الأعداد المركبة

(1 – 7)

(1) الصورة الجبرية للعدد: $3+\sqrt{-4}$ هي: $3+2i$

a b

$\sqrt{-4}+3=2i+3$

يمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة

---

(2) مرافق العدد المركب: $z=3+4i$ هو: $\overline{z}=-3-4i$

a b

$\overline{Z}=3-4i$

---

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z=3-2i$ هو: $-z=3+2i$

a b

$-Z=-3+2i$

---

(4) الصورة المبسّطة للتعبير: $(12+5i)-(2-i)$ هي: $10+6i$

a b

باستخدام الحاسبة: $(12+5i)-(2-i)=10+6i$

ملاحظة: عند اجراء عملية الطرح بالآلة يجب استخدام زر الطرح وليس اشارة (-) والا ستحصل على خطأ

---

(5) العدد: $32+\sqrt{-225}$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

a $-15+6i$ b $6+15i$ c $6-15i$ d $32+15i$

الاجابات a، b، c لا تصلح لان جزءها الحقيقي لا يساوي 32

∴ الاجابة d

---

(6) حل المعادلة: $2x+3yi=-10-6i$ هو:

a $x=5,\ y=-2$ b $x=-5,\ y=-2$ c $x=-5,\ y=2$ d $x=5,\ y=2$

$2x=-10 \Rightarrow x=-5$

$3y=-6 \Rightarrow y=-2$

أ.محمد بشار

(7) إذا كان $z_1 = 5i + 2$ ، $z_2 = -3 - i$ فإنّ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ تساوي:

(a) $\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$ (b) $\frac{-1}{10} - \frac{17}{10}i$ (c) $\frac{-1}{10} + \frac{17}{10}i$ (d) $\frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$

$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{z_2} = \frac{2-5i}{-3-i}$ بالآلة $= -\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$

---

(8) إذا كان: $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x , y) تساوي:

(a) (5, 1) (b) (−5, −1) (c) (5, −1) (d) (−5, 1)

$xi^2 + 3yi = -x + 3yi$
$5 + 3i^5 = 5 + 3i$
$\Rightarrow x = -5$, $y = 1$ $\quad (-5, 1)$

$i^2 = -1$
$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$

---

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

(a) $18 + 17i$ (b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$
(c) $6 + 17i$ (d) 18

$(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9}) = (3 + 2i)(4 + 3i)$
بالآلة $= 6 + 17i$

ملاحظة: يمكن كتابة التعبير السابق مباشرة بالآلة الحاسبة وسيظهر الناتج مباشرة بشرط ان تكون الآلة بوضعية الاعداد المركبة.

---

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (1 + 2i)^2$ هي:

(a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = -3$ (d) $z = 5$

$(1 + 2i)^2 = -3 + 4i$

باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=(2-i)^3$ هي:

(a) $z=14+13i$ (b) $z=14-13i$ (c) $z=2-11i$ (d) $z=2-13i$

باستخدام الآلة الحاسبة بالشكل

$(2-i)^2\cdot(2-i)=2-11i$

او بالشكل

$(2-i)^3=2-11i$

---

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ (b) $z=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

(c) $z=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$ (d) $z=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$

باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة

---

(13) إذا كان $z=i$ فإنّ z^{250} يساوي:

(a) $-i$ (b) i (c) 1 (d) -1

بما أن (250) عدد زوجي فالاجابة (a) و (b) لا تصلح

(250) لا يقبل القسمة على 4 اذاً الاجابة (-1) وهي (d)

$(i)^{250}=(i^2)^{125}=(-1)^{125}=-1$

ملاحظة: لا يمكن استخدام الآلة الحاسبة في هذا التمرين حيث سيظهر لنا Err عند استخدامك

---

(14) ليكن $x\in\mathbb{Z}^+$ فإنّ مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5+i^x)$ عددًا حقيقيًا هي:

(a) $\mathbb{Z}^+$ (b) $\{0,2,4,6,...\}$ (c) $\{1,3,5,...\}$ (d) $\{2,4,6,...\}$

بما أنه الناتج حقيقي اذاً x يجب ان يكون زوجي

وبما أن الشرط أن $x\in\mathbb{Z}^+$ اذاً x لا يمكن ان يكون صفر

والاجابة (d) مجموعة الاعداد الزوجية الموجبة "بدون الصفر"

(2 – 7) الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{7\pi}{6}\right)$ هي: $A(-2\sqrt{3},2)$ (a) (b)

$X = 4\cos\frac{7\pi}{6} = -2\sqrt{3}$
$Y = 4\sin\frac{7\pi}{6} = -2$
$\Big\} A(-2\sqrt{3},-2)$

ملاحظة: $\Theta = \frac{7\pi}{6} = 210°$ يجب أن تقع النقطة في الربع الثالث أي $x<0$ ، $y<0$
لكن $y>0$ فالاجابة خاطئة

---

(2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2},135°)$ هي: $B(-1,1)$ (a) (b)

$X = \sqrt{2}\cos 135° = -1$
$Y = \sqrt{2}\sin 135° = 1$

---

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي: $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$ (a) (b)

$X = 1\cdot\cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$Y = 1\cdot\sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

---

(4) العدد المركب: $z=\sqrt{3}-i$ بصورة المثلثية هو: $z=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ (a) (b)

بطل الاقواس $z = 2\cos\frac{\pi}{6} + i\,2\sin\frac{\pi}{6}$
باستخدام الآلة الحاسبة $= \sqrt{3} + i$

---

(5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ هي: $z=1-i$ (a) (b)

$= \sqrt{2}\cos\frac{7\pi}{4} + i\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{4}$
$= 1 - i$

---

(6) السعة الأساسية للعدد $z=\cos 30° + i\cos 240°$ هي $330°$ (a) (b)

