الحل:

محلوق

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

، ومعادلة أحد خطيه المقاربتين : $y = 2x$ ، $F_1(0, -\sqrt{5})$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
(مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و -2 لغير ذلك))

فأوجد :

- (1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
- (2) مدى المتغير العشوائي X
- (3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
- (4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ فإن $f(2) = 1$ ، $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$

(2) إذا كان $y = 2e^{-x}$ فإن $y' + y = 0$ و $x = 0$ عند $y = 1$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $(\frac{1}{8}, 0)$

(4) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :
 $f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ فإن $P(X \geq 2) = 1$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

a) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

b) $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

c) $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$

d) $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم الجسم الناتج من دوران ثورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 2$ بالوحدات المكعبة هو :

a) 4π

b) 16π

c) 8π

d) 2π

$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \quad (7)$$

a) $2 \ln(x^2 + 1) + c$

b) $\ln(x^2 + 1) + c$

c) $\frac{x^2}{x^2 + 1} + c$

d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3} + x} + c$

(8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2 + 2xy = 0$ من:

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

$$\int (2x + 1) \sin x dx = \quad (9)$$

a) $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

b) $-(2x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

c) $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

d) $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو $-x + 3$ ويمر

بالنقطة $A(2, 3)$ هي y تساوي:

a) $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

b) $3 - \ln|3 - x|$

c) $\ln|3 - x| + 3$

d) $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

(11) إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $e^x(x^2 + x + 1)$

b) $e^x(x^2 - x)$

c) $e^x(x^2 + x - 1)$

d) $2x e^x - e^x$

(12) النقطة $A(-10, 0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ فإن $AF_1 + AF_2$ حيث F_1, F_2 هما البؤرتان يساوي :

- a) 10 units b) 12 units c) 14 units d) 20 units

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (13)$$

- a) 2 b) 0 c) 4 d) π

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $P(0 \leq Z \leq 2.35)$ يساوي :

- (a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

انتهت الأسئلة

القسم الأول : أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$ والمستقيم : $y_2 = -2x$

(8 درجات)

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع :

نضع $y_1 = y_2$

$$\therefore 3 - x^2 = -2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ أو } x = -1$$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-1, 3)$ ولتكن $x = 0$

$$y_1 = 3 - (0)^2 = 3$$

$$y_2 = -2(0) = 0$$

$$\therefore y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1, 3]$$

∴ مساحة المنطقة هي :

$$A = \int_{-1}^3 (y_1 - y_2) dx$$

$$= \int_{-1}^3 (3 - x^2 + 2x) dx$$

$$= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^3$$

$$= \left[3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2 \right] - \left[3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 \right]$$

$$= \frac{32}{3} \text{ (وحدة مربعة)}$$

(1)



تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

(b) أوجد $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2} dx$

1

$$u = \frac{1}{x} + 3$$

الحل :

قاعدة التفاضل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

1

$$\int \frac{(\frac{1}{x} + 3)^4}{x^2} dx = \int -u^4 du$$

1+1

$$= -\frac{u^5}{5} + c$$

1

$$= -\frac{1}{5} \left(\frac{1}{x} + 3 \right)^5 + c$$



السؤال الثاني :
(a) أوجد التكامل :

(6 درجات)

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = \ln x$$

$$dv = (4x - 1)dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = 2x^2 - x = x(2x - 1)$$

1

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x(2x - 1) dx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int (2x - 1) dx$$

1

$$= x(2x - 1) \ln x - (x^2 - x) + c$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - x^2 + x + c$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \quad \text{في الفترة } [0, 2]$$

الحل :

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}(3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \times 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + ((3 + 2x)^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (3 + 2x)} dx$$

$$= \int_0^2 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$= \int_0^2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x \Rightarrow g'(x) = 2$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^2 2(4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[(4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{3} \left[(4 + 2(2))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [16\sqrt{2} - 8] \text{ units}$$

$$L \approx 4.87 \text{ units}$$

حلول



السؤال الثالث:

14

(a) أوجد التكامل: $\int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$

(6 درجات)

الحل:

1

$$u = \cos(2x - 3)$$

قاعدة التفاضل:

$1 + \frac{1}{2}$

$$du = -2 \sin(2x - 3) dx \Rightarrow -\frac{1}{2} du = \sin(2x - 3) dx$$

$$\therefore \int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$$

1

$$= -\frac{1}{2} \int u^3 du$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} u^4 + C$$

1

$$= -\frac{1}{8} \cos^4(2x - 3) + C$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

$$y = 2x \text{ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : } F_1(0, -\sqrt{5})$$

الحل:

$$\therefore \text{ إحدى البؤرتين } F_1(0, -\sqrt{5})$$

\therefore المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

معادلة المقارب : $y = \frac{a}{b}x$ حيث من المعطى $y = 2x$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

بالتعويض في (1)

$$\therefore 5 = 4b^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = 5b^2$$

$$\therefore b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$a = 2(1) = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

معادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$



لجنة تقدير المدرسات

(6)



14

السؤال الرابع:

(a) أوجد التكامل : $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15} dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$

$\frac{1}{2}$ $\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{A_1}{(x - 3)} + \frac{A_2}{(x - 5)}$

1 $3x - 13 = A_1(x - 5) + A_2(x - 3)$

عوض عن x بـ 3

$\frac{1}{2}$ $3(3) - 13 = A_1(3 - 5) + A_2(3 - 3)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_1 = 2$

عوض عن x بـ 5

$\frac{1}{2}$ $3(5) - 13 = A_1(5 - 5) + A_2(5 - 3)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore A_2 = 1$

عوض عن A_1 و A_2 بقيمتيهما

$\frac{1}{2}$ $\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{2}{(x - 3)} + \frac{1}{(x - 5)}$

$\frac{1}{2}$ $\int \frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} dx = \int \left(\frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x - 5} \right) dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int \frac{2}{x - 3} dx + \int \frac{1}{x - 5} dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= 2 \ln|x - 3| + \ln|x - 5| + C$



(7)



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
((مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و-2 لغير ذلك))
فأوجد :

- (1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
- (2) مدى المتغير العشوائي X
- (3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
- (4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

(1) فضاء العينة : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

، عدد عناصر فضاء العينة (S) : $n(s) = 6$

عناصر مدى المتغير العشوائي	عناصر فضاء العينة
0	1
3	2
8	3
-2	4
-2	5
-2	6

مدى المتغير العشوائي: $X = \{-2, 0, 3, 8\}$

$$P(X = -2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} , P(X = 0) = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 3) = \frac{1}{6} , P(X = 8) = \frac{1}{6}$$

(4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X :

x	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

(8)



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ فإن $f(2) = 1$ ، $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$

(2) إذا كان $y = 1$ عند $x = 0$ و $y' + y = 0$ فإن $y = 2e^{-x}$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $(\frac{1}{8}, 0)$

(4) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

~~$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ فإن $P(X \geq 2) = 1$~~

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

a) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

b) $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

c) $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$

d) $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحني الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 2$ بالوحدات المكعبة هو :

a) 4π

b) 16π

c) 8π

d) 2π



$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \quad (7)$$

a) $2 \ln(x^2 + 1) + c$

b) $\ln(x^2 + 1) + c$

c) $\frac{x^2}{x^2 + 1} + c$

d) $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3} + x} + c$

(8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2 + 2xy = 0$ من:

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

$$\int (2x + 1) \sin x dx = \quad (9)$$

a) $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

b) $-(2x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

c) $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

d) $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x, y) هو $-x + 3$ ويمر بالنقطة $A(2, 3)$ هي y تساوي:

a) $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

b) $3 - \ln|3 - x|$

c) $\ln|3 - x| + 3$

d) $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

(11) إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $e^x(x^2 + x + 1)$

b) $e^x(x^2 - x)$

c) $e^x(x^2 + x - 1)$

d) $2x e^x - e^x$



(12) النقطة $A(-10, 0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ فإن $AF_1 + AF_2$ حيث F_1, F_2 هما البؤرتان يساوي:

- a) 10 units b) 12 units c) 14 units d) 20 units

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (13)$$

- a) 2 b) 0 c) 4 d) π

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن: $P(0 \leq Z \leq 2.35)$ يساوي:

- (a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

انتهت الأسئلة



جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة:



دولة الكويت
وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر العلمي 2018 / 2019
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :
(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int (x + 2) \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx$$

الحل :

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0,6]$$

الحل :

حل

14

السؤال الثاني :

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

(6 درجات)

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y = 2$ في الفترة $[-2,2]$

الحل :

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تابع السؤال الثالث:

(8 درجات)

(b) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السؤال الرابع:
(a) أوجد

14

(7 درجات)

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx$$

حسبوا

الحل:

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.
إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة.

الحل:

حل

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$ وكان $F(2) = 3$ فإن $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة $f : f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات

هي : $A = \int_{-1}^3 f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4, 0)$ ودليله $x = 4$ هي : $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$ من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6) $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$ يساوي :

(a) $\frac{-1}{x+3} + c$

(b) $\frac{1}{x+3} + c$

(c) $\frac{3}{(x+3)^3} + c$

(d) $\frac{1}{(x+3)^3} + c$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad \text{يساوي:} \quad (7)$$

$$(a) \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$(b) \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

$$(c) \quad \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$$

$$(d) \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$$

$$\int_2^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \quad \text{يساوي:} \quad (8)$$

$$(a) \quad 0$$

$$(b) \quad 2 \int_2^3 f(x) dx$$

$$(c) \quad - \int_2^5 f(x) dx$$

$$(d) \quad \int_2^5 f(x) dx$$

$$\int \sec^5 x \tan x dx \quad \text{يساوي:} \quad (9)$$

$$(a) \quad \frac{5}{3} \sec^5 x + C$$

$$(b) \quad \frac{1}{5} \sec^6 x + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

$$(d) \quad \frac{-5}{3} \sec^5 x + C$$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية } 2y' + y = 1 \text{ الذي يحقق } y = 3, x = 5 \text{ هو:} \quad (10)$$

$$(a) \quad y = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$(b) \quad \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$$

$$(c) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$$

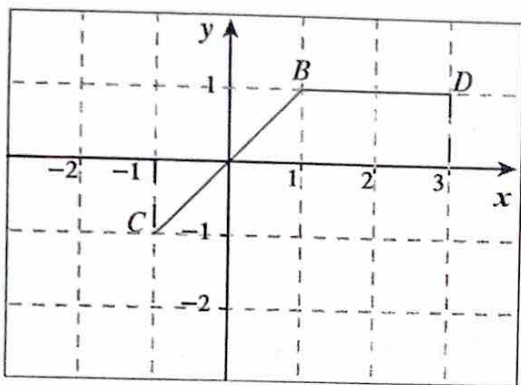
$$(d) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$$

(11) إذا كانت $y = (\ln x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- (a) $\frac{\ln x}{x}$ (b) $\frac{x \ln x}{2}$ (c) $\frac{2 \ln^2 x}{x}$ (d) $\frac{2 \ln x}{x}$

(12) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ بوحدة الطول هي :

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{3}$ (d) 10



(13) إذا كان بيان الدالة يمثل $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$ ، $x = 3$ هي :

- (a) 2 units^2 (b) 3 units^2 (c) 4 units^2 (d) 5 units^2

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي :

x	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة k هي :

- (a) 0.6 (b) 0.4 (c) 0.3 (d) 0.2

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية

2019 / 2018 م
الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :
(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

بفرض $u = x^2 + 4x - 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$du = (2x + 4) dx \quad , \quad \frac{1}{2} du = (x + 2) dx$$

1

$$\int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx = \int u^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2} du \right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{3}} du$$

1 + 1

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} \right] + C$$

1

$$\therefore \int (x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 4x - 1} dx = \frac{3}{8} (x^2 + 4x - 1)^{\frac{4}{3}} + C$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0,6]$$

الحل :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} (3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \cdot 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + \left((3 + 2x)^{\frac{1}{2}}\right)^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + 3 + 2x} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x, \quad g'(x) = 2 \quad \text{بفرض}$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^6 2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[(4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^6$$

$$L = \frac{1}{3} \left[(4 + 2(6))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [64 - 8]$$

$$L \approx 18.7 \text{ (وحدة طول)}$$



14

السؤال الثاني :

(a) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

(6 درجات)

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

بفرض : $f(x) = x^2 - 2x - 3$

وهي دالة متصلة على $[0, 2]$

$\frac{1}{2}$

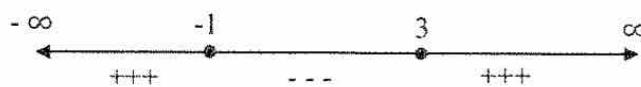
نضع $x^2 - 2x - 3 = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$x = -1$ أو $x = 3$



1

$\frac{1}{2}$

$[0, 2] \subseteq [-1, 3]$

$\frac{1}{2}$

$f(x) \leq 0, \forall x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 f(x) dx \leq 0, \forall x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$



(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ والمستقيم $y = 2$ في الفترة $[-2, 2]$

الحل :

بفرض $g(x) = y = 2$

نأخذ قيمة اختيارية في $[-2, 2]$ ولتكن $x = 0$

$g(0) = 2$, $f(0) = 0$

$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2]$

\therefore حجم المجسم الناتج عن الدوران :

$V = \pi \int_{-2}^2 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$

$= \pi \int_{-2}^2 \left[(2)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 \right] dx$

$= \pi \int_{-2}^2 \left[4 - \frac{1}{4}x^4 \right] dx$

$= \pi \left[4x - \frac{1}{20}x^5 \right]_{-2}^2$

$= \pi \left[\left(4(2) - \frac{1}{20}(2)^5\right) - \left(4(-2) - \frac{1}{20}(-2)^5\right) \right]$

$V = \frac{64}{5}\pi$ (وحدة مكعبة)

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1

1

1

1

1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1



14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

$$u = x^2 \quad \begin{array}{l} \swarrow \\ \searrow \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \cos x \, dx \\ v = \sin x \end{array}$$

$$du = 2x \, dx$$

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

1

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x \, dx \quad \dots (1)$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$u = 2x \quad \begin{array}{l} \swarrow \\ \searrow \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \sin x \, dx \\ v = -\cos x \end{array}$$

$$du = 2 \, dx$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$$\int 2x \sin x \, dx = 2x(-\cos x) - \int 2(-\cos x) \, dx$$

$$= -2x \cos x + 2 \int \cos x \, dx$$

$$= -2x \cos x + 2 \sin x + C_1 \quad \dots (2)$$

من (1) ، (2) نحصل على :

1

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

1

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{بالمقارنة قطع زائد معادلته:}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$a^2 = 1 \rightarrow a = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$b^2 = \frac{1}{25} \rightarrow b = \frac{1}{5}$$

1

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = 1 + \frac{1}{25}$$

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = \frac{26}{25}$$

$\frac{1}{2}$

$$c = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي :

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$$

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{\sqrt{26}}{5}$$



14

السؤال الرابع:

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx$$

الحل:

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x} + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$= 1 + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2)$$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x - 2}$$

بضرب طرفي المعادلة في

$$4 = A_1(x - 2) + A_2x$$

بالتعويض عن $x = 0$:

$$4 = -2A_1 \rightarrow A_1 = -2$$

بالتعويض عن $x = 2$:

$$4 = 2A_2 \rightarrow A_2 = 2$$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2}$$

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx = \int \left(1 + \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2} \right) dx$$

$$= \int 1 dx + \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{2}{x - 2} dx$$

$$= x - 2\ln|x| + 2\ln|x - 2| + C$$



(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .
إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة .

الحل :

$$\frac{1}{2}$$

$$n = 8$$

$$\frac{1}{2}$$

$$P = 0.5$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1 - P = 0.5$$

$$1 + 1$$

$$\mu = nP = (8)(0.5) = 4$$

التوقع:

$$1 + 1$$

$$\sigma^2 = nP(1 - P) = (8)(0.5)(0.5) = 2$$

التباين:

$$\frac{1}{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\approx 1.414$$

الانحراف المعياري:



القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$ وكان $F(2) = 3$ فإن $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة $f : f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات

هي : $A = \int_{-1}^3 f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4, 0)$ ودليله $x = 4$ هي : $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$ من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6) $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$ يساوي :

(a) $\frac{-1}{x+3} + c$

(b) $\frac{1}{x+3} + c$

(c) $\frac{3}{(x+3)^3} + c$

(d) $\frac{1}{(x+3)^3} + c$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad \text{يساوي:} \quad (7)$$

$$(a) \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$(b) \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

$$(c) \quad \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$$

$$(d) \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$$

$$\int_2^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \quad \text{يساوي:} \quad (8)$$

$$(a) \quad 0$$

$$(b) \quad 2 \int_2^3 f(x) dx$$

$$(c) \quad - \int_2^5 f(x) dx$$

$$(d) \quad \int_2^5 f(x) dx$$

$$\int \sec^5 x \tan x dx \quad \text{يساوي:} \quad (9)$$

$$(a) \quad \frac{5}{3} \sec^5 x + C$$

$$(b) \quad \frac{1}{5} \sec^6 x + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

$$(d) \quad \frac{-5}{3} \sec^5 x + C$$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية } 2y' + y = 1 \text{ الذي يحقق } y = 3, x = 5 \text{ هو:} \quad (10)$$

$$(a) \quad y = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$(b) \quad \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$$

$$(c) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$$

$$(d) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$$

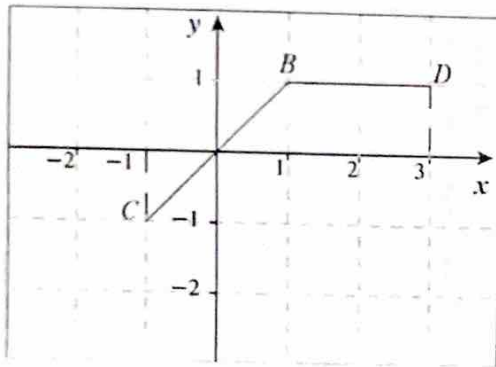


(11) إذا كانت $y = (\ln x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- (a) $\frac{\ln x}{x}$ (b) $\frac{x \ln x}{2}$ (c) $\frac{2 \ln^2 x}{x}$ (d) $\frac{2 \ln x}{x}$