$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{\cos 240}{\cos 30}\right| = 30°$

$x \geq 0$ ، $y<0$

$\Theta = 360 - 30 = 330$

(7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

ربع رابع ربع ثالث ربع ثاني ربع اول

(a) $A(2,2\sqrt{3})$ (b) $A(-2,2\sqrt{3})$ (c) $A(-2,-2\sqrt{3})$ (d) $A(2,-2\sqrt{3})$

$\theta = \frac{5\pi}{3} = 300°$ النقطة تقع في الربع الرابع

الاجابة (d)

---

(8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ هي:

رابع اول ثاني ثالث

(a) $B\left(1,\frac{-\pi}{4}\right)$ (b) $B\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$ (c) $B\left(1,\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $B\left(1,\frac{-3\pi}{4}\right)$

$x<0$ ، $y>0$ ربع ثاني

الاجابة (c)

---

(9) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = 2-2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0,2\pi)$ هي:

(a) $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ رابع (b) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ اول

(c) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ أول (d) $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ ثاني

$x>0$
$y<0$
$\therefore$ z في الربع الرابع

الاجابة (a)

---

(10) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي:

(a) $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ثالث (b) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ثالث

(c) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ثاني (d) $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ رابع

باستخدام الآلة الحاسبة

$z = -2-2i$

$r = 2\sqrt{2}$

z في الربع الثالث

$x<0$ ، $y<0$

الاجابة (b)

ملاحظة: جميع الأسئلة السابقة يمكن حلها بطريقة حل الأسئلة التالية.

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = 3\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$ هي:

(a) $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ (b) $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(c) $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ (d) $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

$X = 3\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{3}{2}$ ، $y = -3\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

الاجابة (b)

---

(12) $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإنّ قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) i^{-2n}

$i^{2n+2} + i^{2n+8} = i^{2n} * i^2 + i^{2n} * i^8$

$= i^{2n}(i^2 + i^8) = i^{2n}(-1+1)$

$= 0$

---

(13) $(6 - 2i + 3i^5)^2$ تساوي:

(a) $35 - 12i$ (b) $35 + 12i$ (c) $81 - 12i$ (d) $81 + 12i$

$6 - 2i + 3i^5 = 6 - 2i + 3i(i)^4$

$= 6 - 2i + 3i \quad = 6 + i$

$(6 - 2i + 3i^5)^2 = (6+i)^2 = 35 + 12i$ باستخدام الآلة الحاسبة.

أ.محمد بشار

حل المعادلات

(3 – 7)

(1) حل المعادلة: $\bar{z}+2=5-i$ هو: $z=3+i$

(a) (b)

$z=3+i \Rightarrow \bar{z}=3-i$

$\bar{z}+2=5-i$

---

(2) حل المعادلة: $2z+\bar{z}-3-5i=0$ هو: $z=1-5i$

(a) (b)

بالتعويض واستخدام الحاسبة: $2(1-5i)+(1+5i)-3-5i=-10i\neq 0$

---

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+5=0$ هي: $\{-2-i,2+i\}$

(a) (b)

باستخدام الآلة الحاسبة مود 5 ، 3 نجد أن الجواب خاطئ؛

أو: ملاحظة: يجب أن يكون الحلان عددان مترافقان لأنها معادلة تربيعية ذات معاملات حقيقية.

---

(4) الجذران التربيعيان للعدد 1- هما: $-1, 1$

(a) (b)

الجذور التربيعية للعدد السالب اعداد تخيلية

---

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z=16+30i$ هما: $z_1=5+3i,\ z_2=-5-3i$

(a) (b)

باستخدام الآلة الحاسبة: $(5+3i)^2=16+30i$

والجذر الآخر هو المعكوس الجمعي

---

(6) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1+z_2=0$

(a) (b)

اذا كان z_1 جذر للعدد z فإن الجذر الآخر هو المعكوس الجمعي $z_2=-z_1$

$\therefore z_1+z_2=0$ صحيحة

---

(7) حل المعادلة: $2z-5+6i=-3\bar{z}$ هو:

(a) $z=1+6i$ (b) $z=-1+6i$ (c) $z=1-6i$ (d) $z=-1-6i$

يجب الحل بطريقة مقالية او التعويض بالآلة الحاسبة أربع مرات

$2z-5+6i=-3\bar{z} \Rightarrow 2z+3\bar{z}=5-6i$

$2(x+iy)+3(x-iy)=5-6i \Rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ y=6 \end{matrix} \Rightarrow z=1+6i$

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي:

(a) $\{2-4i, -2-4i\}$ (b) $\{-2+4i, -2-4i\}$

(c) $\{2-4i, -2+4i\}$ (d) $\{2-4i, 2+4i\}$

باستخدام الآلة الحاسبة الاجابة (d)

ملاحظة: الجذرين عددين مترافقين اذاً (a) و (c) لاتنفع مباشرة

---

(9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما:

(a) $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = 7+4i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7+4i \\ z_2 = 7-4i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$

جذري العدد المركب متعاكسين اذاً (c)، (d) لاينفعان

في الحل (a) اشارة الجزئيه الحقيقي والتخيلي متماثلين والحل مرفوض لأن اشارة الجزء التخيلي للعدد z سالبة وبالتالي يجب أن تكون الاشارتين مختلفتين

والاجابة المقبولة (b)

او يمكن باستخدام الآلة الحاسبة نتأكد أن $z_1^2 = z$

---

(10) حل المعادلة $(3-4i)z = 5-2i$ هو:

(a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$ (b) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$ (c) $\frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$ (d) $\frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$

$$z = \frac{5-2i}{3-4i}$$

باستخدام الآلة الحاسبة $z = \frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$