(12) المسافة بين البورتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ بوحدة الطول هي :

- (a) $2\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{3}$ (d) 10



(13) إذا كان بيان الدالة يمثل $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = -1$ ، $x = 3$ هي :

- (a) 2 units^2 (b) 3 units^2 (c) 4 units^2 (d) 5 units^2

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي :

x	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة k هي :

- (a) 0.6 (b) 0.4 (c) 0.3 (d) 0.2



انتهت الأسئلة

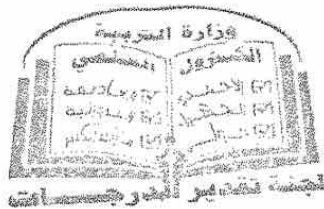


جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)		
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة:



دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

14

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^3} dx$$

الحل :

تابع السؤال الأول: (6 درجات)

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 9$ ومحور السينات

الحل:

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

الحل :

14

(6 درجات)

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-1, 4)$, $B(1, 4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليبه

الحل :

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

حل
سؤال

14

(8 درجات)

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو :

$2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2, 3)$

الحل :

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت : $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$, $f(2) = 1$, فإن $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

(2) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X > a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) إذا كان : $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

a) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$

b) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$

d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

(4) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$

a) $2x + c$

b) $x^2 + c$

c) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$

d) $\frac{1}{3}x^3 + c$

(5) إذا كانت : $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$, فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي :

a) $-\frac{10}{x}$

b) $\frac{10}{x}$

c) $\frac{1}{x}$

d) $-\frac{1}{x}$

$$\int_{-1}^3 f(x)dx = 4 \quad , \quad \int_3^{-1} g(x)dx = 2 \quad \text{إذا كان} \quad (6)$$

$$\text{فإن} \quad \int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx \quad \text{يساوي} :$$

- a) 6 b) 18 c) 12 d) -6

$$\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} dx = \quad (7)$$

- a) $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$ b) $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$
c) $-2\sqrt{2 + \cot x} + c$ d) $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + c$

(8) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته

$$\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{هي}$$

- a) 9 units b) 2 units c) 4.5 units d) 16.25 units

(9) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بين منحنىي $y = \frac{1}{2}x$ ، $y = \sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

- a) $\frac{64\pi}{15}$ b) $\frac{32\pi}{15}$ c) $\frac{64\pi}{5}$ d) $\frac{8\pi}{3}$

(10) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما :

- a) $y = \pm 2x$ b) $y = \pm \frac{1}{2}x$ c) $y = \pm 4x$ d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م
الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx$$

الحل:

1

$$u = \sqrt{x} + 2$$

بفرض

1+1

$$\therefore du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

1

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3} (2du)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{10du}{u^3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= 10 \int u^{-3} du$$

1+1

$$= \underline{\underline{-5u^{-2} + C}}$$

1

$$= \underline{\underline{\frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C}}$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 9$:

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع :

$$f(x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -3$$



∴ مساحة المنطقة
حل بديل
بارتفاع
أدارسم
 $A = - \int_{-3}^3 f(x) dx$

$$A = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$$

$$= \left| \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^3}{3} - 9x \right]_{-3}^3 \right|$$

$$= \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$$

$$= 36 \text{ (وحدة مربعة)}$$

1/2
1/2 + 1/2
1/2
1/2
1+1
1/2 + 1/2
1/2

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(6 درجات)

الحل:

بفرض $u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2$

$$\therefore du = 2x dx \rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\therefore \int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} (x^2 dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (u + 2) \left(\frac{1}{2} du \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u + 2) du$$

$$= \frac{1}{2} \int \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + 2 \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) + C$$

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

تعويض

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

حلول

1
1/2
1
1/2 + 1/2
1/2
1
1 + 1
1

$$f'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 0$$

$$f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + (x^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + x} dx$$

$$= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left[\frac{2}{3} (1 + x)^{\frac{3}{2}} \right]_3^8$$

$$= \left[\frac{2}{3} (9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{38}{3} \text{ (وحدة طول)}$$



السؤال الثالث:

14

(8 درجات)

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx$

الحل :

حلل المقام : $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A_1}{x + 4} + \frac{A_2}{x + 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x + 4)(x + 1)$ وبسط

$$4x + 1 = A_1(x + 1) + A_2(x + 4)$$

عوض عن x بـ -4 :

$$4(-4) + 1 = A_1(-4 + 1) + A_2(-4 + 4) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن x بـ -1 :

$$4(-1) + 1 = A_1(-1 + 1) + A_2(-1 + 4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{5}{x + 4} - \frac{1}{x + 1}$$

$$\int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = \int \left(\frac{5}{x + 4} + \frac{-1}{x + 1} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{5}{x + 4} \right) dx - \int \left(\frac{1}{x + 1} \right) dx$$

$$\therefore \int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = 5[\ln|x + 4|] - [\ln|x + 1|] + C$$



(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين

$A(-1,4)$, $B(1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

∴ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $A(-1,4)$, $B(1,4)$

ورأسه نقطة الأصل

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن (x, y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

$$(1)^2 = 4P(4)$$

$$1 = 16P$$

$$P = \frac{1}{16}$$

∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \frac{1}{4}y$

البؤرة : $F(0, P) = F(0, \frac{1}{16})$

معادلة الدليل : $y = -P$

$$y = -\frac{1}{16}$$



14

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(8 درجات)

حل على

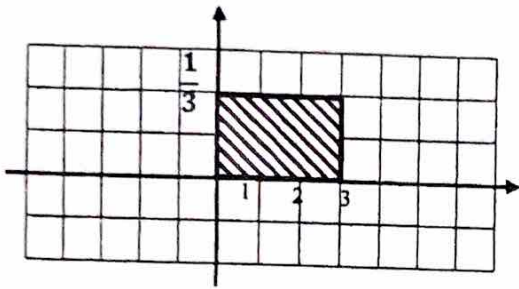
(a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل :

نرسم بيان الدالة f :



(1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول \times العرض

$$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

\therefore الدالة f هي دالة كثافة احتمال

(2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\therefore a = 0, b = 3 \rightarrow b - a = 3$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

\therefore الدالة f هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

$$(3) \text{ التوقع : } \mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4} \text{ : التباين}$$

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو :

$2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P(-2, 3)$

الحل :

$$f'(x) \neq 0 \quad \text{حيث} \quad \frac{-1}{f'(x)} = \text{ميل العمودي}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x+5}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x+5} dx$$

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(-2, 3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$3 = \frac{-1}{2} \ln|1| + C$$

$$C = 3$$

∴ معادلة المنحنى المطلوب هي :

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + 3$$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)

الدرجة: = 1 ×

(3)	(a)	(b)		(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)		(b)	(c)	(d)
(7)	(a)		(c)	(d)
(8)	(a)	(b)		(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)

الدرجة: = 1.5 ×



14

الدرجة:

دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر علمي

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن: ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي: الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int x \cos 3x dx$$

الحل:

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحني الدالتين :

$$f(x) = x^2 \quad , \quad g(x) = \sqrt{x}$$

الحل :

14

السؤال الثاني :

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل :

حل

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

14

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة $(1, 1)$ ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربتين

الحل:

محلولة

السؤال الرابع:

14

(a) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(8 درجات)

أوجد :

1) $p(0 < X \leq 3)$

2) $p(X \geq 2)$

3) $P(X = 1)$

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

ويمر بالنقطة $P(0, 1)$

الحل :

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

a) $9 \pi \text{ units}^2$

b) $6 \pi \text{ units}^2$

c) $3 \pi \text{ units}^2$

d) $\frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$

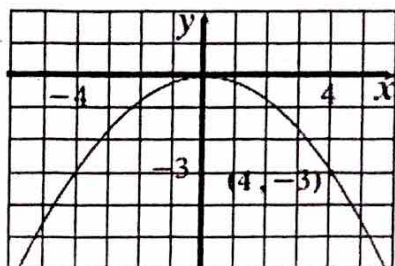
(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

a) $y = \frac{4}{3}$

b) $y = \frac{9}{20}$

c) $y = \frac{-1}{12}$

d) $y = \frac{-4}{3}$



(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$, $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

- a) $-\cos\theta$ b) $2 - \cos\theta$ c) $-2 - \cos\theta$ d) $4 - \cos\theta$

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

- a) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ b) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$
 c) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ d) $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- a) 12 units b) $2\sqrt{41}$ units c) 16 units d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :

- a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$ b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$
 c) $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ d) $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

- a) $R - R^-$ b) $R - R^+$ c) R^- d) R^+

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر العلمي 2018 / 2017 م
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

(a) أوجد

14

(8 درجات)



$$\int x \cos 3x dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$dv = \cos 3x dx$$
$$v = \frac{1}{3} \sin 3x$$
$$du = dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x - \int \frac{1}{3} \sin 3x dx$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحني الدالتين : $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحني الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع :

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = \sqrt{x} \quad : (x > 0)$$

$$x^4 = x$$

بتربيع الطرفين

$$x^4 - x = 0$$

$$x(x^3 - 1) = 0$$

$$x = 0 , x = 1$$

نحصل على

نأخذ قيمة اختيارية في $(0, 1)$ ولتكن $x = \frac{1}{4}$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} , g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 , \forall x \in [0, 1]$$

\therefore حجم الجسم الناتج :

$$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 [x - x^4] dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1$$

$$\therefore V = \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) - 0 \right] = \frac{3}{10} \pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$

14

السؤال الثاني:

(a)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \quad \text{في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل:

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9 (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} \left[(4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{14}{27} \text{ (وحدة طول)}$$

طويل



$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد :

$$\int x \sin x dx$$

الحل :

1+1

$$u = x$$

$$dv = \sin x dx$$

1+1

$$du = dx$$

$$v = -\cos x$$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1+1

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx$$

1

$$= -x \cos x + \sin x + c$$



14

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

$$-5x + 4 = (x - 4)(x - 1)$$

حلل المقام :

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{A_1}{x - 4} + \frac{A_2}{x - 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في $(x - 4)(x - 1)$ وبسط

$$5x - 2 = A_1(x - 1) + A_2(x - 4)$$

عوض عن x بـ 4 :

$$5(4) - 2 = A_1(4 - 1) + A_2(4 - 4) \rightarrow A_1 = 6$$

عوض عن x بـ 1 :

$$5(1) - 2 = A_1(1 - 1) + A_2(1 - 4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{6}{x - 4} + \frac{-1}{x - 1}$$

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx = \int \left(\frac{6}{x - 4} - \frac{1}{x - 1} \right) dx$$

$$= 6 \int \frac{1}{x - 4} dx - \int \frac{1}{x - 1} dx$$

$$= 6 \ln|x - 4| - \ln|x - 1| + C$$

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل واحد رأسيه $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة $(1, 1)$ ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل :

أحد رأسي القطع الزائد : $A(\frac{2}{3}, 0)$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات



ومعادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

من المعطيات $a = \frac{2}{3}$ فيكون : $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

يمر القطع بالنقطة $(1, 1)$ بالتعويض :

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{5}{4} \rightarrow b^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$$

معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{9x^2}{4} + \frac{5y^2}{4} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربين هما : $y = \pm \frac{b}{a} x \rightarrow y = \pm \frac{3}{\sqrt{5}} x$

السؤال الرابع:

14

(a) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

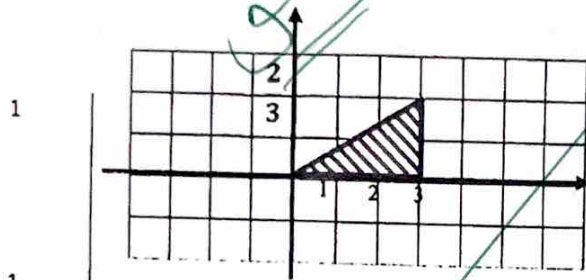
(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أوجد : 1) $p(0 < X \leq 3)$ 2) $p(X \geq 2)$ 3) $P(X = 1)$

الحل :

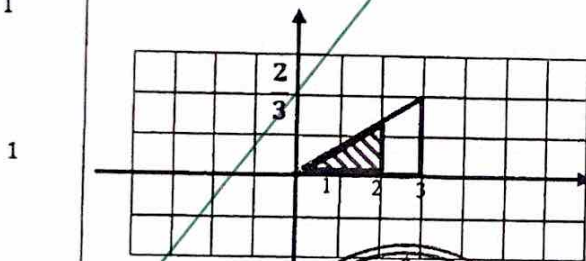
نرسم بيان الدالة f :



(1) مساحة المنطقة المظلة :

$$p(0 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 1$$



(2) مساحة المنطقة غير المظلة من المثلث :

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$p(X = 2) = 0 \quad (3)$$



تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x, y) هو

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

الحل:

1

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت C نعوض بالنقطة $P(0, 1)$ في المعادلة السابقة فنحصل على:

$\frac{1}{2}$

$$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 1$$



\therefore معادلة المنحنى f المطلوب هي:

1

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

x	0	1	2	3
f(x)	0.1	0.05	0.4	0.4

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

ثانياً : في البنود (3 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$



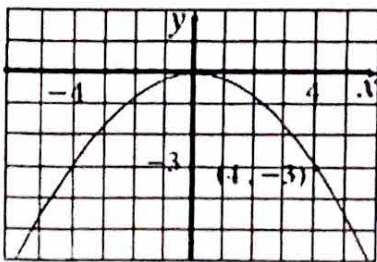
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

a) $9 \pi \text{ units}^2$

b) $6 \pi \text{ units}^2$

c) $3 \pi \text{ units}^2$

d) $\frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$



(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

a) $y = \frac{4}{3}$

b) $y = \frac{9}{20}$

c) $y = \frac{-1}{12}$

d) $y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان $y_{\theta=0} = -3$ ، $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$ فإن y تساوي :

- a) $-\cos\theta$ b) $2 - \cos\theta$ c) $-2 - \cos\theta$ d) $4 - \cos\theta$

(7) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

- a) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ b) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$
 c) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ d) $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي :

- a) 12 units b) $2\sqrt{41}$ unit c) 16 units d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو :



- a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$ b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$
 c) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$ d) $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن $f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :









- a) $R - R^-$ b) $R - R^+$ c) R^- d) R^+

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)		(b)	(c)	(d)
(2)	(a)		(c)	(d)

الدرجة: = 1 ×

(3)	(a)		(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	
(5)		(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)		(d)
(7)	(a)	(b)		(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	
(9)	(a)	(b)		(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	

الدرجة: = 1 ×



14

الدرجة:

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للمصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2$:

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x, y) هو $3x^2$
فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$ (8 درجات)

14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

(8 درجات)

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(4, 0)$

ويمر بالنقطة $A(6, 0)$ ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة f هي الكثافة احتمالية:

1) اثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة f

مسألة

القسم الثاني (الأسئلة للموضوعية) :

أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2) $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x |x| dx =$

- (a) - 27 (b) - 9
(c) 9 (d) 27

(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

- (a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$ (b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$
(c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$ (d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة $f, f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

- (a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units
(c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{2}{2}$ units

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f, f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

- (a) 9π units² (b) 6π units²
(c) $\frac{3}{2}\pi$ units² (d) $\frac{9}{2}\pi$ units²

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d) $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ فإن معادلة الدليل هي :

(a) $y = \frac{-1}{24}$

(b) $y = \frac{1}{24}$

(c) $x = \frac{-1}{24}$

(d) $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد :

هما $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a) $y = \pm 2x$

(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$

(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي للتقطع X هي :

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي يتقطع على تساوي

(a) 1

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) 0

انتهت الامتحان

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2$:

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$

الحل

∴ حجم الجسم الناتج عن الدوران هو :

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (x^2 + 2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (x^4 + 4x^2 + 4) dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left(-\frac{1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right]$$

$$= \frac{166}{15} \pi \text{ units cube}$$



(تراجعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

الحل

$$u = \ln(x)$$

$$dv = (2x + 1) \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = x^2 + x$$

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

$$\int (2x + 1) \ln(x) \, dx = (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x^2 + x}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x(x + 1)}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int (x + 1) \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \left(\frac{1}{2} x^2 + x \right) + C$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \frac{1}{2} x^2 - x + C$$



14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

الحل

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

2

$$u = \tan(0) = 0$$

عندما $x = 0$

1/2

$$u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

عندما $x = \frac{\pi}{4}$

1/2

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$$

1

$$= \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$

1/2

$$= \frac{1}{2}$$

1/2



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه هو $3x^2$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(1, 5)$ (8 درجات)

الحل

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{f'(x)} \quad \text{حيث } f'(x) \neq 0$$

$$\therefore 3x^2 = \frac{-1}{f'(x)}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{3x^2}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx \quad \text{معادلة المنحنى هي :}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{3x^2} dx = \int \frac{-1}{3} x^{-2} dx$$

$$= \frac{1}{3} x^{-1} + C$$

$$f(x) = \frac{1}{3x} + C$$

$$f(1) = 5$$

$$5 = \frac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow C = \frac{14}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{14}{3}$$



14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

(8 درجات)

فاوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل

$$(1) \quad x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 3}$$

$$2 = A(x - 3) + B(x - 1)$$

$$2 = A(1 - 3) + B(1 - 1) \quad \text{بالتعويض عن } x = 1$$

$$2 = -2A + 0 \Rightarrow A = -1$$

$$2 = A(3 - 3) + B(3 - 1) \quad \text{بالتعويض عن } x = 3$$

$$2 = 0 + 2B \Rightarrow B = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3}$$

$$(2) \quad \int f(x) dx = \int \left(\frac{2}{x^2 - 4x + 3} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3} \right) dx = - \int \frac{1}{x - 1} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$$

$$= -\ln|x - 1| + \ln|x - 3| + C$$



تابع السؤال الثالث :
(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

الحل

$$u = \frac{1}{x} + 2, \quad du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx = - \int \frac{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^{-5}}{-x^2} dx$$

$$= - \int u^{-5} du$$

$$= - \left[\frac{u^{-4}}{-4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{u^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C \quad : C = \frac{1}{4} C_1$$



السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وإحدى بؤرتيه F(4, 0)

ويمر بالنقطة A(6, 0) ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

∴ البؤرة F(4, 0) تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 16$$

∴ القطع الناقص يمر بالنقطة A(6, 0)

$$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 36$$

$$\therefore b^2 = 36 - 16 = 20$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

الإختلاف المركزي :



∴ المعادلة هي :

الإختلاف المركزي :

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن الدالة } f \text{ دالة كثافة احتمال}$$

1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد : $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة f

الحل

1) الدالة f تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\because a = 1, b = 3 \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$2) P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$



3) التوقع :

التباين :

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانيا : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int_0^3 3x|x| dx =$

(a) -27

(b) -9

(c) 9

(d) 27



(4) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c) $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(d) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة $f : f(x) = x - 3$ في الفترة $[0, 2]$ هو

(a) $\sqrt{2}$ units

(b) $2\sqrt{2}$ units

(c) $3\sqrt{2}$ units

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(6) مساحة المنطقه المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي :

(a) 9π units²

(b) 6π units²

(c) $\frac{3}{2}\pi$ units²

(d) $\frac{9}{2}\pi$ units²

(7) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d) $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان $y^2 = \frac{-1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ، فإن معادلة الدليل هي :

(a) $y = \frac{-1}{24}$

(b) $y = \frac{1}{24}$

(c) $x = \frac{-1}{24}$

(d) $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :

هما $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a) $y = \pm 2x$

(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$

(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$



(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي :

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع $E(X)$ للمتغير العشوائي المتقطع X يساوي

(a) 1

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) 0

جدول الإجابة

(1)	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
(2)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 ×

(3)	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
(4)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
(7)	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
(9)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)



الدرجة :

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int xe^x dx$$

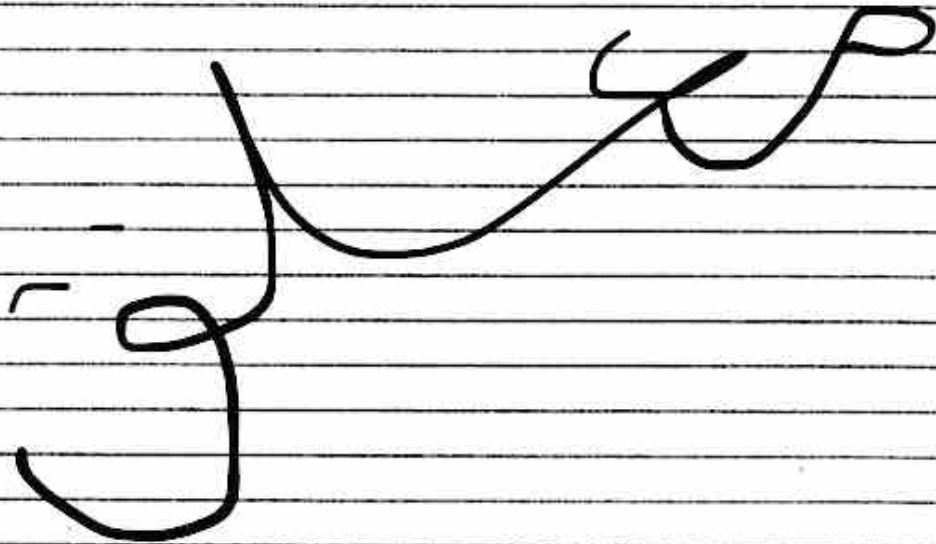
(8 درجات)

تلمح السؤال الأول:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x}$$

في الفترة: $\left[0, \frac{1}{3}\right]$



14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده

بمنحني الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm
(7 درجات)

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

- (1) التوقع μ
- (2) التباين σ^2
- (3) الإنحراف المعياري σ

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<p>أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
<p>(1)</p>	<p>مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي :</p> $2 \int_0^2 f(x) dx$
<p>(2)</p>	<p>الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان</p>
<p>ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
<p>(3)</p>	<p>$\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx$</p> <p>(a) $x^2 + C$ (b) $2x + C$</p> <p>(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$ (d) $\frac{1}{3}x^3 + C$</p>
<p>(4)</p>	<p>إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي</p> <p>(a) $-\cos x$ (b) $2 - \cos x$</p> <p>(c) $-2 - \cos x$ (d) $4 - \cos x$</p>
<p>(5)</p>	<p>إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي</p> <p>(a) $\frac{2}{x^2}$ (b) $\frac{2}{x}$</p> <p>(c) $\frac{x \ln x}{2}$ (d) $\frac{2 \ln x^2}{x}$</p>
<p>(6)</p>	<p>إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، فإن $y' + y = 2$</p> <p>(a) $y = e^{-x} - 2$ (b) $y = \frac{1}{2}e^{-x}$</p> <p>(c) $y = e^{-x} + 2$ (d) $y = 2e^{-x}$</p>

(7) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطة $B(-5, 2)$ ، وخط تماثله هو محور السينات هي :

(a) $y^2 = \frac{-4}{5}x$

(b) $x^2 = \frac{-4}{5}y$

(c) $y^2 = \frac{4}{5}x$

(d) $x^2 = \frac{4}{5}y$

(8) إذا كان $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ ، $\int_{-1}^3 g(x) dx = 2$ فإن $\int_{-1}^3 (3f(x) + 2g(x) + 1) dx$ تساوي

(a) 9

(b) 10

(c) 12

(d) 17

(9) لتكن $A(1, 3)$ نقطة على منحنى الدالة $f : f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن $f(x)$ تساوي

(a) $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

(b) $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

(c) $x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

(d) $x^3 - 6x^2 + 9x + 3$

(10) إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & : -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $P(X \leq -2.5)$ تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) $\frac{1}{5}$

(d) $\frac{1}{10}$

انتهت الأسئلة...

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int x e^x dx$$

الحل

$u = x$	$dv = e^x dx$	1
$du = dx$	$v = e^x$	

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1

$$\int x e^x dx = x e^x - \int (e^x) dx$$

2

$$= x e^x - e^x + C$$

2

$$= e^x(x - 1) + C$$



(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

(8 درجات)

تابع السفال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right) 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{27} \left[\left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - (1 + 9(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{27} [\sqrt{4^3} - \sqrt{1^3}] = \frac{2}{27} [8 - 1] = \frac{14}{27} \text{ units}$$



14

السؤال الثاني
(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

الحل

$$\int_1^4 |x - 2| dx = \int_1^2 |x - 2| dx + \int_2^4 |x - 2| dx$$

$$= \int_1^2 (2 - x) dx + \int_2^4 (x - 2) dx$$

$$= \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_2^4$$

$$= \left[(4 - 2) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] + [(8 - 8) - (2 - 4)]$$

$$= \left[2 - 1\frac{1}{2} \right] + [0 - (-2)]$$

$$= \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$$



1

1

2

1

1

تابع السؤال الثاني :
(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$



الحل

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

1 1/2

وبضرب طرفي المعادلة بـ $(x - 1)(x + 3)$

$$12 = A(x + 3) + B(x - 1)$$

1/2

$$12 = -4B \Rightarrow B = -3 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = -3$$

$$12 = 4A \Rightarrow A = 3 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 1$$

2

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3}$$

1/2

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3} \right) dx$$

1/2

$$= 3 \int \frac{1}{x - 1} dx - 3 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

1/2

$$= 3 \ln|x - 1| - 3 \ln|x + 3| + C$$

2 1/2

14

(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{1 + \cot x}} = \int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}}$$

1

$$u = 1 + \cot x, \quad du = -\csc^2 x dx$$

1 + 1

$$\int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}} = - \int \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

1

$$= - \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

1/2

$$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$$

1

$$= -2(1 + \cot x)^{\frac{1}{2}} + C$$

1/2

$$= -2\sqrt{1 + \cot x} + C$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

الحل

$$y_1 = y_2 \quad \frac{1}{2}$$

$$x + 3 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 , \quad x = -1 \quad \frac{1}{2}$$

بأخذ قيمة إختيارية $\in (-1, 2)$ ولتكن $x = 0$ ، نجد أن

$$y_1 = 3 , \quad y_2 = 1 \quad \frac{1}{2}$$

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2] \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 (y_1^2 - y_2^2) dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

$$= \pi \left[\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^2$$

$$= 23 \frac{2}{5} \pi \quad \text{cube units} \quad \frac{1}{2}$$



14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm

(7 درجات)

اكمل

:: طول المحور الأكبر = 16 cm

$$\therefore 2a = 16$$

$\frac{1}{2}$

$$a = 8$$

$\frac{1}{2}$

:: المسافة بين البؤرتين = 10 cm

$\frac{1}{2}$

$$\therefore 2c = 10$$

1

$$c = 5$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2 = (8)^2 - (5)^2$$

$\frac{1}{2}$

$$= 64 - 25 = 39$$

$\frac{1}{2}$

:: المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي

$\frac{1}{2}$

:: معادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

1

$$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$$

1

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

(1) التوقع μ (2) التباين σ^2 (3) الانحراف المعياري σ

أحل

(1) التوقع (μ) :

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3)$$

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2$$

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2$$

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$- (3.2)^2$$

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16$$


(3) الانحراف المعياري (σ) :


$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47$$



القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<p>أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
<p>(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2, 2]$ هي :</p> $2 \int_0^2 f(x) dx$	<p>(1)</p>
<p>(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان</p>	
<p>ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
<p>(3) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx$</p> <p>(a) $x^2 + C$ (b) $2x + C$</p> <p>(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$ (d) $\frac{1}{3}x^3 + C$</p>	
<p>(4) إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي</p> <p>(a) $-\cos x$ (b) $2 - \cos x$</p> <p>(c) $-2 - \cos x$ (d) $4 - \cos x$</p>	
<p>(5) إذا كانت $y = \ln x^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي</p> <p>(a) $\frac{2}{x^2}$ (b) $\frac{2}{x}$</p> <p>(c) $\frac{x \ln x}{2}$ (d) $\frac{2 \ln x^2}{x}$</p>	
<p>(6) إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$ ، فإن $y' + y = 2$</p> <p>(a) $y = e^{-x} - 2$ (b) $y = \frac{1}{2}e^{-x}$</p> <p>(c) $y = e^{-x} + 2$ (d) $y = 2e^{-x}$</p>	

<p>(7) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطة $B(-5, 2)$، وخط تماثله هو محور السينات هي :</p> <p>(a) $y^2 = \frac{-4}{5}x$</p> <p>(c) $y^2 = \frac{4}{5}x$</p>	<p>(b) $x^2 = \frac{-4}{5}y$</p> <p>(d) $x^2 = \frac{4}{5}y$</p>
<p>(8) إذا كان $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ ، فإن $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ ،</p> <p>تساوي $\int_{-1}^3 (3f(x) + 2g(x) + 1) dx$</p> <p>(a) 9</p> <p>(c) 12</p>	<p>(b) 10</p> <p>(d) 17</p> 
<p>(9) لتكن نقطة $A(1, 3)$ على منحنى الدالة $f : f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ، فإن $f(x)$ تساوي</p> <p>(a) $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$</p> <p>(c) $x^3 - 6x^2 + 9x - 3$</p>	<p>(b) $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$</p> <p>(d) $x^3 - 6x^2 + 9x + 3$</p>
<p>(10) إذا كان X متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الإحتمال له هي :</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ <p>فإن $P(X \leq -2.5)$ تساوي</p> <p>(a) 0</p> <p>(c) $\frac{1}{5}$</p>	<p>(b) 1</p> <p>(d) $\frac{1}{10}$</p>

انتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 ×

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1.5 ×



الدرجة :

14

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$$

في الفترة $[2, 5]$

(5 درجات)

مسألة

السؤال الثاني

(a) أوجد :

10

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

(4 درجات)

$$\int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = 4x - x^2$:

و منحنى الدالة $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 2, x = 0$

علما بأن منحنىي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

10

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(6 درجات)

(3) الإختلاف المركزي

(2) البؤرتين

(1) الرأسين

تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$ دالة كثافة احتمال

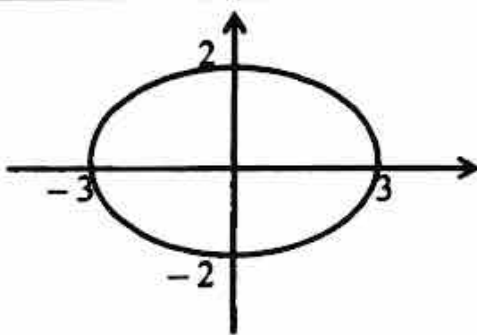
- 1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم
- 2) أوجد التوقع و التباين للدالة f

(4 درجات)

مكثوق

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<p><u>أولاً</u> : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
(1)	إذا كانت $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$
(2)	حل المعادلة التفاضليه : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$ هو : $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$
(3)	هي معادلة قطع مكافئ بؤرتة $F(0, \frac{-3}{2})$ $y^2 = \frac{1}{2}x$
<p><u>ثانياً</u> : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
(4)	الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :
(a)	$F(x) = 8x + \csc x + C$
(b)	$F(x) = 8x - \cot x + C$
(c)	$F(x) = 8x - \csc x + C$
(d)	$F(x) = 8x + \cot x + C$
(5)	لتكن $f : f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :
(a)	$\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$
(b)	$\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$
(c)	\mathbb{R}^-
(d)	\mathbb{R}^+
(6)	حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :
(a)	4π
(b)	$\frac{16}{3}\pi$
(c)	6π
(d)	$\frac{32}{3}\pi$

<p>(7)</p> <p>إذا كان : $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$, $\int_3^{-1} g(x)dx = -4$</p> <p>فإن : $\int_{-1}^3 (2f(x) - g(x) + 5)dx$ يساوي</p> <p>(a) 2 (b) 4 (c) 20 (d) 5</p>	<p>(7)</p>
<p>(8)</p>  <p>معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :</p> <p>(a) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ (b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ (c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (d) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$</p>	<p>(8)</p>
<p>(9)</p> <p>معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما</p> <p>(a) $y = \pm 2x$ (b) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (c) $y = \pm 4x$ (d) $y = \pm \frac{1}{4}x$</p>	<p>(9)</p>
<p>(10)</p> <p>عند إلقاء قطعة نخود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X (ظهور صورة) يساوي</p> <p>(a) 2 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 4</p>	<p>(10)</p>

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2} dx$$

الحل

$$u = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 = 4 - u \quad [0.5]$$

$$du = -2x dx \Rightarrow \frac{-1}{2} du = x dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5 \sqrt{4-x^2} dx = \int \sqrt{4-x^2} \cdot (x^2)^2 (x dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (4-u)^2 \left(\frac{-1}{2} du \right) \quad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2} \sqrt{u} (16 - 8u + u^2) du \quad [0.5]$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}} \right) du \quad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}} u^{\frac{3}{2}} + \frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4-x^2)^{\frac{7}{2}} + C \quad [0.5]$$

(تراعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقالية)



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من متعنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2, 5]$ (5 درجات)

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right) \left(\frac{3}{2}\right) (9 + 3x)^{\frac{1}{2}} (3) \quad [1]$$

$$= (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1 + 9 + 3x} dx = \int_2^5 \sqrt{10 + 3x} dx \quad [1]$$

$$= \int_2^5 (10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3} \int_2^5 3(10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) \left[(10 + 3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \quad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right) \left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \quad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9} \text{ units} \quad [0.5]$$



السؤال الثاني

(a) أوجد :

10

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

الحل

$u = x^2$	$dv = \cos x \, dx$
$du = 2x \, dx$	$v = \sin x$

[1]

$$\int u \, dv = u v - \int v \, du$$

0.5

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx \dots \dots (1) \quad [0.5 + 0.5]$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد : $\int x \sin x \, dx$

$u = x$	$dv = \sin x \, dx$
$du = dx$	$v = -\cos x$

[1]

$$\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int -\cos x \, dx \quad [0.5 + 0.5]$$

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \dots \dots (2) \quad [0.5 + 0.5]$$

من (1) ، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

0.5

$$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$(4 \text{ درجات}) \quad \int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

الحل

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{5x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow 5x - 1 = A_1(x - 1) + A_2(x + 3)$$

$$4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 1 \quad [0.5]$$

$$-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4 \quad : \text{ بالتعويض عن } x = -3 \quad [0.5]$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^0 \left(\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} \right) dx = \int_{-2}^0 \left(\frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \right) dx \quad [0.5]$$

$$= 4[\ln |x + 3|]_{-2}^0 + [\ln |x - 1|]_{-2}^0 \quad [1]$$

$$= 4[\ln 3 - \ln 1] + [\ln 1 - \ln 3]$$

$$= 3 \ln 3 \quad [0.5]$$



10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات) $\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$

الحل

$$u = x^2 + 2x + 3 \quad [0.5]$$

$$du = (2x + 2) dx \Rightarrow du = 2(x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^u du \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^u + C \quad [1] + [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2+2x+3} + C \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f(x) = 4x - x^2$:

و منحنى الدالة $g(x) = 5 + x^2$ والمستقيمين $x = 2, x = 0$

علما بأن منحنىي الدالتين f, g غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

∴ المنحنيين غير متقاطعين

∴ نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة (0,2) و لتكن $x = 1$

$$f(1) = 3, g(1) = 6 \quad [0.5 + 0.5]$$

$$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2] \quad [0.5]$$

$$A = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx \quad [0.5] + [0.5]$$

$$= \int_0^2 ((5 + x^2) - (4x - x^2)) dx \quad [0.5]$$

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5) dx \quad [0.5]$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x \right]_0^2 \quad [1.5]$$

$$= \left[\frac{16}{3} - 8 + 10 \right] - 0 \quad [0.5]$$

$$= \frac{22}{3} \quad (\text{وحدة مربعة}) \quad [0.5]$$



10

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

الحل

(1) $a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7}$ [0.5]

$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$ [0.5]

$A_1(-\sqrt{7}, 0)$, $A_2(\sqrt{7}, 0)$ رأسا القطع الزائد هما [1]

(2) $c^2 = a^2 + b^2$ [0.5]

$c^2 = 7 + 16$ [0.5]

$c = \sqrt{23}$ [0.5]

$F_1(-\sqrt{23}, 0)$, $F_2(\sqrt{23}, 0)$ البؤرتان هما [1]

(3) $e = \frac{c}{a}$ [0.5]

$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$ [1]



تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الدالة f : في ما عدا ذلك ،
 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \end{cases}$ دالة كثافة احتمال

- (1) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم
(2) أوجد التوقع و التباين للدالة f

(4 درجات)

الحل

1) $\because a = 1 , b = 3$ [0.5]

$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$ [1]

f دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم [0.5]

2) $\mu = \frac{a+b}{2}$: التوقع [0.5]

$= \frac{1+3}{2} = 2$ [0.5]

$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ [0.5] التباين

$= \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ [0.5]



أولاً : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية : $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$ هو : $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي :

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن $f : f(x) = x^2 + 1$ فإن $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى :

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$

(b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c) \mathbb{R}^-

(d) \mathbb{R}^+

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو :

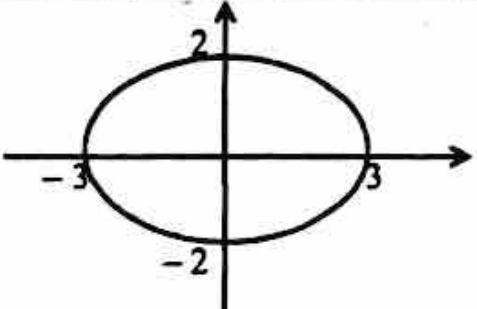
(a) 4π

(b) $\frac{16}{3}\pi$

(c) 6π

(d) $\frac{32}{3}\pi$



<p>(7)</p> <p>إذا كان : $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$, $\int_3^{-1} g(x)dx = -4$</p> <p>فإن : $\int_{-1}^3 (2f(x) - g(x) + 5)dx$ تساوي</p> <p>(a) 2 (b) 4</p> <p>(c) 20 (d) 5</p>	<p>(7)</p>
<p>(8)</p>  <p>معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :</p> <p>(a) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ (b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$</p> <p>(c) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (d) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$</p>	<p>(8)</p>
<p>(9)</p> <p>معادلة الخطين المقاربتين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما</p> <p>(a) $y = \pm 2x$ (b) $y = \pm \frac{1}{2}x$</p> <p>(c) $y = \pm 4x$ (d) $y = \pm \frac{1}{4}x$</p>	<p>(9)</p>
<p>(10)</p> <p>عدد إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X (ظهور صورة) يساوي</p> <p>(a) 2 (b) $\frac{1}{4}$</p> <p>(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{16}$</p>	<p>(10)</p>

انتهت الأسئلة ...



جدول الإجابة

(1)		(b)	(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)	(a)	(b)		(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)	(c)	
(7)	(a)	(b)		(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)		(b)	(c)	(d)
(10)	(a)		(c)	(d)

10

الدرجة :



بعض القوانين في الصف الثاني عشر علمي

إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي f فإن التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة :

$$\text{التباين : } \sigma^2 = \sum(x_i^2 f(x)) - \mu^2 \text{ حيث } \mu \text{ هو التوقع}$$

$$\text{الانحراف المعياري: } \sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ (الجذر التربيعي الموجب للتباين)}$$

خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X

$$(1) P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$(2) P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

إحتمال النجاح في X من المحاولات يعطى بالعلاقة (توزيع ذات الحدين)

$$P(X = x) = f(x) = {}_n C_x \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدين

$$\text{التوقع : } \mu = np$$

$$\text{التباين : } \sigma^2 = np(1-p)$$

$$\text{الانحراف المعياري : } \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad \text{التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad \text{التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad \text{القيمة المعيارية هي}$$

الإحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

n	x	P										
		0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
2	0	0.902	0.810	0.640	0.490	0.360	0.250	0.160	0.090	0.040	0.010	0.002
	1	0.095	0.180	0.320	0.420	0.480	0.500	0.480	0.420	0.320	0.180	0.095
	2	0.002	0.010	0.040	0.090	0.160	0.250	0.360	0.490	0.640	0.810	0.902
3	0	0.857	0.729	0.512	0.343	0.216	0.125	0.064	0.027	0.008	0.001	
	1	0.135	0.243	0.384	0.441	0.432	0.375	0.288	0.189	0.096	0.027	0.007
	2	0.007	0.027	0.096	0.189	0.288	0.375	0.432	0.441	0.384	0.243	0.135
	3		0.001	0.008	0.027	0.064	0.125	0.216	0.343	0.512	0.729	0.857
4	0	0.815	0.656	0.410	0.240	0.130	0.062	0.026	0.008	0.002		
	1	0.171	0.292	0.410	0.412	0.346	0.250	0.154	0.076	0.026	0.004	
	2	0.014	0.049	0.154	0.265	0.346	0.375	0.346	0.265	0.154	0.049	0.014
	3		0.004	0.026	0.076	0.154	0.250	0.346	0.412	0.410	0.292	0.171
	4			0.002	0.008	0.026	0.062	0.130	0.240	0.410	0.656	0.815
5	0	0.774	0.590	0.328	0.168	0.078	0.031	0.010	0.002			
	1	0.204	0.328	0.410	0.360	0.259	0.156	0.077	0.028	0.006		
	2	0.021	0.073	0.205	0.309	0.346	0.312	0.230	0.132	0.051	0.008	0.001
	3	0.001	0.008	0.051	0.132	0.230	0.312	0.346	0.309	0.205	0.073	0.021
	4			0.006	0.028	0.077	0.156	0.230	0.309	0.205	0.073	0.021
	5				0.002	0.010	0.031	0.078	0.168	0.328	0.590	0.774
6	0	0.735	0.531	0.262	0.118	0.047	0.016		0.001			
	1	0.232	0.354	0.393	0.303	0.187	0.094	0.004	0.010	0.002		
	2	0.031	0.098	0.246	0.324	0.311	0.234	0.037	0.060	0.015	0.001	
	3	0.002	0.015	0.082	0.185	0.276	0.312	0.138	0.185	0.082	0.015	0.002
	4		0.001	0.015	0.060	0.138	0.234	0.276	0.324	0.246	0.098	0.031
	5			0.002	0.010	0.037	0.094	0.138	0.311	0.303	0.393	0.531
	6				0.001	0.004	0.016	0.047	0.118	0.262	0.531	0.735
7	0	0.698	0.478	0.210	0.082	0.028	0.008					
	1	0.257	0.372	0.367	0.247	0.131	0.055	0.002	0.004			
	2	0.041	0.124	0.275	0.318	0.261	0.164	0.017	0.025	0.004		
	3	0.004	0.023	0.115	0.227	0.290	0.273	0.077	0.097	0.029	0.003	
	4		0.003	0.029	0.097	0.290	0.273	0.194	0.227	0.115	0.023	0.004
	5			0.004	0.025	0.194	0.164	0.290	0.318	0.275	0.124	0.041
	6				0.004	0.077	0.055	0.261	0.247	0.367	0.372	0.257
	7					0.017	0.008	0.131	0.082	0.210	0.478	0.698
					0.002		0.028					

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

		P										
n	x	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
8	0	0.663	0.430	0.168	0.058	0.017	0.004	0.001				
	1	0.279	0.383	0.336	0.198	0.090	0.031	0.008	0.001			
	2	0.051	0.149	0.294	0.296	0.209	0.109	0.041	0.010	0.001		
	3	0.005	0.033	0.147	0.254	0.279	0.219	0.124	0.047	0.009		
	4		0.005	0.046	0.136	0.232	0.273	0.232	0.136	0.046	0.005	
	5			0.009	0.047	0.124	0.219	0.279	0.254	0.147	0.033	0.005
	6			0.001	0.010	0.041	0.109	0.209	0.296	0.294	0.149	0.051
	7				0.001	0.008	0.031	0.090	0.198	0.336	0.383	0.279
	8					0.001	0.004	0.017	0.058	0.168	0.430	0.663
9	0	0.630	0.387	0.134	0.040	0.010	0.002					
	1	0.299	0.387	0.302	0.156	0.060	0.018	0.004				
	2	0.063	0.172	0.302	0.267	0.161	0.070	0.021	0.004			
	3	0.008	0.045	0.176	0.267	0.251	0.164	0.074	0.021	0.003		
	4	0.001	0.007	0.065	0.172	0.251	0.246	0.167	0.074	0.017	0.001	
	5		0.001	0.017	0.074	0.167	0.246	0.251	0.172	0.066	0.007	0.001
	6			0.003	0.021	0.074	0.164	0.251	0.267	0.176	0.045	0.008
	7				0.004	0.021	0.070	0.161	0.267	0.302	0.172	0.063
	8					0.004	0.018	0.060	0.156	0.302	0.387	0.299
	9						0.002	0.010	0.040	0.134	0.387	0.630
10	0	0.599	0.349	0.107	0.028	0.006	0.001					
	1	0.315	0.387	0.268	0.121	0.040	0.010	0.002				
	2	0.075	0.194	0.302	0.233	0.121	0.044	0.011	0.001			
	3	0.010	0.057	0.201	0.267	0.215	0.117	0.042	0.009	0.001		
	4	0.001	0.011	0.088	0.200	0.251	0.205	0.111	0.037	0.006		
	5		0.001	0.026	0.103	0.201	0.246	0.201	0.103	0.026	0.001	
	6			0.006	0.037	0.111	0.205	0.251	0.200	0.088	0.011	0.001
	7			0.001	0.009	0.042	0.117	0.215	0.267	0.201	0.057	0.010
	8				0.001	0.011	0.044	0.121	0.233	0.302	0.194	0.075
	9					0.002	0.010	0.040	0.121	0.268	0.387	0.315
	10						0.001	0.006	0.028	0.107	0.349	0.599

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

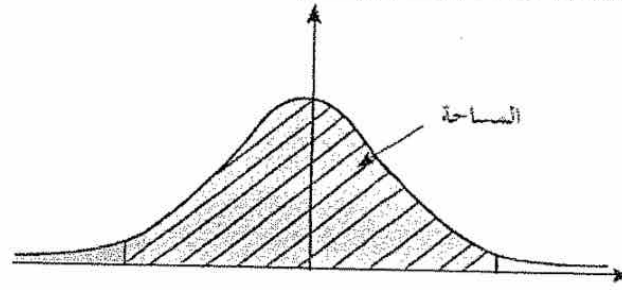
		P										
n	x	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
11	0	0.569	0.314	0.086	0.020	0.004						
	1	0.329	0.384	0.236	0.093	0.027	0.005	0.001				
	2	0.087	0.213	0.295	0.200	0.089	0.027	0.005	0.001			
	3	0.014	0.071	0.221	0.257	0.177	0.081	0.023	0.004			
	4	0.001	0.016	0.111	0.220	0.236	0.161	0.070	0.017	0.002		
	5		0.002	0.039	0.132	0.221	0.226	0.147	0.057	0.010		
	6			0.010	0.057	0.147	0.226	0.221	0.132	0.039	0.002	
	7			0.002	0.017	0.070	0.161	0.236	0.220	0.111	0.016	0.001
	8				0.004	0.023	0.081	0.177	0.257	0.221	0.071	0.014
	9				0.001	0.005	0.027	0.089	0.200	0.295	0.213	0.087
	10					0.001	0.005	0.027	0.093	0.236	0.384	0.329
11							0.004	0.020	0.086	0.314	0.569	
12	0	0.540	0.282	0.069	0.014	0.002						
	1	0.341	0.377	0.206	0.071	0.017	0.003					
	2	0.099	0.230	0.283	0.168	0.064	0.016	0.002				
	3	0.017	0.085	0.236	0.240	0.142	0.054	0.012	0.001			
	4	0.002	0.021	0.133	0.231	0.213	0.121	0.042	0.008	0.001		
	5		0.004	0.053	0.158	0.227	0.193	0.101	0.029	0.003		
	6			0.016	0.079	0.177	0.226	0.177	0.079	0.016		
	7			0.003	0.029	0.101	0.193	0.227	0.158	0.053	0.004	
	8			0.001	0.008	0.042	0.121	0.213	0.231	0.133	0.021	0.002
	9				0.001	0.012	0.054	0.142	0.240	0.236	0.085	0.017
	10					0.002	0.010	0.064	0.168	0.283	0.230	0.099
	11						0.003	0.017	0.071	0.206	0.377	0.341
12							0.002	0.014	0.069	0.282	0.540	

الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

n	x	P											
		0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	
13	0	0.513	0.254	0.055	0.010	0.001							
	1	0.351	0.367	0.179	0.054	0.011	0.002						
	2	0.111	0.245	0.268	0.139	0.045	0.010	0.001					
	3	0.021	0.100	0.246	0.218	0.111	0.035	0.005	0.001				
	4	0.003	0.028	0.154	0.234	0.184	0.087	0.024	0.003				
	5		0.006	0.069	0.180	0.221	0.157	0.066	0.014	0.001			
	6		0.001	0.023	0.103	0.197	0.209	0.131	0.044	0.006			
	7			0.006	0.044	0.131	0.209	0.197	0.103	0.023	0.001		
	8			0.001	0.014	0.066	0.157	0.221	0.180	0.069	0.006		
	9				0.003	0.024	0.087	0.184	0.234	0.154	0.028	0.003	
	10				0.001	0.006	0.035	0.111	0.218	0.246	0.100	0.021	
	11					0.001	0.010	0.045	0.139	0.268	0.245	0.111	
	12						0.002	0.011	0.054	0.179	0.367	0.351	
13							0.001	0.010	0.055	0.254	0.513		
14	0	0.488	0.229	0.044	0.007	0.001							
	1	0.359	0.356	0.154	0.041	0.007	0.001						
	2	0.123	0.257	0.250	0.113	0.032	0.006	0.001					
	3	0.026	0.114	0.250	0.194	0.085	0.022	0.003					
	4	0.004	0.035	0.172	0.229	0.155	0.061	0.014	0.001				
	5		0.008	0.086	0.196	0.207	0.122	0.041	0.007				
	6		0.001	0.032	0.126	0.207	0.183	0.092	0.023	0.002			
	7			0.009	0.062	0.157	0.209	0.157	0.062	0.0009			
	8			0.002	0.023	0.092	0.183	0.207	0.126	0.032	0.001		
	9				0.007	0.041	0.122	0.207	0.196	0.086	0.008		
	10				0.001	0.014	0.061	0.155	0.229	0.172	0.035	0.004	
	11					0.003	0.022	0.085	0.194	0.250	0.114	0.026	
	12					0.001	0.006	0.032	0.113	0.250	0.257	0.123	
	13						0.001	0.007	0.041	0.154	0.356	0.359	
14							0.001	0.007	0.044	0.229	0.488		

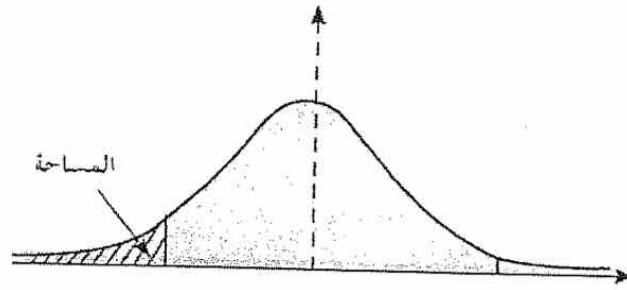
الاحتمالات في توزيع ذات الحدين: $f(x)$

n	x	P																			
		0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95									
15	0	0.463	0.206	0.035	0.005																
	1	0.366	0.343	0.132	0.031	0.005															
	2	0.135	0.267	0.231	0.092	0.022	0.003														
	3	0.031	0.129	0.250	0.170	0.063	0.014	0.002													
	4	0.005	0.043	0.188	0.219	0.127	0.042	0.007	0.001												
	5	0.001	0.010	0.103	0.206	0.186	0.092	0.024	0.003												
	6		0.002	0.043	0.147	0.207	0.153	0.061	0.012	0.001											
	7			0.014	0.081	0.177	0.196	0.118	0.035	0.003											
	8			0.003	0.035	0.118	0.196	0.177	0.081	0.014											
	9			0.001	0.012	0.061	0.153	0.207	0.147	0.043	0.002										
	10				0.003	0.024	0.092	0.186	0.206	0.103	0.010	0.001									
	11				0.001	0.007	0.042	0.127	0.210	0.188	0.043	0.005									
	12					0.002	0.014	0.063	0.170	0.250	0.129	0.031									
	13						0.003	0.022	0.092	0.231	0.267	0.135									
	14							0.005	0.031	0.132	0.343	0.366									
	15								0.005	0.035	0.206	0.463									



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414

قوانين الإحصاء

بعض قوانين الاحصاء للصف الثاني عشر علمي (الجزء الثاني)

إذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي f فإن التوقع و التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغتين:

$$\mu = \sum (x_i f(x_i)) \quad \text{التوقع:}$$

$$\sigma^2 = \sum ((x_i)^2 f(x_i)) - \mu^2 \quad \text{التباين:}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{الانحراف المعياري:}$$

خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X

$$(1) P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$(2) P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

احتمال النجاح في X من المحاولات يعطى بالعلاقة (توزيع ذات الحدين)

$$P(X = x) = f(x) = {}_n C_x \cdot P^x \cdot (1 - P)^{n-x}, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

التوقع و التباين لتوزيع ذات الحدين

$$\mu = nP \quad \text{التوقع:}$$

$$\sigma^2 = nP(1 - P) \quad \text{التباين:}$$

$$\sigma = \sqrt{nP(1 - P)} \quad \text{الانحراف المعياري:}$$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ هي

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad \text{التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad \text{التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \text{القيمة المعيارية هي:}$$